

- ун-та. 2017. №6. С. 1760401.
5. Митропольский Ю.Ф., Филатов А.Н. Усреднение интегро-дифференциальных и интегральных уравнений // Укр. матем. ж. Институт математики. 1972. Т.24. №6. С. 30–48.
  6. Kumar K. Linear theory of Faraday instability in viscous liquids// Proc. R. Soc. Lond. A. 1996. V. 452. P. 1113–1126.



## СОЛВЕРЫ ПАКЕТА OPENFOAM: АНАЛИЗ НОРМ ОШИБОК

*Е.Д. Бирюков, М.С. Копылов, А.Е. Кувшинников*  
*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Россия*  
*e-mail: kuvsh90@yandex.ru*

В последние годы сравнение точности и эффективности различных солверов программного пакета OpenFOAM [1] вызывает постоянно растущий интерес исследователей. В качестве примера можно привести работы [2,3], где приведено сравнение двух солверов на задаче сверхзвукового обтекания плоского клина. Однако эти работы не дают четких рекомендаций по выбору солвера.

Более подробная попытка сравнения солверов была предпринята в работах [4,5], где рассматривалось сверхзвуковое невязкое обтекание конуса под нулевым углом атаки. Задача решалась при вариации числа Маха набегающего потока и угла полураствора конуса в широких диапазонах. В этих работах сравнивалась точность четырех солверов OpenFOAM и давались рекомендации по выбору солвера с точки зрения точности. Авторы сравнивали результаты расчетов с известным табличным численным решением.

Для решения задач механики сплошной среды в пакете OpenFOAM представлен ряд солверов. Также пакет OpenFOAM поддерживает создание новых солверов. Примерами таких солверов являются pisoCentralFoam [6,7] и QGDFoam [8–10].

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследуется обтекание удлиненного тела вращения равномерным сверхзвуковым потоком идеального газа под нулевым углом атаки  $\alpha = 0^\circ$  при числе Маха  $M$  от 2 до 7. Исследуемое тело является конусом с углом полураствора  $\beta = 10\text{--}35^\circ$  с шагом  $5^\circ$ . Решение является автомодельным и зависит от безразмерной переменной [11].

Для сравнения из программного пакета OpenFOAM выбраны 4 солвера: rhoCentralFoam, sonicFoam (оба изначально входят в состав OpenFOAM), pisoCentralFoam [7], QGDFoam [10] – созданы сторонними разработчиками.

Расчеты для солвера QGDFoam проводились с помощью программного пакета OpenFOAM версии 4.1. Расчеты для всех остальных солверов, проводились с помощью программного пакета OpenFOAM версии 2.3.0. Солвер sonicFoam в стандартной версии не поддерживает динамическое изменение шага по времени, поэтому в код солвера были внесены необходимые изменения.

На *рис. 1* представлена расчетная область. Начальные условия: давление  $P = 101325$  Па, температура  $T = 300$  К, скорость  $U_x$  изменяется от 694.5 м/с (2 Маха) до 2430.75 м/с (7 Махов). Граничные условия и настройки солверов взяты аналогично работе [4].



## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Были проведены расчеты для всех солверов, а также скоростей и углов полураствора в вышеуказанных диапазонах. Для каждого варианта были вычислены аналоги нормы  $L_2$ :

$$\sqrt{\sum_m |y_m - y_m^{exact}|^2 V_m} / \sqrt{\sum_m |y_m^{exact}|^2 V_m}$$

где  $y_m$  – компоненты скорости  $U_x, U_y$ , давление  $p$  и плотность  $\rho$  в ячейке,  $V_m$  – объем ячейки для угла полураствора  $\beta = 10-35^\circ$  с шагом  $5^\circ$  и чисел Маха  $M = 2-7$ . Здесь значения  $y_m^{exact}$  получены интерполированием табличных значений из [11] на ячейки сетки. Следует отметить, что авторы таблиц [11] указывают на допустимость интерполяции по всем параметрам и значениям таблиц.

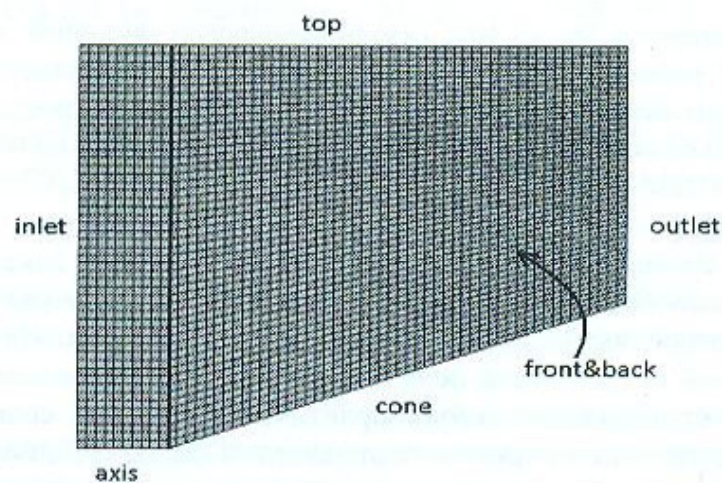


Рис. 1. Расчетная область.

На рис. 2 представлена зависимость отклонения от точного решения в аналоге нормы  $L_2$  для давления для угла полураствора  $\beta = 25^\circ$  при вариации выбора солвера и числа Маха. На рис. 3 представлена зависимость отклонения от точного решения в аналоге нормы  $L_2$  для компоненты скорости  $U_x$  для числа Маха  $M = 5$  в зависимости от солвера и угла полураствора.

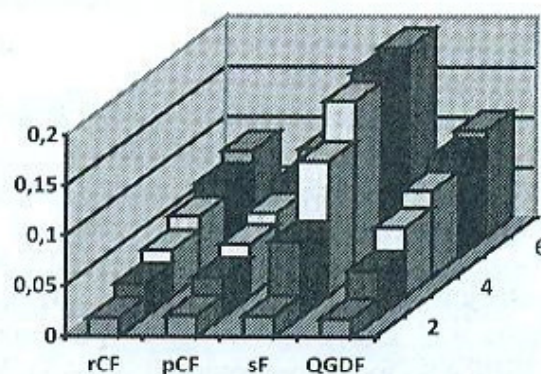


Рис. 2. Изменение отклонения от точного решения для давления в зависимости от солвера и числа Маха для угла полураствора  $\beta = 25^\circ$ .



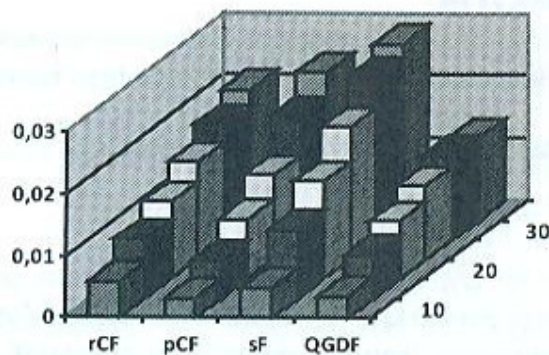


Рис. 3. Изменение отклонения от точного решения для скорости  $U_x$  в зависимости от угла полураствора и солвера для числа Маха  $M = 5$ .

Также исследовалось поведение газодинамических функций, в частности давления, в окрестности вершины конуса. Данный вопрос представляется весьма интересным, так как в районе вершины в силу геометрии задачи и построения расчетной сетки имеется особенность.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное сравнение четырех солверов программного пакета OpenFOAM для задачи сверхзвукового обтекания конуса позволяет сделать выводы о характерной для каждого солвера погрешности. Почти во всех случаях солвер rhoCentralFoam обладает минимальной нормой погрешности поля, однако вызывает осцилляции у поверхности конуса. В окрестности вершины конуса практически для всех солверов наблюдается присутствие неразрушающих решение осцилляций. Солвер QGDFoam практически во всех случаях (за исключением полей скорости для чисел Маха  $M \geq 4$  и углов полураствора  $\beta \geq 25^\circ$ ) показывает большее отклонение от точного решения, чем солверы rhoCentralFoam и pisoCentralFoam, но позволяет избежать неразрушающих решение, но все равно нежелательных, осцилляций в силу своих диссипативных свойств.

### БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-31-00320-мол\_a).

### ЛИТЕРАТУРА

1. OpenFOAM Foundation, URL: <http://www.openfoam.org> (Дата обращения 29.09.2018)
2. Карвацкий А.Я., Пулинец И.В., Лазарев Т.В., Педченко А.Ю. Численное моделирование сверхзвуковых течений с применением свободного открытого программного кода OpenFOAM // Космическая наука и технология. 2015. Т. 21. № 2. С. 47 – 52.
3. Gutierrez L.F., Tamagno J.P., Elaskar S.A. High speed flow simulation using OpenFOAM // Mecanica Computacional. 2012. V. XXXI. Salta, Argentina. P. 2939 – 2959.
4. Bondarev A.E., Kuvshinnikov A.E. Comparative study of the accuracy for OpenFOAM solvers // 2017 Ivannikov ISPRAS Open Conference (ISPRAS), Moscow. 2017. P. 132 – 136.
5. Bondarev A.E., Kuvshinnikov A.E. Analysis of the accuracy of OpenFOAM solvers for the problem of supersonic flow around a cone // Comput. Sci. – ICCS 2018. 2018. P. 221 – 230.
6. Kraposhin M., Bovtrikova A., Strijhak S. Adaptation of Kurganov–Tadmor numerical scheme for applying in combination with the PISO method in numerical simulation of



- flows in a wide range of Mach numbers // Proc. Computer Sci. 2015. V. 66. P. 43 – 52.
7. pisoCentralFoam solver, URL: <https://github.com/mkraposhin/pisoCentralFoam> (Дата обращения 29.09.2018)
  8. *Истомина М.А.* О реализации одномерного квазигазодинамического алгоритма в открытом программном комплексе OpenFOAM // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018. №1. 19 с.
  9. *Kraposhin M.V., Ryazanov D.A., Smirnova E.V., Elizarova T.G., Istomina M.A.* Development of OpenFOAM Solver for Compressible Viscous Flows Simulation Using Quasi-Gas Dynamic Equations // 2017 Ivannikov ISPRAS Open Conference (ISPRAS). Moscow. 2017. P. 117–123.
  10. QGDFoam solver, URL: <https://github.com/unicfdlab/QGDsolver> (Дата обращения 29.09.2018)
  11. *Бабенко К.И., Воскресенский Г.П., Любимов А.Н., Русанов В.В.* Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М.: Наука. 1964. 505 с.



### ДАЛЬНИЕ ПОЛЯ ВНУТРЕННИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ ГЕНЕРАЦИИ

*В.В. Булатов<sup>1</sup>, Ю.В. Владимиров<sup>2</sup>*

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлунского РАН, Россия*

*e-mail: [internalwave@mail.ru](mailto:internalwave@mail.ru)<sup>1</sup>, [vladimyura@yandex.ru](mailto:vladimyura@yandex.ru)<sup>2</sup>*

Рассмотрена задача о математическом моделировании дальних полей внутренних гравитационных волн от нестационарного источника возмущений, который движется в стратифицированном океане конечной глубины. В линейном приближении получены интегральные формы решения для отдельной волновой моды и показано, что волновая картина возбуждаемых полей внутренних волн при определенных параметрах генерации представляет собой систему гибридных волновых возмущений, одновременно обладающих свойствами волн двух типов: кольцевидных (поперечных) и клиновидных (продольных). Представлены и обсуждены результаты численных расчетов, описывающие основные особенности фазовых структур и волновых картин возбуждаемых полей внутренних волн в зависимости от параметров генерации.

Важным механизмом возбуждения полей внутренних гравитационных волн в океане является их генерация источниками возмущений различной физической природы: природного (движущийся тайфун, ветровое волнение, обтекание неровностей рельефа океана, изменения полей плотности и течений, подветренные горы) и антропогенного (морские технологические конструкции, схлопывание области турбулентного перемешивания, подводные взрывы) характеров. Система уравнений гидродинамики, описывающая волновые возмущения стратифицированных сред в общем виде представляет достаточно сложную математическую задачу как в плане доказательств теорем существования и единственности решений в соответствующих функциональных классах, так и с вычислительной точки зрения. Основные результаты решений задач о генерации волновых возмущений представляются в самой общей интегральной форме, и в этом случае полученные интегральные решения требуют разработки численных и асимптотических методов их исследования, допускающих качественный анализ и проведение экспресс оценок получаемых решений. В рамках линейной теории для анали-