

## Исследование применения солверов пакета OpenFOAM для моделирования сверхзвукового обтекания конуса

Бондарев А.Е., Кувшинников А.Е., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН  
bond@keldysh.ru

### Аннотация

Приводятся численные результаты сравнения точности для ряда солверов пакета OpenFOAM. Проведено сравнение для моделирования сверхзвукового обтекания конуса невязким сжимаемым газом при нулевом угле атаки. Результаты, полученные с помощью различных солверов OpenFOAM, сравниваются с известным численным решением задачи при вариации угла конуса и скорости потока. Данная работа является частью проекта, направленного на создание надежной вычислительной технологии для моделирования потоков вокруг удлиненных тел вращения (УТВ).

### 1 Введение

Методы численного моделирования задач аэродинамики в настоящее время находят широкое применение на практике. Существует большое число численных моделей и основанных на этих моделях программных комплексов для решения задач такого вида. При этом становится актуальным вопрос о применимости подобных моделей, как правило, состоящих из большого числа параметров, подбор которых объясняется чисто эмпирическим путем или вовсе никак не объясняется. Эта проблема актуальна в различных областях научных исследований.

Исследованию этой проблемы в некотором частном случае, а именно для задач обтекания удлиненных тел вращения, и посвящена данная статья.

Задача обтекания УТВ привлекательна тем, что для некоторых постановок существуют как аналитическое решение, так и достаточное количество экспериментальных данных.

Требуется вычислительная технология, которая была бы своего рода эталоном для решения задач обтекания УТВ и помогала регулировать настраиваемые параметры как численных методов, так и моделей турбулентности в различных программных пакетах. В этом качестве было решено воссо-

здать на уровне современных высокопроизводительных вычислительных средств вычислительную технологию, разработанную ранее в ИПМ им. М.В. Келдыша А.Е. Бондаревым и В.А. Черкашиным под руководством А.В. Забродина. Данная вычислительная технология позволяла в конце 80-х – начале 90-х годов надежно проводить массовые промышленные расчеты УТВ практического назначения. Погрешность коэффициентов аэродинамического сопротивления не превышала 2-3 процентов по сравнению с экспериментальными результатами. Суть данной технологии заключалась в том, что коэффициент аэродинамического сопротивления УТВ  $C_x$ , необходимый для расчетов баллистики исследуемого объекта, рассматривался как сумма трех составляющих:  $C_p$  – сопротивления УТВ при невязком обтекании,  $C_f$  – коэффициента сопротивления трения и  $C_d$  – донного сопротивления. Подобный подход был широко распространен в задачах массового промышленного анализа аэродинамических свойств УТВ и показывал себя весьма эффективным [1].

Часть этой вычислительной технологии уже реализована. Так, например, для определения коэффициента трения реализована вычислительная методика [2-3], основанная на приближенной полуэмпирической модели, объединяющей результаты экспериментальных исследований Л.В. Козлова [4-5] и метод эффективной длины, предложенный В.С. Авдеевским [6-7].

Для расчета аэродинамических характеристик УТВ при невязком обтекании было предложено использовать программный пакет OpenFOAM (Open Source Field Operation And Manipulation CFD Toolbox) [8]. Это свободно распространяемый программный продукт, написанный на языке C++. OpenFOAM активно используется в промышленности и в науке. OpenFOAM содержит в себе ряд солверов, обладающих различными вычислительными свойствами.

Стоит пояснить, что в OpenFOAM существуют как заранее созданные разработчи-

ками солверы [9-11], так и возможность создавать собственные солверы, что использовали авторы из ИСП РАН [12-13].

В качестве точного решения традиционно использовались табличные решения [14]. Решения, представленные в [14], получены с помощью конечно-разностных методов для обтекания гладких тел потоком невязкого газа в широком диапазоне чисел Маха и углов полураствора конуса с вариацией угла атаки. Решения представлены в виде таблиц, обладают высокой точностью и на протяжении многих лет используются в качестве точного решения при анализе вычислительных свойств того или иного численного метода.

Следует отметить, что подобные сравнения солверов проводились в работах [15-17]. Однако эти сравнения проводились на других примерах и не дают четких рекомендаций по выбору солвера для рассматриваемого класса задач.

## 2 Постановка задачи

Постановка задачи представлена в полном соответствии с работой [14], где рассматриваются результаты невязкого обтекания конусов с различными углами полураствора на различных числах Маха.

Исследуется обтекание УТВ равномерным сверхзвуковым потоком идеального газа под нулевым углом атаки  $\alpha = 0^\circ$  при числе Маха  $M_\infty = 2$ . Исследуемое тело является конусом с углом полураствора  $\beta = 10^\circ - 25^\circ$  с шагом  $5^\circ$ . Условия набегающего потока на входе обозначаются индексом «1», а на выходе — индексом  $\xi$ , так как решение является автомодельным и зависит от безразмерной переменной. Схема течения представлена на рисунке 1.

Для расчета используется система уравнений Эйлера. Система дополняется уравнением состояния идеального газа.

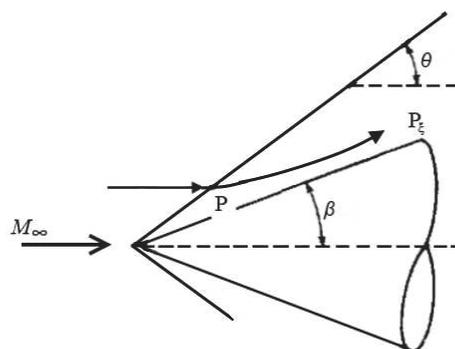


Рис. 1. Схема течения

## 3 Выбор солверов OpenFOAM

Для сравнения из программного пакета OpenFOAM были выбраны 4 солвера.

А) rhoCentralFoam — основан на центрально-противопотоковой схеме, которая является комбинацией центрально-разностной и противопотоковой схем [9-10]. Суть центрально-противопотоковых схем состоит в специальном выборе контрольного объема, содержащего области двух типов: вокруг граничных точек – первый тип; вокруг центральной точки – второй тип. Границы контрольных объемов первого типа определяются при помощи локальных скоростей распространения возмущений. Преимущество указанных схем состоит в том, что, применяя соответствующую технику уменьшения численной вязкости, можно добиться хорошей разрешимости и для разрывных решений – ударных волн в газовой динамике – и для решений, где основную роль играют вязкие явления.

Б) sonicFoam — основан на алгоритме PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operator) [11]. Основная идея метода PISO заключается в том, что для расчета давления используются два разностных уравнения для поправки поля давления, полученных из дискретных аналогов уравнений моментов и неразрывности. Такой подход связан с тем, что скорректированные первой поправкой скорости могут не удовлетворять уравнению неразрывности, поэтому вводится второй корректор, который позволяет вычислить скорости и давления, удовлетворяющие линеаризованным уравнениям количества движения и неразрывности.

В) rhoPimpleFoam — основан на алгоритме PIMPLE, который является комбинацией алгоритмов PISO и SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked

Equations) [18]. К алгоритму PISO добавляется внешний цикл, благодаря которому метод становится итерационным и позволяет считать с числом Куранта, большим 1.

Г) pisoCentralFoam — комбинация центрально-противопотоковой схемы с алгоритмом PISO [12].

Расчеты для всех солверов проводились с помощью программного пакета OpenFOAM версии 2.3.0.

## 4 Организация расчетов и полученные результаты

### 4.1 Построение сетки, начальные и граничные условия

На рисунке 2 представлена расчетная область. Постановка граничных условий представлена в таблице 1. На верхней границе, обозначенной в таблице «top», задается условие нулевого градиента для газодинамических функций, обозначаемое в таблице «zeroGradient». Такие же условия задаются на правой границе, обозначаемой «outlet». На левой границе, обозначаемой «inlet», заданы параметры набегающего потока: давление  $P = 101325$  Па, температура  $T = 300$  К, скорость  $U = 694.5$  м/с. На границе конуса «cone» для давления и температуры задается условие нулевого градиента, для скорости задается условие «slip», соответствующее условию непротекания для уравнений Эйлера. Для моделирования осесимметричной геометрии в пакете OpenFoam для передней «front» и задней «back» границ используется специальное условие «wedge». Для оси «axis» в пакете OpenFoam также вводится специальное граничное условие «empty». Это условие задается в случаях, когда вычисления в заданном направлении не проводятся.

Чтобы оценить влияние размера ячейки сетки на точность, расчеты для  $U=2M$  проводились на трех сетках, обозначенных как coarse, fine, finest. Число ячеек сетки coarse 3000, fine - 12000, finest – 48000. Так как размер области остается неизменным, то при увеличении числа ячеек сетки, размер ячеек уменьшается.

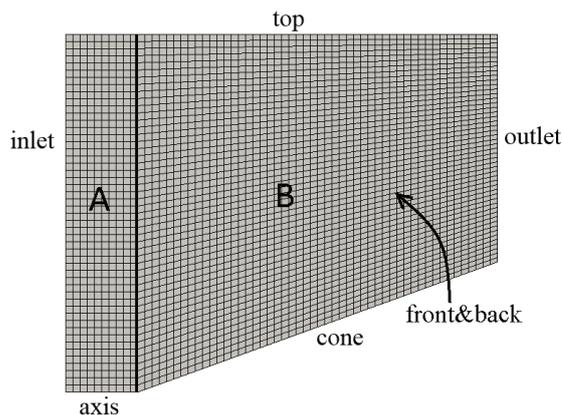


Рис. 2. Расчетная область

Табл. 1. Граничные условия

	P	T	U
inlet	101325	300	Mach 2 – Mach 5
outlet	zeroGradient	zeroGradient	zeroGradient
axis	empty	empty	empty
top	zeroGradient	zeroGradient	zeroGradient
cone	zeroGradient	zeroGradient	slip
front	wedge	wedge	wedge
back	wedge	wedge	wedge

### 4.2 Параметры солверов

В пакете OpenFOAM существует два варианта аппроксимации дифференциальных операторов: непосредственно в коде решателя или с использованием файлов конфигурации fvSchemes и fvSolution. Для того, чтобы сравнение было правильным, мы использовали одинаковые параметры там, где это было возможно.

В файле fvSchemes: ddtSchemes – Euler, gradSchemes – Gauss linear, divSchemes – Gauss linear, laplacianSchemes – Gauss linear corrected, interpolationSchemes – vanLeer.

В файле fvSolution: solver – smoothSolver, smoother symGaussSeidel, tolerance – 1e-09, nCorrectors – 2, nNonOrthogonalCorrectors – 1.

### 4.3 Расчет осесимметричного течения

На рисунках 3 и 4 представлены поля установившегося течения для давления и плотности при использовании солвера rhoCentralFoam. Эти рисунки свидетельствуют о том, что в результате установления получена качественная картина тече-

ния, соответствующая известным решениям [14].

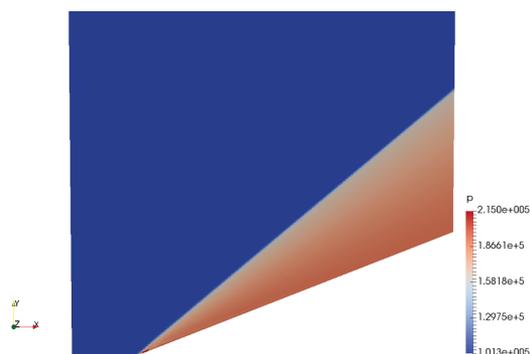


Рис. 3. Поле давления для установившегося течения

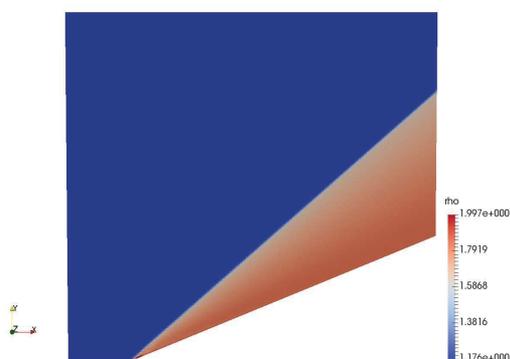


Рис. 4. Поле плотности для установившегося течения

В таблицах (2-8) приведены результаты расчетов в форме аналога нормы L2:

$$\sqrt{\sum_m |y_m - y_m^{exact}|^2 V_m} / \sqrt{\sum_m |y_m^{exact}|^2 V_m}$$

где  $y_m$  — компоненты скорости  $U_x$ ,  $U_y$ , давление  $p$  и плотность  $\rho$  в ячейке,  $V_m$  — объем ячейки для угла полураствора  $\beta = 10$ – $35^\circ$  с шагом  $5^\circ$  и чисел Маха  $M=2$ - $5$ . Жирным выделены минимальные значения. Символ “x” в таблицах означает, что при данной скорости и данном угле полураствора солвер становился неустойчивым. Здесь значения  $y_m^{exact}$  получены интерполированием табличных значений из [14] на ячейки сетки. Следует отметить, что авторы таблиц [14] указывают на допустимость интерполяции по всем параметрам и значениям таблиц.

Далее для солверов будем использовать сокращенные обозначения: rCF (rhoCentralFoam), pCF (pisoCentralFoam), sF (sonicFoam), rPF (rhoPimpleFoam).

Табл. 2. Отклонение от точного решения для сетки coarse

	rCF	pCF	sF	rPF
$U_x$	0.009062	0.008929	<b>0.008366</b>	0.010155
$U_y$	<b>0.043725</b>	0.050789	0.050932	0.060268
$p$	<b>0.024054</b>	0.027705	0.033429	0.037406
$\rho$	<b>0.018327</b>	0.021848	0.028965	0.033199

Табл. 3. Отклонение от точного решения для сетки fine

	rCF	pCF	sF	rPF
$U_x$	0.006268	0.006482	<b>0.005809</b>	0.007588
$U_y$	<b>0.029656</b>	0.034403	0.033814	0.043562
$p$	<b>0.016989</b>	0.019515	0.022465	0.026656
$\rho$	<b>0.012834</b>	0.015182	0.019085	0.022994

Табл. 4. Отклонение от точного решения для сетки finest

	rCF	pCF	sF	rPF
$U_x$	0.004372	0.004441	<b>0.004057</b>	0.005526
$U_y$	<b>0.019862</b>	0.022855	0.023113	0.030994
$p$	<b>0.011611</b>	0.013269	0.015143	0.018803
$\rho$	<b>0.008715</b>	0.010282	0.012684	0.015810

В таблицах (2-4) приведены результаты отклонения от точного решения для всех исследуемых солверов для случая  $\beta = 20^\circ$  и числа Маха  $M=2$ . Таблицы содержат данные для всех газодинамических функций. Приведены результаты для трех сеток *coarse*, *fine* и *finest* соответственно. Результаты иллюстрируют сходимость численного решения.

Таблицы (5-8) представляют собой результаты для давления в форме аналога нормы L2, представленные при вариации угла полураствора от  $10^\circ$  до  $35^\circ$  и вариации числа Маха набегающего потока от 2 до 5.

Табл. 5. Отклонения от точного решения,  $U=2M$

Угол полураствора	rCF	pCF	sF	rPF
10	<b>0.006090</b>	0.006973	0.010153	0.010341
15	<b>0.012654</b>	0.014446	0.019646	0.020645
20	<b>0.016623</b>	0.019353	0.022283	0.024951
25	<b>0.018678</b>	0.020948	0.020779	0.025426
30	<b>0.020695</b>	0.023130	0.025614	0.023267
35	<b>0.032486</b>	0.038658	0.074849	0.043179

Табл. 6. Отклонение от точного решения,  $U=3M$

Угол полураствора	rCF	pCF	sF	rPF
10	<b>0.015309</b>	0.019537	0.027152	0.027177
15	<b>0.024608</b>	0.030041	0.047813	0.041444
20	<b>0.030440</b>	0.035858	0.070564	0.045760
25	<b>0.032486</b>	0.038658	0.074849	0.043179
30	<b>0.034040</b>	0.040603	0.077408	0.040006
35	<b>0.026334</b>	0.029821	0.044853	0.027077

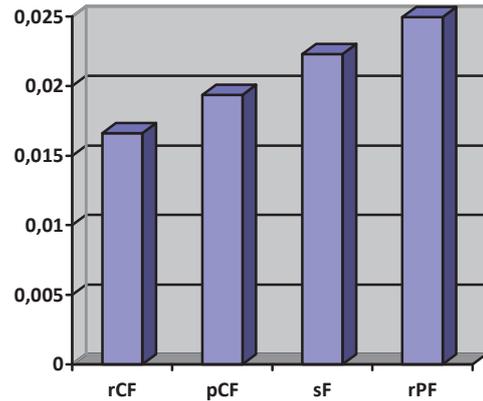


Рис. 5. Отклонение от точного решения для давления при  $M=2$ ,  $\beta = 20$

На рисунке 6 представлено изменение отклонения от точного решения в аналоге нормы  $L_2$  для давления для всех солверов в зависимости от угла полураствора конуса при фиксированном числе Маха  $M=2$ . Наименьшее отклонение от точного решения показывает солвер rhoCentralFoam, наибольшее отклонение при увеличении угла полураствора показывает солвер sonicFoam.

Табл. 7. Отклонение от точного решения,  $U=4M$

Угол полураствора	rCF	pCF	sF	rPF
10	<b>0.028254</b>	0.035251	0.058133	0.049334
15	<b>0.040229</b>	0.046494	0.106172	0.065384
20	<b>0.046159</b>	0.052687	0.126701	0.070649
25	<b>0.045849</b>	0.051912	0.134932	0.062785
30	<b>0.040775</b>	0.050619	0.109125	x
35	<b>0.034277</b>	0.042296	0.069668	x

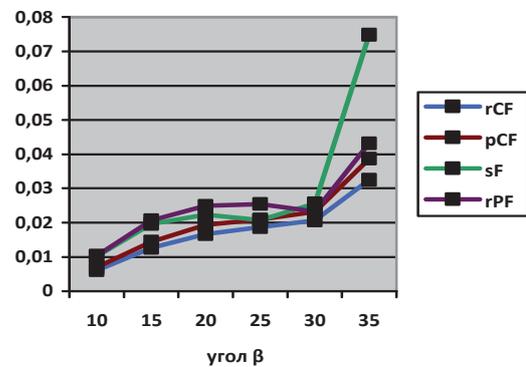


Рис. 6. Отклонение от точного решения для давления в зависимости от угла конуса для всех солверов,  $M = 2$

Табл. 8. Отклонение от точного решения,  $U=5M$

Угол полураствора	rCF	pCF	sF	rPF
10	<b>0.050834</b>	0.055133	0.106710	0.075829
15	<b>0.060069</b>	0.063293	0.159880	0.090489
20	<b>0.060174</b>	0.064675	0.175666	x
25	<b>0.059900</b>	0.063284	0.175205	x
30	<b>0.055975</b>	0.062637	0.130201	x
35	<b>0.043288</b>	0.052737	0.090006	x

Рисунок 5 представляет диаграмму отклонения от точного решения в аналоге нормы  $L_2$  для давления для всех использованных солверов на примере задачи обтекания конуса с углом полураствора  $\beta = 20^\circ$  при числе Маха  $M=2$ . Наименьшее отклонение от точного решения показывает солвер rhoCentralFoam, наибольшее отклонение показывает солвер rhoPimpleFoam.

На рисунке 7 представлена зависимость отклонения от точного решения в аналоге нормы  $L_2$  для давления для солвера rhoCentralFoam при вариации угла полураствора и начальной скорости. Увеличение числа Маха набегающего потока оказывает наибольшее влияние на увеличение отклонения численного результата от точного решения.

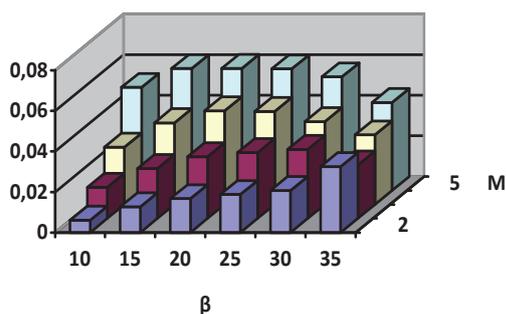


Рис. 7. Отклонение от точного решения для давления в зависимости от угла полураствора конуса и скорости для солвера rhoCentralFoam

## 5 Заключение

Для задачи обтекания конуса сверхзвуковым потоком идеального газа под нулевым углом атаки было проведено сравнение четырех солверов программного пакета OpenFoam с точным решением, полученным из таблиц [14]. Результаты расчетов были представлены в целях сравнительного анализа в форме аналога нормы  $L_2$ .

Согласно полученным результатам солвер rhoCentralFoam обладает минимальной нормой погрешности поля почти во всех случаях. Единственным недостатком rhoCentralFoam является появление осцилляций у поверхности в головной части конуса. Солвер pisoCentrIFoam находится на втором месте по точности, однако при использовании этого солвера появления осцилляций не наблюдается.

Для числа Маха  $M=2$  солвер sonicFoam более точно вычисляет компоненты скорости. Но для числа Маха  $M=3$  и выше в результатах, полученных при помощи этого солвера наблюдаются осцилляции на фронте ударной волны. Это негативно сказывается на норме погрешности. Солвер rhoPimpleFoam не работает для числа Маха большего  $M=4$  при углах полураствора больше  $\beta = 20^\circ$ . Кроме того, по точности он почти никогда не превосходит солверы rhoCentralFoam и pisoCentrIFoam. Таким образом, можно утверждать, что солверы rhoCentralFoam и pisoCentrIFoam обеспечивают лучшую точность для интересующего класса задач и могут быть использованы при построении вычислительной технологии расчетов обтекания удлиненных тел вращения.

Проведенное методическое исследование может служить основой для выбора солвера программного пакета OpenFoam при расчете невязкого сверхзвукового обтекания УТВ, а также может быть полезным для разработчиков программного контента OpenFoam.

В дальнейшем предполагается провести аналогичное исследование для более высоких чисел Маха  $M > 5$ . Также предполагается провести аналогичное сравнение солверов для задачи обтекания конуса под углом атаки при вариации угла атаки, угла полураствора и числа Маха набегающего потока. Следует также заметить, что в сравнительный анализ могут быть дополнительно включены результаты для новых солверов, полученных от разработчиков.

## Благодарности

Данная работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 16-01-00553а, 17-01-00444а, 18-31-00320мол-а).

## Список литературы

- [1] Красильщиков А.П., Гурьяшкин Л.П. Экспериментальные исследования тел вращения в гиперзвуковых потоках. М: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 208 с.
- [2] Приближенный подход к оценке сопротивления трения на телах вращения в вязком потоке / С.В.Андреев [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 102. 12 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-102>.
- [3] Bondarev A.E., Nesterenko E.A. Approximate method for estimation of friction forces for axisymmetric bodies in viscous flows // *Mathematica Montisnigri*. Vol. XXXI. 2014. P.54-63.
- [4] Козлов Л.В. Экспериментальное исследование поверхностного трения на плоской пластине в сверхзвуковом потоке при наличии теплообмена // *Изв. АН СССР. Механика и машиностроение*. 1963. №2. С.11-20.
- [5] Козлов Л.В. Экспериментальное определение закона теплообмена для турбулентного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке // *Исследование теплообмена в потоках жидкости и газа*. М.: Машиностроение. 1965. С. 91-109.

- [6] Основы теплопередачи в авиационной и ракетной технике [Текст] / В.С. Авдудевский, Ю.И. Данилов, В.К. Кошкин и др.; Под общ. ред. проф. В. К. Кошкина. Москва: Оборонгиз, 1960. 389 с.
- [7] Авдудевский В.С. Метод расчета пространственного турбулентного пограничного слоя в сжимаемом газе // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. 1962. №4. С.3-13.
- [8] OpenFOAM, URL: <http://www.openfoam.org>. (дата обращения 01.02.2018).
- [9] Kurganov A., Tadmor E. New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection-diffusion equations. // J. Comput. Phys. 2000. Vol. 160. P. 241–282, doi:10.1006/jcph.2000.6459.
- [10] Implementation of semi-discrete, non-staggered central schemes in a collocated, polyhedral, finite volume framework, for high-speed viscous flows / Christopher J. Greenshields, Henry G. Wellerr, Luca Gasparini, Jason M. Reese // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 2010, Vol. 63. Issue 1. P. 1-21, doi:10.1002/flid.2069.
- [11] Issa R. Solution of the implicit discretized fluid flow equations by operator splitting. // J. Comput. Phys. 1986. Vol. 62. Issue 1. P. 40–65, doi:10.1016/0021-9991(86)90099-9.
- [12] Kraposhin M., Bovtrikova A., Strijhak S. Adaptation of Kurganov-Tadmor numerical scheme for applying in combination with the PISO method in numerical simulation of flows in a wide range of Mach numbers. // Procedia Computer Science. 2015. Vol. 66, P. 43–52. doi:10.1016/j.procs.2015.11.007.
- [13] Github: United collection of hybrid Central solvers <https://github.com/unicfdlab/hybridCentralSolvers> (дата обращения 01.02.2018).
- [14] Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом / К. П. Бабенко, Г. П. Воскресенский, А. Н. Любимов, В. В. Русанов. М.: Наука, 1964.
- [15] Численное моделирование сверхзвукового обтекания клина с применением свободного открытого программного кода OpenFOAM. / А. Я. Карвацкий, П. В. Пулинец, Т. В. Лазарев, А. Ю. Педченко // Космічна наука і технологія. 2015. Т. 21, № 2. С. 47-52.
- [16] Gutierrez L. F. M., Tamagno J. P., Elaskar S. A. High speed flow simulation using OpenFOAM. // Mecanica Computacional. 2012. Vol XXXI. P. 2939-2959.
- [17] Lorenzon D., Elaskar S. A. Simulacion de flujos supersonicos bidimensionales y axialmente simetricos con OpenFOAM. // Revista de la Facultad de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales, 2015. Vol. 2. no. 2. P. 65–76. URL: <http://revistas.unc.edu.ar/index.php/FCEFYN/article/view/11061>
- [18] Patankar S. V., Spalding D. B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1972. Vol. 15, Issue 10. P. 1787-1806. doi:10.1016/0017-9310(72)90054-3