К АНАЛИЗУ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ДИНАМИЧЕСКИМ МОДАМ*

А.К. Алексеев[1], А.Е.Бондарев[2]

[1]РКК Энергия, г. Королев, МФТИ, г. Долгопрудный, Моск. обл., Россия; [2]ИПМ им М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

В последнее время при анализе нестационарных течений приобретает популярность использование разложения по динамическим модам [1-3], имеющее определенный потенциал при анализе нелинейных явлений. Динамические (Купмановские) моды можно рассматривать как правые собственные вектора пропагатора (оператора, определяющего эволюцию течения на заданном интервале времени). В рамках подхода [1,2] возможен также расчет левых собственных векторов практически без увеличения вычислительных затрат. В данной работе проведен анализ возможностей использования левых собственных векторов для восстановления пропагатора в виде произведения трех прямоугольных матриц $A = \Omega_R \Lambda \Omega_L$. Этот подход позволяет прозрачным способом определить физический смысл и область применения оператора Купмана в задачах газовой динамики. Разложение по динамическим модам является некорректно поставленной задачей по определению оператора из информации о некотором наборе его действий (срезов поля, расположенных через некоторый временной интервал). Наличие явной формы оператора и его спектра позволяет использовать Оккамовскую регуляризацию [4], имеющую более ясный физический смысл в сравнении с используемыми в настоящее время подходами [3]. Наличие явной формы пропагатора позволяет автоматически определять сопряженный пропагатор, что представляется полезным при анализе задач восприимчивости [5], поиска наиболее быстро растущих (на данном временном интервале) возмущений [6] и задач усвоения данных [7,8].

Тестирование алгоритма определения пропагатора и его компонент проведено на примере модельной задачи о нестационарном взаимодействии недорасширенной сверхзвуковой струи на плоскую поверхность ([9]), решаемой с помощью нестационарных уравнений Эйлера. Расчеты проводились с помощью метода второго порядка точности по пространственной координате, описанных в работах [10] и второго порядка по времени. На некоторых режимах по $x/d_a, \gamma, n, M_a$ наблюдались автоколебания, для которых характерно периодическое образование и исчезновение отрывной зоны. которые служили для тестирования подхода. На рис. 1 представлена история изменения давления на оси симметрии.

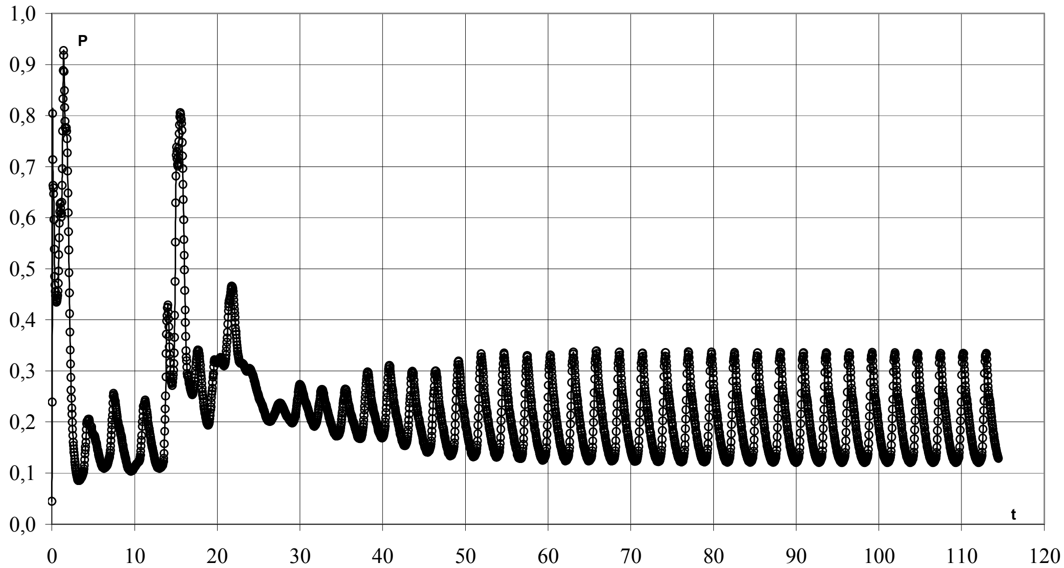

Рис. 1

В расчетах исследовались линейный и нелинейный режимы течения на которых можно сформировать матричный пропагатор. На нелинейном режиме удается выделить основную моду колебаний, хотя наличие некорректности и приводит к формированию паразитных мод.

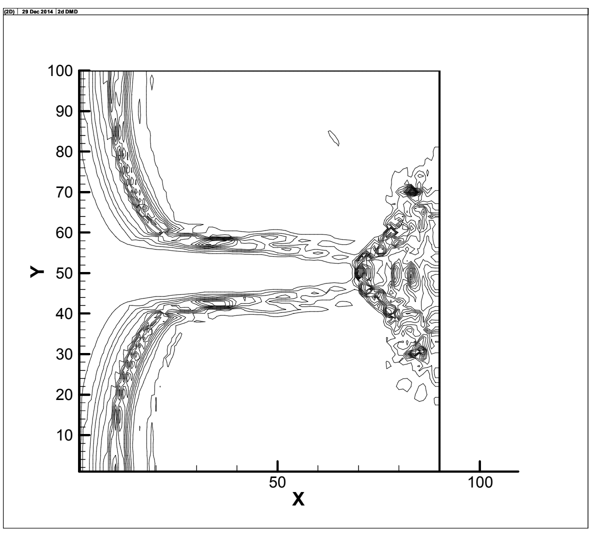

Рис. 2. $Amp(\Omega_{L,4})$.

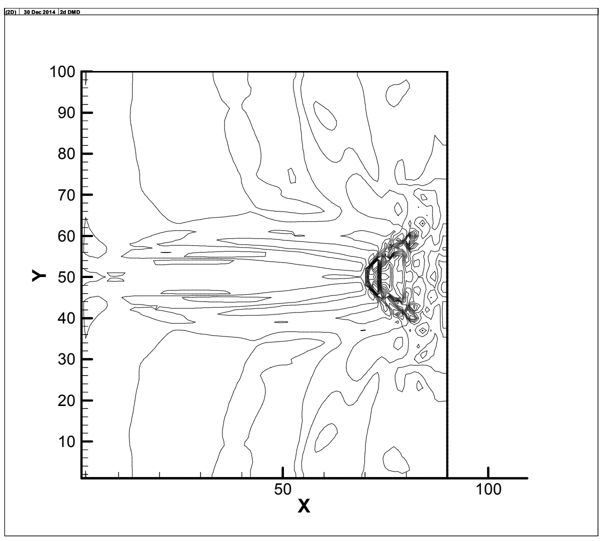

Рис. 3.

На Рис. 2 представлена амплитуда комплексного левого собственного вектора основной моды на колебательном режиме, описывающая восприимчивость этого режима к возмущениям плотности в поле течения в соответствии с подходом [5]. На Рис. 3 представлен сингулярный вектор (компонента, соответствующая плотности) соответствующий возмущению, наиболее растущему между срезами течения (которые используются в [1,2] для определения динамических мод) в соответствии с [6].

Расчеты подтверждают возможность определения пропагатора течения и хранения его в сжатом виде произведения прямоугольных матриц.

1. Schmid, Peter J. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data, Journal of Fluid Mechanics 656.1 (2010): 5-28.
2. Rowley C. W., Mezic I., Bagheri S., Schlatter P., and Henningson D. S., Spectral analysis of nonlinear flows. *J. Fluid Mech.*, 641:115-127, 2009.
3. Jovanovic M. R., Schmid P. J., and Nichols J. W., Sparsity-promoting dynamic mode decomposition, *Phys. of Fluids,* 26, 024103 (2014)
4. *Теребиж, В.Ю.,* Восстановление изображений при минимальной априорной информации, Успехи физ. наук, т. 165, N 2, февраль 1995, стр. 143-176
5. Hill D.C., Adjoint systems and role in the receptivity problem for boundary layers, *J. Fluid Mech*. 292 (1995) 183.
6. Farrell B.F. and A.M. Moore, An adjoint method for obtaining the most rapidly growing perturbation to oceanic flows, *J. Phys. Oceanogr.*, 22 338-349, 1992
7. Rabier F., Overview of global data assimilation developments in numerical weather-prediction centres. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society,* 131 (613) (2005) 3215-3233.
8. Daescu D. N. and Navon I. M., Adaptive observations in the context of 4D-Var data assimilation, *Meteorol Atmos Phys* 85, 205–226 (2004).
9. Глазнев В.Н., Запрягаев В.И., Усков В.Н. и др, Струйные и нестационарные течения в газовой динамике, Новосибирск, СО АН, 2000
10. *Sun M., Katayama K.* An artificially upstream flux vector splitting for the Euler equations//JCP. 2003. V. 189. P. 305-329.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 13-01-00367А, № 14-01-00769А)