

Анализ нестационарного взаимодействия вязкого сверхзвукового потока со струйной преградой с помощью решения задачи оптимизации определяющих параметров

А.Е. Бондарев

Институт прикладной математики им.М.В.Келдыша РАН, Россия, Москва

e-mail: bond@keldysh.ru

1. Обратные задачи в прикладных исследованиях

В настоящее время существует большой набор численных алгоритмов и методов, который позволяет моделировать практически любой физический процесс в механике сплошных сред и получить соответствующее поле физических параметров. Однако для большей части практических современных задач недостаточно просто получить поле физических величин как решение прямой задачи моделирования. Как правило, необходимо получить некоторое оптимальное решение для практических целей. Поиск такого оптимального решения соответствует решению обратных задач. Иными словами, в практических приложениях недостаточно просто рассчитать поле течения – нужен выбор наилучшего решения и определяющих параметров задачи, формирующих это решение. Так в одних случаях ищется геометрическая форма, обеспечивающая минимальное сопротивление, максимальную подъемную силу и т.д. В других случаях ищутся условия, обеспечивающие управление течением (максимальное смешение, минимальное сопротивление, увеличение или подавление вихрей и т.д.).

В целом обратные задачи в газовой динамике решаются не так интенсивно, как обратные задачи теплопроводности, акустического и электромагнитного зондирования. Основной причиной этому служит то обстоятельство, что задачи газовой динамики в общем случае многомерны по пространству. Т.е. мы должны решать 4D задачи (3D+ время) в вариационной постановке, что требует серьезных вычислительных и временных ресурсов. Также серьезной проблемой является визуальное представление решений обратных задач, как в концептуальном смысле, так и в инструментальном. Тем не менее, бурное современное развитие вычислительных средств и методов позволяет в настоящее время вплотную заниматься этим классом задач математического моделирования.

Используя концепцию и постановку обратных задач, мы можем решать широкий круг проблем. Обратные задачи классифицируются согласно [1,2], как поиски границы, коэффициента, ретроспективные обратные задачи или задачи оптимального проектирования. В общем, в практических целях обратные задачи формулируются следующим образом: найти при каких определяющих параметрах в классе задач будет возникать интересующее практического исследователя явление, независимо от того, как проявляется это явление количественно (достижения некой величиной определенного значения) или качественно (зарождение вихрей, срыв потока и т.д.).

Попробуем формализовать подобную трактовку обратной задачи для общего случая.

Будем исходить из предположения, что решение выбранной задачи из определенного класса задач формируется в процессе математического моделирования и определяется конечным набором определяющих параметров задачи, которые условно можно разделить на три группы: $A = (a_1, \dots, a_n)$ - параметры, характеризующие физические свойства задачи и относящиеся к выбранной математической модели; $B = (b_1, \dots, b_m)$ - параметры, характеризующие численный метод реализации математической модели; $C = (c_1, \dots, c_l)$ - параметры, относящиеся к организации процесса расчета. На основе выбранной математической модели, численного метода и способа организации расчета в процессе расчета вырабатывается численное решение $F = F(A, B, C) = F(a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m, c_1, \dots, c_l)$.

Введем понятие функционала событий. В качестве функционала событий будем рассматривать функционал $\Phi(F(A, B, C))$, который на решении задачи принимает, подобно логической переменной два значения: 1 – если, событие, интересующее исследователя наступило (независимо от рода события – достижение величиной определенного значения, появление в потоке новой качественной структуры и т.п.) и 0 – если событие не наступило.

$$\Phi(F(A, B, C)) = 0 \text{ - событие не наступило} \quad (2.1)$$

$$\Phi(F(A, B, C)) = 1 \text{ - событие наступило.}$$

Представляя $\Phi(F(A, B, C))$ как $\Phi(F(A, B, C)) = \Phi(a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m, c_1, \dots, c_l)$, можно в общем случае сформулировать обратную задачу следующим образом:

найти все значения определяющих параметров $(a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m, c_1, \dots, c_l)$, при которых выполняется условие $\Phi(a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m, c_1, \dots, c_l) = 1$ (2.2)

Рассматривая $(a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m, c_1, \dots, c_l)$ как набор базисных векторов, можно представить пространство определяющих параметров $L(a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m, c_1, \dots, c_l)$,

имеющее размерность $(n+m+l)$. Тогда в общем случае обратную задачу можно сформулировать так:

найти в пространстве L все подобласти L^* , для которых выполняется $\Phi(L^*) = 1$.

Следует отметить, что подобная постановка имеет важное значение с точки зрения выработки визуальной концепции и применения методов научной визуализации для построения визуального представления решений обратных задач.

2. Реализация алгоритма решения обратных задач

Реализация алгоритма решения обратных задач проводится в соответствии с общей формулировкой решения обратных задач, изложенной в предыдущем параграфе. Основную роль при программной реализации алгоритма решения обратных задач играют два программных блока: блок анализа данных ANALYSER и блок управления UPR.

Блок ANALYSER получает из решения прямой задачи полную информацию о полях всех газодинамических величин, полях их первых и вторых производных, достраивает необходимую информацию и проводит анализ решения, проверяя выполнение условия (2.2). Полученный результат передается в управляющий решением обратной задачи блок UPR. В блоке UPR проводится решение вариационной задачи по выбранному определяющему параметру, до тех пор, пока не будет выполнено условие (2.2). Также блок UPR отвечает за изменение других выбранных определяющих параметров с выбранным шагом и организацию многократного расчета обратных задач с целью получения зависимости того параметра, относительно вариации которого решается обратная задача, от других выбираемых пользователем параметров. Поясним на примере. Допустим, мы имеем 5 важных определяющих параметров задачи f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 . Пусть обратная задача решается относительно вариации параметра f_1 до получения значения f_1^* , при котором выполнено условие (2.2), а все остальные параметры фиксированы. Блок UPR организует многократный расчет обратных задач, варьируя оставшиеся определяющие параметры f_2, f_3, f_4, f_5 с выбранным шагом в пределах их области изменения. Это позволяет получать зависимости типа $f_1^*(f_2, f_3, f_4, f_5)$. В данном примере число определяющих параметров может быть и более 5, но следует учитывать возникающие ограничения на мощность вычислительных ресурсов и время расчета.

Здесь возникают интересные задачи с точки зрения построения концепций и выработки методов научной визуализации. Легко представить визуально в виде поверхности зависимость типа $f_1^*(f_2, f_3)$, уже гораздо сложнее организовать визуальное представление

области пространства $f_1^*(f_2, f_3, f_4)$. Правильная и доступная зрителю организация визуализации зависимостей от более чем трех параметров является предметом разработок и исследований в задачах научной визуализации.

Подобная организация многократного расчета обратной задачи очень хорошо укладывается в идеологию построения многопроцессорных параллельных расчетов. Логично использовать принцип «одна задача – один процессор». Параллельный подход позволяет резко ускорить процесс расчета и сделать его гораздо более эффективным с точки зрения конкретных практических приложений.

3. Задача о нестационарном взаимодействии вязкого сверхзвукового потока со струйной преградой

Данный подход был применен к исследованию процессов образования нестационарных циркуляционных зон в задаче о нестационарном взаимодействии вязкого сверхзвукового потока со струйной преградой. Данная задача рассматривалась ранее в работе [4], где проводилось численное исследование течения на внешней боковой поверхности обтекаемого сверхзвуковым вязким потоком сопла, из которого истекает спутная сверхзвуковая вязкая недорасширенная струя большой степени нерасчетности. При расширении данная струя затекает на внешнюю боковую поверхность сопла, образуя для внешнего потока струйную преграду. Наличие струйной преграды вносит возмущение во внешний поток, что приводит к отрыву пограничного слоя на внешней поверхности сопла и возникновению во внешнем потоке перед преградой области циркуляционного течения (Рис.2).

Рассматривалась задача с нестационарным граничным условием на срезе сопла, где в качестве параметра струи, изменяющегося со временем выбрана степень нерасчетности недорасширенной струи $n = P_a / P_\infty = n(t)$, (P_a - давление на срезе сопла, а P_∞ - давление в набегающем потоке). В качестве математической модели использовалась полная система нестационарных двумерных уравнений Навье-Стокса для вязкого сжимаемого теплопроводного газа. Для численного решения задачи применяется неявная гибридная конечно-разностная WW-схема [5]. Общая схема течения рассматриваемой задачи представлена на приведенном ниже рисунке 1.

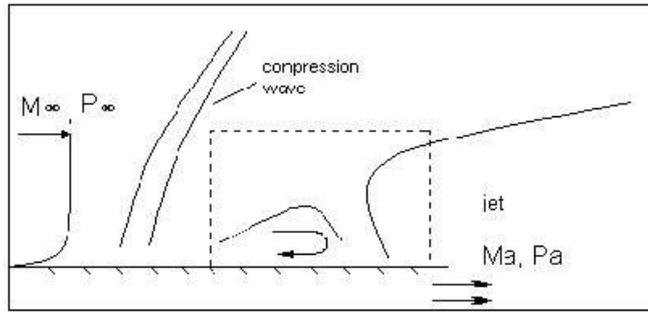


Рис.1

В качестве $n = n(t)$ выбиралась линейная зависимость, $n = n(t) = 1 + At$, $n \in [1,100]$. Коэффициент A позволял задавать различные скорости изменения нерасчетности струи от $n = 1$ до $n=100$. В ходе расчетов было обнаружено, что увеличение темпа повышения нерасчетности приводит к новой качественной картине течения в окрестности циркуляционной зоны перед струйной преградой (рис.3).

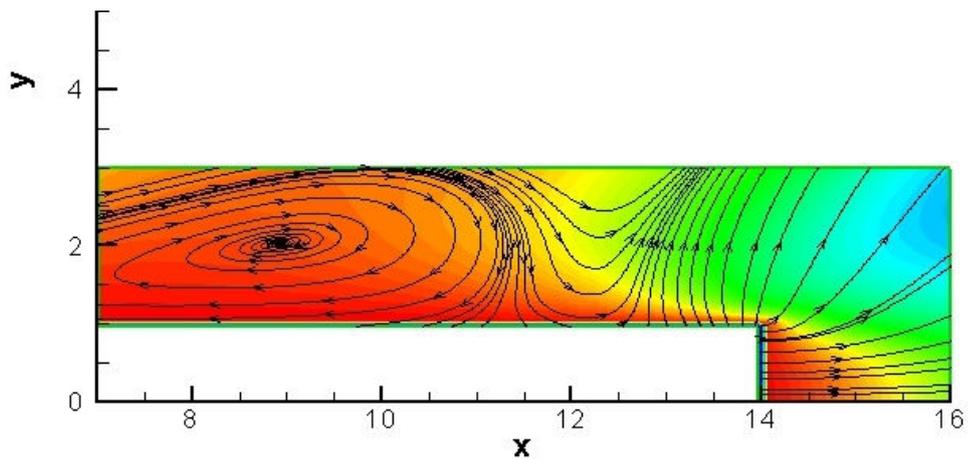


Рис.2.

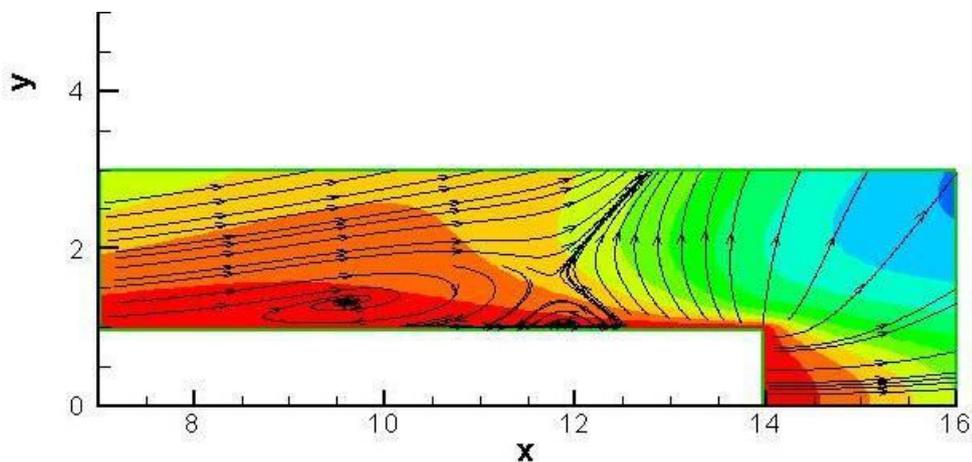


Рис.3.

Основной интерес представлял вопрос: как определить ту скорость повышения нерасчетности, при которой происходит переход от одного режима образования циркуляционной зоны к другому, от одной качественной структуры течения к другой. С этой целью был применен подход и алгоритмы, описанные в предыдущих параграфах. В качестве события рассматривалось образование новой структуры в картине течения. В качестве определяющих параметров были использованы характерное число Маха \mathbf{M} и число Рейнольдса \mathbf{Re} задачи. Для каждого набора $(\mathbf{M}, \mathbf{Re})$ проводится решение обратной задачи при помощи вариации скорости повышения нерасчетности до наступления искомого события – образования новой структуры течения с дополнительной циркуляционной зоной. Определяющие параметры, в свою очередь, варьировались в диапазонах $1.5 < \mathbf{M} < 3$ и $2.5 < \lg \mathbf{Re} < 4$.

Для каждого набора $(\mathbf{M}, \mathbf{Re})$ таким образом определялась скорость повышения степени нерасчетности, при которой наступает искомое событие и, соответственно, характерное время наступления этого события - образования новой структуры. В качестве характерного времени выбиралось $t^* = t_{\text{cob}} / t_{n=100}$, где t_{cob} - время наступления события, а $t_{n=100}$ - время достижения значения степени нерасчетности, равной 100.

В режиме online в процессе расчета проводилось построение и визуальное представление в виде поверхности зависимости характерного времени наступления события от набора определяющих параметров $t^*(\mathbf{M}, \mathbf{Re})$. Данная поверхность представлена на рисунке 4.

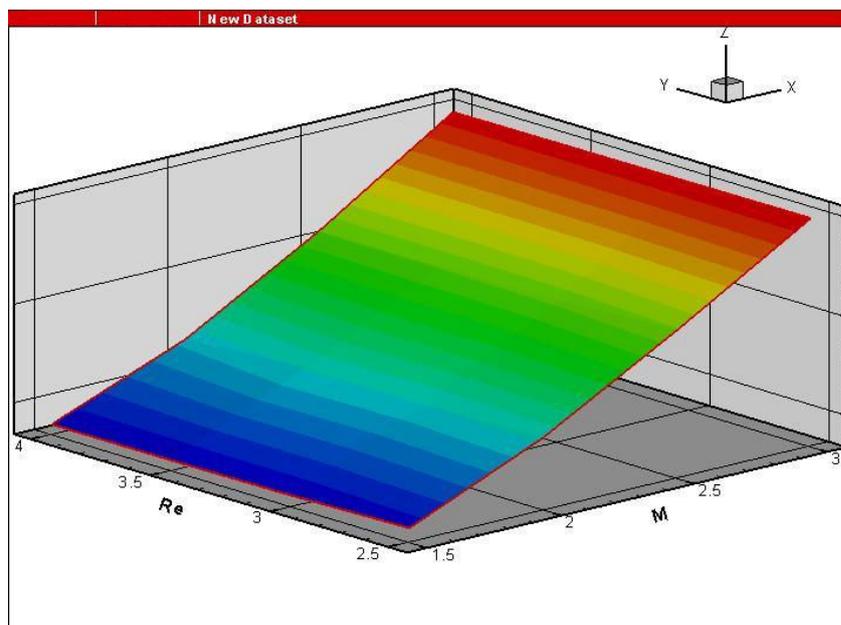


Рис.4.

Вид поверхности $t^*(M, Re)$, представленной на рисунке 4, позволяет сразу определить, что зависимость характерного времени от изменения числа Re является крайне слабой, а зависимость от изменения характерного числа M является почти линейной.

Заключение

Рассматриваемый подход к оптимизации параметров помогает определять зависимости критических точек перехода к новым структурам в задачах, имеющих существенно нестационарный характер, от определяющих параметров задачи. Визуальное представление дает возможность определения характера этих зависимостей. Данный подход органично распараллеливается и может успешно применяться в задачах оптимизации.

Литература

- [1] Алифанов О.М. Обратные задачи в теплопередаче. М, Машиностроение, 1988.

[2] Beck J.V., Blackwell B., St.Clair C. Inverse Heat Conduction. Ill-posed Problems. John Wiley&Sons, USA, N.Y., 1985

[3] Alekseev A.K., Bondarev A.E. On Inverse Problems for 3D Time-Dependent Free Convection Heat Transfer // Proc. National Heat Transfer Conference, Oregon, USA, Vol.10, 1995, pp.112-122.

[4] Бондарев А.Е., Бондарев Е.Н. О трассировке вихревых структур // «Научная визуализация в прикладных задачах», Сб. науч.тр., Москва, МГУ, 2003, с.4-13

[5] Бондарев А.Е. «Численное решение уравнения Бюргера в области высоких градиентов» Препринт ИПМ им М.В.Келдыша РАН, М., № 12, 1990, 13 с.