

# ДВУНАПРАВЛЕННАЯ ТРАССИРОВКА ЛУЧЕЙ ДЛЯ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ОСВЕЩЕННОСТИ МЕТОДОМ КВАЗИ- МОНТЕ КАРЛО<sup>1</sup>

© 2004 г. А.Г. Волобой, В.А. Галактионов, К.А. Дмитриев, Э.А. Копылов

*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН*

*125047, Москва, Миусская пл., д.4*

*E-mail: oek@gin.keldysh.ru*

Традиционно, исследователи в области создания алгоритмов генерации физически аккуратных изображений используют методы Монте Карло для прямой и обратной трассировки лучей, являющихся примерами численного решения уравнения переноса световой энергии (уравнения рендеринга). Использование стохастических методов обусловлено тем, что интегрирование проводится в пространстве с высокой размерностью, а скорость сходимости методов Монте Карло от размерности интеграла не зависит. Тем не менее, интерес современных исследований сместился в сторону использования квазислучайных выборок, зависящих от размерности интегрирования, но позволяющих, при определенных условиях, достичь более высокой скорости сходимости, необходимой для обеспечения интерактивности приложений физически аккуратного моделирования освещения. В данной работе предложен подход к конструированию алгоритма двунаправленной трассировки лучей, уменьшающий накладные расходы квази-Монте Карло интегрирования, связанные с высокой конструктивной размерностью и отсутствием условия непрерывности подынтегральной функции в уравнении рендеринга. Проведено сравнение методов псевдослучайного и квазислучайного интегрирования для примеров с теоретическими решениями уравнения рендеринга.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Физически аккуратное моделирование освещения находит широкое применение в архитектуре, индустрии дизайна, кинематографии, при проектировании светотехнических устройств, а также при построении фотореалистических изображений сцен виртуальной реальности. Несмотря на прогресс вычислительной техники время генерации высокореалистичного изображения остается недопустимо большим для приложений, требующих интерактивной скорости вывода на экран. Аппаратные средства растровой графики, обеспечивающие высокие показатели скорости визуализации 2D и 3D графики, остаются за рамками физи-

чески аккуратного моделирования освещения, поэтому алгоритмические методы генерации изображений по-прежнему остаются предметом современных исследований в компьютерной графике.

Алгоритмы синтеза реалистических изображений с учетом полного моделирования освещенности направлены на решение уравнения рендеринга [1]. Описывая излучательность  $L(\vec{x}, \omega)$  в точке поверхности  $\vec{x}$  по направлению  $\omega$ , уравнение рендеринга имеет рекуррентный вид:

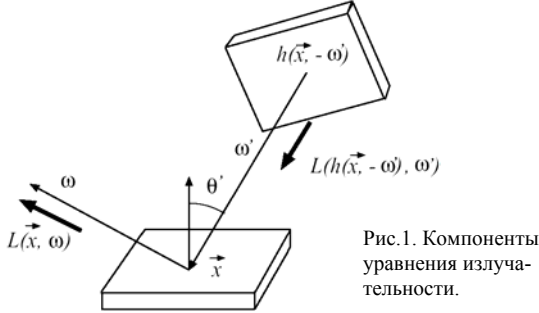
$$L(\vec{x}, \omega) = L^e(\vec{x}, \omega) + IL(\vec{x}, \omega), \quad (1)$$

где  $L^e$  - излучательность точки поверхности от прямого освещения, а интегральный оператор  $I$ , с учетом функции види-

<sup>1</sup> Работа поддержана РФФИ, грант 04-01-00520, а также компанией INTEGRA Inc. (Япония).

мости точек сцены  $h(\vec{x}, \omega')$ , описывает взаимодействие света пришедшего от других освещенных поверхностей (Рис.1):

$$IL(\vec{x}, \omega) = \int_{\Omega} L(h(\vec{x}, -\omega'), \omega') f_r(\omega', \vec{x}, \omega) \cos \theta' d\omega' \quad (2)$$



Оптические свойства поверхности в уравнении заданы функцией двунаправленного отражения (преломления)  $f_r$  представляющей отношение яркости поверхности к ее освещенности:

$$f_r(\omega', \vec{x}, \omega) = \frac{\partial L(\vec{x}, \omega)}{\partial L(\vec{x}, \omega')} \quad (3).$$

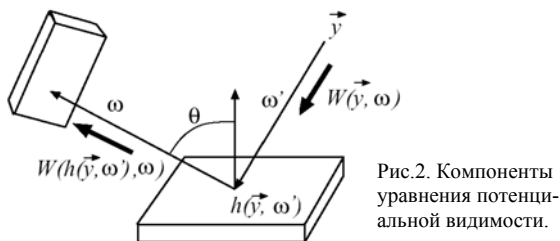
Наряду с энергетическими формами уравнения рендеринга (1, 2) рассматривают его сопряженный вид, описывающий функцию потенциальной видимости  $W(\vec{y}, \omega')$  из положения наблюдения  $\vec{y}$  в направлении  $\omega'$  (Рис.2):

$$W(\vec{y}, \omega') = W^e(\vec{y}, \omega') + I^* W(\vec{y}, \omega') \quad (4)$$

где  $W^e$  - прямая видимость в направлении наблюдения, а интегральный оператор  $I^*$  сопряжен с оператором  $I$ :

$$I^* W(\vec{y}, \omega') =$$

$$\int_{\Omega} W(h(\vec{y}, \omega'), \omega) f_r^*(\omega, h(\vec{y}, \omega'), \omega') \cos \theta d\omega \quad (5)$$



Методы построения изображений на основе решения уравнения рендеринга для излучательности (2) носят название прямых методов, в то время как обратные методы для тех же целей используют уравнение потенциальной видимости (5).

Общая классификация способов решения интегральных уравнений для любого из методов приведена в [2] и сводится к трем типам: *обращение, итерирование и распространение*. Наиболее гибкий и универсальный механизм взаимодействия света с точкой поверхности обеспечивает метод *распространения*, анализу преимуществ которого посвящена работа [3]. Применительно к уравнениям рендеринга для излучательности (2) и потенциальной видимости (5) метод *распространения* сводит решение к нахождению интегральных сумм:

для ур-я излучательности (прямая трассировка)

$$L = L^e + IL \Rightarrow$$

$$L = L^e + I(L^e + IL) \Rightarrow$$

$$L = L^e + IL^e + I^2 L \Rightarrow$$

$$L = \sum_{i=0}^n I^i L^e + I^{n+1} L \Rightarrow$$

$$L \xrightarrow{\lim_{n \rightarrow \infty} I^{n+1} L = 0} \sum_{i=0}^{\infty} I^i L^e$$

для ур-я видимости (обратная трассировка)

$$W = W^e + I^* W \Rightarrow$$

$$W = W^e + I^*(W^e + I^* W) \Rightarrow$$

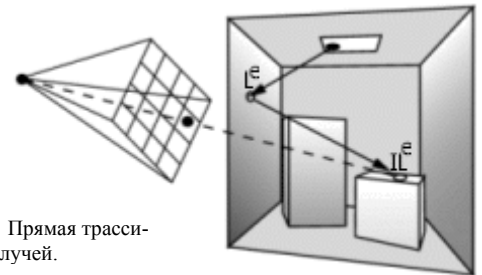
$$W = W^e + I^* W^e + I^{*2} W \Rightarrow$$

$$W = \sum_{i=0}^n I^{*i} W^e + I^{*n+1} W \Rightarrow$$

$$W \xrightarrow{\lim_{n \rightarrow \infty} I^{*n+1} W = 0} \sum_{i=0}^{\infty} I^{*i} W^e$$

Таб.1. Метод распространения.

*Прямая трассировка лучей*, использующая метод распространения для решения уравнения излучательности (2), носит название трассировки фотонов. Распространение фотонов в качестве бесконечного ряда  $\sum_{i=0}^{\infty} I^i L^e$  имеет простой интуитивный смысл (Рис.3):



$L^e$  вносит вклад прямого освещения,  $I^1 L^e$  - вклад света, пришедшего из источника после первого отражения,  $I^2 L^e$  - вклад после двух переотражений и т.д. Нетрудно заметить, что член  $I^d L^e$  имеет размерность  $2d+2$ , что естественно сразу же приводит к высоким размерностям интегрирования. Результатом прямой трас-

сировки лучей, как правило, является карта фотонов или карта освещенности, заданная на сетке и визуализируемая через стандартный графический интерфейс (например, через *OpenGL*).

*Обратную трассировку лучей*, дающую решение уравнения потенциальной видимости (5), называют трассировкой путей. Каждый трассируемый путь берет начало от наблюдателя и вносит вклад в соответствующий пиксель экрана (Рис.4), непосредственно формируя изображение на экране. Как сопряженный метод, трассировка путей, очевидно, имеет ту же размерность, что и трассировка фотонов.

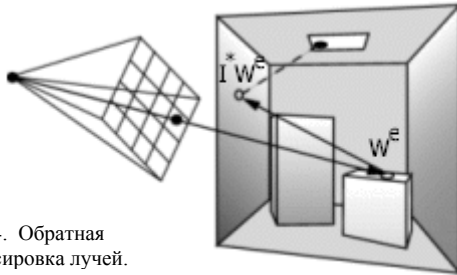
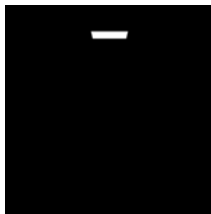


Рис.4. Обратная трассировка лучей.

При реализации метода распространения часто используется метод Монте Карло, характерным свойством которого является независимость от размерности интегрирования. Погрешность метода представляет собой случайный шум, не зависящий от количества переотражений и преломлений лучей. Погрешность для числа трассируемых лучей  $N$  оценивается как  $O(N^{-1/2})$ . Таблица 2 содержит изображения, полученные методом Монте Карло для первых  $n$  членов ряда фотонов при  $n = 0, n = 1, n = 2, n = 4$ .



$L = L^e$



$L = L^e + IL^e$



$$L = L^e + IL^e + I^2L^e \quad L = \sum_{i=0}^4 I^i L^e$$

Таб.2. Прямая трассировка лучей.

Известно, что случайность выборки при интегрировании классическим методом Монте Карло, вообще говоря, не является необходимым условием сходимости интегральной суммы к искомому интегралу. Построен целый ряд неслучайных, так называемых квазислучайных последовательностей чисел, например  $ММ\tau$ -последовательности [4], позволяющих, при определенных условиях, достичь более высокой скорости сходимости интегральных сумм. Использованию квази-Монте Карло интегрирования при реализации метода распространения посвящены работы [5, 6].

Широкое использование в алгоритмах распространения света для построения реалистических изображений получили *двунаправленные методы*, комбинирующие прямую и обратную трассировку лучей. Эффективная реализация двунаправленных методов осуществляется перераспределением трассируемых лучей, при котором трассируются лишь лучи существенно влияющие на формируемое изображение. Реализация двунаправленной трассировки лучей подразумевает решение оптимизационной задачи, минимизирующей количество трассируемых лучей, не приводящих, в конечном счете, к переносу энергии от источника света до камеры наблюдения. Различные подходы к построению алгоритма двунаправленной трассировки лучей приводятся в [7-9].

Переход к квази-Монте Карло интегрированию формально прост, достаточно заменить псевдослучайный датчик, используемый в классическом Монте Карло, на генератор квазислучайных чисел. Несмотря на очевидные достоинства использования квазислучайной последовательности для интегрирования, успешность ее применения зависит от размерности области интегрирования и гладкости подынтегральной функции. В данной

работе мы сосредоточимся на конструировании алгоритма двунаправленной трассировки лучей, позволяющего минимизировать издержки квази- Монте Карло интегрирования связанные с отсутствием гладкости интегрируемой функции и высокой размерностью области интегрирования.

## 2. МЕТОД РАЗДЕЛЕНИЯ КОМПОНЕНТ

Наибольший вклад в нарушение гладкости вносит компонента прямого освещения, в особенности прямое освещение точечными или удаленными источниками света. Они отбрасывают резкие тени или создают высокий градиент освещенности. Вычисление прямого освещения не представляет сложности, поэтому логичным шагом будет полное исключение точечных источников из метода распространения света вообще.

Рассмотрим интегральную сумму для уравнения излучательности в методе распространения (Таб.1):

$$\begin{aligned} L &\approx \sum_{i=0}^{\infty} I^i L^e = L^e + \sum_{i=1}^{\infty} I^i L^e = \\ &= L^{ep} + L^{er} + \sum_{i=1}^{\infty} I^i L^e, \end{aligned}$$

где  $L^{ep}$  - светимость источников света, компонента прямой освещенности которых вычисляется аналитически на поверхностях сцены, а  $L^{er}$  - светимость всех других источников, прямая освещенность от которых рассчитывается трассировкой фотонов. Заменяя светимость точечных источников светимостью элементов сетки, соответствующей освещенным поверхностям, получим новый набор источников света:

$$L^{e*} = L^e - L^{ep} + IL^{ep}.$$

Таким образом, численное интегрирование применяется для модифицированной задачи решения уравнения излучательности:

$$L \approx L^{ep} + \sum_{i=0}^{\infty} I^i L^{e*}$$

с более гладкой интегрируемой функцией.

Как указано в [10], для диффузных поверхностей, светимость которых не зависит от направления падающего освещения, хранение  $IL^{ep}$ , очевидно, требует лишь количественного представления светимости для каждого элемента сетки. Для поверхностей, свойства которых отличны от диффузных,  $IL^{ep}$  является функцией, зависящей от направления освещения  $L^{ep}$ . В этом случае предлагается хранить прямую освещенность, полученную каждым элементом сетки от каждого точечного источника, отдельно. Тогда искомая  $IL^{ep}$  будет вычислена на основе хранимых данных «по требованию» для выбранного источника света и соответствующего ему направления  $L^{ep}$ . Пример реализации стохастического алгоритма трассировки фотонов, в которой прямая освещенность, представленная кусочно-линейной функцией на треугольной сетке, пересчитывается в функцию распределения вероятности  $p_i$  для псевдослучайной генерации вторичных фотонов, приведен в работе [11]. Так при начальном ограничении на максимальный размер треугольника и адаптивном алгоритме построения треугольной сетки для прямого освещения будет построена дискретная кумулятивная функция распределения  $p_i$  в виде массива размерностью

$$N = \prod_{i=1}^L N(i),$$

где  $L$  – количество источников

света, для которых прямая освещенность рассчитана аналитически,  $N(i)$  – количество треугольников, на которых рассчитана освещенность от  $i$ -ого источника света.

Заметим, что на этапе построения функции распределения вероятности для выбора пары треугольник-источник, учитывается возможное поглощение света, и, тем самым, сводится к минимуму вероятность возникновения поглощения при генерации события, а, следовательно, метод не тратит время и квазислучайные числа

на трассировку фотонов, которые заведомо будут поглощены еще до учета их вклада в карту освещенности. Излишнее расходование элементов квазислучайной последовательности ведет к потере производительности по двум причинам: возрастает конструктивная размерность алгоритма и увеличивается «разрывность» задачи [12].

### 3. СНИЖЕНИЕ КОНСТРУКТИВНОЙ РАЗМЕРНОСТИ ТРАССИРОВКИ ФОТОНОВ

Метод распространения для решения уравнения излучательности имеет бесконечную размерность вне зависимости используется ли он в контексте двунаправленного алгоритма трассировки лучей или отдельно. Траектория фотона или обратного пути, теоретически, может содержать бесконечное количество звеньев и заранее нельзя сказать, какова будет размерность случайного вектора  $\{\eta_1, \dots, \eta_i\}$ , требуемого для реализации такой траектории. Например,  $\eta_0$  – выбор пары источник-треугольник;  $\eta_1, \eta_2$  – выбор точки на треугольнике;  $\eta_3$  – выбор события из ряда возможных (отражение, преломление, поглощение и т.п. в зависимости от оптических свойств поверхности);  $\eta_4, \eta_5$  – выбор направления испускания фотона и т.д. На практике же, фотоны поглощаются, а следовательно, вероятность бесконечно длинной траектории равна 0. Поэтому, под конструктивной размерностью понимается не максимальное, а среднее число координат  $\eta_i$ , необходимых для трассировки одного фотона (пути).

В процессе трассировки ряд событий относится к выбору одного исхода из ряда возможных и имеет дискретную плотность распределения. Известно, что при выборе дискретных событий можно использовать одно и то же псевдослучайное значение несколько раз, применяя каждый раз процедуру перенормировки. Этот метод, первоначально предложенный для экономии псевдослучайных чисел в целях

уменьшения времени работы генератора псевдослучайных чисел [12], носит название *модифицированного метода суперпозиции*. Формально, если дискретное событие зависит от того, попадает или нет (квази-) случайное число  $s$  в полуинтервал  $[a, b)$ , то перенормировка означает, что следующее случайное число  $s'$  может быть получено без увеличения конструктивной размерности алгоритма:

$$s' = (s - a) / (b - a).$$

Следует учитывать, что применение модифицированного метода суперпозиции несколько раз последовательно или его использование для дискретного ряда большого количества возможных событий приводит к неравномерному распределению квазислучайных чисел. При этом утрачивается преимущество квази- Монте Карло интегрирования в скорости сходимости. В этом случае следует отказаться от использования метода суперпозиции.

Для уменьшения конструктивной размерности алгоритма трассировки фотонов мы должны полностью исключить использование методов отбора-отказа. Традиционно, методы отбора-отказа используются для генерации направлений по фотометрическим характеристикам источников света и рассеивающим свойствам поверхности, заданными функцией двунаправленного отражения. Пример замены метода отбора-отказа на метод обратной функции приведен, например, в работе [13].

Уменьшение конструктивной размерности квази- Монте Карло алгоритма трассировки может быть достигнуто применением случайных событий вместо квази- случайных там, где это не оказывает серьезного влияния на квазислучайный характер выбора траекторий фотонов, обеспечивающий преимущество в сходимости интегральной суммы.

Подобная рандомизация была нами применена для выбора точки испускания фотона на треугольнике. При достаточно малой площади треугольников влияние предложенной рандомизации на характер

выбора траекторий ограничено и позволяет сохранить преимущество квази-Монте Карло интегрирования в скорости сходимости. Конструктивная размерность для квази- Монте Карло интегрирования при этом уменьшится на две единицы. Кроме того, рандомизация при выборе точки на треугольнике позволила нам применить статистический аппарат для оценки точности моделирования.

#### 4. МЕТОД ДВУНАПРАВЛЕННОЙ ТРАССИРОВКИ ЛУЧЕЙ

Приемы, описанные выше, позволяют уменьшить конструктивную размерность алгоритма трассировки фотонов, тем самым увеличив эффективность применения квази- Монте Карло интегрирования для решения уравнения рендеринга методом распространения. Допустимо предположение, что в результате трассировки фотонов с использованием квазислучайных последовательностей чисел, будет эффективно рассчитана карта освещенности, независимая от положения камеры, в которой наиболее аккуратно будет посчитан вклад от фотонов с низкой конструктивной размерностью. В качестве карты освещенности нами используется треугольная сетка, совпадающая с изначальным разбиением поверхностей сцены на треугольники.

Обратная трассировка лучей в предложенном методе двунаправленной трассировки не требует интегрирования. Пути из камеры трассируются через пиксели экрана до пересечения с поверхностями сцены, где происходит вычисление вклада прямого освещения, вклада вторичного освещения из карты освещенности, а также построение следующей итерации  $I^*_{spec}$  для дерева из однозначно определяемых зеркально отраженных или преломленных путей:

$$W \approx \sum_{i=0}^{\infty} I^{*i} W^e \approx W^e + \sum_{i=0}^N \langle L^{ep}, I^{*i}_{spec} W^e \rangle + \sum_{i=0}^N \langle L - L^{ep}, I^{*i}_{spec} W^e \rangle,$$

где  $N$  предельно допустимая глубина дерева трассировки, а оператор  $\langle u, v \rangle$  обозначает транспортировку световой энергии, зарегистрированной в карте освещенности для всех траекторий фотонов вида  $u$  в обратном направлении пути из камеры  $v$ . Расчет карты освещенности не зависит от положения камеры, а построение следующей итерации  $I^*_{spec}$  заканчивается диффузными поверхностями. Преимущество обратной трассировки с деревом зеркальных лучей в том, что достигается максимальная скорость получения изображения при изменении камеры. Недостатками такого подхода, в той или иной степени влияющих на точность получаемых изображений, являются:

1) элемент карты освещенности аппроксимирует освещенность, накопленную на треугольной сетке. Это достаточно грубое представление дает приемлемый результат только с гладкими функциями вторичного освещения;

2) как правило, карта освещенности не содержит информацию о распределении направлений входящих фотонов, следовательно, перевод  $\langle L - L^{ep}, W^e \rangle$  из накопленной освещенности в видимую светимость дает точное значение только для поверхностей с идеально диффузными свойствами. Для оптических свойств, представленных функциями двунаправленного отражения (преломления), учет карты освещенности будет сопровождаться ошибкой;

3) непосредственное использование освещенности  $L - L^{ep}$ , накопленной на элементе карты с недостаточной точностью, нецелесообразно. Точность интегрирования при трассировке фотонов для разных областей карты освещенности может различаться в силу высокой конструктивной размерности фотонов при квази- Монте

Карло интегрировании, условий недостаточного освещения, или особенностей распространения фотонов.

Повышение размерности обратной трассировки лучей устраняет указанные недостатки, но замедляет расчет, так как используется полноценное интегрирование. Оптимальным, на наш взгляд, является использование квази- Монте Карло интегрирования при минимальном увеличении размерности обратной трассировки лучей:

$$W \approx \sum_{i=0}^{\infty} I^{*i} W^e \approx W^e + \langle L^{ep}, I^{*} W^e \rangle + \langle L - L^{ep}, I^{*} W^e \rangle + \sum_{i=1}^N \langle L^{ep}, I^{*i}_{spec} W^e \rangle + \sum_{i=1}^N \langle L - L^{ep}, I^{*i}_{spec} W^e \rangle$$

С одной стороны, использование интегрального оператора  $I^{*}$  в обратной трассировке лучей позволяет существенно улучшить точность моделирования. С другой стороны, использование квази-Монте Карло интегрирования с низкой размерностью, наряду с гладкой подынтегральной функцией, представляющей собой вторичную освещенность накопленную на карте, обеспечивает высокую скорость сходимости.

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ

Авторами был реализован алгоритм двунаправленной трассировки лучей, позволяющий эффективно использовать преимущества квази- Монте Карло интегрирования для высоких размерностей интегрирования и при отсутствии гладкости интегрируемой функции.

Сравнение результатов квази- Монте Карло интегрирования на основе  $ММТ$ -последовательности [4] с традиционным Монте Карло алгоритмом как для трассировки фотонов, так и для двунаправленной трассировки лучей, было выполнено для сцен с аналитически вычисленными значениями полной излучательности в тестовых точках.

### 5.1 Октант сферы (Рис.5).

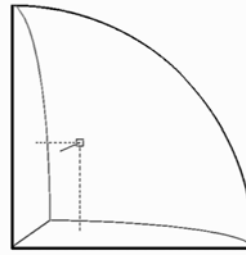


Рис.5. Октант сферы.

Вторичная освещенность может быть точно вычислена при условии равенства фактора формы для всех пар точек [14]. Сцена представляет собой 1/8 часть диффузной единичной

сферы, отсеченной тремя зеркальными координатными плоскостями с отражательной способностью 1.0, 0.8, и 0.6, и равномерный точечный источник света интенсивностью 100 кд внутри сферического сегмента в точке с координатами (0.2, 0.4, 0.6). Обобщенный фактор формы, характеризующий перенос световой энергии между диффузными и диффузно-зеркально-диффузными поверхностями, одинаков для всех пар точек рассматриваемой части сферы. Теоретическое значение полной освещенности в центре октанта сферы, в точке с координатами  $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$ , составляет 1353.247 люкс. В таблице 3 приведены полученные погрешности моделирования освещенности трассировкой фотонов:

время (сек)	псевдо-ошибка (%)	квази-ошибка (%)	Ускорение (квази/псевдо)
6	4.604	6.45	0.71
12	4.356	4.488	0.97
24	4.591	4.728	0.97
48	4.09	2.181	1.88
96	5.141	2.228	2.31
192	1.564	0.914	1.71
384	1.627	0.39	4.17

Таб.3. Результаты трассировки фотонов.

Конструктивная размерность трассировки фотонов для октанта сферы составила 4.3.

### 5.2 Диффузный куб (Рис.6).

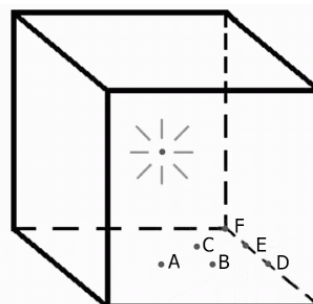


Рис.6. Диффузный куб.

Сцена представляет собой куб 10м × 10м × 10м, в центр которого помещен точечный ис-

точник света с силой света 50000кд, создающий прямое освещение 2000 люкс на ближайших точках граней куба (точки А). Внутри куба свет распространяется диффузно без выхода наружу. Отражательная способность диффузных граней куба равна 2/3. Таким образом, большая компонента освещенности образуется за счет переотраженного света. Цвет источника и поверхности куба белый.

Теоретические значения светимости в 6 точках на грани куба (точки А-Ф) приведены в работе [14]. Исходя из симметрии сцены, для нахождения отклонения между смоделированными и теоретическими значениями мы используем сетку 5×5 для каждой внутренней поверхности граней куба. Таким образом, отклонение (ошибка) теста вычисляется в  $L_2$  норме по 150 известным точкам.

В таблице 4 приведены полученные погрешности моделирования освещенности двунаправленной трассировкой лучей:

время (сек)	псевдо-ошибка (%)	квази-ошибка (%)	ускорение (квази/псевдо)
6	43.16	7.05	8.17
12	11.64	2.75	5.65
24	8.78	2.45	4.79
48	5.69	2.08	3.65
96	5.05	1.87	3.60
192	3.26	1.39	3.12
384	2.69	1.37	2.62

Таб.4. Результаты двунаправленной трассировки.

Конструктивная размерность трассировки фотонов для диффузного куба составила 6, а обратной трассировки лучей - 2.

### 5.3 Тест CIE TC.3.33 (Рис.7).

Тест предложен в [15] для анализа прикладных программ по расчету дневного освещения в помещениях. Сцена представляет собой абсолютно черную комнату с открытым окном и плоскость, имитирующую земную поверхность с 30% отражательностью. Теоретические значения вычислены в точках А-О при одно-

родной светимости небесной полусферы 1000 кд/м<sup>2</sup>.

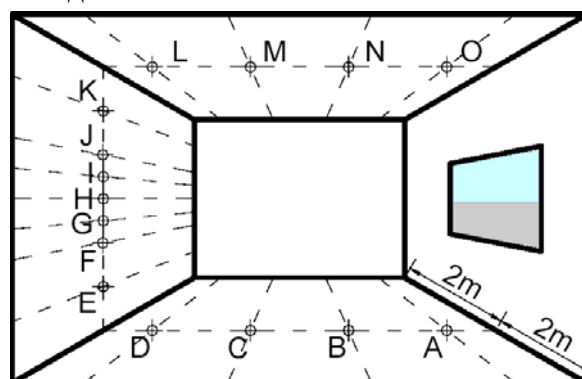


Рис.7. Тест CIE TC.3.33.

Мы сравнили результаты двунаправленного метода трассировки лучей, различающиеся реализацией обратной трассировкой путей. Алгоритм без использования интегрирования на этапе обратной трассировки показал наихудшее значение точности в точке J (ошибка 48.4%) при средней точности 15%. Алгоритм обратной трассировки с использованием квази-Монте Карло интегрирования минимальной размерности показал наихудшее значение точности в точке С (ошибка 7.2%) при средней точности 2% за гораздо меньшее время вычисления (приблизительно в 100 раз быстрее).

### 5.4 Сфера с двунаправленной функцией отражения (Рис.8).

Сравнение обратной трассировки лучей с использованием квази- и псевдо- Монте Карло интегрирования было проведено для закрашки сферы с отражательными свойствами серебра, заданными табличной функцией двунаправленного отражения (BRDF – Bi-direction Reflectance Distribution Function). Сфера окружена сферической текстурой с высоким динамическим диапазоном (HDRI – High Dynamic Range Image), использующейся в качестве освещения [16].



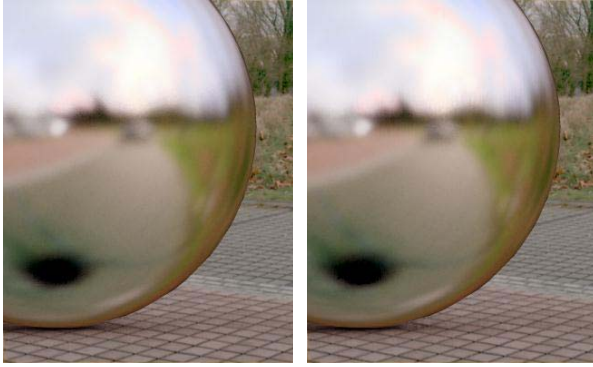


Рис.8а) псевдо- Монте Карло интегрирование      Рис.8б) квази- Монте Карло интегрирование

Начальное количество генерируемых лучей составило 128 на пиксел, а закрашка пикселя проводилась по достижении 2% ошибки интегрирования. Оценка ошибки для квази- Монте Карло проводилась приближенным методом путем разделения трассируемых лучей на две группы по первому квазислучайному числу с последующей его нормализацией. Скорость расчета для псевдо- и квази- Монте Карло интегрирования составила 179 секунд и 122 секунды соответственно.

<sup>1</sup> Полноцветные изображения доступны в интернет-версии статьи по адресу: <http://www.keldysh.ru/pages/cgraph/articles/dep20/kop2004.pdf>

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках создания системы реалистичной визуализации, основанной на методах физически точного оптического моделирования, нами был разработан и реализован высокоэффективный метод двунаправленной трассировки лучей с использованием квази- Монте Карло интегрирования. В целом, результаты сравнения погрешностей моделирования освещения демонстрируют преимущество в скорости сходимости квази- над традиционным псевдо- Монте Карло интегрированием для прямой и обратной трассировок лучей (тесты 5.1, 5.4). На примере стандартного теста TC.3.33 CIE для расчета дневного освещения в помещениях (тест 5.3) показана обоснованность использования обратной трассировки лучей с минимальной размерностью, а тест на скорость сходимости двунаправленной трассировки лу-

чей (тест 5.2) продемонстрировал эффективность предложенной реализации.

Разработанный метод двунаправленной трассировки лучей реализован в нескольких программных системах компании Integra Inc. [17].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] J.T.Kajiya. *The rendering equation. In Computer Graphics (SIGGRAPH'86 Proceedings), pages 143-150, 1986.*
- [2] L.Szirmay-Karlos. *Monte-carlo methods in global illumination. Institute of Computer Graphics, Vienna University of Technology, 1999.*
- [3] A.Khodulev. *Comparison of two Methods of Global Illumination Analysis. Technical report of Keldysh Inst., 1996. <http://www.keldysh.ru/pages/cgraph/articles/index.htm>*
- [4] И.М.Соболь. *Многомерные квадратурные формулы и функции Хаара. М.: Наука, 1969.*
- [5] A.Keller. *A quasi-Monte Carlo algorithm for the global illumination in the radiosity setting. In H.Niederreiter and P.Shiue, editors, Monte-Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods in Scientific Computing, pages 239-251. Springer, 1995.*
- [6] L.Szirmay-Karlos, T.Foris, L.Neumann, B.Csebfalvi. *An analysis to quasi-Monte Carlo integration applied to the transillumination radiosity method. Computer Graphics Forum (Eurographics'97), 16(3):271-281, 1997.*
- [7] E.P.Lafortune, Y.D.Willems. *Bi-directional path tracing. Computer Graphics Proceedings, Alvor, Portugal, pp.145-153, 1993.*
- [8] E.Veach, L.J.Guibas. *Optimally combining sampling techniques for Monte Carlo rendering. SIGGRAPH 95 Proceedings. Addison-Wesley, pp.419-428, 1995.*
- [9] S.N.Pattanaik, S.P.Mudur. *Adjoint equations and random walks for illumination computation, ACM Transactions on Graphics 14: 77-102, 1995.*
- [10] F.Castro, R.Martinez, M.Sbert. *Quasi Monte-Carlo and extended first-shot improvements to the multi-path method. In Spring Conference on Computer Graphics '98, pages 91-102, 1998.*
- [11] Э.А.Копылов. *Эффективный метод расчета освещенности с использованием функции распределения вероятности для генерации лучей. Графикон'2002, Труды конференции, стр. 225-229.*
- [12] И.М.Соболь. *Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973.*
- [13] К.Дмитриев. *От Монте-Карло к Квази Монте-Карло. Графикон'2002, Труды конференции, стр. 53-58, 2002.*
- [14] E.A.Kopylov, A.B.Khodulev, V.L.Volevich. *The comparison of Illumination Maps Technique in Computer Graphics Software, Graphicon '98, pp.146-152, 1998.*
- [15] F.Maamari. TC.3.33 *List of proposed test cases. ENTRE – France, Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat (ENTRE), Laboratory of Building sciences (LASH), Departament of Civil Engineering and Building (DGCB), URA CNRS 1652, issued 18 September 2002.*
- [16] P.Debevec, N.Fong, D.Lemmon. *Image-Based Lighting. SIGGRAPH 2002 Course #5.*
- [17] <http://www.integra.jp>