



XLVI Академические чтения  
по космонавтике



# **Использование силы Лоренца для управления тросовой тетраэдральной формацией микроспутников на низкой околоземной орбите**

**Кирилл Чернов, Данил Иванов**

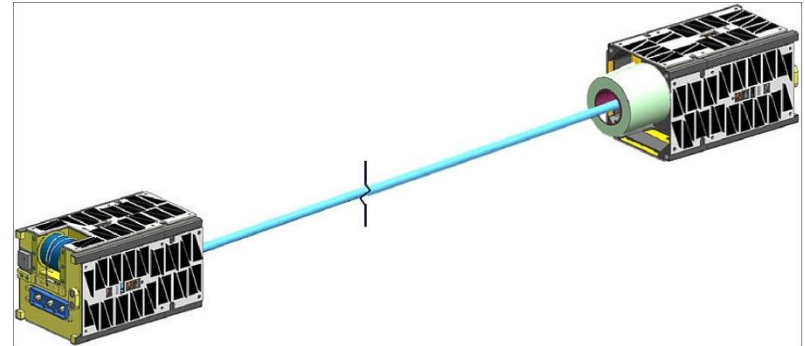
Московский физико-технический институт,  
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

# Содержание работы

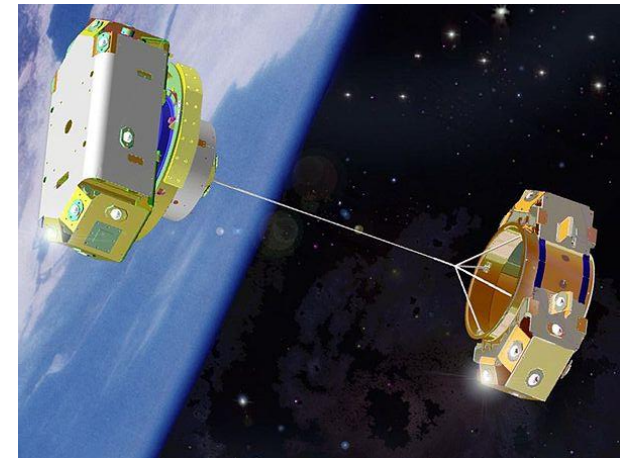
- Введение
- Постановка задачи
- Расчет требуемого управления
- Вычисление силы Лоренца
- Численное исследование
- Заключение

# Электродинамические тросы

- На проводник с током в магнитном поле Земли действует сила
- Эту силу можно использовать для управления движением аппаратов, связанных электродинамическим тросом
- В настоящий момент разрабатывается ряд миссий



Tether Electrodynamic Propulsion  
CubeSat Experiment (TEPCE)



Tether Physics and Survivability  
Experiment (TiPS)

# Задачи управления

- Основная задача – удерживать трос в натянутом состоянии
- Для создания центробежной силы система раскручивается относительно центра масс с помощью двигателей
- Существующие проекты нацелены на управление орбитальным движением тросовой системы
- В настоящей работе рассматриваются 4 аппарата, соединенных электродинамическими тросами, с помощью которых обеспечивается:
  - Угловое движение для натяжения тросов
  - Требуемое орбитальное движение центра масс

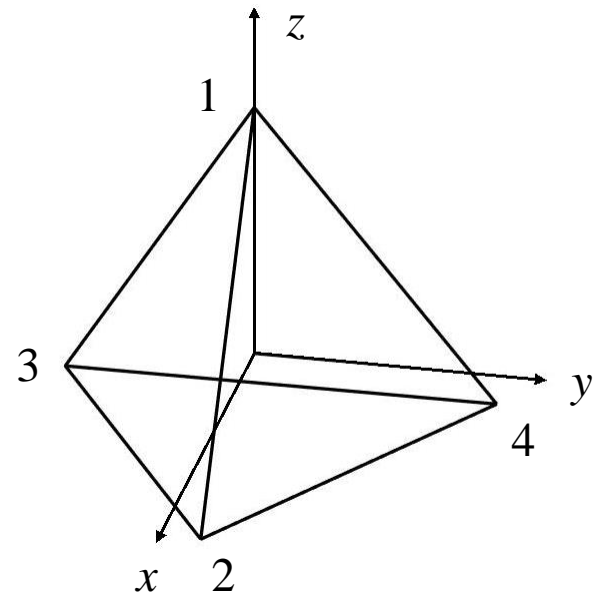
# Постановка задачи

## Дано:

- 4 спутника в вершинах правильного тетраэдра
- Тросы в натянутом состоянии рассматриваются как жесткие стержни
- Тросы проводят электрический ток

## Требуется:

Построить управление с помощью силы Лоренца для достижения требуемого углового движения системы и движения центра масс в задаче группового полета



# Уравнения движения

Орбитальное

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \mathbf{f}_{J_2} + \mathbf{f}_{control} \end{cases}$$

Угловое

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}^{-1} (\mathbf{M}_{grav} + \mathbf{M}_{control} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}) \\ \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{q} \circ [0; \boldsymbol{\omega}] \end{cases}$$

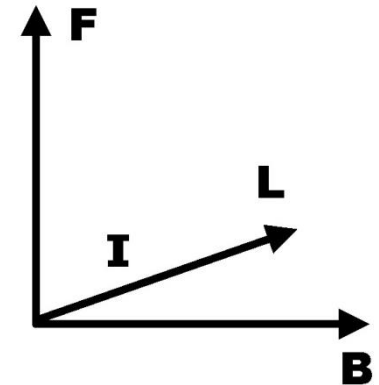
Учитывается вторая гармоника геопотенциала и гравитационный момент

# Сила Лоренца

- Рассматривается модель наклонного диполя Земли для расчета индукции геомагнитного поля

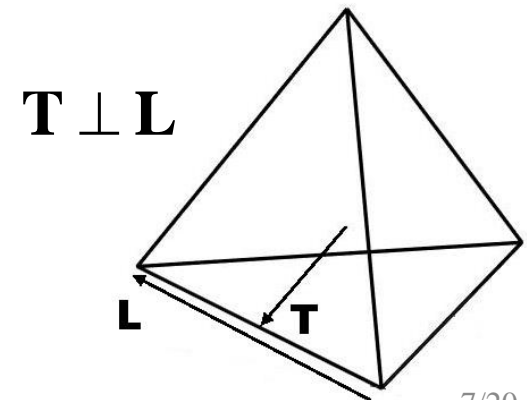
- Сила Лоренца перпендикулярна вектору магнитной индукции

$$\mathbf{F} = \mathbf{B} \times \mathbf{IL}$$



- Момент каждой силы направлен вдоль ребра

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \mathbf{T} \times \mathbf{F} = \mathbf{T} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{L}I) = \\ &= \mathbf{B}(\mathbf{T}\mathbf{L})I - \mathbf{L}(\mathbf{T}\mathbf{B})I = -\mathbf{L}(\mathbf{T}\mathbf{B})I \end{aligned}$$



# Уравнения Хилла–Клохесси–Уилтшира

Линеаризованные уравнения относительного движения в орбитальной системе координат [1]

$$\begin{cases} \ddot{x}_{ij} + 2\omega\dot{z}_{ij} = u_x^{ij} \\ \ddot{y}_{ij} + \omega^2 y_{ij} = u_y^{ij} \\ \ddot{z}_{ij} - 2\omega\dot{x}_{ij} - 3\omega^2 z_{ij} = u_z^{ij} \end{cases}$$

Для свободного движения решение имеет вид

$$\begin{cases} x_{ij}(t) = -3C_1^{ij}\omega t + 2C_2^{ij}\cos(\omega t) - 2C_3^{ij}\sin(\omega t) + C_4^{ij} \\ y_{ij}(t) = C_5^{ij}\sin(\omega t) + C_6^{ij}\cos(\omega t) \\ z_{ij}(t) = 2C_1^{ij} + C_2^{ij}\sin(\omega t) + C_3^{ij}\cos(\omega t) \end{cases}$$

[1] Hill, G.W. Researches in Lunar Theory //

American Journal of Mathematics, 1878. Vol. 1. Pp. 5–26.



# Требуемое относительное движение

Дрейф по оси  $x$

$$x_{ij}(t) = \underline{-3C_1^{ij} \omega t} + 2C_2^{ij} \cos(\omega t) - 2C_3^{ij} \sin(\omega t) + C_4^{ij}$$

Управление по оси  $x$  для устранения дрейфа [2]

$$u_{ij} = -\frac{\omega}{\Delta T} \left( \frac{\dot{x}_{ij}(0)}{\omega} + 2z_{ij}(0) \right)$$

[2] Монахова У.В., Иванов Д.С. Формирование роя наноспутников с помощью децентрализованного управления с учетом коммуникационных ограничений. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2018. № 151. 33 с.

# Требуемое угловое движение

- Вращение с заданной постоянной угловой скоростью для обеспечения натяжения тросов:  $\boldsymbol{\omega}_{ref} = const$
- Движение вдоль требуемой опорной траектории  $\mathbf{q}_{ref}$

- Расчет управляющего момента – на основе метода Ляпунова  $\boldsymbol{\omega}_{rel} = \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_{ref}$ ,  $\mathbf{q}_{rel} = \tilde{\mathbf{q}}_{ref} \circ \mathbf{q}$

$$\mathbf{M}_{control} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ref} - \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_{rel} \times \boldsymbol{\omega}_{ref}) - \mathbf{K}_a \mathbf{q}_{rel} - \mathbf{K}_w \boldsymbol{\omega}_{rel} - \mathbf{M}_{grav}$$

- Коэффициенты управления в качестве примера

$$\mathbf{K}_w = diag([8, 8, 8]), \quad \mathbf{K}_a = diag\left(\left[\frac{8^2}{8J_{xx}}, \frac{8^2}{8J_{yy}}, \frac{8^2}{8J_{zz}}\right]\right)$$

# Расчет сил тока

$$\mathbf{F} = \mathbf{B} \times \sum_{i=1}^6 \mathbf{L}_i I_i, \quad \mathbf{M} = -\sum_{i=1}^6 \mathbf{L}_i (\mathbf{T}_i \mathbf{B}) I_i$$

$$\begin{bmatrix} f_{control}^x \\ \mathbf{M}_{control} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^y \sum L_i^z I_i - B^z \sum L_i^y I_i \\ -\sum \mathbf{L}_i (\mathbf{T}_i \mathbf{B}) I_i \end{bmatrix} = \mathbf{X} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \left\| \begin{array}{c} B^y L_i^z - B^z L_i^y \\ \mathbf{L}_i (\mathbf{T}_i \mathbf{B}) \end{array} \right\|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{opt} = \sum I_i^2 \rightarrow \min \\ \begin{bmatrix} f_{control}^x \\ \mathbf{M}_{control} \end{bmatrix} = \mathbf{X} [I_1 \dots I_6]^T \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Задача квадратичного} \\ \text{программирования} \\ \text{с ограничениями} \\ \text{типа равенства} \end{array}$$

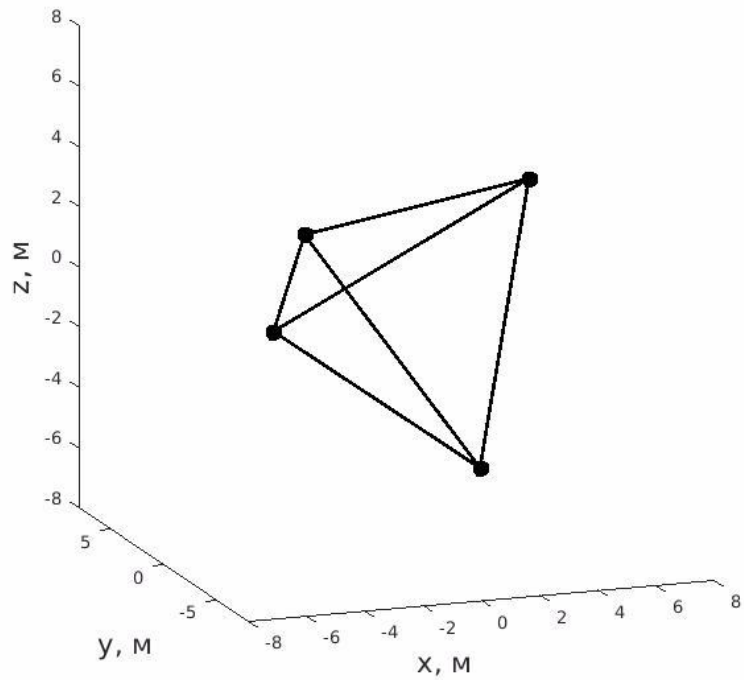
Если какой-то ток  $I_i$  больше параметра  $I_{\max}$ ,  
все токи нормируются на  $I_i / I_{\max}$

# Параметры моделирования

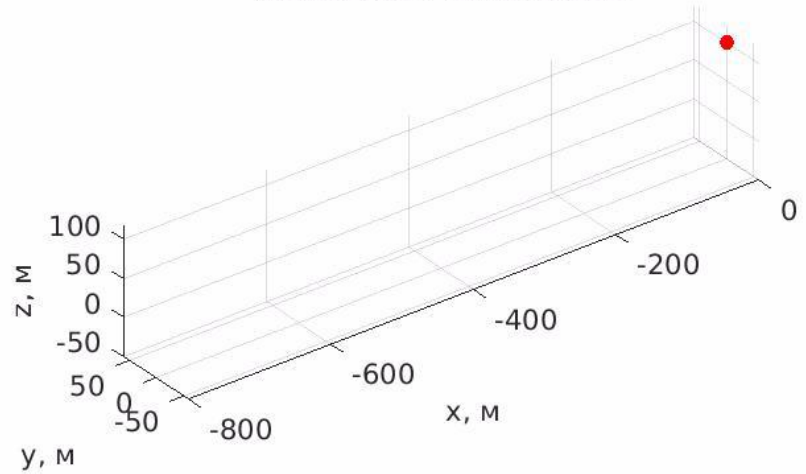
Высота орбиты	550 км
Масса спутников	10 кг
Масса тросов	100 г
Длина тросов	10 м
Параметр $I_{\max}$	15 А
Тензор инерции	$\begin{bmatrix} 10^3 & 0 & 38 \\ 0 & 10^3 & 0 \\ 38 & 0 & 10^3 \end{bmatrix}$
Требуемая угловая скорость	$[1,1,1] \times 10^{-2}$ рад/с
Начальный дрейф ( $C_1$ )	50 м/с

# Моделирование

**Угловое движение**

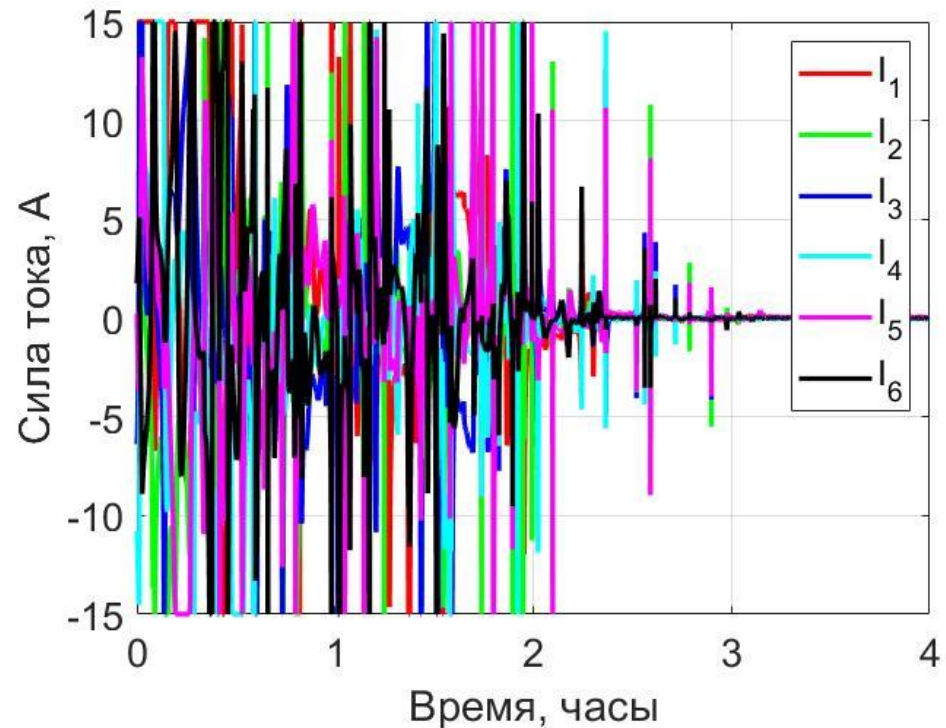


**Движение центра масс**

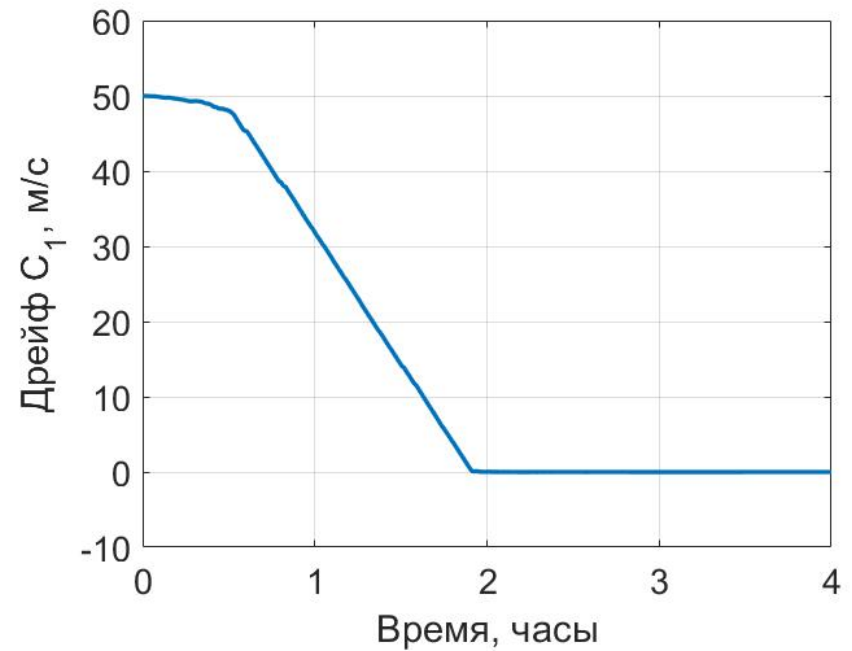
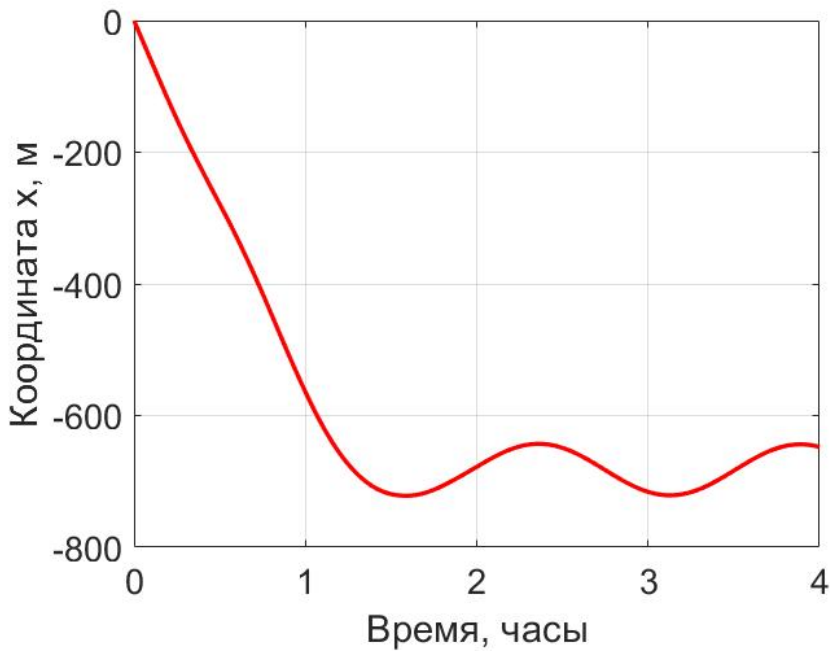


# Величины токов

- Во время первых 2х часов токи выходили на максимальное значение
- После сходимости значения токов уменьшились на 2 порядка

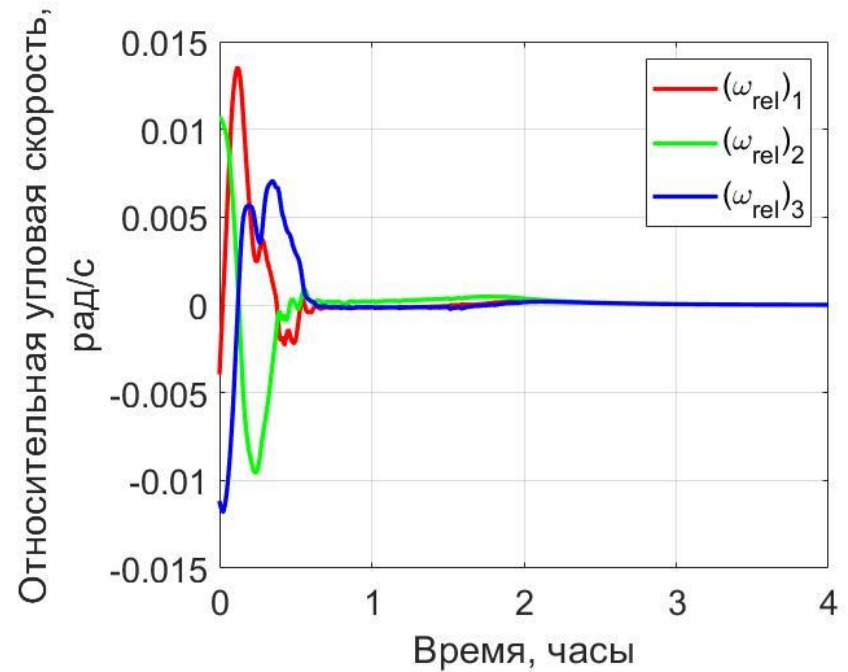
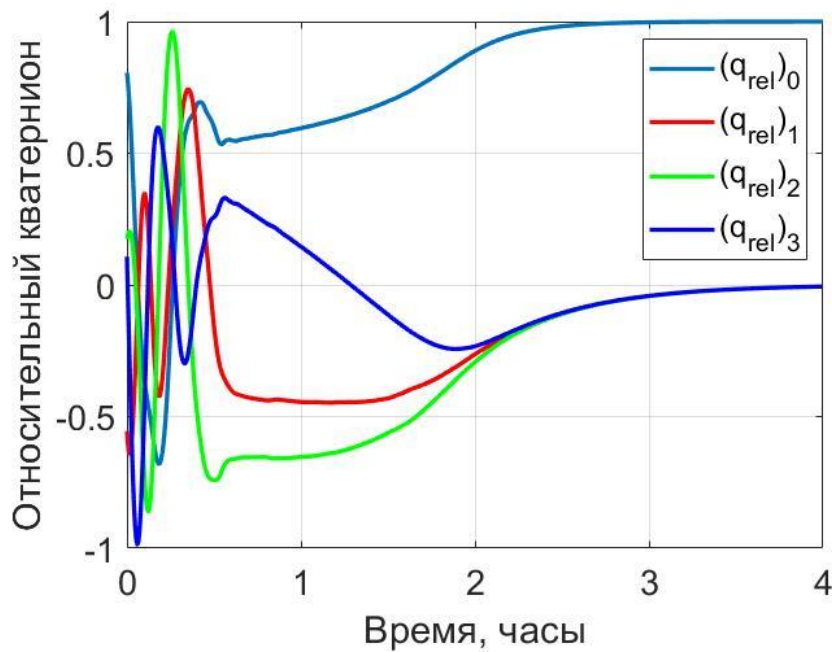


# Относительное движение центра масс



Дрейф устраняется за 2 часа

# Угловое движение

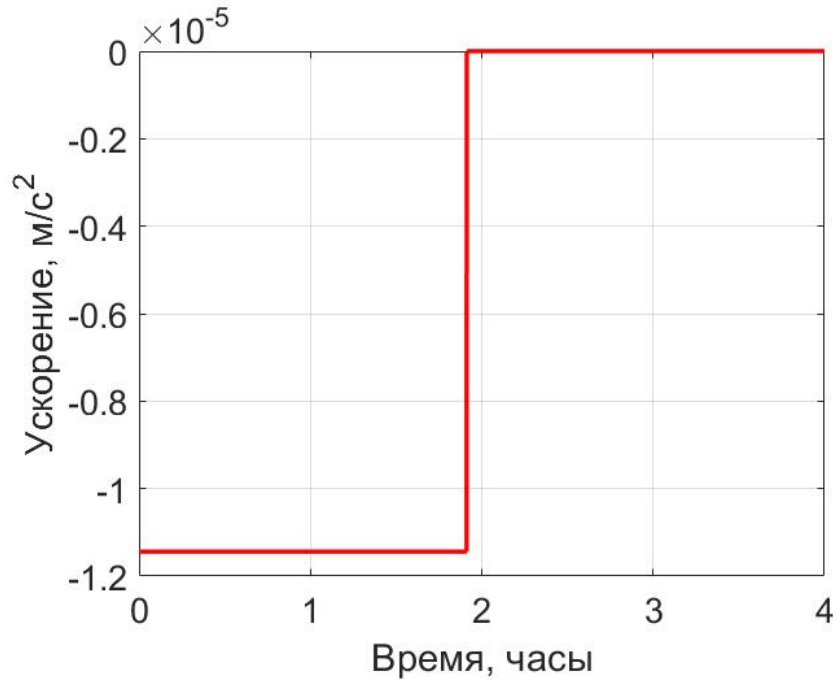


Менее чем за 1 час достигнута нужная угловая скорость

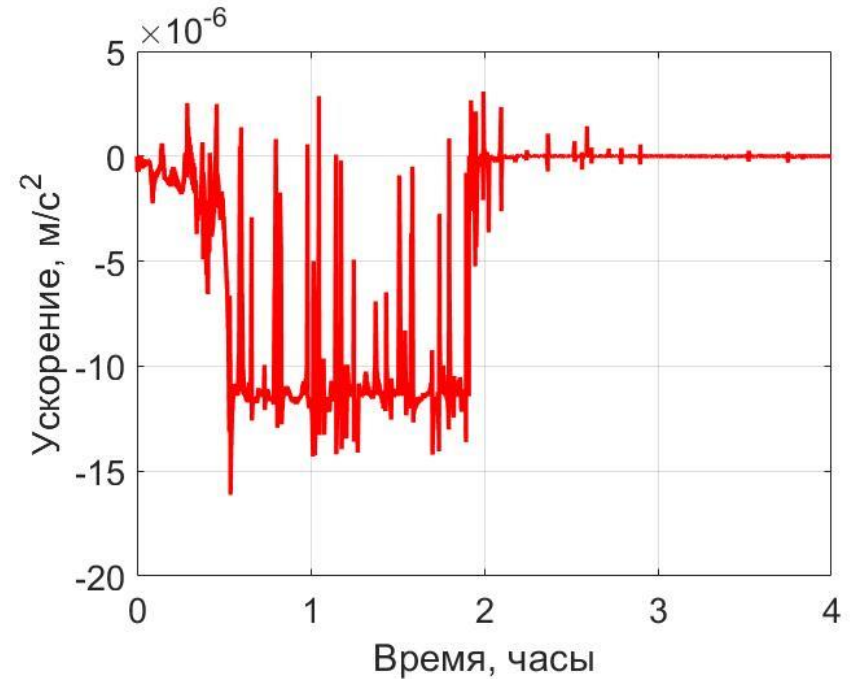


# Управление поступательным движением

Расчетное



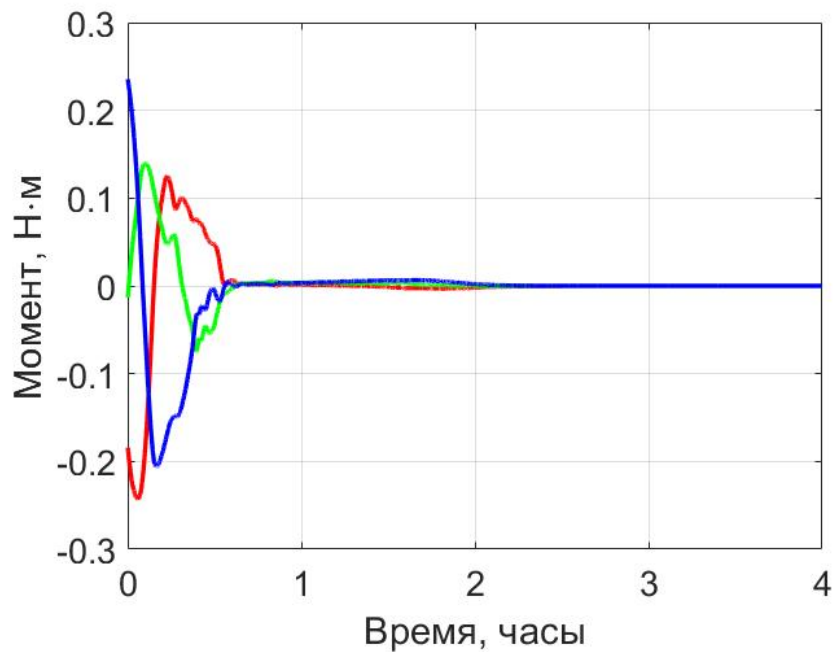
Приложенное



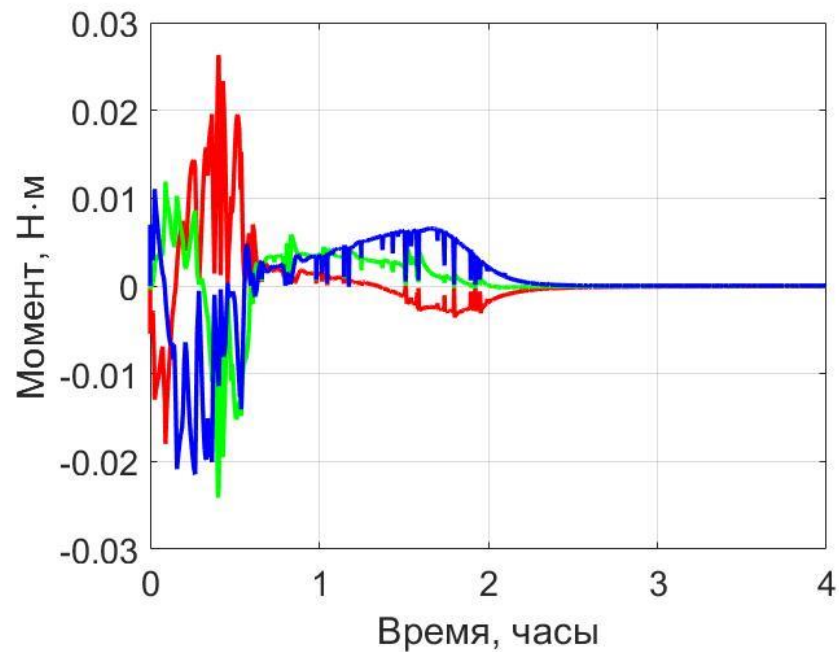
- Приложенное управление отличается от расчетного
- Предположительно это происходит вследствие плохой обусловленности системы уравнений в некоторых точках орбиты

# Управление угловым движением

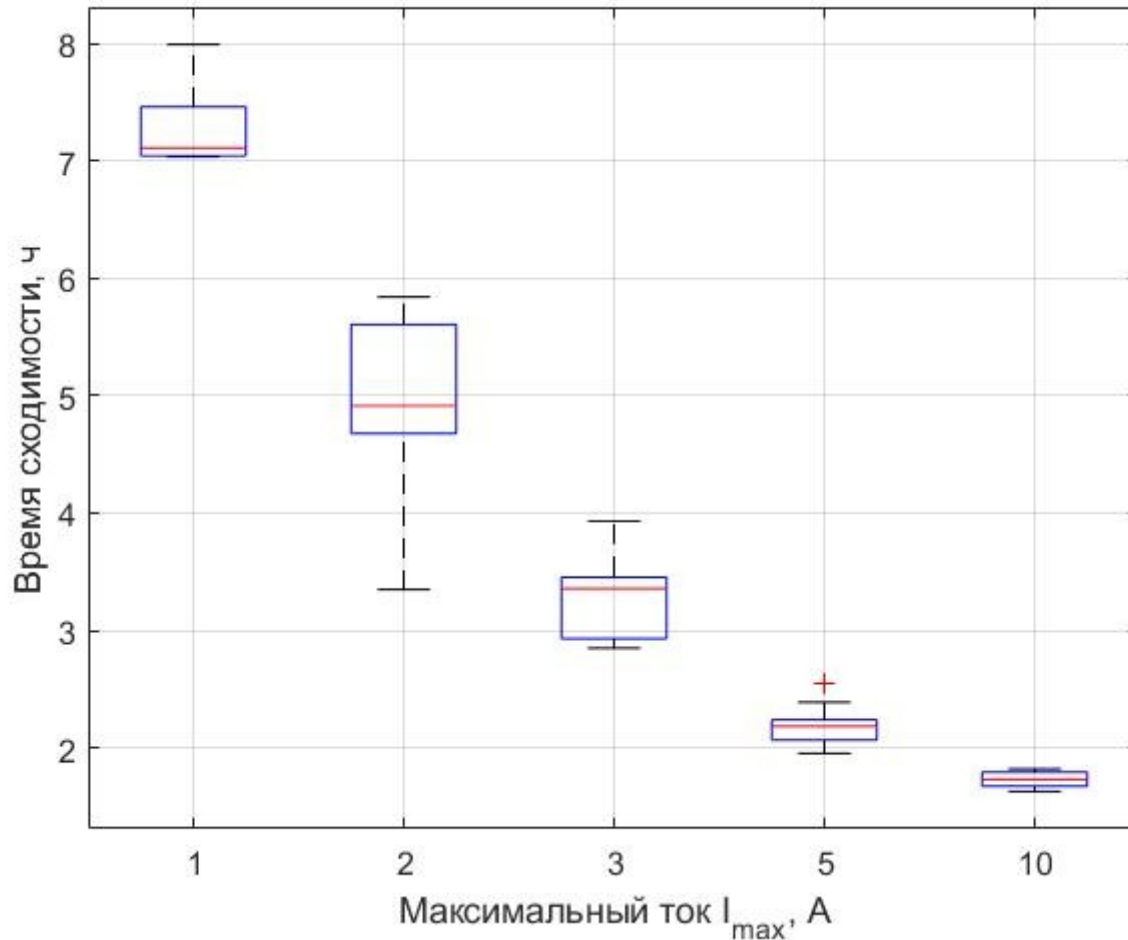
## Расчетное



## Приложенное



# Ограничение величины тока



Проведено численное исследование  
с помощью метода Монте-Карло

# Заключение

- Показана принципиальная возможность управления тросовой тетраэдральной формацией с помощью сил Лоренца
- Из-за ограничений на направление силы невозможно реализовать произвольное управление
- В продолжении работы будет приниматься во внимание гибкость тросов и будет проведено параметрическое исследование работы системы

**Спасибо за внимание!**