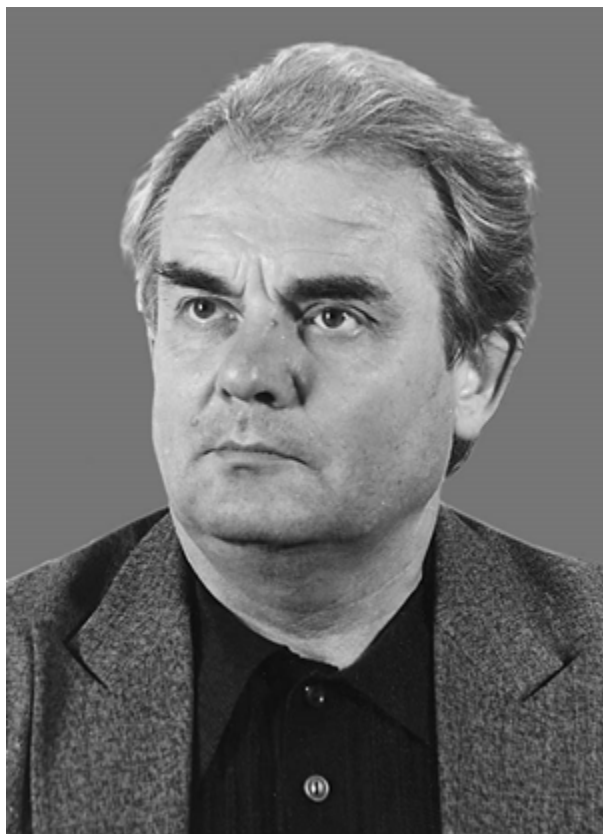


РАДИЙ ПЕТРОВИЧ ФЕДОРЕНКО

Радий Петрович Федоренко (1930-2009), выдающийся российский математик, лауреат Государственной премии Российской Федерации, известный своими трудами в области вычислительной математики и ее приложений, сотрудник Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, профессор, доктор физико-математических наук.

Радий Петрович Федоренко родился 11 марта 1930 года в Воронеже в интеллигентной семье (мать – инженер-химик с университетским образованием, отец – инженер, впоследствии директор военного авиазавода). В 1953 г. Радий Петрович закончил физико-математический факультет Ростовского университета и был приглашен академиком М.В. Келдышем в Отделение прикладной математики при МИАН СССР в качестве молодого специалиста, впоследствии ставшего аспирантом М.В.Келдыша.



В ОПМ (ныне ИПМ им. М.В. Келдыша) в то время создавался коллектив для решения прикладных математических задач, связанных с созданием атомного оружия и ракетной техники. С тех пор вся научная жизнь Р.П. Федоренко связана с ИПМ. Радий Петрович работал в одном из ключевых подразделений института,

которое возглавлял И.М. Гельфанд, а среди его сотрудников были К.И. Бабенко, К.В. Брушлинский, С.К. Годунов, В.Ф. Дьяченко, О.В. Локуциевский, Н.М. Зуева, В.В. Русанов, В.С. Рябенский, Н.Н. Ченцов и другие. Отделом, впоследствии выделившимся из этого подразделения, Радий Петрович руководил с 1990 по 2002 год.

Первые годы работы Радия Петровича в ИПМ были посвящены решению сложных задач математической физики на появившихся в то время первых отечественных ЭВМ. Это были закрытые работы, результаты которых не публиковались. Но в процессе этих исследований формировалась новая наука – вычислительная математика эпохи ЭВМ, которой предстояло большое будущее, и Радий Петрович был одним из тех, кто закладывал фундамент этой науки.

Первая опубликованная работа Р.П. Федоренко – расчет мощного импульсного разряда в плазме – появилась в 1958 г. и была посвящена численному решению одномерных уравнений магнитной гидродинамики в связи с первой в мировой науке попыткой экспериментально получить управляемый термоядерный синтез [1].

В 1960 г. Р.П. Федоренко предложил разностную схему для задачи Стефана о распространении тепла в двухфазной среде, заменив уравнения для температуры и границы раздела фаз уравнением для внутренней энергии и уравнением состояния. Эта работа [2] была опубликована в 1975 г., но только спустя 10 лет такие схемы, названные энтальпийными, вошли в практику расчетов.

Следующая публикация [3] содержала изложение многосеточного метода, который впоследствии принес Радю Петровичу всемирную известность. Метод был изобретен в процессе решения двумерных уравнений газовой динамики на поверхности сферы для задачи прогноза погоды. При работе программы основное машинное время уходило на многократное решение уравнения Пуассона. Стандартные методы были приемлемы в рамках конкретной задачи, но резко возрастало время расчета при измельчении сетки. Радий Петрович вышел за рамки секундных потребностей и построил гибкий, неулучшаемый по числу операций, совершенно оригинальный многосеточный метод, допускающий широкие обобщения. В 1964 г. он получил доказательство того, что скорость сходимости итераций не уменьшается при измельчении сетки (для уравнения Пуассона в прямоугольнике). Н.С. Бахвалов и Г.П. Астраханцев обобщили этот результат на существенно более сложные задачи. После того как в 1970-е годы Брандт с успехом использовал метод в своих расчетах, началось интенсивное его изучение, развитие и использование. В настоящее время метод, получивший название Multigrid, широко используется в современных вычислениях. За разработку многосеточного метода Р.П. Федоренко вместе с Н.С. Бахваловым, Г.П. Астраханцевым и В.В. Шайдуровым в 2003 г. была присуждена Государственная премия Российской Федерации в области науки и техники.

В 1962 г. Р.П. Федоренко впервые предложил концепцию гибридных разностных схем [4]. Эта работа была связана с проблемой монотонности:

С.К. Годунов доказал, что не существует монотонных линейных схем высокого порядка точности (высоким порядком могут обладать монотонные нелинейные схемы). Р.П. Федоренко предложил конструкцию схем, включающую несложный анализ локальной гладкости решения и, в зависимости от его результата, использование в текущем узле сетки схемы первого или более высокого порядка точности. Экспериментально для одномерных уравнений газовой динамики в переменных Эйлера было показано, что этот несложный прием позволяет существенно улучшить качество численного решения. После известной статьи Бориса и Бука (1973 г.) конструирование гибридных схем стало почти неизменным элементом вычислительной газовой динамики. К упомянутым выше основным идеям был добавлен существенный элемент: объективное требование “невозрастания полной вариации” численного решения, отражающее соответствующее свойство решений некоторых квазилинейных гиперболических уравнений. Так появились известные TVD (total variation diminishing) схемы, родоначальником которых, по существу, был Р.П. Федоренко.

В 1964–1980 гг. Радий Петрович выполнил большой цикл прикладных и теоретических работ по приближенному решению задач оптимального управления. Среди решенных задач были задача о движении тела переменной массы, управляемого углом атаки и режимом расхода массы, задача об оптимальной остановке ядерного реактора, расчеты оптимальной защиты от проникающего излучения, задачи об оптимальном составе активной зоны реактора и другие. Работа 1964 года по численному решению задач оптимального управления легла в основу кандидатской диссертации, которую Р.П. Федоренко защитил в 1965 г.

Важно подчеркнуть, что в этих работах, вошедших в монографию [5], Радий Петрович преодолел большие трудности, которые стоят на пути от общих теорем, имеющих характер теорем существования решений, к алгоритмам, фактически определяющим эти решения.

К числу самых первых в динамическом программировании принадлежат теоретические работы Радия Петровича, относящиеся к вариационным задачам: доказательство существования цены дифференциальной игры преследования [6], принцип максимума для дифференциальных включений и ряд других. Этот материал вошел в его докторскую диссертацию, защищенную в 1973 году и в монографию [5].

Радий Петрович построил эффективные алгоритмы для некоторых прикладных задач, сформулированных в терминах вариационных неравенств или вариационных задач с недифференцируемыми функционалами. Среди этих задач есть задача о стационарном течении неньютоновской жидкости, задача о подшипнике качения без смазки, расчет развития трещины в рамках теории упругости с оригинальной методикой измельчения сетки в окрестности границы трещины. Обзор работ Р.П. Федоренко по решению задач механики приведен в [7].

Работа по численному решению прикладных задач проводилась в соавторстве с физиками и механиками, отвечавшими за постановку конкретных задач и

содержательную трактовку полученных решений. Соавторами большинства дальнейших работ являются ученики и последователи Р.П. Федоренко. Для многих из них проведенные решения сложных задач вошли в их кандидатские диссертации, выполненные под руководством Радия Петровича. Его участие в этих работах не ограничивалось только постановкой задачи и общим руководством, он выполнял и фрагменты чисто технической работы, вплоть до программирования. Р.П. Федоренко быстро программировал на внутренних языках машин БЭСМ-1, “Стрела”, М-20, “Восток” и БЭСМ-6, потом на Фортране для современных компьютеров. Причины такой позиции Р.П. Федоренко объяснял так: «Без практического программирования я не сделал бы и десятой части того, что мне удалось сделать. Я считаю себя вычислителем-экспериментатором. Сталкиваясь с новым классом задач, я стараюсь понять, в чем их специфика, что препятствует их решению средствами, уже ставшими стандартными, и чем эти стандартные средства следует дополнить. Это понимание может измениться в процессе вычислительных экспериментов, программа (“экспериментальная установка”) должна быть достаточно гибкой и легко перестраиваемой, поэтому надо самому участвовать в ее разработке, делать ее своими руками».

Большой цикл исследований Р.П. Федоренко связан с математическим моделированием ядерных реакторов. В процессе этой работы были получены результаты, оказавшие существенное влияние на формирование новых направлений в развитии вычислительных методов. Назовем некоторые из них.

Для пространственной аппроксимации уравнений диффузии нейтронов был разработан специальный вариант метода конечных элементов (1976 г.), который теперь называется *методом конечных суперэлементов* (МКСЭ). От обычного элемента суперэлемент отличается базисом, состоящим из решений специальных краевых задач для исходного уравнения (см. [8]). Эти решения находятся стандартными методами на внутренней сетке, разрешающей сложную геометрию элементарного блока реактора. На границе элемента базис совпадает с полиномиальным базисом МКЭ. Разностная схема строится из условия слабой непрерывности потока на границе суперэлемента, так как внутри задача решена “точно”. В дальнейшем МКСЭ нашел применение и в других задачах (учет скважин в задачах подземной гидродинамики, диффузия в многосвязной области с краевыми условиями на границах многочисленных внутренних зон малых размеров, задачи теории упругости, расчет композитных материалов). Предпосылкой применения метода является предположение о том, что гладкости решения и его ограничения на границы ячеек сетки существенно различны. Для схем МКСЭ задача исследования сходимости при стремлении шага сетки к нулю принципиально не рассматривалась, это были схемы с фиксированным шагом, обусловленным особенностями моделей. В зарубежной литературе известен похожий метод, изобретенный в 1990-е годы, называемый *Residual Free Bubbles*; он основан на методе Галеркина, и для него получено обоснование сходимости при стремлении шага сетки к нулю.

Второе направление – методы расчета стационарного состояния реактора с

помощью решения главной спектральной задачи для системы уравнений диффузии нейтронов – было освоено еще в 1950-х годах, когда сформировался известный метод итерации источника. Проблема повышения его эффективности актуальна до сих пор, особенно в связи с переходом к более сложным и точным моделям реакторов. В 1995–2000 гг. были предложены новые итерационные методы, существенно использующие идею многосеточного ускорения итераций (см. [9]). Они были реализованы в специфической трехмерной геометрии типа ВВЭР и в двумерной 26-групповой модели реактора БН-800.

Третье направление стало особенно актуально в связи с проблемой безопасной эксплуатации ядерных реакторов благодаря возможностям современных компьютеров. Это – расчет динамических процессов с учетом обратных связей, сводящийся к интегрированию жесткой системы уравнений в частных производных (см. [10]). Вычислительная проблема состоит в следующем: интегрирование по примитивной явной схеме возможно при шаге по времени ≈ 0.0000001 с, а длительность рассчитываемых процессов – от нескольких секунд до нескольких суток. При этом исходная система аппроксимируется системой из нескольких миллионов обыкновенных дифференциальных уравнений. Некоторые возможности увеличения шага имеют методы переменных направлений (в сочетании со специальным приемом – экспоненциальной экстраполяцией), но их недостаточно. Кроме того, есть опасность получения принципиально неверных решений, не имеющих очевидных качественных дефектов. Был разработан специальный алгоритм численного интегрирования, основанный на неявной схеме с многосеточным методом решения уравнений на верхнем слое. Он был реализован для трехмерной модели реактора типа ВВЭР (1995–1999 гг.). В зависимости от характера процесса, метод эффективнее простейшей явной схемы в тысячи раз, а при расчете очень медленных процессов типа пространственно-временных ксеноновых колебаний длительностью в несколько суток – даже в десятки миллионов раз. Рассчитанный на класс таких задач асимптотический метод интегрирования, на каждом шаге которого многосеточным методом решалась главная спектральная задача, был разработан и реализован на БЭСМ-6 еще в 1976 г. В связи с интересом к жестким системам и методам их численного интегрирования была сформирована теоретическая концепция частного класса таких систем (см. [11]). Работая над созданием способов интегрирования уравнений динамики ядерного реактора, Радий Петрович и его сотрудники осуществили развитие многосеточного метода и создали эффективные алгоритмы решения жестких систем ([12], [13]).

Особенность творческого стиля и личности Радия Петровича придает его результатам два свойства, которые можно считать противоположными. С одной стороны, значение работ Радия Петровича обычно далеко выходит за рамки тех конкретных задач, для решения которых они были выполнены, и эти работы имеют большую методическую ценность общего характера. С другой стороны, эти работы часто опережают свое время и становятся известны широкому кругу специалистов с существенной задержкой – лишь после появления широкого круга важных прикладных задач, существование которых заранее предчувствовал Радий

Петрович, создавая свой метод.

В конце 1990-х – начале 2000-х годов Радий Петрович обратился к задачам аэродинамики, для решения которых он ориентировался уже на суперкомпьютеры. Особые надежды он возлагал на адаптацию к этим задачам метода конечных суперэлементов [14], [15], который, по его мнению, обладает большими преимуществами: удобство распараллеливания, высокий порядок точности при меньших объемах требуемой памяти и т.д. Болезнь прервала его творческую, интенсивную и плодотворную работу.

Большое место в жизни Радия Петровича занимала его работа на кафедре вычислительной математики МФТИ. Его лекции на Физтехе по базовому курсу вычислительной математики пользовались неизменным успехом. Им также был разработан и читался для студентов факультетов Общей и прикладной физики и Проблем физики и энергетики оригинальный курс вычислительной физики, являвшийся непосредственным продолжением базового курса. В связи с преподаванием этого курса Радий Петрович написал книгу “Введение в вычислительную физику” [16]. Эта книга позволяет, как бы изнутри познакомиться с современными вычислительными методами математической физики, почувствовать живое дыхание этой ветви знаний. Второе издание книги вышло в 2008 г. Книга приобрела популярность и среди студентов, и среди вычислителей-практиков, так как она во многом опирается на оригинальные работы и опыт самого автора.

Всеобщее уважение и любовь к Радию Петровичу со стороны его коллег и всех, кто его окружал, – это естественная дань широте и оригинальности его ума, его трудолюбию, прямоте и независимости характера, чувству юмора, теплоте и доброжелательности, которые были присущи Радию Петровичу в полной мере.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ТРУДОВ Р.П. ФЕДОРЕНКО

(привести обзор всех его работ не представляется возможным)

1. Брагинский С.И., Гельфанд И.М., Федоренко Р.П. Теория сжатия и пульсаций плазменного столба в мощном импульсном разряде // Физ. плазмы и пробл. управляемых термоядерных реакций / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Изд-во АН СССР, 1958. Т. 4. С. 201–221.
2. Федоренко Р.П. Разностная схема для задачи Стефана // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1975. Т. 15. № 5. С. 1339–1344.
3. Федоренко Р.П. Релаксационный метод решения разностных эллиптических уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1961. Т. 1. № 5. С. 922–927.
4. Федоренко Р.П. Применение разностных схем высокой точности для численного решения гиперболических уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1962. Т. 2. № 6. С. 1122–1128.
5. Федоренко Р.П. Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978.
6. Федоренко Р.П. О задаче Коши в теории преследования // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1969. Т. 9. № 5. С. 1036–1045.
7. Федоренко Р.П. О некоторых задачах и приближенных методах вычислительной механики // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1994. Т. 34. № 2. С. 267–289.
8. Страховская Л.Г., Федоренко Р.П. Об одной специальной разностной схеме // Числ. методы механ. сплошной среды. Новосибирск: ВЦСО АН СССР, 1976. Т. 7. № 4. С. 149–163.
9. Страховская Л.Г., Федоренко Р.П. О решении главной спектральной задачи в математическом моделировании ядерных реакторов // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2000. Т. 40. № 6. С. 920–928.
10. Страховская Л.Г., Федоренко Р.П. О численном интегрировании уравнений динамики ядерного реактора // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1998. Т. 38. № 12. С. 2060–2077.
11. Федоренко Р.П. О регулярных жестких системах обыкновенных дифференциальных уравнений // Докл. АН СССР. 1983. Т. 273. № 6. С. 1318–1321.
12. Страховская Л.Г., Федоренко Р.П. Ядерный реактор – жесткая система. Асимптотические методы интегрирования уравнений динамики // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1999. Т. 39. № 4. С. 638–652.
13. Федоренко Р.П. Приближенное решение жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Вычисл. процессы и системы. Вып. 8 / Под ред. Г.И. Марчука. М.: Наука, 1992.
14. Жуков В.Т., Страховская Л.Г., Федоренко Р.П., Феодоритова О.Б. Об одном направлении в конструировании разностных схем // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2002. Т. 42. № 2. С. 222–234.
15. Жуков В.Т., Новикова Н.Д., Страховская Л.Г., Федоренко Р.П., Феодоритова О.Б. Применение метода конечных суперэлементов для задач конвекции-диффузии // Матем. моделирование. 2002. Т. 14. № 11. С. 78–92.
16. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. М.: МФТИ, 1994.