



Директор ФГБУН Институт теории прогноза
землетрясений и математической геофизики РАН
Член-корреспондент РАН *А.Соловьев* А.А. Соловьев

15 ноября 2016 г.

Отзыв ведущей организации о диссертации
Зенюка Дмитрия Алексеевича

«Моделирование фрактальной динамики и идентификация стохастических дифференциальных уравнений в задачах анализа нестационарных временных рядов», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 -математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертационная работа посвящена развитию методов анализа и прогнозирования нестационарных временных рядов с помощью кинетического уравнения типа Фоккера-Планка относительно выборочных функций распределения таких рядов, когда временная и/или пространственная части этого уравнения содержат производные дробного порядка. Подход, развиваемый авторами, состоит в оценке по наблюдаемым значениям случайной величины параметров кинетического уравнения, описывающего эволюцию его функции распределения: коэффициентов сноса, диффузии и размерности пространства вложения траекторий случайного процесса. Последнее обстоятельство существенно для многих прикладных задач, в которых встречаются так называемые эффекты аномальной диффузии, характерные для систем с памятью. В результате уравнение эволюции функции распределения становится нелокальным и в ряде случаев может быть сведено к уравнению адvection-diffusion с дробными пространственно-временными производными. Анализу таких рядов и методам численного решения получающихся уравнений и посвящена эта работа.

Актуальность темы исследования. В последнее время значительно усилился интерес к описанию динамики на фрактальных структурах, а также к моделированию динамики сложных систем с памятью. Во многих практических задачах, связанных с вязкоупругими материалами, диффузией в пористых средах, случайными процессами с так называемыми «толстыми хвостами» распределений используются дифференциальные уравнения с дробными производными. С другой стороны, развивается и кинетический подход к описанию эволюции выборочных функций распределения временных рядов. Данная диссертационная работа посвящена объединению подходов, использующих дробные пространственно-временные производные, и кинетических уравнений относительно наблюдаемых выборочных распределений. Практическая цель исследования состоит в определении параметров кинетического уравнения – сноса, диффузии и порядка дробной производной по имеющейся последовательности значений случайной величины, т.е. по временному ряду.

Содержание диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, приложения и списка литературы, включающего 127 наименований.

Во введении приведен исторический обзор по теории дифференциальных операторов с дробными производными и области их применения. Также описана область применения кинетических уравнений к задачам анализа временных рядов.

В первой главе даются основные сведения из теории дробного дифференцирования и интегрирования, поясняются понятия производных Римана-Лиувилля, Герасимова-Капuto, Рисса, описывается техника их применения в контексте моделей эволюционных уравнений для функций распределения.

Во второй главе выводится эмпирическое кинетическое уравнение, т.е. уравнение эволюции относительно выборочных функций распределения, записанное в терминах выборочных квантилей, для дробного уравнения адвекции-диффузии. Доказываются достаточные условия, которым должна удовлетворять плотность функции распределения, для того, чтобы являться решением дробного уравнения адвекции-диффузии. Приведены точные решения для так называемых устойчивых распределений.

В третьей главе изложена методика оценивания параметров кинетического уравнения с дробными производными, моделирующего эволюцию функции распределения, по наблюдаемым значениям временного ряда. В частности, рассмотрена задача статистического определения порядка дробной производной, наиболее адекватно подходящей к описанию свойств временного ряда в рамках выбранной модели. Приведены примеры применения методики к конкретным временным рядам и дается сравнение результатов прогнозирования с некоторыми классическими моделями.

В приложении приведены свойства некоторых специальных функций, используемых в диссертации.

Научная новизна. Результаты, представленные в диссертации являются новыми. В ней впервые исследован вопрос о представлении функций распределения случайных величин односторонними дробными интегралами Римана-Лиувилля и получены соответствующие достаточные условия. Разработан новый подход к моделированию случайного блуждания на фрактальных множествах и построена соответствующая численная схема. Построена модель эволюции эмпирических квантилей выборочных функций распределения временного ряда, а также схема оценки параметров модели.

Практическая значимость работы. Развитые в диссертации методы позволяют моделировать случайные процессы в сложных системах с так называемыми дальными корреляциями, в частности, возникающие при моделировании процессов самоорганизации. Результаты могут быть также применены для создания численных методов исследования диффузии на графах. Они могут быть использованы в научной работе в МГУ, МИ РАН, МФТИ, ВШЭ и других научных организациях.

Обоснованность и достоверность результатов диссертации. Все полученные в диссертации результаты сформулированы в виде теорем и снабжены соответствующими подробными доказательствами, что гарантирует их достоверность.

Публикация результатов в печати. Результаты диссертации опубликованы в 8 работах, из них 3 статьи в научных журналах, 2 препримта ИПМ им. М.В. Келдыша РАН и 3 тезиса докладов на международных конференциях. Материал диссертации достаточно полно представлен в опубликованных работах. Положения и выводы диссертации прошли серьезную научную апробацию.

Отмеченные недостатки.

1. В диссертации рассматриваются в основном только аспекты анализа рядов данных, связанные с финансово-экономическими задачами, и отсутствуют примеры применения к физическим системам с памятью или к задачам, в которых использование фрактальной

динамики более очевидно – например, при течении жидкости в пористых средах и для прочих упоминаемых автором задач аномальной диффузии.

2. Результаты вычислительных экспериментов по идентификации параметров квантильных кинетических уравнений в виде построения соответствующих гистограмм представлены на диаграммах, из которых не всегда бывает понятно, какие параметры ищутся и чему равны их наиболее вероятные оценки.

3. Можно было бы дать больше примеров сравнения с другими методами прогнозирования временных рядов.

4. Для иллюстрации эффективности новых предложенных методов возможно стоило продемонстрировать их работы на специально подобранных модельных примерах, позволяющих продемонстрировать их возможности.

Заключение о диссертации. Данная диссертация представляет собой целостное научное исследование на актуальную тему, в котором получен ряд новых результатов по теории дифференциальных операторов с дробными производными и по кинетическим уравнениям относительно выборочных функций распределения. Результаты, полученные в диссертации Зенюка Дмитрия Алексеевича, несомненно, являются результатами высокого научного уровня и имеют, на наш взгляд, несомненную научную ценность..

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

На основании вышеизложенного считаем, что диссертационная работа Зенюка Дмитрия Алексеевича «Моделирование фрактальной динамики и идентификация стохастических дифференциальных уравнений в задачах анализа нестационарных временных рядов» удовлетворяет всем требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 - математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Отзыв заслушан и утвержден на заседании семинара института теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН (протокол № 7 от 15 ноября 2016 г.).

Отзыв составил

Гис лаб. №1 ИТПЗ РАН
д.ф.м.н. М.В.Родкин

Зам. Директора ИТПЗ РАН
д.ф.м.н. А.И. Горшков

