

## ОТЗЫВ

официального оппонента на кандидатскую диссертацию Таюрского А.А.  
“Влияние инерции электронов на процессы в двухжидкостной  
квазинейтральной плазме” по специальности 05.13.18 – “Математическое  
моделирование, численные методы и комплексы программ”.

В диссертации Таюрского А.А. представлены актуальные проблемы математического моделирования гидродинамической плазмы, обусловленные необходимостью полного учета инерции как электронов, так и ионов. Это возможно сделать в рамках одножидкостного формализма, составляющего содержание системы уравнений электромагнитной гидродинамики (ЭМГД) плазмы, пригодной для исследования нерелятивистских процессов в квазинейтральной плазме, находящейся в квазистационарном электромагнитном поле. В диссертации применительно к четырем классическим задачам плазмодинамики исследована роль инерции электронов в плазменных процессах и соотношение ЭМГД и МГД-теорий плазмы.

Диссертация Таюрского А.А. состоит из Введения, четырёх глав, заключения и списка литературы из 59 наименований. Работа изложена на 118 страницах, содержит 23 графика

Во Введении дан обзор существующих гидродинамических моделей плазмы, приведены двухжидкостная и одножидкостная формы ЭМГД-уравнений для сжимаемых и несжимаемых плазменных течений, в последнем случае ЭМГД-уравнения учитывают и ток смещения. Здесь же сформулированы цели диссертационной работы и дан краткий обзор её содержания.

В гл. I в случае цилиндрической симметрии рассмотрена задача о возбуждении электропроводной вязкой несжимаемой ЭМГД-плазмы, заполняющей трубу круглого сечения, под действием гармонически изменяющегося во времени с частотой  $\omega$  полного тока, протекающего через трубу.

Решение этой задачи вида  $f(r)e^{i\omega t}$  ищутся в явном виде, но громоздкие формулы для комплексных амплитуд  $f(r)$  требуют специального исследования, сводящегося к изучению поведения трёх функций  $\lambda_i(\omega)$ ,  $1 \leq i \leq 3$ . Эти функции являются корнями кубического характеристического многочлена с комплексными коэффициентами, зависящими от частоты. В диссертации выведены асимптотические формулы для функций  $\lambda_i(\omega)$ ,  $1 \leq i \leq 3$  на больших и малых частотах и предложен оригинальный способ нахождения  $\lambda_i(\omega)$ ,  $1 \leq i \leq 3$ , сводящийся к численному решению задачи Коши для некоторого, полученного в гл. I ОДУ первого порядка с известными начальными данными.

Проведённый анализ позволил обнаружить важный эффект скинирования на больших частотах  $\omega$  плотности тока, скорости и других параметров плазмы вблизи стенки трубы.

В гл. II в рамках ЭМГД-теории исследуются стационарные течения вязкой несжимаемой электропроводной полностью ионизованной плазмы в плоском канале, обусловленные перепадом гидродинамического давления плазмы в продольном направлении. Поперечное магнитное поле в канале при этом считается постоянным.

Такие течения экспериментально исследовались Гартманом в середине 30-х годов 20 века на примере ртутной плазмы. Позднее, в 50-х годах, результаты экспериментов получили обоснование в рамках классической МГД-теории. Особенно важен эффект Гартмана – запирание потока плазмы в сильном поперечном магнитном поле.

Как показано в гл. II, эффект Гартмана сохраняется и в ЭМГД-теории, однако для газовой плазмы ЭМГД-теория предсказывает ряд новых эффектов, из которых в диссертации особое внимание уделено “гидродинамическому эффекту Холла” и

исследованию толщины погранслоя, возникающего при обтекании плазмой замагниченной подвижной поверхности.

Кроме того, в диссертации найдены определяющие параметры задачи о стационарном течении плазмы в плоском канале – это известное число Гартмана  $\text{Na}$  и новый безразмерный параметр  $\Gamma \sim 1/\rho$ . В МГД пределе  $\Gamma \rightarrow 0$  ЭМГД стационарное решение переходит в течение Гартмана в классической МГД.

Полученные в гл. II формулы позволяют существенно уточнить расчеты ряда плазменных установок, например, насосов кондукционного типа и плазменных расходометров.

В гл. III приведены результаты исследования нелинейного взаимодействия плоских бегущих волн в холодной незамагниченной плазме. Эти волны были открыты полвека назад Адламом и Аланом, их амплитуда связана с фазовой скоростью конечным соотношением, в силу которого волны с большими амплитудами распространяются быстрее волн с меньшими амплитудами.

Исследование взаимодействия волн базируется на численном решении по модифицированной схеме Лакса-Вендроффа краевой задачи на прямой для ЭМГД-уравнений в случае плоской симметрии. Полученные результаты показывают, что уединенные волны взаимодействуют подобно частицам, сохраняя после взаимодействия свои характеристики (скорость, амплитуду и пр.). Очевидно, что приближение холодной плазмы непринципиально и полученные результаты будут справедливы с учетом температуры электронов и ионов.

Важно подчеркнуть, что исследуемые уединенные волны являются точными решениями фундаментальных, а не модельных уравнений, а их взаимодействие обусловлено двухжидкостной природой плазмы, поскольку в классической МГД-теории нет дисперсии, а значит отсутствуют и уединенные волны.

В гл. IV рассматривается нелинейное поглощение плоской альвеновской волны полностью ионизованной электрон-ионной плазмой, обусловленное диссипативными эффектами – магнитной вязкостью, гидродинамическими вязкостями и теплопроводностями электронов и ионов, а также релаксацией температур электронов и ионов. Ставятся и решаются две задачи.

В первой предполагается, что альвеновская волна в пространстве, занятом плазмой уже создана и исследуется процесс её временного затухания.

Во второй задаче предполагается, что альвеновская волна набегает на границу полупространства, заполненного диссипативной однородной плазмой и исследуется процесс её пространственного затухания.

В первой задаче, как показано в диссертации, исследование сводится к решению сильно нелинейной системы ОДУ на комплексные амплитуды параметров альвеновской волны. Эта система в диссертации решается получисленными-полуаналитическими методами. Последние сводятся к нахождению точных аналитических решений в частных случаях и асимптотическому интегрированию (теорема Гробмана-Хармана).

Вторая задача исследуется посредством численного решения краевой задачи на полупрямой для ЭМГД-системы в случае плоской симметрии с параметрами невозмущенной плазмы на бесконечности и граничным условием в нуле, определяемым параметрами набегающей волны. В диссертации разработаны неявная разностная схема для приближенного нахождения решений поставленной краевой задачи и получены интересные результаты.

Следует заметить, что альвеновские волны в диссертации являются обобщением классических альвеновских волн в МГД и переходят в последние в длинноволновом пределе.

В диссертационной работе имеются недостатки.

1) Полученные в работе результаты не всегда полно и понятно отражены на графиках. Например, не указана параметризация кривых  $\lambda_i(\omega)$  на комплексной плоскости

в гл. I, вследствие чего не ясно, какие точки на разных кривых соответствуют одному значению параметра  $\omega$ . То же относится к графику, демонстрирующему “гидродинамический эффект Холла” из гл. II.

2) Результаты гл. I, гл. II справедливы в предположении постоянства температур электронов и ионов. Хотелось бы знать, насколько справедливо такое предположение, поскольку в гл. I, гл. II учитываются диссипации, которые ведут к разогреву плазмы, а значит увеличению температур электронов и ионов.

3) В гл. III не указаны шаги и количество узлов сетки, на которой велись расчеты взаимодействия уединенных волн

4) В гл. IV в математической модели нелинейного поглощения альфеновских волн не учтено тормозное излучение, существенное в плазменных процессах в солнечной короне.

Высказанные замечания не обесценивают работу в целом. Проведенное исследование значительно расширяет область применения гидродинамических моделей плазмы и заслуживает самой высокой оценки. Полученные автором результаты являются новыми и нетривиальными. Диссертационная работа представляет собой законченное исследование поставленных автором задач, выполненное на высоком профессиональном уровне.

Автореферат и публикации полностью соответствуют теме диссертации и раскрывают её основные положения.

Содержание диссертационной работы соответствует специальности 05.13.18 – “Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ”, а её автор, Таюрский Алексей Александрович, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по названной специальности.

Доктор технических наук,  
ведущий научный сотрудник  
Федерального государственного бюджетного  
учреждения науки Институт системного анализа  
Российской академии наук



Пестрякова Н.В.

