

ОТЗЫВ

официального оппонента на кандидатскую диссертацию Таюрского А.А. "Влияние инерции электронов на процессы в двухжидкостной квазинейтральной плазме" по специальности 05.13.18 – "Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ".

В диссертации Таюрского А.А. рассмотрены актуальные вопросы математического моделирования гидродинамических процессов в плазме. На примере решения четырёх классических задач плазмодинамики исследована роль инерции электронов в плазменных процессах и сделаны принципиальные выводы, актуальные и для других задач. Проведённые исследования, учитывающие в полном объёме инерцию как электронов, так и ионов, основаны на двухжидкостных уравнениях электромагнитной гидродинамики (ЭМГД) плазмы.

Диссертация Таюрского А.А. состоит из Введения, четырёх глав, заключения и списка литературы.

Во Введении дан обзор существующих гидродинамических моделей плазмы, приведены двухжидкостная и одножидкостная формы ЭМГД-уравнений для сжимаемых и несжимаемых плазменных течений, в последнем случае ЭМГД-уравнения учитывают и ток смещения. Здесь же сформулированы цели диссертационной работы и дан краткий обзор её содержания.

В гл. I в рамках ЭМГД-теории рассмотрена задача о возбуждении параметров электропроводной, вязкой несжимаемой плазмы, заполняющей трубу круглого сечения под действием гармонически изменяющегося во времени с частотой ω полного тока, протекающего через сечение трубы. Этот случай наиболее интересен для анализа колебаний цилиндрически симметричного плазменного шнура, роль твёрдой неподвижной стенки при этом играет азимутальное магнитное поле. Ввиду цилиндрической симметрии нелинейные, в частности, конвективные, члены ЭМГД-уравнений вырождаются. Поэтому исследование сводится к поиску решений вида $f(r)e^{i\omega t}$. Их амплитуды есть решения соответствующей краевой задачи на отрезке для линейной системы уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами относительно оператора Лапласа. В диссертации найдены формулы для амплитуд. Они выражены в виде сложных комбинаций функций Бесселя мнимого аргумента 0-го и 1-го порядка. Исследуемое аналитическое решение параметрически зависит от частоты полного тока ω , коэффициентов переноса, плотности плазмы в трубе, радиуса трубы и собственных значений $\lambda_i(\omega)$, $1 \leq i \leq 3$ матричного оператора. Они являются корнями кубического многочлена с комплексными коэффициентами. В диссертации предложен оригинальный и эффективный способ вычисления функций $\lambda_i(\omega)$, $1 \leq i \leq 3$, сводящий к численному решению задачи Коши для некоторого, выведенного диссертантом ОДУ 1-го порядка с известными начальными данными. Стоит также выделить предложенное в работе численное нахождение функций Бесселя мнимого аргумента от произвольного комплексного числа посредством интегрального представления функций Бесселя с последующим вычислением интеграла по ненасыщаемой квадратурной формуле с небольшим количеством узлов. Проведённый анализ аналитического решения позволил выявить важный эффект скинирования на больших частотах ω плотности тока, скорости и других параметров плазмы вблизи стенок трубы.

В гл. II на базе ЭМГД-теории рассмотрена классическая задача о стационарном течении вязкой несжимаемой электропроводной плазмы в плоском канале поперёк постоянного магнитного поля, обусловленным постоянным перепадом гидродинамического давления плазмы вдоль оси канала. В классической МГД-теории решение поставленной задачи даётся течением Гартмана. При учёте инерции электронов исследование существенно усложняется: поиск установившегося течения в канале

сводится к решению краевой задачи для линейной системы ОДУ с постоянными коэффициентами высокого – четырнадцатого (!) – порядка. Тем не менее, решение этой задачи выписано в явном, хотя и в громоздком виде. Диссертантом найдены определяющие параметры задачи об установившемся течении. Оказалось, что их два – известное из классической МГД число Гартмана Na и новый безразмерный параметр Γ , обратно пропорциональный плотности плазмы в канале. В МГД-пределе $\Gamma \ll 1$, $Na = \text{const}$ найденное стационарное течение переходит в течение Гартмана в классической МГД. Детально исследован гидродинамический “эффект Холла”, состоящий в отклонении направления течения плазмы от антиградиента давления, т.е. от направления силы, вынуждающей плазму к движению в канале. Как показано в диссертации, локальное отклонение может достигать более 90° и значит возникают встречные потоки плазмы в канале. Также решена задача о погранслое, возникающем при обтекании плазмой подвижной замагниченной поверхности. Показано, что инерция электронов ответственна за значительное увеличение толщины погранслоя по сравнению с данными МГД-теории.

В гл. III численно исследуется нелинейное взаимодействие плоских нелинейных бегущих уединённых волн в незамагниченной холодной плазме, обнаруженных в конце 50-х годов 20 века. Исследование основано на численном решении краевой задачи на прямой для ЭМГД-уравнений в случае плоской симметрии с константными условиями на бесконечности. Численный метод получается модификацией схемы Лакса-Вендроффа и позволяет численно решать недивергентное уравнение для электрического поля. Проведённое исследование показывает, что рассматриваемые уединённые волны взаимодействуют подобно частицам, сохраняя после своего взаимодействия амплитуды, скорости и т.д. Дуализм частица-волна применительно к уединённым волнам в плазме обычно получается при исследовании решений модельных уравнений (Кадомцева-Петвиашвили, Захарова и т.п.). В диссертации исследуемые уединённые волны являются точными решениями фундаментальных уравнений и их взаимодействие определяется законами сохранения массы, импульса, энергии и законами электродинамики. Установленные в диссертации закономерности взаимодействия уединённых волн это чисто двухжидкостные эффекты динамики плазмы, поскольку в классической МГД отсутствует дисперсия, а значит и уединённые волны.

В гл. IV изучено пространственное и временное нелинейное поглощение плоской альфвеновской волны диссипативной плазмой. Поглощение обусловлено магнитной вязкостью, гидродинамическими вязкостями и теплопроводностями электронов и ионов, а также релаксацией температур. При анализе временного поглощения считается, что альфвеновская волна в пространстве, заполненном плазмой, образовалась и исследуется процесс её временного затухания. Оказывается, задача сводится к исследованию временной эволюции амплитуд, изменение которых подчиняется выведенной в диссертации сильно нелинейной системе ОДУ. Исследование решений системы ОДУ на амплитуды – сложная математическая задача. В случае незамагниченной невязкой плазмы она решается аналитически. Качественное поведение решений на больших временах удаётся проанализировать, опираясь на теорему Гробмана-Хартмана. На конечных временах в общем случае решение системы ОДУ на амплитуды исследуется численно в терминах преобразования различных видов энергии плазмы друг в друга. Анализ пространственного поглощения сводится к численному исследованию решений краевой задачи на полупрямой для ЭМГД-системы в случае плоской симметрии с константными условиями на бесконечности и граничными условиями в нуле, определяемые параметрами набегающей альфвеновской волны. В диссертации предложена неявная разностная схема для нахождения решений краевой задачи и получены важные закономерности процесса пространственного поглощения альфвеновской волны.

К сожалению (хотя это почти всегда неизбежно), в диссертации имеются некоторые опечатки. Так, в пункте 6 списка литературы написано: «Под ред. В.Ф. Шафранова» вместо «Под ред. В.Д. Шафранова». Кроме того,

- 1) В гл. I (на стр.31) неудачно сформулирована ссылка на работу [14]: из контекста можно предположить, что в этой работе не только выведены явные формулы для случая кратных корней, но и проведен их численный анализ (т.е. то, что сделано в диссертации для случая простых корней).
- 2) Из результатов гл. II следует, что эпюра продольной скорости установившегося течения в канале имеет пространственный двухчастотный характер. Однако на представленных в диссертации графиках скоростей двухчастотность не обнаруживается.
- 3) В гл. III между расходящимися после взаимодействия уединёнными волнами возникает зона колебаний с малой амплитудой, однако природа этих колебаний из диссертации не ясна: либо это паразитический счётный эффект, либо эти колебания отражают наличие слабого излучения, возникающего после взаимодействия волн, т.е. имеют физическую природу.
- 4) Математическая модель нелинейного поглощения альфвеновских волн в гл. IV мотивирована необходимостью исследования механизма аномального разогрева солнечной короны, однако для плазменных процессов в солнечной короне существенна роль тормозного излучения, которое не учитывается автором в его модели.

Высказанные замечания несколько не обесценивают работу в целом. Проведённое исследование существенно расширяет область применения классической МГД и заслуживает высокой оценки. Диссертационная работа представляет собой законченное исследование поставленных автором задач, выполненное на высоком научном уровне.

Автореферат и публикации полностью соответствуют теме диссертации и раскрывают её основные положения.

Содержание диссертационной работы соответствует специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», а её автор, Таюрский Алексей Александрович, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по названной специальности.

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры «Общих проблем управления»
Механико-математического факультета
МГУ им. М.В. Ломоносова

Демидов А.С.

Югорский Алексей Александрович А.С.

Завсечено: секретарь по кадрам

