

На правах рукописи

Рождественская Татьяна Ивановна

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ НЕОДНОРОДНЫХ
ЖИДКОСТЕЙ ПРИ ОБТЕКАНИИ ИМИ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА

Специальность: 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы.

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

МОСКВА – 2015

Работа выполнена в ФГБУН Институт автоматизации проектирования РАН

Научный руководитель профессор, доктор физико-математических наук,
член-корреспондент РАН

Гущин Валентин Анатольевич

Официальные оппоненты:

Черных Геннадий Георгиевич,
профессор, доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник ФГБУН Институт
вычислительных технологий СО РАН
(ИВТ СО РАН)

Байдулов Василий Геннадиевич,
кандидат физико-математических наук, старший
научный сотрудник ФГБУН Институт проблем
механики РАН им. А.Ю. Ишлинского
(ИПМех РАН)

Ведущая организация:

ФИЦ ИУ РАН - ВЦ РАН

Защита состоится 3 декабря 2015 г. в часов

на заседании диссертационного совета Д002.024.03 Федерального государственного
бюджетного учреждения науки Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша
по адресу: 125047, Миусская пл., д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
и на сайте <http://www.keldysh.ru>

Автореферат разослан

Учёный секретарь

диссертационного совета Д 002.024.03,

к.ф.-м.н.

М.А. Корнилина

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность.

Поскольку течения неоднородной жидкости очень часто встречаются в природе и в технике, необходимо их тщательное изучение, для которого одних экспериментальных методов недостаточно. Поэтому для более глубокого их исследования необходимо создание численных методов, и, в частности, методов визуализации структуры и особенностей таких течений.

При визуализации результатов вычислительного эксперимента удаётся выявить такие особенности течений неоднородной жидкости, какие не всегда возможно, а иногда и вообще невозможно увидеть в обычном эксперименте.

Цель работы состоит в исследовании двумерных и трёхмерных течений неоднородной жидкости около кругового цилиндра с помощью созданного автором представленной работы комплекса программ для численного моделирования и визуализации течений жидкостей с различной степенью стратификации. Данный вычислительный комплекс был разработан для машин с параллельной архитектурой.

Научная новизна работы.

Метод Белоцерковского-Гущина-Коньшина (метод расщепления по физическим факторам для несжимаемой жидкости с явной гибридной конечно-разностной схемой (Белоцерковский и др., 1975; Белоцерковский и др., 1987; Гущин, 1990) был модифицирован автором диссертации для расчётов течений неоднородной жидкости. Для программной реализации этого метода был создан эффективный механизм параллельного счёта. Для двумерных течений впервые были численно промоделированы слои повышенной плотности за телом, возникающие при обтекании его неоднородной жидкостью. Ранее они были обнаружены только экспериментально. Другие особенности течений неоднородной жидкости (застойная зона - блокировка жидкости перед препятствием) и возникновение внутренних волн тяжести), не свойственные течениям

однородной жидкости, так же были промоделированы. Результаты численных расчётов находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными. Кроме того, обнаружена необычная, в виде “гребня”, форма линий равной солёности в опережающем возмущении течения перед цилиндром, и застойные зоны в следе за цилиндром при малых скоростях течения.

В трёхмерных течениях при отсутствии экспериментальных данных были обнаружена зависимость размера области, занятой внутренними волнами в набегающем потоке вверх от передней критической точки цилиндра, от скорости течения (в данной постановке задачи – от числа Re). Кроме этого, исследована зависимость значения угла отрыва течения от положения точки на образующей цилиндра. Полученная зависимость, выраженная графически, даёт возможность предполагать периодичность течения при больших числах Re (по аналогии с однородной жидкостью).

Научная и практическая ценность работы состоит в обнаружении и исследовании новых, ранее неизвестных особенностей течений неоднородной жидкости, а именно: - в двумерных течениях обнаружены численно:

- 1) прослойки плотности, ранее обнаруженные только в эксперименте;
- 2) застойные зоны за задней критической точкой цилиндра при малых значениях чисел Re и Fr , объяснено образование таких зон;
- 3). обнаружена необычная, в виде “гребня”, форма линий равной солёности в опережающем возмущении течения перед цилиндром; такая форма линий солёности исследована и представлена графически.

В трёхмерных течениях обнаружена и исследована зависимость размера области, занятой волнами тяжести в опережающем возмущении от скорости течения. Также исследована зависимость углов отрыва течения от положения точки на образующей цилиндра по всей его длине.

По аналогии с однородной жидкостью обнаружена периодичность течения.

Апробация результатов работы

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на международной конференции “Потоки и структуры в жидкостях” (Москва, 20-22 июня 2001 г.), Институт проблем механики РАН, на международном симпозиуме “International workshop on Turbulence and Instabilities (21-25 September, 2004, Moscow, Russia)”, на семинаре ИПМ в 2005 г., на семинарах ИАП РАН в 2010г. и в 2012г., на семинаре в ИПМ им. Келдыша в 2013г..

Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в 16^{ти} работах, список которых приведён в конце данного автореферата.

Структура и объём диссертации

Работа состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка цитированной литературы. Объём составляет 65 страниц, 49 рисунков и 3 таблицы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** описывается сущность рассматриваемой в диссертации проблемы и обоснована её актуальность. Указана цель работы, её научная новизна и приведено краткое содержание по главам. В краткой форме изложены принципиально новые результаты.

В **первой главе** приводится общая характеристика течений стратифицированной жидкости и краткий обзор литературы по их исследованию. Изложен применённый в рассматриваемой работе метод численного моделирования таких течений. Метод расщепления для уравнения Навье-Стокса, первоначально приведённый в работе Гущина и др.(1985г.) и предложенный впервые для расчёта течений однородной жидкости, в рассматриваемой работе применён для расчёта течений стратифицированной жидкости. Рассматривается поперечное обтекание горизонтального цилиндра диаметра D потоком линейно стратифицированной жидкости, плотность которой $\rho(y) = \rho_0(1 - \frac{y}{\Lambda} + s)$,

линейно связанная с солёностью, убывает с высотой y вследствие изменения солёности. Здесь $\rho_0 = \rho(0) = 1$, Λ - масштаб стратификации, s - возмущение солёности. Это явление описывается системой уравнений, состоящей из уравнения Навье-Стокса, записанного в приближении Буссинеска, которое применимо вследствие слабой стратификации; уравнения несжимаемости жидкости и уравнения диффузии соли:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = - \frac{\nabla p}{\rho_0} + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{g} s$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) s = \kappa_s \nabla^2 s + \frac{1}{\Lambda} v_y,$$

где \mathbf{v} - вектор скорости, p - давление, \mathbf{g} - ускорение свободного падения, s - возмущение солёности, ν - коэффициент кинематической вязкости, κ_s - коэффициент диффузии соли. Стратификация характеризуется линейным

масштабом $\Lambda = \left| d(\ln \rho) / dy \right|^{-1}$ и периодом плавучести

$T_b = 2\pi / N = 2\pi \sqrt{\frac{\Lambda}{g}}$; N - частота Вьесаля - Брента. Скорость потока

на бесконечности равна U . В качестве граничных условий используются: условия невозмущенного потока на достаточно удаленном от центра контуре G ; условия прилипания для скорости $\mathbf{v}|_G = 0$ и отсутствия

нормальной компоненты потока солёности $\left. \frac{\partial s}{\partial n} \right|_G = 0$ на поверхности

цилиндра Γ (u, v - компоненты вектора скорости вдоль осей полярной системы координат (r, ϑ)).

В качестве начальных условий для скорости задается невозмущенный плоскопараллельный поток $u=U\cos\vartheta$, $v=-U\sin\vartheta$ с учетом граничных условий на поверхности цилиндра. Начальное условие для возмущения давления во всей расчётной области – $p=0$. Выбирая в качестве масштаба скорости скорость потока U , масштаба длины – диаметр цилиндра D , система (1) записывается в безразмерных переменных. Расчётная область (рис. 1). – заключена между двумя concentric circles – границей цилиндра Γ и внешней – условной границей G , за которой находится невозмущенная область. Поток жидкости со скоростью U направлен вдоль оси Ox . В расчетах используется полярная система координат (r, θ) с началом с началом в центре цилиндра.

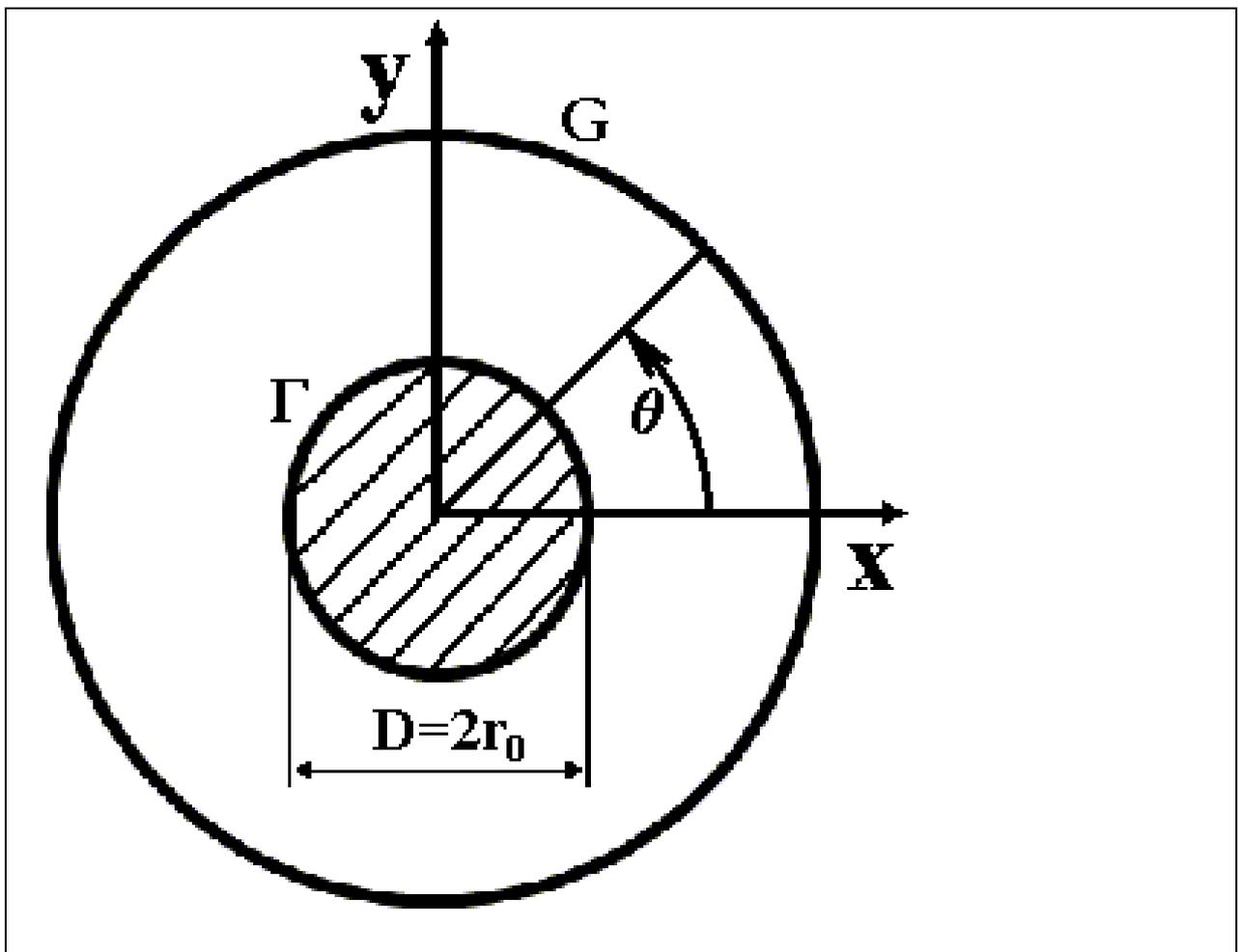


Рис. 1. Расчетная область течения.

Для удобства вычислений расчетная область преобразуется в прямоугольную со сторонами, расположенными: z – в горизонтальном

направлении и θ - в вертикальном, с помощью замены $r = R(z)$, где $R(z) = 1 + \alpha z + z^3$; коэффициент преобразования $\alpha = 0.2\sqrt{2/\text{Re}}$. Новая ортогональная система координат (z, θ) ; $z \in [0, \infty]$, $\theta \in [0, 2\pi]$, связана с декартовой системой преобразованием: $x = R(z) \cos \theta$; $y = R(z) \sin \theta$. Расчетная сетка в координатах z, θ является равномерной и более удобной для использования конечно-разностных методов, чем полярная. В то же время эта сетка позволяет лучше разрешать особенности течения вблизи цилиндра.

Для решения системы уравнений (1), записанной в безразмерных переменных, используется метод расщепления по физическим переменным с явной гибридной конечно-разностной схемой второго порядка аппроксимации по пространственным переменным. Она характеризуется монотонностью, минимальными схемной вязкостью и дисперсией, что дает возможность проводить расчеты в широком диапазоне чисел Рейнольдса и Фруда. Метод описан в работе [1]. При использовании метода расщепления решение задачи (2) разделяется на 3 этапа. Пусть в некоторый момент времени $\tau_n = n\Delta\tau$ ($\Delta\tau$ - шаг по времени, n - число шагов) известно поле скорости \vec{v}^n . Тогда схему определения неизвестных функций в момент времени $\tau_{n+1} = (n+1)\Delta\tau$ можно представить следующим образом:

На первом этапе определяется вспомогательная сеточная функция \tilde{v} , учитывающая только конвективные и вязкие члены, а также силы плавучести, но не удовлетворяющая условию $\text{div } \vec{v} = 0$:

$$\frac{\tilde{v} - v^n}{\Delta\tau} = -(v^n \nabla) v^n + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 v^n + \frac{\vec{g}s}{\text{Fr}_g},$$

На втором этапе из решения уравнения Пуассона находится поле давления с учетом условия $\nabla v^{n+1} = 0$:

$$\nabla^2 p = \frac{\nabla \tilde{v}^n}{\Delta\tau} -$$

На третьем этапе вычисляется поле скоростей на $n+1$ слое по времени:

$$v^{n+1} = \tilde{v} - \nabla p \Delta \tau ,$$

после чего, учитывая найденное значение v^{n+1} , решается уравнение для возмущения солености:

$$s^{n+1} = s^n - \Delta \tau (v^{n+1} \nabla) s - \frac{\Delta \tau \Delta s}{Re} + \frac{\Delta \tau \cdot D \cdot (u \cdot \sin \vartheta + v \cdot \cos \vartheta)}{\Lambda}$$

Уравнение Пуассона для расчёта давления решается методом точечной верхней релаксации (ТВР), применённого для цилиндрической системы координат. Для расчётной реализации методики, изложенной выше, автором диссертации был создан комплекс программ на языке программирования FORTRAN-77, который затем был распараллелен в направлении оси z вдоль радиуса цилиндра. Распараллеливание осуществлялось с помощью технологии MPI. После чего параллельный алгоритм был оптимизирован для увеличения скорости обмена данными между процессорами. Шаг по времени выбирается автоматически из условия Куранта. С учетом условия сопоставимости с экспериментом продолжительность расчетной реализации составляет $10T_b$. Все численные данные, представленные для сравнения с экспериментом, пересчитаны в декартову систему координат, в которой цилиндр движется относительно неподвижной жидкости.

Во **второй главе** приводятся данные тестовых расчётов двумерных течений с различными значениями параметров Re и Fr для сравнения с экспериментальными данными.

Для сравнения с экспериментом, который проводился в водном растворе поваренной соли (NaCl), в расчетах принимались следующие значения коэффициентов: кинематической вязкости – $\nu = 0.01 \text{ см}^2 / \text{с}$, диффузии соли $\kappa_s = 1.41 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2 / \text{с}$. Период плавучести – $T_b = 25.2 \text{ с}$, скорость цилиндра U изменялась в пределах $0.1 - 0.4 \text{ см/с}$, диаметр цилиндра $D=2.5 \text{ см}$. Экспериментальные данные предоставлены Лабораторией механики жидкости ИПМех. РАН. На рис. 2 изображена

картина течения стратифицированной жидкости около цилиндра ($D=2.5$ см; $U=0.1$ см/с; $T_B=25.2$ с; $Fr=0.16$; $Re=25$).

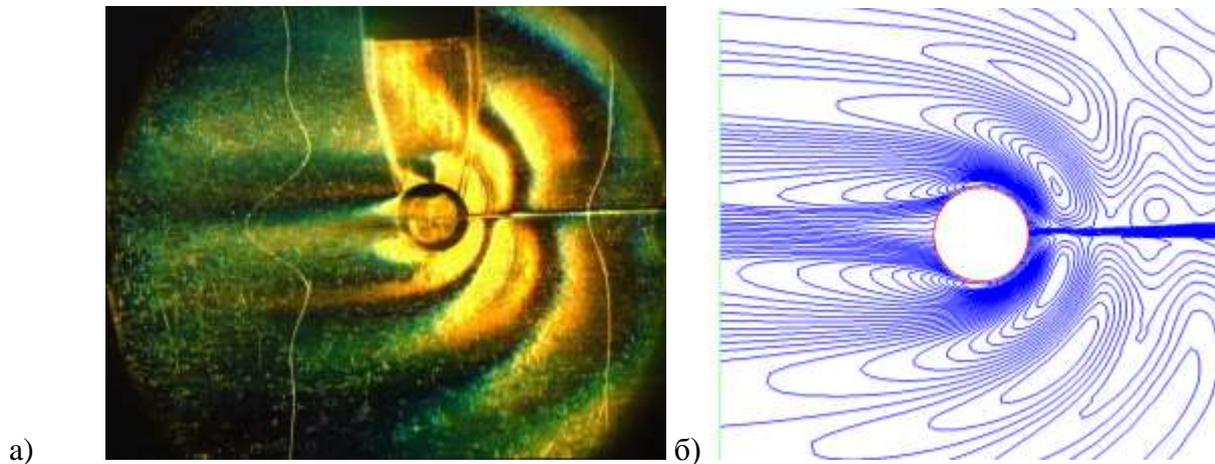


Рис. 2. Картина стратифицированного течения около цилиндра: а) – теневая фотография, (б) – карта рассчитанных изолиний солености ($D=2,5$ см; $U=0,1$ см/с; $T_b=25,2$ с; $Fr=0,16$; $Re=25$).

Типичная теневая картина ламинарного стратифицированного течения около цилиндра и рассчитанная карта изолиний солености в системе координат, связанной с цилиндром, приведены для сравнения на рис. 2 (цилиндр движется справа налево). Теневое изображение на рис. 2 а, полученное методом "вертикальные щель-нить в фокусе", иллюстрирует структуру поля модуля градиента солености. Метки визуализируют профили скорости в опережающем возмущении и в следе позади цилиндра. Карта изолиний на рис. 2 б представляет поле возмущений солености.

На рис. 2 также видны общие элементы наблюдаемой и рассчитанной картин течения – опережающее возмущение, скоростной и плотностной следы позади цилиндра, поле внутренних волн. Опережающее возмущение состоит из заблокированной жидкости непосредственно перед телом и нестационарных внутренних волн, плавно переходящих в присоединенные внутренние волны позади цилиндра. Как в теневой картине, так и в расчете видны клиновидные границы области полной блокировки перед цилиндром. В обоих случаях визуализированы три волны, длина которых

соответствует расчетной по линейной теории: $\lambda = U_0 \cdot T_b$. Однако рассчитанная картина является более информативной, поскольку показывает не только форму гребней и впадин волн, но и величину возмущений солёности, а, следовательно, смещения частиц в волне и положение областей максимальных амплитуд (центры замкнутых изолиний). В целом экспериментально наблюдаемая и рассчитанная картина течения являются структурно подобными.

Поле возмущений солёности имеет такую структуру: семейство почти параллельных изолиний перед цилиндром отражает эффект блокировки (проталкивание жидкости перед телом). Наклонные линии, плавно переходящие в концентрические окружности, визуализируют нестационарные опережающие внутренние волны (которым соответствуют наклонные лучи на рис. 2а), плавно переходящие в присоединенные позади тела. Однако вблизи оси течения в следе за телом монотонность изменения плотности нарушается. За задней критической точкой цилиндра к препятствию примыкает центральная высокоградиентная оболочка (сгущение изолиний на рис. 2б), которая визуализируется как темная линия позади тела на рис. 2а. Ранее высокоградиентные элементы структуры спутного следа наблюдались в эксперименте, но не визуализировались в численных расчетах. Появление прослойки в спутном следе обусловлено общей перестройкой стратификации движущимся цилиндром. Высокоградиентные прослойки, которые в эксперименте наблюдаются при обтекании препятствий, в численных расчётах ранее практически не обнаруживались. Последовательность профилей возмущений плотности за цилиндром, рассчитанных на различных расстояниях от его задней критической точки, приведена на рис. 3. На этом рисунке на дополнительной вертикальной оси, изображенной на первом профиле, отложены возмущения солёности, умноженные, вследствие их малости, на 10^4 и находящиеся на соответствующем вертикальном горизонте Y . Точка 0 соответствует центру двумерного цилиндра. На оси движения в каждом сечении выделяется

тонкий слой, градиент плотности в котором в несколько раз превосходит фоновый. В ближайшем к цилиндру сечении формируется скачок плотности вследствие смыкания слоев, разнесенных по вертикали в невозмущенной среде.

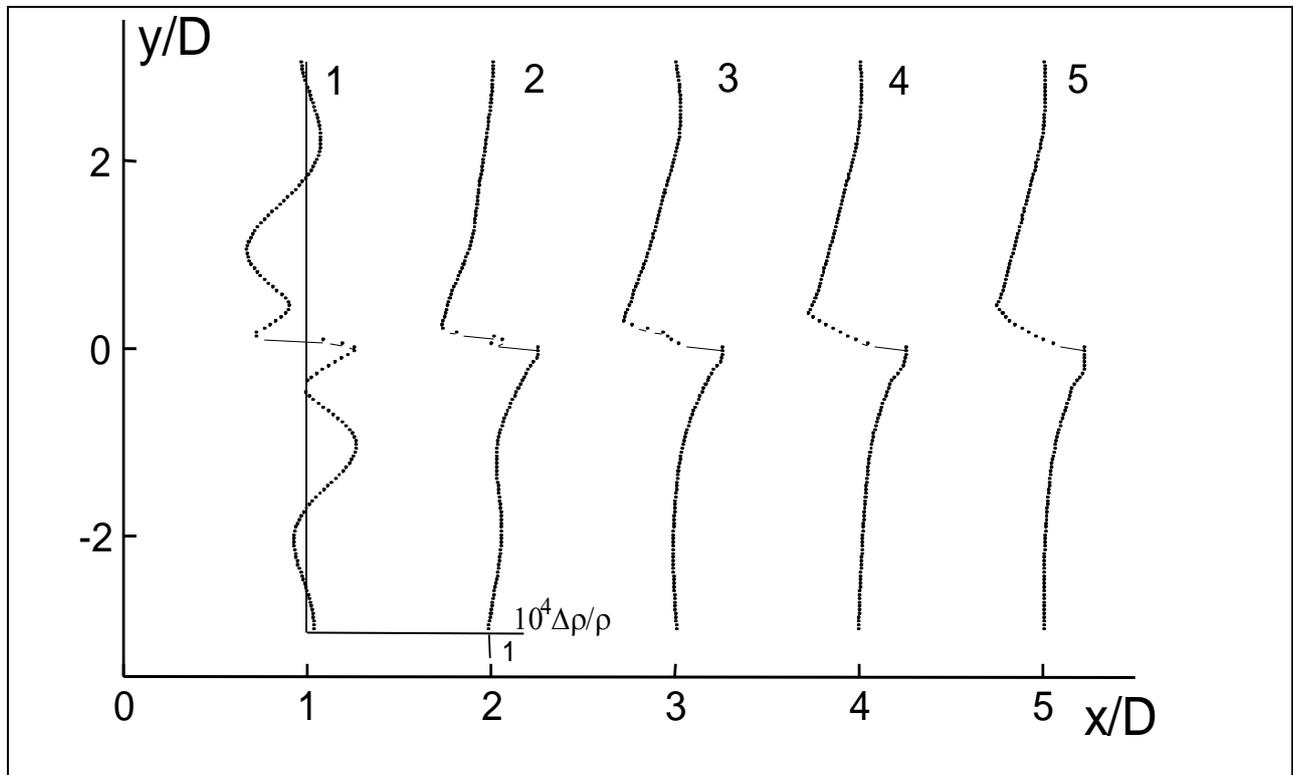


Рис .3. Профили плотности в следе за цилиндром на различных расстояниях от задней кромки: 1-5) – $x/D = 1; 2; 3; 4; 5$; $D = 2,5$ см; $U = 0,1$ см/с; $T_b = 25,2$ с; $Fr = 0,16$; $Re = 25$).

Волновые возмущения в приведенных распределениях плотности выражены только в ближайшем к телу сечении, на расстоянии длины волны от задней критической точки цилиндра, что свидетельствует о влиянии ближайших к цилиндру волн на рис. 2 а,б. По мере удаления от цилиндра скачок плотности постепенно сглаживается за счет диффузии. Тестирование предложенной к рассмотрению расчётной модели путём сопоставления результатов расчёта с результатами эксперимента для различных режимов течения хорошо согласуются с результатами численных расчётов. В вычислительном и лабораторном экспериментах заблокированная жидкость перед цилиндром окружена полем нестационарных волн, фазовые поверхности которых располагаются на наклонных лучах. Высокоградиентные прослойки в следе

позади цилиндра, которые наблюдаются в эксперименте, в вычислительном эксперименте выявлены впервые. Результаты этих исследований опубликованы в работе [4].

В третьей главе приводится сравнительное исследование двумерных течений жидкостей с двумя различными периодами плавучести: $T_b=25.2\text{с}$ и $T_b=6.28\text{с}$. в диапазоне чисел Рейнольдса от 25 до 113.5.

Представлены рисунки мгновенных линий тока и линий равной солёности для обоих течений. Обнаружено, что линии равной солёности имеют форму “гребня”. Для жидкости с периодом плавучести $T_b=6.28\text{с}$ при медленных течениях с числом $Re<60$ (в данном рассмотрении диаметр цилиндра предполагается постоянным, поэтому число Re характеризует только скорость течения) обнаружены длинные застойные зоны за задней критической точкой цилиндра и объяснено их появление. Для жидкости с периодом плавучести $T_b=25.2\text{с}$ это явление не наблюдается.

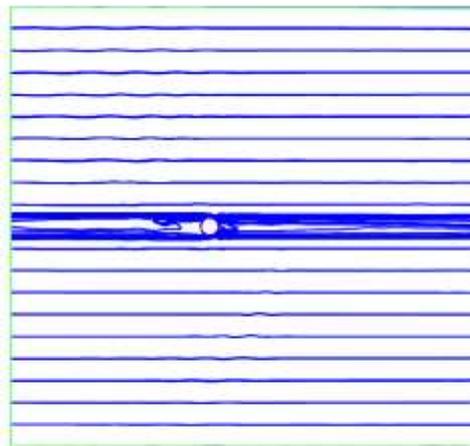


Рис. 4. Мгновенные линии тока для течения с параметрами $Re=33.75$; $Fr=0.054$. **Во всех рисунках жидкость течёт слева направо.**

Видна длинная застойная зона сзади за цилиндром. Определена длина застойной зоны в радиусах цилиндра.

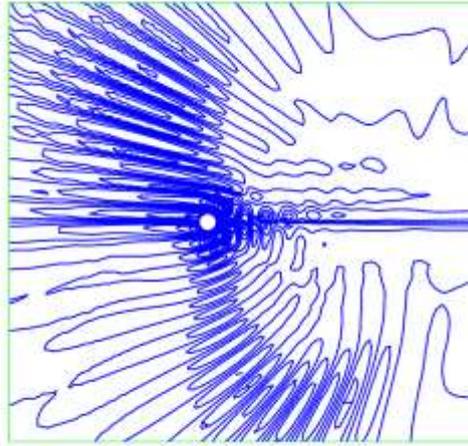


Рис.5. Линии равной солёности для течения жидкости с периодом плавучести $T_b=6.28\text{c}$ с параметрами $Re=113.5$; $Fr=0.1816$.

Исследован графически характер изменения возмущений солёности в области «гребня».

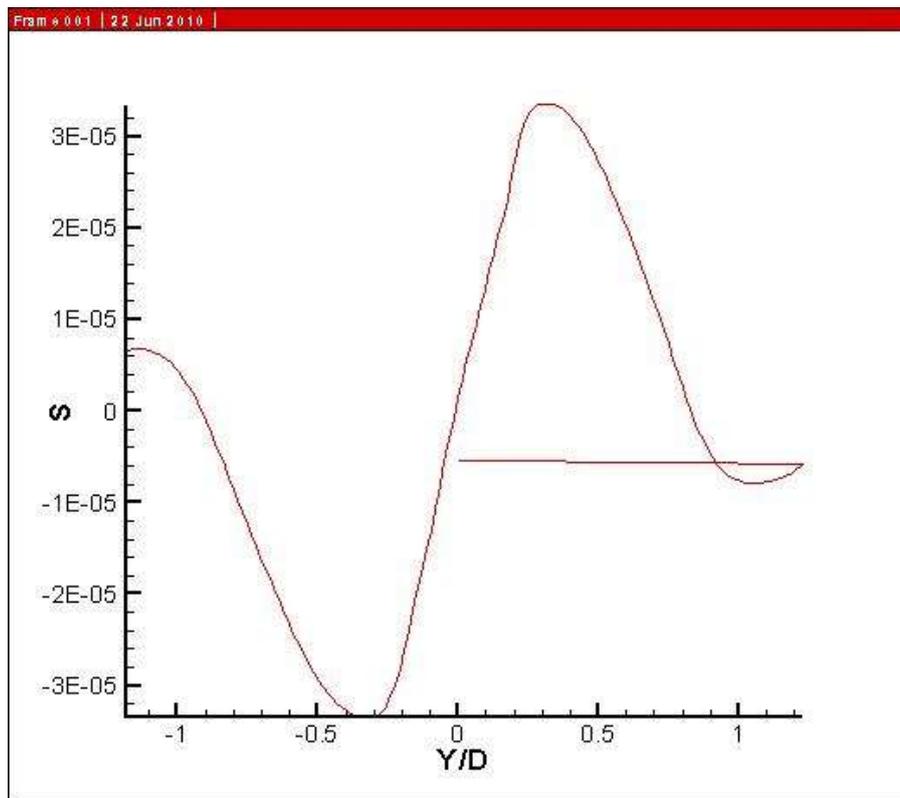


Рис.6. Профиль солёности на расстоянии $x/D=3$ от передней критической точки цилиндра для течения жидкости с параметрами $T_b=25.2\text{c}$.; $Re=25.2$, $Fr=0.16$.

Все приведённые результаты относятся к моменту времени $10T_b$; течение к этому моменту времени уже устанавливается. Исследовано изменение характера течения в зависимости от числа Re : изменение размеров блокировки, расположения и амплитуды внутренних волн и другие особенности течений. Впервые исследовано появление застойных зон в следе за цилиндром для жидкости с периодом плавучести $T_b=6.28c$; объяснено их появление и зависимость их размера от числа Re . Исследована форма линий равной солёности перед цилиндром.

Результаты этого исследования опубликованы в работе Гущина и Рождественской (2011г.).

В **четвёртой главе** рассматриваются сравнительные особенности трёхмерных течений жидкости также с двумя периодами плавучести : $T_b=6.28c$ и $T_b=15c$, но в диапазоне чисел Re от 300 до 1000, поскольку, как известно из эксперимента, трёхмерный характер течения проявляется с чисел $Re >250$. Приводятся рисунки мгновенных линий тока и линий равной солёности в двух сечениях цилиндра по длине для иллюстрации проявления трёхмерности течений. Анализируются особенности каждого течения.

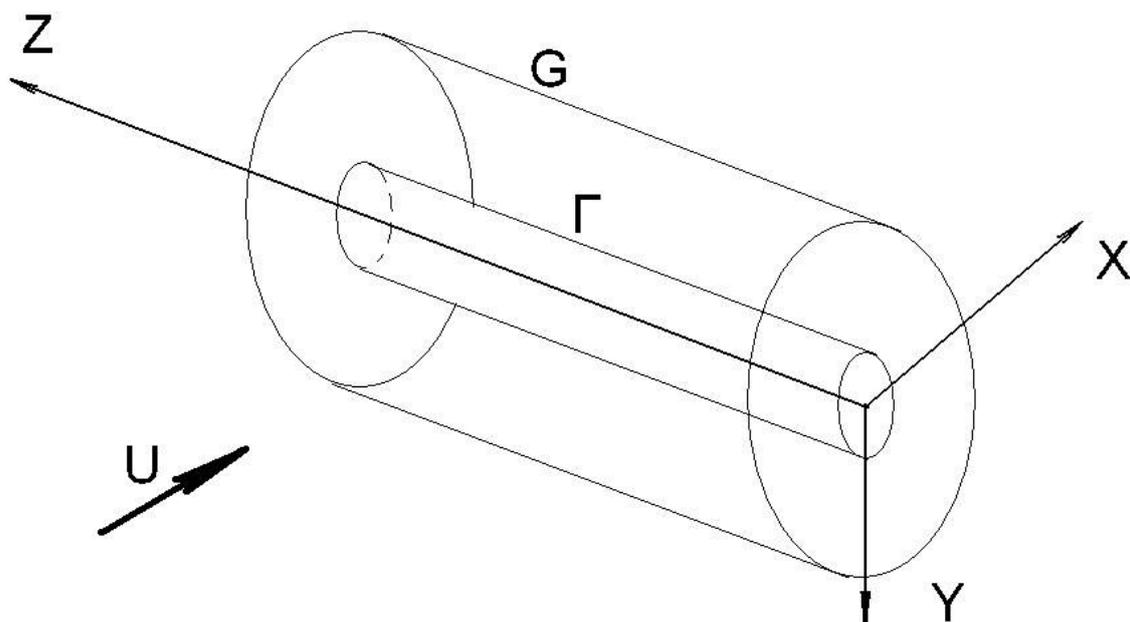


Рис.7. Расчётная область задачи

(Для того, чтобы система координат была правой, ось y повернута вниз, и в данном изображении солёность убывает сверху вниз).

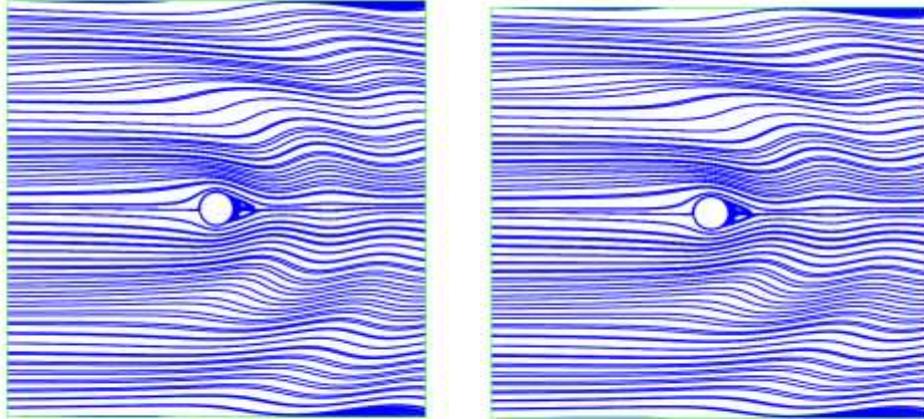
В качестве начальных условий для скорости задается невозмущенный плоскопараллельный поток $u=U\cos\vartheta$, $v=-U\sin\vartheta$, $w=0$. Расчётная длина цилиндра бралась равной семи его радиусам; $L=7r$; шаг сетки по образующей -0.2 радиуса; всего по образующей 36 точек. Применялась модифицированная цилиндрическая система координат, число точек по окружности бралось, как и раньше, равным 180, а в направлении радиуса – в зависимости от длины расчётной области z_{\max} – от 180 до 280, что даёт возможность сохранить примерно постоянную длину ячейки по радиусу и, таким образом, разрешающую способность сетки.

Для обоих значений периодов плавучести течения рассматривались с числами Рейнольдса равными: 300, 450, 600, 800 и 1000.

Для выявления эффекта трёхмерности приведены рисунки мгновенных линий тока и линий равной солёности в первом ($k=1$) и среднем ($k=18$) сечениях цилиндра. Расчёты всех течений проводились, как и в предыдущих работах, до времени $10 T_b$, к этому времени течение уже устанавливается, и картинка относится к этому времени. Во всех картинках набегающий поток направлен слева направо.

Сравнительное исследование течений с периодами плавучести $T_b=6.28c$ и $T_b=15c$.

I. Течения с периодом плавучести $T_b=6.28c$.



k=1

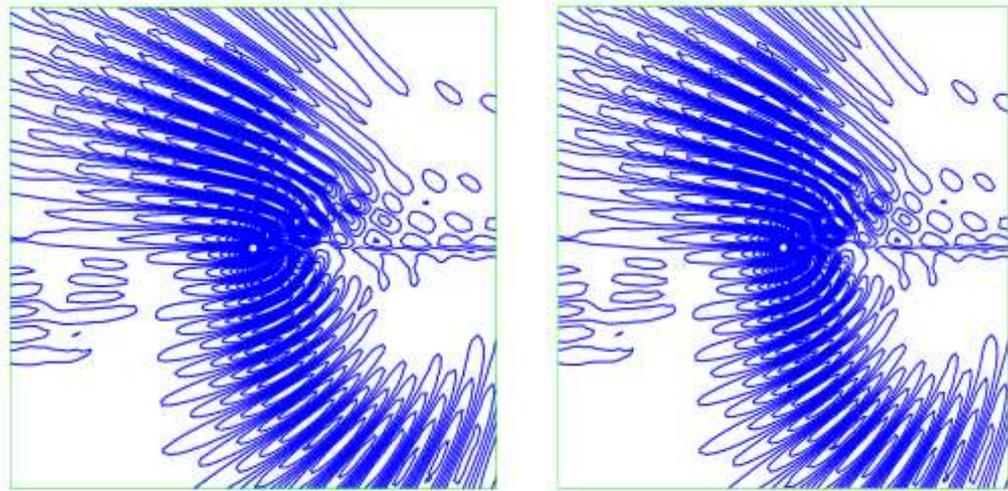
k=18

Рис.8.

Мгновенные линии тока для течения с параметрами: $Re=300$, $Fr=0.48$, $z_{max}=4.5$, число точек по радиусу $M=180$, по образующей цилиндра – везде 36.

Внутренние волны за задней критической точкой цилиндра разрешаются очень хорошо, отчётливо видны две волны. Сразу за задней критической точкой наблюдается небольшая вихревая область.

Далее приводятся изображения линий равной солёности в тех же сечениях.



k=1

k=18

Рис.9. Линии равной солёности для этого течения.

Линии равной солёности, как и в двумерном случае, представляют собой «гребни». Из их вида, как и из вида мгновенных линий тока в сечениях $k=1$ и $k=18$, видна их полная идентичность в обоих сечениях, что говорит об отсутствии эффекта трёхмерности при данных параметрах течения.

Для течения с параметрами $Re=450.$; $Fr=0.72$; z_{max} и M – те же, что и в предыдущем течении. В случае этого течения так же трёхмерный эффект отсутствует. Он начинает проявляться в течении с параметрами $Re=600.$, $Fr=0.96$. Начиная с этих значений параметров, вверх по течению от передней критической точки цилиндра появляется искажение мгновенных линий тока, наблюдаемое в виде «ряби», и ось течения искривляется.

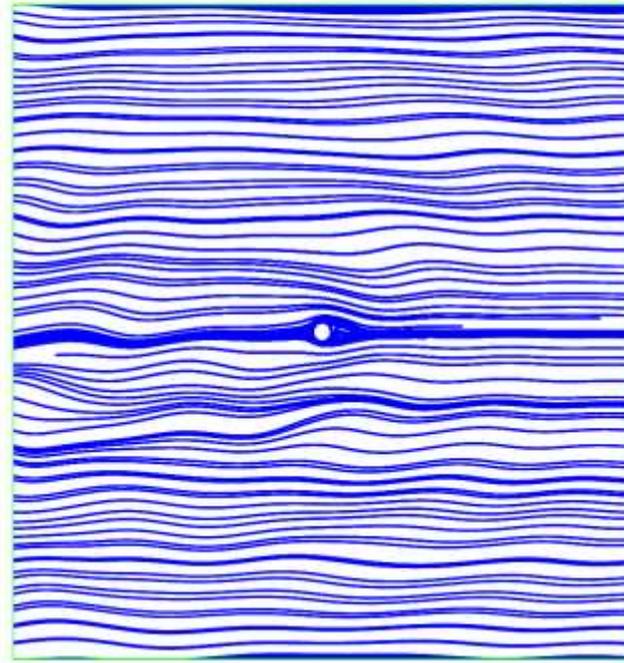


Рис.10. Искривление мгновенных линий тока и оси течения.

Предположено, что причиной этого может быть то, что в этом случае область, занимаемая внутренними волнами вверх по течению перед передней критической точкой цилиндра, имеет большую, чем в предыдущих случаях, длину, которая «режется» слишком близко поставленной расчётной воображаемой границей поля течения, или происходит отражение волн от границы $z_{\max}=4.5$. Для подтверждения этого предположения была взята граница внешней области $z_{\max}=6.5$; соответственно увеличено число точек сетки по радиусу: $M=220$ для сохранения примерно одинаковой длины ячейки сетки по радиусу. В этом случае «рябь» не наблюдается. Следовательно, выбранная граница z_{\max} и будет примерно границей области, занятой внутренними волнами вверх по течению от передней критической точки цилиндра. Для подтверждения отсутствия «ряби» были

нарисованы мелкомасштабные виды мгновенных линий тока как всегда при $k=1$ и $k=18$, чтобы отобразить как можно большую часть поля течения. Для подтверждения отсутствия «ряби» были нарисованы мелкомасштабные виды мгновенных линий тока как всегда при $k=1$ и $k=18$, чтобы отобразить как можно большую часть поля течения. Если в мелкомасштабных видах не наблюдается искривления мгновенных линий тока в верхнем течении, значит границ расчётной области выбрана правильной (достаточной). В этом случае можно изображать крупные виды мгновенных линий тока, т.е. вблизи от цилиндра.

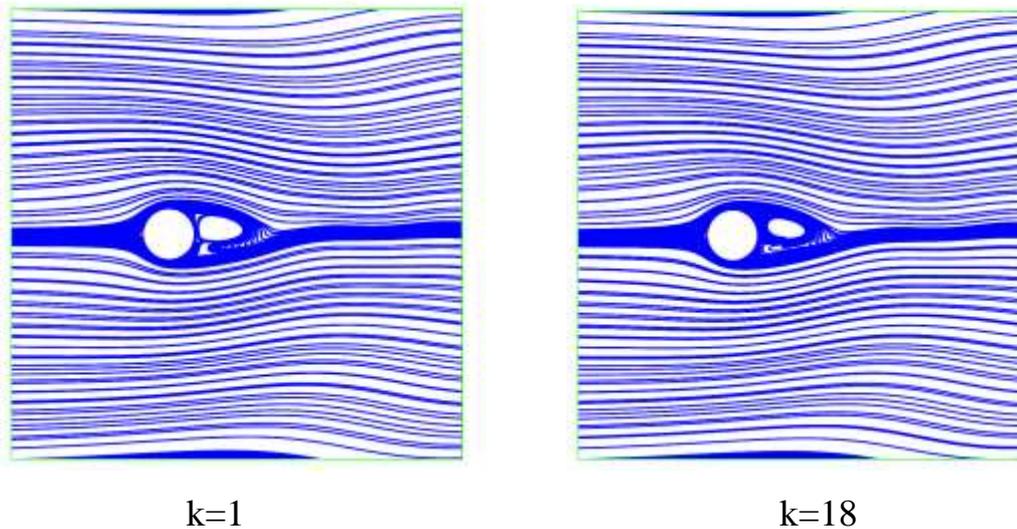


Рис.10 Крупномасштабные виды

«Ряби» нет.

В крупномасштабных видах мгновенных линий тока разница заметна. Так что эффект трёхмерности наблюдается. Следовательно, эффект трёхмерности начинает слабо проявляться, начиная с течения с $Re=600$.

В течении с параметрами $Re=800.$; $Fr=1.28.$ ($z_{max}=6.5$, $M=220$) эффект трёхмерности ещё более отчетливо выражен. Далее рассмотрено течение с параметрами $Re=1000.$; $Fr=1.6$. Поскольку в мелкомасштабном изображении мгновенных линий тока этого течения появляется рябь, решено было взять $z_{max}=7.5$, т.е. отдалить внешнюю границу расчётной области. Соответственно, и число точек по радиусу увеличивается, $M=240$.

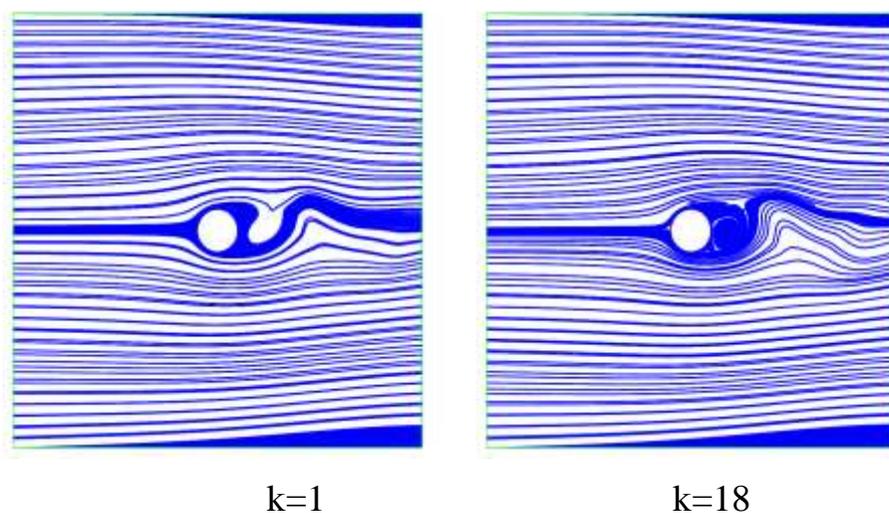


Рис.11. Крупномасштабные виды мгновенных линий тока для течения с параметрами $Re=1000$, $Fr=1.6$.

Заметно сильное различие между первым и средним сечениями, что показывает наличие всё усиливающегося по мере роста числа Re эффекта трёхмерности. Течение становится существенно трёхмерным. Кроме того, в мелкомасштабном виде мгновенных линий тока в среднем сечении цилиндра. ($k=18$), не приводимым здесь для экономии места, наблюдается небольшая «рябь» в нижней части рисунка, что указывает на то, что положение границы расчётной области должно быть ещё дальше, чем $z_{max}=7.5$.

Таблица 1. Выбор z_{\max} и M в зависимости от числа Re для жидкости с периодом плавучести $T_b=6.28c$. (область, занятая внутренними волнами, представлена также и в радиусах цилиндра r)

№ задачи	Re	z_{\max}	r	M
1	300	4.5	91.25	180
2	450	4.5	91.25	180
3	600	6.5	274.6	220
4	800	6.5	274.6	220
5	1000	>7.5	>421.9	240

II. Течения жидкости с периодом плавучести $T_b=15c$.

Поскольку при изображении мгновенных линий тока во всех течениях жидкости с $T_b=15c$ на левой границе рисунка появлялась «рябь», была сначала выбрана граница расчётной области $z_{\max}=7.5$, и число точек по радиусу $M=240$.

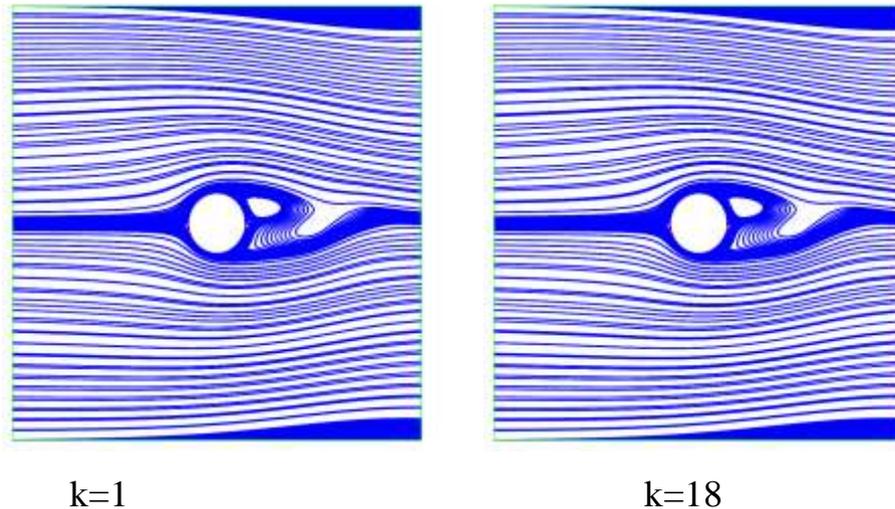


Рис.12. Мгновенные линии тока течения с параметрами $Re=300$, $Fr=1.146$.

Видно, что различия в видах $k=1$ и $k=18$ нет. Следовательно, в этом течении тоже эффект трёхмерности отсутствует, как и в случае течения с периодом плавучести $T_b=6.28c$.

В течении с параметрами $Re=450$, $Fr=1.719$ (z_{max} и M – те же, что и в предыдущем случае) наблюдается разница в первом и среднем сечениях, в отличие от жидкости с периодом плавучести $T_b=6.28c$.

По мере увеличения скорости течения (а она характеризуется числом Re вследствие выбранного постоянного диаметра цилиндра, как было указано выше) , явление трёхмерности становится всё более отчётливым, и границу расчётной области z_{max} приходится отодвигать всё дальше. Следовательно, для сохранения примерно постоянной длины ячейки в направлении преобразованного радиуса z число точек сетки в этом направлении приходится увеличивать.

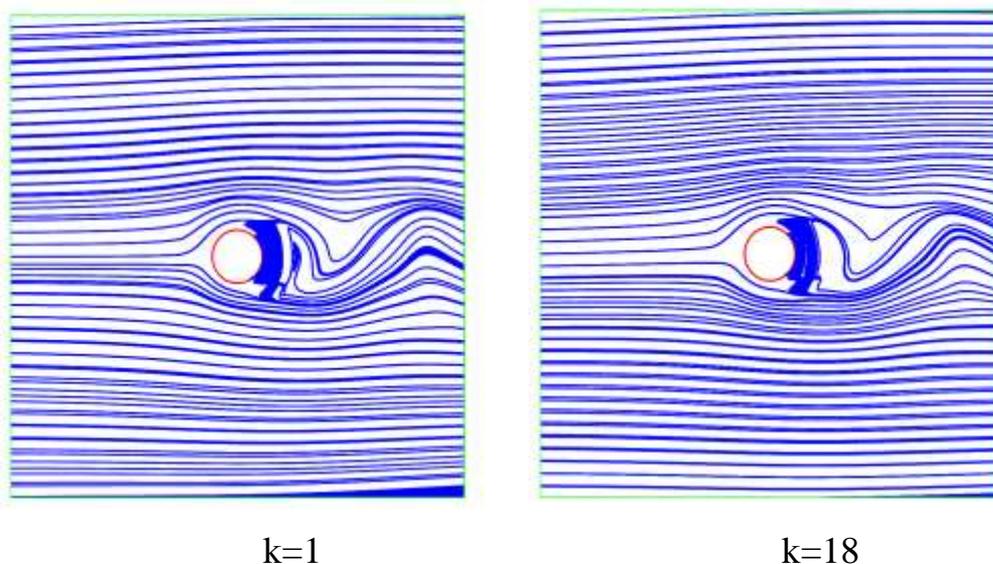


Рис.13. Мгновенные линии тока течения $Re=1000, Fr=3.82$. $z_{max}=9.5$, $M=280$

Трёхмерность течения очевидна.

Для жидкости с периодом плавучести $T_b=15c$ эффект трёхмерности наступает раньше, чем для жидкости с периодом плавучести $T_b=6.28c$ и область, занятая присоединёнными волнами, гораздо больше вследствие большей лёгкости этой жидкости (в неё легче внести большее возмущение).

Таблица 2. Выбор z_{max} и M в зависимости от числа Re для жидкости с периодом плавучести $T_b=15c$. (область, занятая внутренними волнами, представлена также и в радиусах цилиндра r)

№ задачи	Re	z_{max}	r	M
1	300	7.5	421.9	240
2	450	7.5	421.9	240
3	600	7.5	421.9	240
4	800	9.5	857.4	280
5	1000	>9.5	>857.4	280

Исследование углов отрыва

Исследуется зависимость углов отрыва течения от расположения точки сетки (сечения) на цилиндре.

Рассматриваются течения с периодом плавучести $T_b=6.28c$ и $T_b=15c$. при $Re=300$. и 1000 . Для обеих жидкостей при $Re=300$. было выявлено постоянство углов отрыва по всей длине цилиндра во всех сечениях. Для жидкости с периодом плавучести $T_b=6.28c$ угол отрыва равен 48^0 , а для жидкости с $T_b=15c$ – угол отрыва равен 60^0 , что указывает на отсутствие трёхмерного эффекта для обеих жидкостей при $Re=300$. При течении же с $Re=1000$. для обеих жидкостей был выявлен трёхмерный эффект, как показывают рисунки (43) и(44). На них показана зависимость угла отрыва от номера сечения по всей длине цилиндра; рисунок (43) показывает эту зависимость для течения жидкости с $T_b=6.28c$., а рисунок (44) – для течения жидкости с $T_b=15c$. В последнем проявляется некоторое подобие периодичности, как и для однородной жидкости (поскольку жидкость с

$T_b=15c$ более лёгкая, то её течение более напоминает течение однородной жидкости [19].

Кроме этого, были проведены расчёты усреднённых по всем сечениям углов отрыва течения с параметрами: $T_b=6.28c$, $Re=600$, $Fr=0.96$ для цилиндров длины $L=3.5R$, $L=14R$, $L=28R$; с длиной ячейки сетки вдоль образующей цилиндра $dk=0.1$, 0.4 и 0.8 соответственно при сохранении постоянного количества точек по цилиндру: 36 точек. Средний угол отрыва для стандартного цилиндра длиной $L=7R$ составил 70.1714 , для цилиндра длиной $L=14R$ – 68.8 , для цилиндра длиной $L=3.5R$ – 70.86 , для цилиндра длиной $L=28R$ – 69.94 . В результате угол отрыва, усреднённый по всем сечениям и по всем длинам цилиндра, составил 69.94 .

(Все значения углов выражены в градусах).

При этом отклонение от этого значения для цилиндра длиной $L=7R$ составило 0.33% , для цилиндра длиной $L=14R$ составило 0.984% , для цилиндра длиной $L=3.5R$ составило 1.01% , и для цилиндра длиной $L=28R$ составило 0% . С учётом того, что шаг вдоль образующей цилиндра был разной длины, т.е. сетки были разные и поэтому значения скоростей вычислялись в разных местах для каждого цилиндра, такая точность по углу отрыва ещё раз подтверждает правильность расчётов и достоверность результатов.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Метод расщепления по физическим факторам для несжимаемой жидкости с явной конечно-разностной схемой модифицирован для расчётов течений неоднородной жидкости. Создан комплекс программ в параллельной реализации для таких расчётов.
2. При помощи этого метода произведены расчёты двумерных и трёхмерных течений с различными периодами плавучести в широком диапазоне чисел Рейнольдса и Фруда; обнаружено хорошее совпадение с экспериментом,

моделирование уже известных особенностей таких течений и обнаружение новых.

3. Впервые численно были обнаружены прослойки плотности в следе за цилиндром, ранее обнаруженные только в эксперименте.
4. Обнаружены застойные зоны в следе за цилиндром для течений с малым периодом плавучести, объяснено их возникновение и особенности.
5. Исследована форма линий равной солёности перед цилиндром.
6. Исследованы особенности трёхмерных течений, указано практическое применение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гущин В.А.** Метод расщепления для задач динамики неоднородной вязкой несжимаемой жидкости // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1981.Т.21. №4. С. 1003–1017.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

2. **Гущин В.А. , Рождественская Т.И.** Численное моделирование течений неоднородной вязкой жидкости около 2D кругового цилиндра. Избранные тексты докладов международной конференции “Потоки и структуры в жидкостях” (Москва, 20-22 июня 2001 г.), Институт проблем механики РАН, 177.
3. **Rozhdestvenskaya T.I.** Computation investigation of stratified fluid flows around circular cylinder fine structure. International workshop on Turbulence and Instabilities (21-25 September,2004 , Moscow,Russia). Abstracts,2004.
4. **Гущин В.А., Миткин В.В., Рождественская Т.И., Чашечкин Ю.Д.** Численное и экспериментальное исследование тонкой структуры течения стратифицированной жидкости вблизи кругового цилиндра.// ПМТФ.2007. Т 48, №1. С.43-54.
5. **В.А.Гущин, Т.И. Рождественская.** Численное исследование явлений,

возникающих вблизи кругового цилиндра в течениях стратифицированных жидкостей с небольшими периодами плавучести.//

ПМТФ, 2011, №6, т.52, с.69-76.

6. Т. И. Рождественская. Численное исследование течений неоднородной жидкости около кругового цилиндра. (В печати).