

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе и
стратегическому развитию
Московского физико-технического
института (государственного
университета),
член-корреспондент РАН



Аушев Тагир
Абдул - Хамидович

2017 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию **Белова Александра Александровича**
“Экономичные модели расчета жестких задач в моделях кинетики,
теплопроводности, диффузии”
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 05.13.18 - «*Математическое
моделирование, численные методы, комплексы программ*»

Диссертация посвящена разработке и применению экономичных методов расчета жестких задач, возникающих в следующих областях: 1) кинетика реакций, 2) диагностика сингулярностей в решении обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), 3) эллиптические уравнения (в том числе сингулярно возмущенные). В диссертации также получены уточненные данные по скоростям 4 важных термоядерных реакций. Все разработанные методы позволяют находить решение с апостериорной асимптотически точной оценкой погрешности.

Актуальность.

В последнее время все большее важной становится проблема поиска новых источников энергии и повышения эффективности имеющихся. Пути ее решения являются оптимизация процессов горения с точки зрения энерговыхода и осуществление управляемого термоядерного синтеза (УТС). Для решения этих проблем требуются надежные численные методы, позволяющие проводить расчеты с высокой гарантированной точностью (не хуже 0.1%). Для моделирования процессов в мишенях УТС требуются достоверные данные о скоростях реакций.

Другой важной проблемой является расчет электродинамических конструкций, в которых поле лишь незначительно проникает внутрь проводника, то есть образует тонкий скин-слой. Примерами таких процессов

являются диффузия магнитного поля в сжимающую оболочку магнитокумулятивных генераторов сверхмощных магнитных полей и сверхсильных токов, поверхностный индукционный нагрев при закалке стальных деталей, поверхностное легирование полупроводников донорами и акцепторами и многие другие.

Таким образом, *актуальна* разработка надежных и экономичных методов расчета перечисленных задач, причем решение должно вычисляться с высокой гарантированной точностью.

Содержание работы.

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Полный объем диссертации 159 страниц текста, список литературы содержит 57 наименований.

Во *введении* перечисляются рассматриваемые в диссертации задачи и дается обзор современного состояния исследований. Приводится краткая характеристика работы, включая обоснование актуальности, цель работы, научную новизну и практическую значимость, обоснование достоверности результатов и положения, выносимые на защиту.

В *первой главе* предложена специальная явная схема второго порядка точности для задачи кинетики реакций. Проведены расчеты представительного тестового примера, имитирующего уравнение кинетики трехчастичной реакции.

Предложен метод численной диагностики разрушений для систем ОДУ, позволяющий определить момент сингулярности и ее порядок с гарантированной точностью. Он применим и к уравнениям в частных производных, так как при численном решении они сводятся методом прямых к системе ОДУ.

Во *второй главе* оптимизирован сверхбыстрый итерационный метод для счета на установление по эволюционно-факторизованной схеме с логарифмическим набором шагов. Предложена практически неулучшаемая производящая функция этого набора и апостериорные асимптотически точные оценки итерационного процесса. Метод позволяет экономично решать эллиптические уравнения на многократно сгущающихся сетках по пространству и получать высокую точность.

В *третьей главе* для сингулярно возмущенных эллиптических уравнений в прямоугольных областях предложена адаптивная квазиравномерная сетка, детально передающая все характерные участки решения. Она позволяет решать сингулярно возмущенные эллиптические уравнения с очень узкими пограничными слоями и ограничиваться сетками с небольшим числом узлов.

В *четвертой главе* разработан новый метод обработки экспериментальных данных, измеренных со значительной погрешностью. Он заключается в построении аппроксимации по методу двойного периода со специальным регуляризатором. С использованием этого метода получены аппроксимации для сечений 4 термоядерных реакций, наиболее актуальных для УТС, и вычислены скорости этих реакций. Разработан метод оценки

доверительного интервала этих аппроксимаций. Показано, что точность полученных аппроксимаций ~в 5 раз точнее мирового уровня.

В *пятой главе* приведено описание 3 прикладных пакетов программ на языке Matlab, разработанных на основе предложенных методов. Во всех пакетах решение вычисляется одновременно с апостериорным асимптотически точным значением погрешности. Проведено большое количество тестовых расчетов, которые позволили верифицировать работу предложенных вычислительных технологий (численного метода и его программной реализации), а также продемонстрировать их высокую эффективность. Для всех программ приводятся исходные коды, подробные описания и контрольные тесты.

В *заклучении* сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Наиболее существенные результаты, полученные соискателем:

1. Разработаны и реализованы экономичные численные алгоритмы решения задач кинетики, диффузии и эффективный метод численного обнаружения и диагностики сингулярностей в ОДУ, работающий в автоматическом режиме. Разработан и успешно применен метод обработки экспериментальных данных с нахождением дисперсии аппроксимирующей кривой.
2. Разработан простой итерационный метод решения многомерных эллиптических уравнений с логарифмической сходимостью, что является теоретическим пределом. Одновременно с решением метод вычисляет асимптотически точную оценку погрешности. Метод позволяет эффективно решать сингулярно возмущенные уравнения.
3. Создано три пакета прикладных программ для решения указанных выше задач. Эффективность пакетов подтверждена численными экспериментами.
4. Разработаны новые математические методы моделирования основных ядерных реакций синтеза изотопов водорода, получены наиболее точные на настоящий момент аппроксимации сечений и скоростей реакций.

Научная новизна.

Для 4 термоядерных реакций, наиболее важных для УТС, найдены аппроксимации сечений и скоростей реакций с точностью 1% и 1–4% соответственно. Разработана специальная явная схема второго порядка точности для кинетики реакций. Разработана регуляризация метода двойного периода для обработки экспериментов и метод вычисления дисперсии аппроксимирующей кривой. Предложен простой и надежный метод диагностики сингулярностей (степенной и логарифмический полюса, смешанная особенность) для ОДУ с апостериорной асимптотически точной оценкой погрешности. Для решения эллиптических уравнений без смешанных производных логарифмическим счетом на установление предложен новый линейно-тригонометрический набор шагов по времени. Разработан метод вычисления апостериорного асимптотически точного

значения погрешности итераций. Для сингулярно возмущенных эллиптических уравнений в прямоугольных областях предложена адаптивная квазиравномерная сетка, которая обеспечивает высокую точность даже при очень тонких пограничных слоях (10^{-7} от размеров области) уже на скромных сетках с небольшим числом узлов (до 500 по каждому направлению). На основе предложенных методов впервые разработаны 3 пакета программ на языке Matlab, эффективность которых подтверждена большим количеством численных экспериментов.

Практическая и научная значимость результатов.

Полученные в работе аппроксимации для сечений и скоростей термоядерных реакций значительно точнее известных ранее. Это существенно для моделирования процессов в мишенях управляемого синтеза.

Предложенные математические методы качественно превосходят по точности, надежности и эффективности ранее известные алгоритмы и представляют интерес для широкого круга исследователей. Разработанные пакеты программ должны найти широкое применение для исследовательских расчетов, а также как прототипы программных комплексов для производственных расчетов.

Результаты работы могут быть использованы в теоретических и прикладных исследованиях, проводимых на ряде факультетов МГУ им. М.В. Ломоносова (физическом, химическом, ВМК и других), в ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, федеральных ядерных центрах (Саров и Снежинск), ФИАН им. П.Н. Лебедева, ОИЯИ, НИЦ "Курчатовский институт", МИАН им. В.А. Стеклова, ИММ УрО РАН, ВЦ РАН и других организациях.

Достоверность результатов.

Достоверность и надежность разработанных математических методов гарантируется их проверкой на представительных тестовых задачах с известным точным решением, а также расчетами на сгущающихся сетках с апостериорной оценкой погрешности по методу Ричардсона и контролем фактического порядка точности. Надежность обработки экспериментальных данных следует из большого объема анализируемого материала, а также из физически осмысленного поведения аппроксимирующей кривой. Вычисленные оценки точности аппроксимаций для сечений контролируются по соответствию известным физическим закономерностям (например, формула Гамова).

Замечания к работе.

1. Для предложенного в работе регуляризованного метода двойного периода есть хорошие представительные примеры применения, но нет доказательства того, что он является регуляризирующим алгоритмом в смысле определения, данного А.Н. Тихоновым.
2. Для этого метода предложены эвристические оценки доверительного интервала аппроксимирующей кривой, но не построено аккуратных оценок погрешности.

3. В главе, посвященной построению явной схемы для жесткой задачи кинетики, говорится, что она будет устойчива при достаточно малом шаге, но не предлагается конструктивного алгоритма автоматического выбора шага.

Общая оценка.

Приведенные замечания не снижают ценности проделанной работы. В работе рассмотрены актуальные задачи. Постановка и методы решения задач ясны и обоснованы. В данном исследовании присутствуют все компоненты математического моделирования – построение моделей, разработка алгоритмов, их реализация и проведение вычислительного эксперимента. При выполнении работ по всем упомянутым компонентам автор продемонстрировал высокую квалификацию, успешно выполнив их на самом современном (в том числе и высоком математическом) уровне. Результаты обладают научной новизной и практической ценностью. Автореферат полностью и точно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа Белова А.А. является законченной научно-квалификационной работой и отвечает требованиям Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 “Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ” (утверждено постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 №842), а ее автор Белов Александр Александрович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв на диссертацию обсуждён и одобрен на расширенном научном семинаре кафедры информатики МФТИ «6» апреля 2016 г., протокол №7.

Член-корреспондент РАН, д.ф.-м.н, профессор,
заведующий кафедрой информатики
и вычислительной математики

«6» апреля 2017 года

И.Б.Петров

Почтовый адрес:

141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., 9. МФТИ

Телефон: +7 (495) 408-45-54; +7 (495) 408-66-95

Организация – место работы: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)», кафедра информатики и вычислительной математики

Должность: заведующий кафедрой

Адрес электронной почты: petrov@mipt.ru

Web-site: <http://mipt.ru/>