



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе  
ФГБОУ ВО «СПбГУ»

  
С. В. Микушев

«21» *апреля* 2022 г.

### ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет» на диссертационную работу **Батхина Александра Борисовича** «Семейства периодических и стационарных решений в гамильтоновой механике», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.01 – теоретическая механика.

Диссертационная работа А.Б.Батхина посвящена актуальным проблемам исследования семейств периодических и стационарных решений в гамильтоновой механике в рамках широко востребованных классов задач. Исследуются задачи поиска и продолжения периодических решений сингулярно возмущенных систем Гамильтона, анализа множества устойчивости положения равновесия многопараметрической гамильтоновой системы. В рамках диссертационной работы выявлены новые семейства периодических решений плоской круговой задачи Хилла и «обобщенной задачи Хилла», получены данные по устойчивости некоторых механизмов. В целом автором поставлен и решен широкий спектр задач; следует отметить плодотворное развитие и широкое применение современных алгоритмов компьютерной алгебры.

В целом диссертация представляет собой весомый вклад в исследование фундаментальных задач теоретической и небесной механики.

## Содержание работы

Диссертация состоит из введения, шести глав (разделенных на две части), заключения и библиографии. Общий объем диссертации 266 страниц, включая 50 рисунков. Библиография включает 161 наименование.

Часть I посвящена задачам исследования семейств периодических решений. В Главе 1 рассмотрена задача Хилла и ее предельные случаи – задача Энона и задача Кеплера, рассмотрены уравнения задачи Хилла, порождающие решения задачи Энона и их свойства, алгоритм исследования семейства периодических орбит. В Главе 2 анализируются семейства симметричных периодических решений задачи Хилла, ветвление семейств двояко-симметричных периодических решений, дан обзор семейств симметричных периодических решений. Глава 3 посвящена «обобщенной задаче Хилла» и ее порождающим решениям, свойствам и структуре порождающих решений «задачи анти-Хилла», даны результаты исследования семейств периодических орбит.

Часть II посвящена второму классу задач диссертационной работы, а именно проблемам устойчивости в многопараметрических системах. В Главе 4 проведено исследование дискриминантного множества многочлена, описаны алгоритм вычисления и свойства субдискриминанта многочлена, параметризация дискриминантного множества, асимптотическое решение алгебраического уравнения. В Главе 5 исследуется множество устойчивости линейной многопараметрической гамильтоновой системы. Описана общая схема исследования окрестности положения равновесия системы; для частной гироскопической задачи исследуется множество устойчивости. Глава 6 посвящена проблемам вычисления множества устойчивости по Ляпунову нелинейной многопараметрической системы. Проведено исследование устойчивости по Ляпунову двухпараметрического семейства гироскопических задач.

В Заключении сформулированы основные результаты диссертации в их концептуальной взаимосвязи.

### **Достоверность результатов, публикации, апробация работы**

Достоверность полученных результатов, положений и выводов несомненна и подтверждается публикациями в рецензируемых научных журналах: 19 статей опубликовано в журналах из списка ВАК, полный

---

список публикаций содержит 46 печатных работ. Опубликовано монография, посвященная задаче Хилла.

Результаты диссертации прошли широкую апробацию, были представлены на многих семинарах, всероссийских и международных конференциях и симпозиумах. Все результаты, выносимые на защиту, получены лично автором. В тексте диссертации вклад автора конкретизирован.

Автореферат диссертации правильно отражает ее содержание.

### **Замечания и комментарии**

В целом по диссертации необходимо высказать следующие замечания и комментарии.

(1) Уравнения Хилла и связанная с ними теория широко востребованы в современной небесной механике. Отметим обсуждения в разделах 3.13, 9.5.3 и 10.5 книги К.Мюррея и С.Дермотта «Динамика Солнечной системы» (Москва: Физматлит, 2009), где описаны приложения теории Хилла к выводу столкновительных отображений, свойства динамики спутников-пастухов узких колец планет, в частности, эффекта «радиального конфайнмента» колец. Представленная диссертация является уникальной современной работой, в первой части которой подробно и плодотворно рассматривается теория Хилла и ее обобщения; указаны возможные приложения полученных теоретических результатов к планированию космических миссий, однако практически не обсуждаются возможные приложения к динамике естественных небесномеханических систем, хотя такое обсуждение могло бы быть весьма содержательным и интересным.

(2) С. 48 – В тексте употреблен термин “patched conic approximation” – здесь совсем необязательно использовать английский язык (тем более без перевода), поскольку широко употребителен отечественный термин «модель сопряженных конических сечений».

(3) С. 49 – Автор пишет: “Полученные эмпирические данные позволяют считать, что предположения 4.7.1 и 5.3.1 в [24] верны ...” – неясно, о каких конкретно эмпирических данных идет речь? Здесь необходимо пояснение либо ссылка.

(4) С. 50 – «Все известные на сегодня семейства периодических решений задачи Хилла (кроме семейства квазиспутниковых орбит  $f$ ), продолжаемые по  $C$  до  $-\infty$  стремятся к предельному решению в

соответствии с гипотезой 2» – смысл предложения неясен: если для квазиспутниковых орбит гипотеза 2 не выполняется, в чем состоят ограничения для ее применимости?

(5) С. 110 – Автором упомянут КА «Genesis»: «Аппарат «Genesis», собиравший информацию о солнечном ветре, находился в окрестности  $L_1$  около 850 суток». Отметим, что в ходе космической миссии Genesis космическим аппаратом посещались не только окрестности  $L_1$ , как отмечено автором, но и  $L_2$ . Результаты автора могут быть интересны для планирования миссий с подобным дизайном.

(6) С. 114 – В табл. 2.6 времена пребывания  $T_{\text{lib}}$  в окрестности точки  $L_1$  указаны с высокой точностью (5–6 значащих цифр, что соответствует точности до минут), поэтому в тексте следовало привести точный критерий «нахождения в окрестности».

В тексте встречаются редкие опечатки, однако в целом текст выверен, его отличает хороший научный стиль.

Сделанные замечания не затрагивают выносимых на защиту выводов и результатов работы, носят частный характер и не влияют на общую высокую положительную оценку диссертационной работы.

### Заключение

Результаты диссертационной работы А.Б.Батхина являются весомым вкладом в ряд важнейших разделов гамильтоновой динамики и в целом теоретической и небесной механики. В рамках работы автором получены глубокие научные результаты, имеющие фундаментальное значение. Научная новизна и актуальность выносимых на защиту результатов не вызывают сомнения. Текст диссертационной работы отличает хороший научный стиль.

Разработанные методы и алгоритмы могут быть использованы при численных и аналитических исследованиях широкого круга задач, в частности, при анализе нормальной формы гамильтоновой системы в окрестности стационарной точки, что имеет и широкое прикладное значение. Периодические орбиты выявленных автором семейств в задаче Хилла могут быть использованы при планировании и проектировании космических миссий к малым телам Солнечной системы.

Результаты работы могут найти применение в Институте прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Институте проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН, МГУ, СПбГУ и в других организациях.

Считаем, что диссертация «Семейства периодических и стационарных решений в гамильтоновой механике» является законченной научно-исследовательской работой, полностью удовлетворяет высоким требованиям ВАК, а ее автор, Батхин Александр Борисович, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.01 — теоретическая механика.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук, профессором Кафедры небесной механики СПбГУ, заведующим Кафедрой небесной механики СПбГУ Шевченко Иваном Ивановичем.

Отзыв обсужден и утвержден на заседании Кафедры небесной механики ФГБОУ «Санкт-Петербургский государственный университет», протокол № 15 от 14 апреля 2022 г.

Заведующий Кафедрой небесной механики СПбГУ, профессор Кафедры небесной механики СПбГУ,  
доктор физико-математических наук  
тел. +7 (812) 428 41 63  
e-mail: i.shevchenko@spbu.ru

 И.И. Шевченко

Личную подпись  
заверяю  
Заместитель начальника  
Управления кадров О.С. Суворова



Сведения о ведущей организации:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет», 199034, г. Санкт-Петербург, Университетская набережная, д. 7/9.  
Тел. +7 (812) 363 62 58; e-mail: spbu@spbu.ru