

Вероятностные распределения потоков тепла в Северной Атлантике по результатам данных многолетних наблюдений

Н.П. Тучкова¹, К.П. Беляев^{1,2,3}, Г.М. Михайлов¹, К.А. Ромашина

¹ *ФИЦ ИУ РАН*

² *Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН*

³ *ВМиК МГУ имени М.В. Ломоносова*

Аннотация. Изучается распределение потоков тепла в Северной Атлантике, рассчитанное по схеме стохастического разностного уравнения, а именно, авторегрессионной схеме первого порядка со случайными коэффициентами. Была использована база данных ERA 5, содержащая геофизические данные за 40 лет с 1979 по 2018 год. Коэффициенты для последовательности авторегрессии были определены на основе этих данных ранее и показано, что условия на коэффициенты обеспечивают единственность и существование решения этого разностного уравнения. Метод расчета распределений основан на последовательном интегрировании с использованием дисперсионной схемы среднего. Были проведены численные эксперименты и изучен их анализ. Кроме того, было показано, что теоретически рассчитанные распределения хорошо соответствуют своим эмпирическим аналогам. Было показано, что при некоторых условиях стационарный режим этой схемы существует, и проанализировано нетривиальное решение соответствующего интегрального уравнения. Численные расчеты на суперкомпьютере «Ломоносов-2» МГУ имени М.В. Ломоносова.

Ключевые слова: анализ данных наблюдений, диффузионный стохастический процесс, изменчивость теплового потока, уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова, стохастическое разностное уравнение, уравнение Фредгольма.

Probability distributions of heat fluxes in the North Atlantic based on long-term observational data

N. Tuchkova^{1*}[0000-0001-5357-9640], K. Belyaev^{1,2,3**}[0000-0003-2111-2709],
G. Mikhaylov^{1***} [0000-0002-4535-7180] K. Romashina^{3****}[0009-0002-3124-2646]

¹ Federal Research Center 'Computer Sciences and Control', RAS

² Shirshov Institute of Oceanology, RAS

³MSU, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics

*NTuchkova@frccsc.ru, **KBelyaev@frccsc.ru, ***GMihaylov@frccsc.ru,
****romashinaka@my.msu.ru

Abstract. The distribution of the heat fluxes in the North Atlantic calculated with respect to a stochastic difference equation scheme, namely the first-order autoregressive scheme with random coefficients is sought. We used the database ERA 5 contained the geophysical data for 40 years from 1979 until 2018 yr. The coefficients for the auto-egression sequence were defined from this database earlier and also, it was shown that the conditions on the coefficients are provided the uniqueness and existence of the solution of this difference equation. The method of the calculation of the distributions is based on the consecutive integration exploiting the variance mean-mixture scheme. The numerical experiments have been performed and their analysis is studied. Additionally, it was shown that the theoretically calculated distributions well matched to their empirical counterpart. Also, earlier it was shown that under some conditions the stationary regime of this scheme is existed and non-trivial solution of the corresponding integral equation is analyzed. Numerical calculations realized on the Lomonosov-2 supercomputer of the Lomonosov Moscow State University.

Keywords: data analysis, diffusion stochastic process, heat flux variability, Fokker-Planck-Kolmogorov equation, stochastic difference equation, Fredholm equation

1. Введение

Исследование посвящено проблеме прогнозирования состояния среды на основе данных многолетних наблюдений характеристик тепловых потоков. Задача анализа характеристик окружающей среды, накопленных в базах данных, многократно возникает при необходимости принимать решения о проектировании технологических проектов, таких как бурение скважин, постройка прибрежных сооружений и т.п. Для зоны Северной Атлантики важно получить механизм оценки и прогноза перемещения тепловых масс, поскольку эти характеристики влияют на погодные условия в других регионах. Использование данных, напрямую записанных при наблюдении, не принято в научном сообществе, поскольку там

присутствуют лакуны и ошибочные данные. Все данные наблюдений проходят этапы предобработки прежде, чем попадают в соответствующие базы. Эти работы включают выявление ошибочных данных, заполнение недостающими данными, интерполяцию на регулярную расчетную сетку и т.д. Именно такие данные наблюдений, которые прошли предварительную обработку (реанализ) и содержат температуру, давление над поверхностью моря и некоторые другие характеристики состояния среды, загружены в базу данных ERA5[1] (<https://www.ecmwf.int/en/forecasts/dataset/ecmwf-reanalysis-v5>). ERA5 — это пятое поколение атмосферного реанализа глобального климата, охватывающее период с января 1940 года по настоящее время. Для данного исследования использованы данные теплового потока и температуры, проведены статистические эксперименты с ними, получены прогностические кривые, при этом использованы результаты, полученные для коэффициентов диффузии и переноса на предыдущих этапах работы авторов с этими массивами данных.

2. Предыдущие исследования и аналогичные работы

Предыдущие исследования авторов позволили установить количественные и качественные закономерности распределения потоков тепла в регионе Северной Атлантики за рассматриваемый период времени. На основе анализа случайных процессов [2, 3], заданных стохастическим дифференциальным уравнением (уравнением Ито), аппроксимации данных наблюдений и решение уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК) [3, 4] была описана эволюция вероятностного распределения тепла в океане. Были получены массивы коэффициентов сдвига и диффузии в каждой точке расчетной сетки на весь период изучаемого времени [5].

Исследования, связанные с получением прогностических характеристик проводятся регулярно различными научными группами и для различных регионов. Использование базы данных ERA5, как проверенных на качество специалистами [6], также составляет одну из характерных основ для анализа. Получение результатов различными группами с их дальнейшим опубликованием важно для сравнения используемых методов. Публикуются регулярные отчеты [7, 8], где для сравнения приводятся результаты прогнозов и численных экспериментов. В исследованиях [7] изучается низкочастотная изменчивость и тенденции температуры и влажности приземного воздуха по данным ERA5 и других наборов данных. Построенные глобальные карты приземной температуры воздуха позволяют авторам сделать выводы, что качество данных ERA5 в среднем согласуется с аналогичными наблюдениями.

В данной работе показаны практические результаты, полученные на основе теоретических предположений, подтвержденных аналитическими выкладками и проиллюстрированными графическими сравнениями.

3. Статистические эксперименты с данными тепловых потоков из базы данных ERA5

В разделе приводятся результаты статистических экспериментов с данными наблюдений из базы данных ERA5. Вычисления выполнялись с использованием стандартной библиотеки из пакета PYTHON 5. Исходя из статистически построенной эмпирической функции распределения, последовательно вычислялось новое распределение(я). Коэффициенты $a_n(u), b_n(u)$ были взяты из предыдущих исследований авторов [5] и использованы для подстановки в интегральные выражения

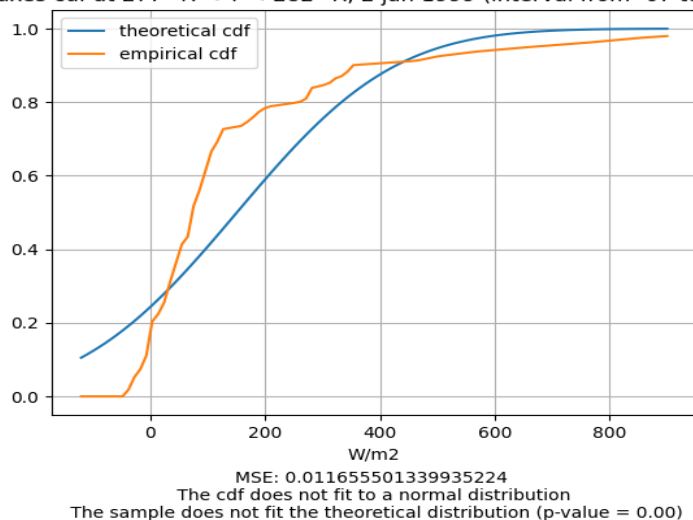
$$P_{n+1}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} P(X_{n+1} = x | X_n = u) dP_n(u) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi\left(\frac{x - u - a_{n+1}(u)}{b_{n+1}(u)}\right) dP_n(u).$$

База данных ERA5 содержит данные не только о тепловых потоках, но и о температуре поверхности моря (SST), давлении поверхности моря (SSP) и ряде других характеристик. Чтобы обеспечить более широкое возможное представление данных для экспериментов, мы выбрали фиксированное значение(я) SST и рассматривали тепловые потоки при заданном значении SST по всей области (Северная Атлантика), поскольку тепловой поток сильно зависит от SST. Таким образом, в двумерной совместной функции распределения, SST и теплового потока рассматривалось предельное распределение теплового потока для заданного значения SST. Подробности этого подхода можно найти в [2].

Для SST были выбраны множества 3 значений, а именно минимальное, среднее и максимальное SST по региону, и изучалось распределение теплового потока при выбранных значениях SST. Начальным днем было выбрано 1 января 1999 г. На рис. 1(а, б) показано временное поведение распределения теплового потока последовательно 2 января, 4 января и 6 января 1999 г. Теоретическое распределение показано синей кривой, а эмпирическое, построенное непосредственно из базы данных, — желтой кривой.

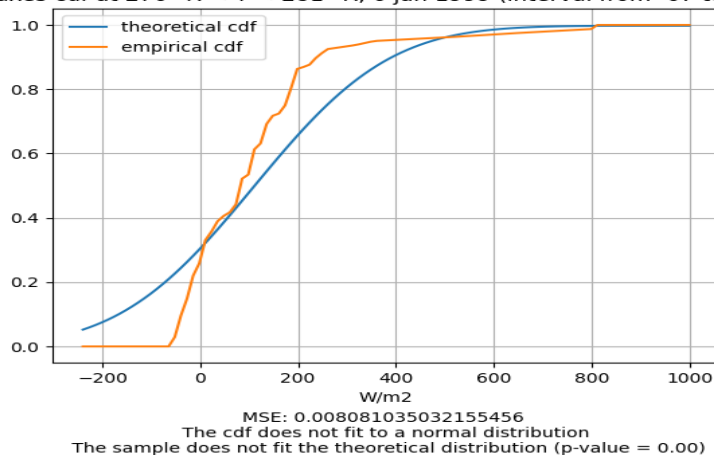
Рис. 1(а, б) показывают, что теоретическое распределение(я) достаточно хорошо соответствует эмпирическому, особенно в «хвостовой зоне». Максимальное отклонение наблюдается в средней зоне, но здесь следует отметить, что наблюдения не являются гладкими, их пространственное поведение выглядит «грубым», «игольчатым». Со временем, это отклонение имеет тенденцию к уменьшению и сглаживанию.

heat fluxes cdf at $277^{\circ}\text{K} < T < 282^{\circ}\text{K}$, 2 jan 1999 (interval from -67 to -64 W/m²)



(a)

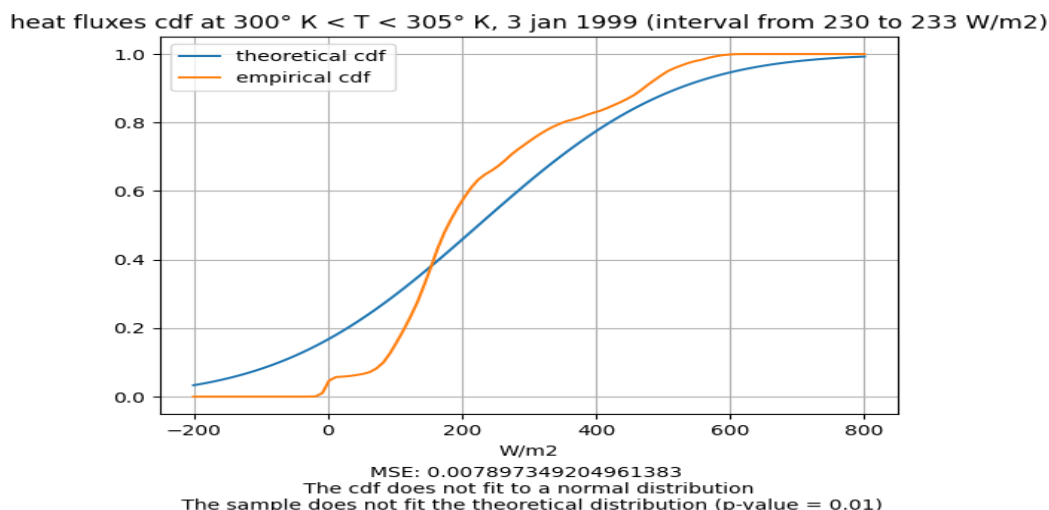
heat fluxes cdf at $276^{\circ}\text{K} < T < 281^{\circ}\text{K}$, 6 jan 1999 (interval from -67 to -64 W/m²)



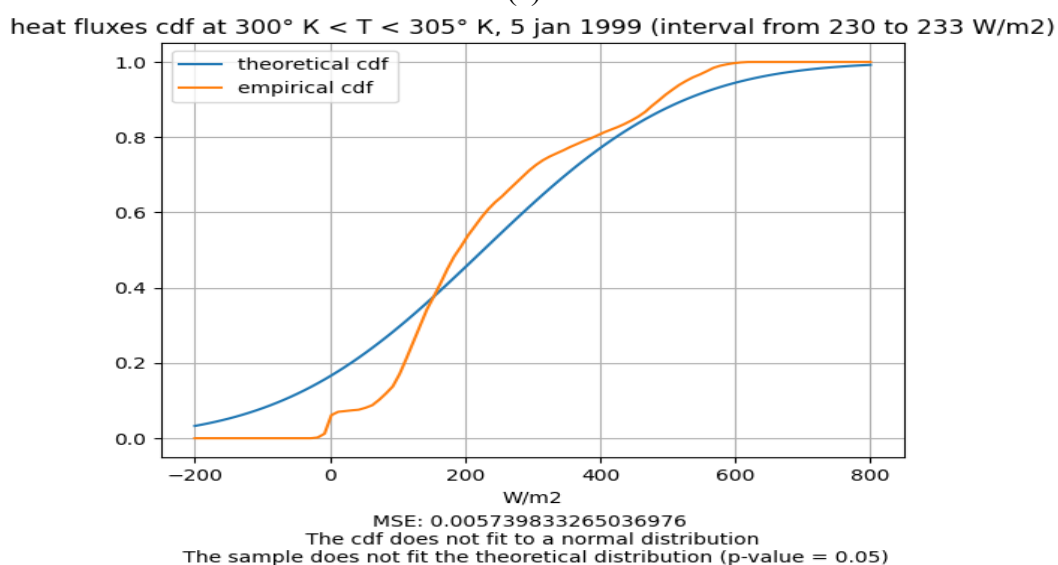
(б)

Рис. 1. Распределение теплового потока при минимальном значении SST:
(а) для 2 января и (б) для 6 января 1999 г. Синяя кривая — модельное распределение, желтая кривая — наблюдаемое распределение

Похожее, но не идентичное поведение функций распределения можно увидеть для потоков с максимальным SST, рис. 2(а, б). Среднеквадратичное отклонение для этих графиков численно соответствует предыдущим рисункам, но существенная разница между наблюдаемыми и теоретическими кривыми видна не только в средней зоне, но и в «хвостовых зонах» как для отрицательных, так и для положительных значений. Это можно объяснить тем, что «хвостовые зоны» больше по величине и далее увеличиваются при низких значениях вероятности. Напротив, в средних, наиболее вероятностных зонах отклонение меньше, теоретическая кривая лучше сглаживает свой эмпирический аналог. Кроме того, эмпирические кривые для тепловых потоков с максимальным SST менее хаотичны и «игольчаты», чем на рисунках выше.



(а)

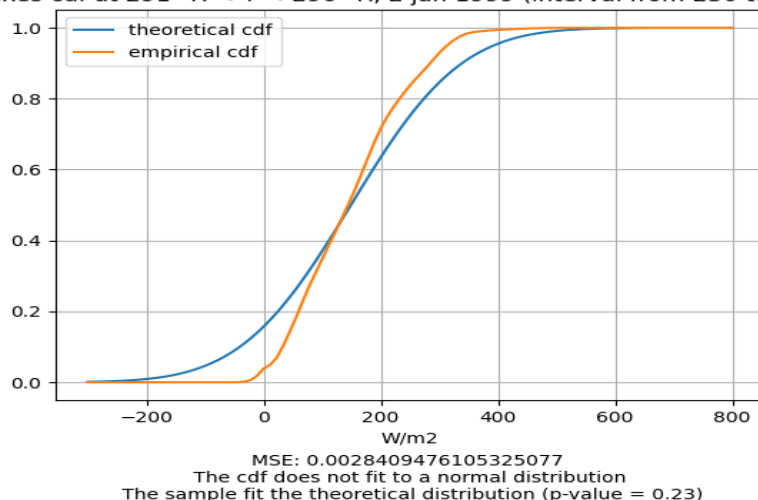


(б)

Рис. 2. Распределение теплового потока при максимальном значении SST:
(а) для 3 января и (б) для 5 января 1999 г. Синяя кривая — модельное распределение, желтая кривая — наблюдаемое распределение

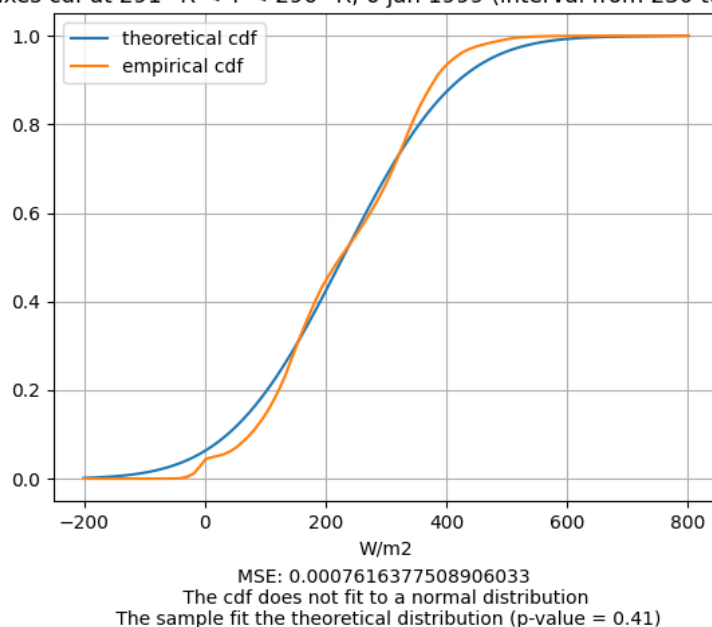
На рис. 3(а, б) показана функция распределения теплового потока для среднего значения SST. Здесь наблюдается почти идеальное совпадение. Если в начале расчетов все еще имеется видимое отклонение в середине кривых, несмотря на то, что общее среднеквадратичное отклонение довольно мало, всего около 10^{-3} порядка и в несколько раз меньше, чем показано на рис. 1 и рис. 2, то со временем это отклонение падает и достигает значений порядка 10^{-4} . В «хвостовой зоне» на обоих краях расстояние между желтой (наблюдаемое распределение) и синей (модельное распределение) кривыми становится почти пренебрежимо малым. Эти две кривые очень хорошо совпадают и удовлетворяют критерию Колмогорова с порогом 0,05.

heat fluxes cdf at $291^{\circ}\text{ K} < T < 296^{\circ}\text{ K}$, 2 jan 1999 (interval from 230 to 233 W/m^2)



(a)

heat fluxes cdf at $291^{\circ}\text{ K} < T < 296^{\circ}\text{ K}$, 6 jan 1999 (interval from 230 to 233 W/m^2)



(б)

Рис. 3. Распределение теплового потока при среднем значении SST: (а) для 2 января и (б) для 6 января 1999 г. Синяя кривая — модельное распределение, желтая кривая — наблюдаемое распределение

Также можно утверждать, что для среднего SST (по всей области), где вероятность появления SST максимальна, соответствие распределению теплового потока намного лучше, чем для менее вероятностных (по SST) зон. Теоретически и физически это понятно. Численное моделирование по уравнению (3) более вероятно для более часто реализуемых процессов.

4. Заключение

Предложенное исследование показывает возможность применения модельных расчетов для получения прогнозов, хорошо согласующихся с эмпирическими данными. Использован подход авторегрессионной схемы первого порядка со случайными коэффициентами для изучения распределения потоков тепла в Северной Атлантике, рассчитанное по схеме стохастического разностного уравнения. Приведенные графики сравнения демонстрируют хорошее согласование кривых. Подход авторегрессионной схемы первого порядка со случайными коэффициентами может быть распространен для получения прогнозов других характеристик среды.

Дальнейшие исследования предполагают применить аналогичный подход для получения прогнозов совместно для нескольких характеристик среды.

Литература

1. Hersbach H. et al, The ERA5 global reanalysis // Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. 2024. Vol. 146. No. 730. P. 1999-2049.
2. Ferrante M., Nualart D. On the Markov property of a stochastic difference equation // Stochastic Processes and their Applications, 1994. Vol. 52. P. 239–250.
3. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов. М.: Наука; 1977. 465 с.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука; 1977. 656 с.
5. Belyaev K. P. and Tuchkova N. P., Analysis of spatiotemporal variability of the coefficients of stochastic differential equation of the heat fluxes in the North Atlantic in their modeling by stochastic process // Lobachevskii J. of Math. 2023, Vol. 44 No. 7, P. 2601-2606 <https://doi.org/10.1134/S1995080223070090>
6. Parfitt R., Czaja A., Kwon Y.-O. The impact of SST resolution change in the ERA Interim reanalysis on wintertime Gulf Stream frontal air-sea interaction. // Geophysical Research Letters. 2017, vol. 44, issue 7, pp. 3246–3254. <https://doi.org/10.1007/s00376-020-0072-0>
7. Simmons A., et al, Low frequency variability and trends in surface air temperature and humidity from ERA5 and other datasets. // ECMWF Technical Memoranda. 2021. Vol. 881. <https://doi.org/10.21957/ly5vbtbfd>
8. Newsletter No. 183, Spring 2025 <https://www.ecmwf.int/sites/default/files/elibrary/042025/81655-newsletter-no-183-spring-2025.pdf>

References

1. Hersbach H. et al, The ERA5 global reanalysis // Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. 2024. Vol. 146. No. 730. P. 1999-2049.

2. Belyaev K. P. and Tuchkova N. P., Analysis of spatiotemporal variability of the coefficients of stochastic differential equation of the heat fluxes in the North Atlantic in their modeling by stochastic process, Lobachevskii J. of Math. 2023. Vol. 44, No. 7. P. 2601-2606
<https://doi.org/10.1134/S1995080223070090>
3. Gihman I.I., Skorohod A.V. Vvedenie v teoriyu sluchajnyh processov. M.: Nauka. 1977. 465 p.
4. Samarskij A.A. Teoriya raznostnyh skhem. M.: Nauka. 1977. 656 p.
5. Belyaev K. P. and Tuchkova N. P., Analysis of spatiotemporal variability of the coefficients of stochastic differential equation of the heat fluxes in the North Atlantic in their modeling by stochastic process // Lobachevskii J. of Math. 2023. Vol. 44 No. 7. P. 2601-2606
<https://doi.org/10.1134/S1995080223070090>
6. Parfitt R., Czaja A., Kwon Y.-O. The impact of SST resolution change in the ERA Interim reanalysis on wintertime Gulf Stream frontal air-sea interaction. // Geophysical Research Letters. 2017, vol. 44, issue 7, pp. 3246–3254.
<https://doi.org/10.1007/s00376-020-0072-0>
7. Simmons A., et al, Low frequency variability and trends in surface air temperature and humidity from ERA5 and other datasets. // ECMWF Technical Memoranda. 2021. Vol. 881. <https://doi.org/10.21957/ly5vbtbfd>
8. Newsletter No. 183, Spring 2025
<https://www.ecmwf.int/sites/default/files/elibrary/042025/81655-newsletter-no-183-spring-2025.pdf>