

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(национальный исследовательский университет)

ФИЗТЕХ-ШКОЛА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
Кафедра математического моделирования и прикладной математики

Квалификационная работа на соискание степени магистра
по направлению 03.04.01 «Прикладные математика и физика»,
магистерская программа «Управление динамическими системами»

**Однопусковое развёртывание
многоплоскостных лунных созвездий с
использованием обходных траекторий**

Выполнила:
студентка группы М05-301в
Глазунова Ирина Алексеевна

Научный руководитель:
м.н.с.
Целоусова Анастасия Александровна

Москва, 2025

Аннотация

В работе предложена схема однопускового развёртывания многоплоскостных лунных созвездий с использованием обходных траекторий и малых корректирующих манёвров. Разработана автоматизированная процедура подбора времён приложения, направлений и величин малых корректирующих импульсов для формирования созвездия Уолкера–Можаева на высоких окололунных орбитах в двух орбитальных плоскостях на основе свойств обходных траекторий. Продемонстрирована и оценена работа предложенного алгоритма для трёх различных номинальных траекторий перелёта. Построены траектории блоков аппаратов и финальные окололунные орбиты, подтверждающие работоспособность алгоритма. Приведены оценки затрат характеристической скорости, демонстрирующие эффективность схемы однопускового развёртывания лунных созвездий с использованием обходных траекторий и корректирующих импульсов, подбираемых алгоритмом.

Оглавление

Обозначения и сокращения	5
Введение	6
1. Обходные траектории перелёта	10
2. Постановка задачи	12
3. Модель движения космического аппарата	14
4. Изменение параметров финальных окололунных орбит при введении корректирующих импульсов на обходных траекториях перелёта	16
5. Однопусковое развёртывание лунной конstellляции типа Уолкера–Можаяева в две плоскости с использованием опорной обходной траектории	21
5.1. Определение времени приложения корректирующих импульсов	21
5.2. Определение целевых значений изменения ДВУ финальной окололунной орбиты при приложении корректирующих импульсов	22
5.3. Определение направлений корректирующих импульсов, обеспечивающих заданное изменение ДВУ финальных окололунных орбит	26
5.4. Определение величин корректирующих импульсов, обеспечивающих заданное изменение ДВУ финальных окололунных орбит	28
6. Примеры однопускового построения окололунных конstell-	

ляций для заданных опорных обходных траекторий	29
6.1. Номинальная траектория №1	30
6.2. Номинальная траектория №2	33
6.3. Номинальная траектория №3	37
6.4. Оценка результатов работы алгоритма	41
Заключение	45
Список использованных источников	47
Приложение	53

Обозначения и сокращения

ДВУ	долгота восходящего узла
РАН	Российская академия наук
BLT	ballistic lunar transfer
ESA	European Space Agency
JAXA	Japan Aerospace Exploration Agency
KARI	Korea Aerospace Research Institute
LOI	lunar orbit insertion
MER	Mean-Earth/Mean-Rotation
NASA	National Aeronautics and Space Administration
SALT	Sun-assisted lunar transfer
SCRF	Selenocentric Celestial Reference Frame
TCM	trajectory correction maneuvers
TLI	trans-lunar injection
WSB	weak-stability boundary
i	наклонение
Ω	долгота восходящего узла

Введение

В последние годы интерес к исследованию и освоению Луны и окололунного пространства значительно возрос. Активно развиваются проекты по созданию инфраструктуры на поверхности Луны и окололунных орбитах, что требует разработки надёжной системы лунной спутниковой связи и навигации [1–4].

В настоящее время существует несколько международных программ по созданию перспективных лунных спутниковых созвездий, или, другими словами, констелляций, состоящих из группировок космических аппаратов на окололунных орбитах различной высоты. Целью этих программ является обеспечение непрерывной лунной спутниковой связи и навигации как в окололунном пространстве, так и между Землёй и Луной. В частности, можно выделить следующие международные проекты: Moonlight Lunar Communication and Navigation Services (ESA) [5], Lunar Communications Relay and Navigation Systems (NASA) [6] и Lunar Navigation Satellite System (JAXA) [7]. Эти навигационные системы будут совместимы между собой для формирования единой LunaNet сети, устойчивой к сбоям [8, 9].

В отечественной литературе также исследуется вопрос по созданию окололунных спутниковых группировок [10–12]. Однако конкретные проекты российских спутниковых систем навигации пока не обозначены в открытых источниках, что подчёркивает актуальность разработки алгоритмов построения лунных констелляций и эффективных методов их развёртывания.

Задача построения лунных констелляций, обеспечивающих полное покрытие лунной поверхности, включает в себя задачу доставки большого количества космических аппаратов на окололунные орбиты с отличающимися наклоном и долготой восходящего узла (ДВУ). Для доставки могут быть использованы стандартные прямые перелёты с одноимпульсным

манёвром торможения или прямые перелеты с двух- и трёхимпульсными манёврами торможения [13, 14]. Однако проектирование таких перелётов не эффективно, так как для каждой орбитальной плоскости требуется отдельный запуск. Альтернативным вариантом является однопусковое развёртывание констелляций. Такой вариант возможен, если в качестве опорной траектории используется низкоэнергетическая траектория перелёта к Луне, вдоль которой подаются небольшие разделяющие импульсы, разводящие космические аппараты в разные финальные орбитальные плоскости.

Низкоэнергетические траектории перелёта — это более экономичный тип траекторий, который появляется в рамках модели задачи трёх и более тел. Разумное использование гравитации притягивающих тел в этом случае может обеспечить значительную экономию топлива по сравнению с традиционными высокоэнергетическими траекториями перелёта за счет их важного свойства баллистического захвата, при котором для захвата космического аппарата гравитацией Луны не требуется никакого тормозящего импульса. В действительности баллистический захват является временным, поэтому на практике для выхода на конкретную окололунную орбиту требуется небольшой тормозящий импульс. Малый корректирующий импульс, примененный на определённых участках таких траекторий, может значительно изменить финальную орбиту вокруг Луны, что позволяет осуществлять развёртывание лунных созвездий за счет последовательного отделения блоков космических аппаратов вдоль номинальной низкоэнергетической траектории.

Идея подобного развёртывания лунных констелляций была предложена в недавних исследованиях Стефано Карлетта [15]. В своей работе он использует низкоэнергетические траектории, проходящие в окрестности точки либрации L_1 системы Земля–Луна. Приложение корректирующих импульсов в окрестности точки либрации в этом случае позволяет развести космические аппараты в разные финальные орбитальные плоскости. В

данной работе предлагается рассмотреть альтернативный вариант опорной траектории — обходную траекторию перелёта. Следуя по такой траектории, аппарат удаляется более чем на 1 млн км от системы Земля–Луна, где гравитация Солнца поднимает перигей его орбиты, после чего аппарат направляется к Луне для баллистического захвата. Альтернативно будем называть такие траектории SALT-траекториями перелета (Sun-assisted lunar transfer), подчеркивая их основное свойство использования солнечной гравитации.

Одним из примечательных свойств SALT-траекторий является их чувствительность к малым корректирующим импульсам на отдалённых от системы Земля–Луна участках траектории. Таким образом, небольшой корректирующий манёвр вблизи апогея траектории может значительно изменить параметры финальной окололунной орбиты [16, 17]. На основании этого свойства в данной работе предлагается следующая однопусковая схема развёртывания лунной констелляции. Материнская платформа, содержащая блоки космических аппаратов, выводится на заданную обходную траекторию. Затем в течение перелёта вблизи апогея траектории каждый блок отделяется от платформы и под действием малого корректирующего импульса выходит на окололунную орбиту с заданными параметрами. После стабилизации орбиты происходит её скругление и фазирование аппаратов в плоскости орбиты.

Целью работы является разработка автоматизированной процедуры, которая для заданной обходной траектории перелёта подбирает времена приложения, величины и направления корректирующих манёвров для развёртывания заданной констелляции.

По материалам данной работы были представлены следующие доклады: «Однопусковое развёртывание лунной констелляции с использованием гравитации Солнца» на Всероссийской конференции молодых учёных-механиков (2023 г.), «Single-Launch Deployment of Lunar Constellations from

a Sun-Assisted Lunar Transfer Trajectory» на конференции 74-th International Astronautical Congress (2023 г.), «Высокоапогейное развёртывание многоплоскостной лунной группировки с использованием однопусковой схемы выведения» на XLIII Академических чтениях по космонавтике («Королёвские чтения 2024»), «Возможные сценарии отечественных малых миссий космических аппаратов к Луне» на 59-х Научных чтениях, посвящённых разработке научного наследия и развитию идей К.Э. Циолковского (2024 г.) и «Design and Deployment of Small Satellite Constellations Around the Moon» на конференции 12th International Workshop on Satellite Constellations and Formation Flying 2024. Кроме того, были опубликованы конференционная статья «Single-Launch Deployment of Lunar Constellations from a Sun-Assisted Lunar Transfer Trajectory» в материалах Proceedings of the 74-th International Astronautical Congress, а также препринт ИПМ «Миссия к Луне на базе унифицированной малогабаритной платформы с ЭРДУ». Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (РНФ) — проект № 24-11-00038 «Эффективные методы проектирования траекторий и управления движением малых космических аппаратов в дальнем космосе».

Работа состоит из введения, шести глав, заключения, списка использованной литературы и приложения. Первая глава посвящена описанию обходных траекторий перелёта. Во второй главе описывается постановка задачи. Третья глава представляет модель движения космического аппарата. В четвёртой главе рассказывается о чувствительности обходных траекторий. В пятой главе на основе свойства чувствительности строится алгоритм выбора малых корректирующих импульсов для построения окололунной констелляции. Шестая глава демонстрирует работу алгоритма для разных номинальных обходных траекторий и показывает эффективность предложенной однопусковой схемы развёртывания. В заключении сделаны выводы о проделанной работе.

1. Обходные траектории перелёта

В работе рассматриваются низкоэнергетические траектории, использующие гравитацию Солнца — Sun-assisted Lunar transfer (SALT) trajectories [18], известные также под названиями ballistic lunar transfer (BLT) trajectories [19], weak stability boundary (WSB) trajectories [20] и bypass flights — обходные траектории перелёта [21]. Следуя по такой траектории, аппарат удаляется более чем на 1 млн км от системы Земля–Луна, где гравитация Солнца поднимает перигей его орбиты, после чего аппарат направляется к Луне для баллистического захвата. Такие траектории уже зарекомендовали себя в миссиях Hiten (JAXA, 1990) [22], GRAIL (NASA, 2011) [23], CAPSTONE (NASA, 2022) [24], Danuri (KARI, 2022) [25], Hakuto-R (ispace, 2022) [26] и SLIM (JAXA, 2023) [27], показав свою экономичность и доступность для использования даже малыми космическими аппаратами. В настоящий момент обходные траектории перелета рассматриваются в качестве основного экономичного способа доставки грузов в окололунное пространство.

Пример SALT-траектории приведён на рис. 1. Траектория изображена во вращающейся геоцентрической системе координат Солнце–Земля. Начало этой системы расположено в центре масс Земли, ось абсцисс направлена от центра масс Солнца к центру масс Земли, ось аппликат совпадает с осью орбитального движения Земли вокруг Солнца, ось ординат дополняет систему до правой тройки векторов.

По сравнению с прямыми перелётами, время миссии, использующей обходную траекторию, увеличивается от нескольких дней до 3-5 месяцев, однако в отдельных случаях использование таких траекторий может дать выигрыш по затратам характеристической скорости порядка нескольких сотен метров в секунду. Рассматриваемые траектории перелёта являются наиболее экономичными по расходу топлива среди двухимпульсных перелётов Земля–Луна в пределах модели плоской бикруговой ограниченной

задачи четырёх тел [28].

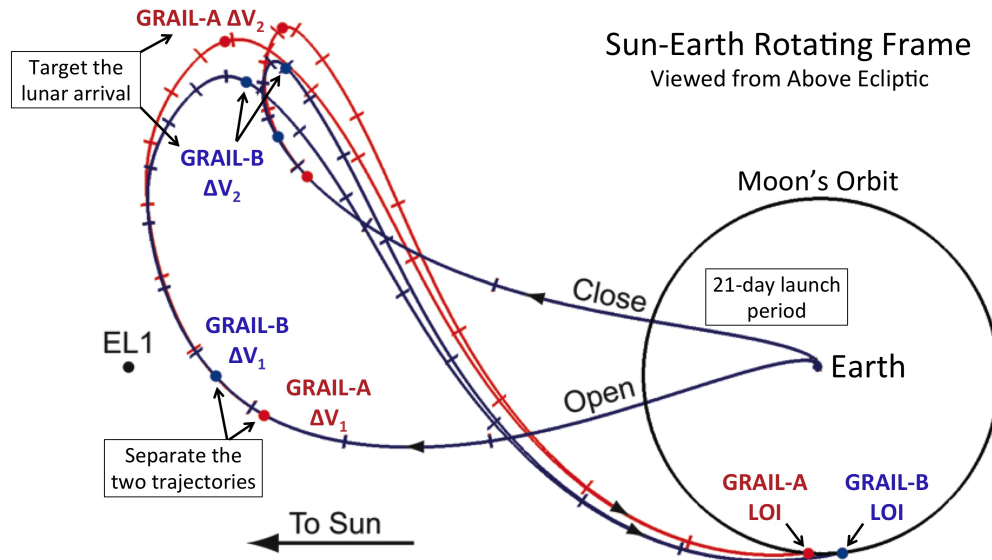


Рисунок 1 – SALT-траектории перелёта, использованные в миссии GRAIL, во вращающейся геоцентрической системе координат Солнце–Земля в проекции на плоскость Oxy [29].

Также SALT-траектории перелёта отличаются высокой чувствительностью к малым корректирующим импульсам, приложенным вблизи апогея траектории. Исследования чувствительности таких траекторий показало, что один корректирующий импульс, приложенный на возвращающем участке траектории, то есть после прохождения аппаратом апогея, может существенно изменить параметры финальной окололунной орбиты. Более всего интересно изменение орбитальной плоскости, так как обычно это требует больших затрат топлива. Было показано, что импульс всего в несколько сантиметров в секунду способен значительно повернуть плоскость орбиты, то есть изменить её наклонение и ДВУ на десятки и даже сотни градусов [16, 17].

С одной стороны, описанное свойство чувствительности требует высокой навигационной точности, а с другой стороны, расширяет возможности доставки космических аппаратов на окололунные орбиты.

2. Постановка задачи

Рассмотрим задачу построения окололунных созвездий в следующей постановке. Пусть под действием отлётного импульса материнская платформа, содержащая несколько блоков космических аппаратов выводится с некоторой околоземной орбиты на обходную траекторию. В течение перелёта блоки отделяются от платформы и под действием малых корректирующих импульсов, приложенных на чувствительном участке траектории, выводятся на окололунные орбиты в разные орбитальные плоскости. Далее размер финальных орбит корректируется в полученных орбитальных плоскостях. Суммарный импульс выхода на окололунную орбиту определяется её требуемыми размерами. Впоследствии аппараты отделяются от блоков и фазируются в плоскости для равномерного расположения на орбите. Будем рассматривать разведение блоков аппаратов в две орбитальные плоскости.

В данной работе для получения полного покрытия лунной поверхности предлагается использовать конstellляции типа Уолкера–Можаева [30–32]. В этом случае на финальные окололунные орбиты накладываются следующие условия:

- ДВУ двух орбит отличаются на 90° ,
- финальные орбиты имеют одинаковое наклонение,
- финальные орбиты круговые, имеют одинаковый заданный размер (высоту h).

Вообще говоря, выбор высоты финальных окололунных орбит зависит от конкретных целей планируемой миссии. Для определённости положим $h = 10$ тыс. км. Отметим, что круговые полярные орбиты данной высоты рассматриваются в качестве одного из вариантов размещения лунной орбитальной станции [3, 14]. На орбитах такой высоты не возникает проблемы

гравитационных аномалий масконов, они обладают относительно неплохими условиями освещённости и требуют меньшего тормозящего импульса по сравнению с более низкими окололунными орбитами. Кроме того, такие орбиты являются достаточно устойчивыми и требуют всего 2-4 коррекции в год с суммарными годовыми затратами на поддержание порядка 20 м/с [33].

На высоте $h = 10$ тыс. км для непрерывного однократного покрытия лунной поверхности требуется 4 космических аппарата в каждом блоке [30–32].

Таким образом, ставится задача построения алгоритма, который по заданной SALT-траектории и заданным условиям на финальные орбиты конstellляции будет подбирать времена приложения, величины и направления корректирующих импульсов для разведения блоков аппаратов в две орбитальные плоскости и импульсы, необходимые для корректирования размеров финальных орбит в полученных плоскостях.

Затраты характеристической скорости на фазирование аппаратов в орбитальной плоскости малы по сравнению с затратами, необходимыми для выхода на орбиту, поэтому в данном исследовании не оцениваются.

При моделировании траектории движения космического аппарата все импульсы считаются мгновенными изменениями скорости.

3. Модель движения космического аппарата

Для моделирования движения космического аппарата и небесных тел используется высокоточная эфемеридная модель движения JPL DE430 [34]. Она позволяет учесть центральные гравитационные поля Луны, Солнца и всех планет Солнечной системы. Для оценки ускорения, создаваемого сложным гравитационным полем Луны, используется модель сферических гармоник GRGM1200A [35], усечённая до порядка 10.

Перелёт рассматривается в селеноцентрической системе координат Selenocentric Celestial Reference Frame (SCRF). Ее начало совпадает с центром масс Луны, а оси максимально близки к осям Международной небесной системы координат International Celestial Reference Frame (ICRF): ось аппликата направлена к северному полюсу мира, определяемому по внегалактическим объектам — квазарам. Ось абсцисс связана с точкой весеннего равноденствия, определённой для эпохи J2000.0. Ось ординат дополняет систему до правой тройки векторов.

В рамках системы SCRF уравнения движения космического аппарата с учётом гравитационного притяжения Солнца, Луны и планет Солнечной системы имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}, \\ \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{g}_m + \mu_s \left(\frac{\mathbf{r}_s - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}|^3} - \frac{\mathbf{r}_s}{|\mathbf{r}_s|^3} \right) + \sum_{i=1}^8 \mu_i \left(\frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}|^3} - \frac{\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_i|^3} \right), \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{r}$ и $\mathbf{v}$ — радиус-вектор и скорость КА, μ_s, μ_i — гравитационные параметры Солнца и планет Солнечной системы соответственно, $\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_i$ — радиус-векторы Солнца и планет, $\mathbf{g}_m$ — ускорение, создаваемое сложным гравитационным полем Луны.

Параметры окололунных орбит рассчитываются относительно осей вращающейся селеноцентрической системы координат Mean-Earth/Mean-

Rotation (MER). Начало этой системы связано с центром масс Луны, ось аппликат направлена по усреднённой оси вращения Луны, ось абсцисс — на средний ориентированный на Землю лунный меридиан.

Численное интегрирование уравнений движения аппаратов и переходы между системами координат производятся с помощью библиотеки KIAM Astrodynamic Toolbox [36].

4. Изменение параметров финальных окололунных орбит при введении корректирующих импульсов на обходных траекториях перелёта

Рассмотрим, как меняется финальная окололунная орбита космического аппарата, движущегося по SALT-траектории, при введении малых корректирующих манёвров. Чтобы построить констелляцию Уолкера–Можаева, нам необходимо, чтобы ДВУ финальных окололунных орбит отличались на 90° , а их наклонение было одинаковым. Более подробно остановимся на вопросе изменения этих орбитальных элементов.

Для примера выберем следующую номинальную SALT-траекторию (см. рис. 2). Аппарат выходит на неё с круговой околоземной орбиты высотой 200 км и наклонением 51.6° под действием отлетного импульса 3.2 км/с. Затем в апогее траектории производится корректирующий маневр $\Delta v_{TCM} = 23.3$ м/с на $t_{TCM} = 43.85$ день перелета. После этого космический аппарат возвращается к Луне и в перигеуме производится торможение $\Delta v_{LOI} = 485.7$ м/с для выхода на околополярную почти круговую орбиту высотой 1637 км. Перелёт занимает $t_{nom} = 167.92$ дней, при выходе на орбиту после торможения аппарат имеет фазовый вектор $\mathbf{s}_{nom}$ в системе SCRF. Орбита имеет наклонение i_{nom} , ДВУ Ω_{nom} в системе MER.

Выберем некоторый момент времени $t_{dep} > t_{TCM}$ и некоторую величину импульса Δv_{dep} . Новую траекторию перелёта получим следующим образом. Оставим неизменной часть номинальной траектории до момента времени t_{dep} , затем в этот момент времени произведём импульс $\Delta \mathbf{v}_{dep}$ в некотором направлении и промоделируем траекторию до максимального сближения с Луной. В момент максимального сближения произведем тор-

мозящий импульс $\Delta \mathbf{v}_{LOI}$, выводящий аппарат на эллиптическую орбиту с расстоянием апоселения, равным a_{ref} — заданной большой полуоси финальной орбиты констелляции. В дальнейшем в апоселении будет произведен импульс $\Delta \mathbf{v}_{circ}$ для скругления орбиты. Перелет займёт время t , а состояние аппарата в момент выхода на эллиптическую орбиту опишется фазовым вектором $\mathbf{s}$ в системе SCRS.

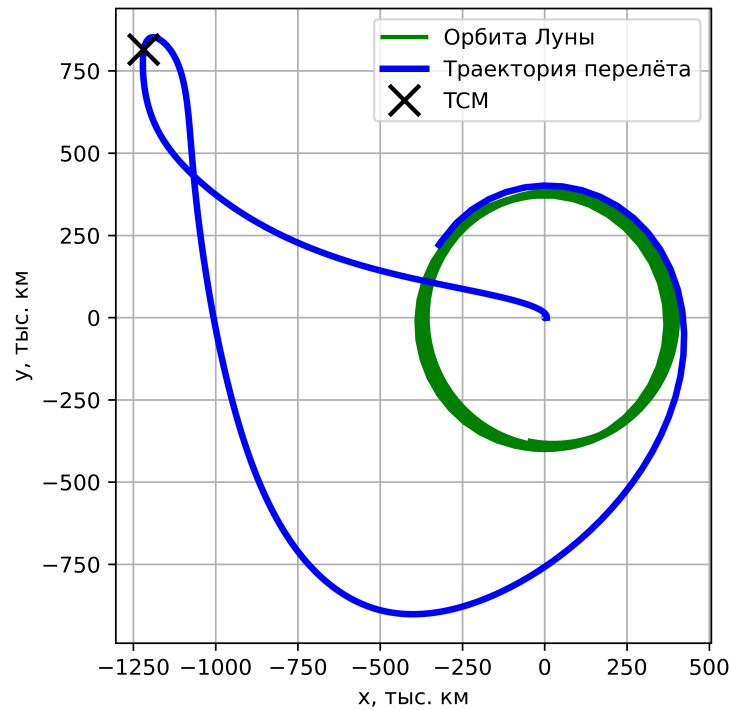


Рисунок 2 – Номинальная траектория перелёта во вращающейся геоцентрической системе координат Солнце–Земля в проекции на плоскость Oxy .

Так как в будущем расчеты будут использоваться для сравнения орбит констелляции в один и тот же момент времени, необходимо получить фазовые векторы космического аппарата на номинальной и на новой орбитах в один и тот же момент времени. Возьмем, для определенности, момент t_{nom} . Получим фазовый вектор $\mathbf{s}'$ — состояние спутника в момент времени t_{nom} на новой орбите. С помощью известных формул перехода между фазовым вектором аппарата и элементами орбиты [37] получим наклонение i и ДВУ

Ω орбиты. Тогда изменения наклонения и ДВУ описываются формулами:

$$\Delta i = i - i_{nom}, \quad (2)$$

$$\Delta \Omega = \Omega - \Omega_{nom}. \quad (3)$$

Изменение финальных ДВУ и наклонения в результате приложения корректирующих импульсов удобно отобразить на плоскости $(\Delta i, \Delta \Omega)$. На рис. 3 приведены $\Delta \Omega$ и Δi в результате приложения корректирующих импульсов величиной $\Delta v_{dep} = 0.08$ м/с в различные моменты времени. Для каждого момента времени отображено 1200 точек одного цвета, соответствующих сфере направлений приложения импульса. Видно, что получившиеся пары точек $(\Delta i, \Delta \Omega)$ лежат в окрестности некоторой кривой, причём, чем ближе момент подачи импульса к $t_{ТСМ}$, тем шире диапазон возможных изменений наклонения и ДВУ. Точки разного цвета накладываются друг на друга: облако точек для меньшего значения времени t_{dep} содержит в себе облака точек для последующих моментов времени. Отметим, что импульса 0.08 м/с вблизи апогея траектории уже достаточно для изменения ДВУ и наклонения на десятки градусов.

При приложении импульсов разной величины в фиксированный момент времени (см. рис. 4) получаем, что чем больше величина импульса, тем сильнее можно повлиять на изменение положения плоскости орбиты, при этом пары $(\Delta i, \Delta \Omega)$ лежат в окрестности той же кривой. Точки разного цвета накладываются друг на друга: облако точек для большего значения величины импульса Δv_{dep} содержит в себе облака точек для меньших значений. Стоит также отметить, что при приложении импульсов слишком большой величины в некоторых направлениях аппарат может не выйти на окололунную орбиту, то есть разбиться о лунную поверхность или не войти в сферу действия Луны. Наглядно отобразить направления импульсов, при которых не удастся выйти на финальную окололунную орбиту можно на

сфере импульсов, где каждая точка соответствует направлению корректирующего импульса фиксированной величины в заданный момент времени. Цвет точек на сфере соответствует амплитуде изменения орбитальных элементов. Рис. 5 описывает изменения наклона и ДВУ в зависимости от направления импульса величиной $\Delta v_{dep} = 0.1$ м/с, приложенного на $t_{dep} = 44.35$ день перелёта. Отсутствующие точки соответствуют направлениям импульса, при которых аппарат не выходит на окололунную орбиту. При построении лунных констелляций будем избегать таких направлений, либо брать значения импульсов достаточно малой величины.

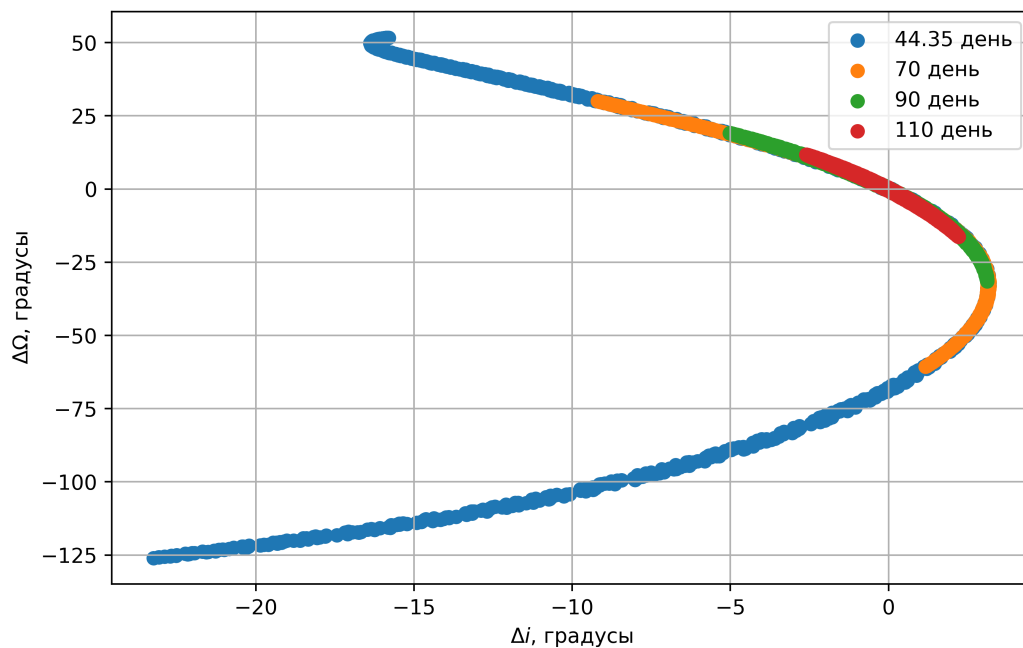


Рисунок 3 – Изменение ДВУ и наклона финальной окололунной орбиты в результате приложения корректирующих импульсов величины 0.08 м/с в различные моменты времени.

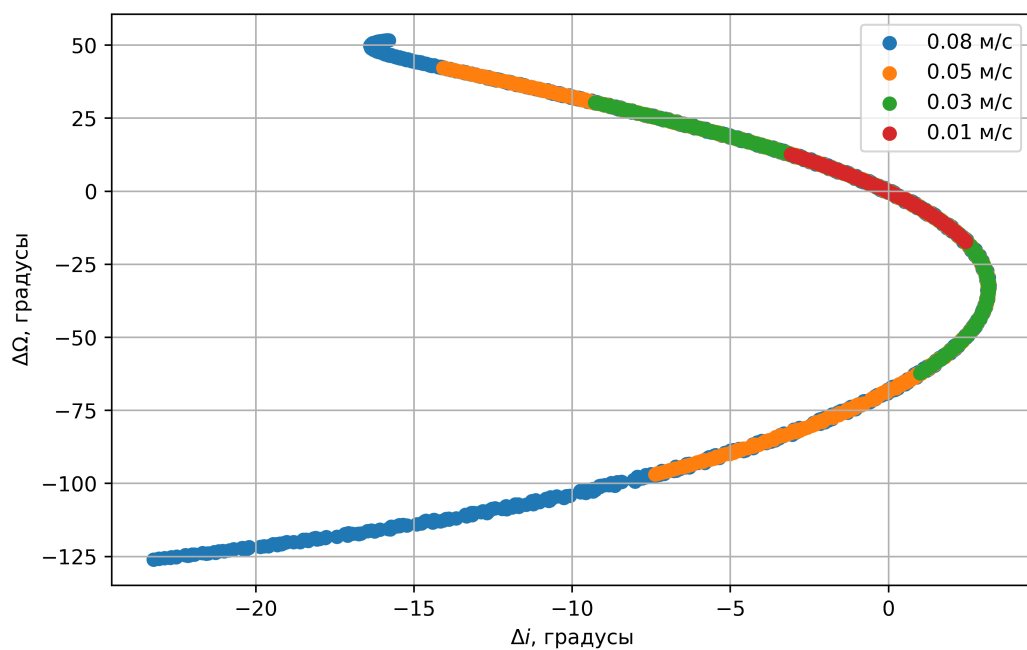


Рисунок 4 – Изменение ДВУ и наклонения финальной окололунной орбиты в результате приложения корректирующих импульсов различной величины на 44.35 день перелёта.

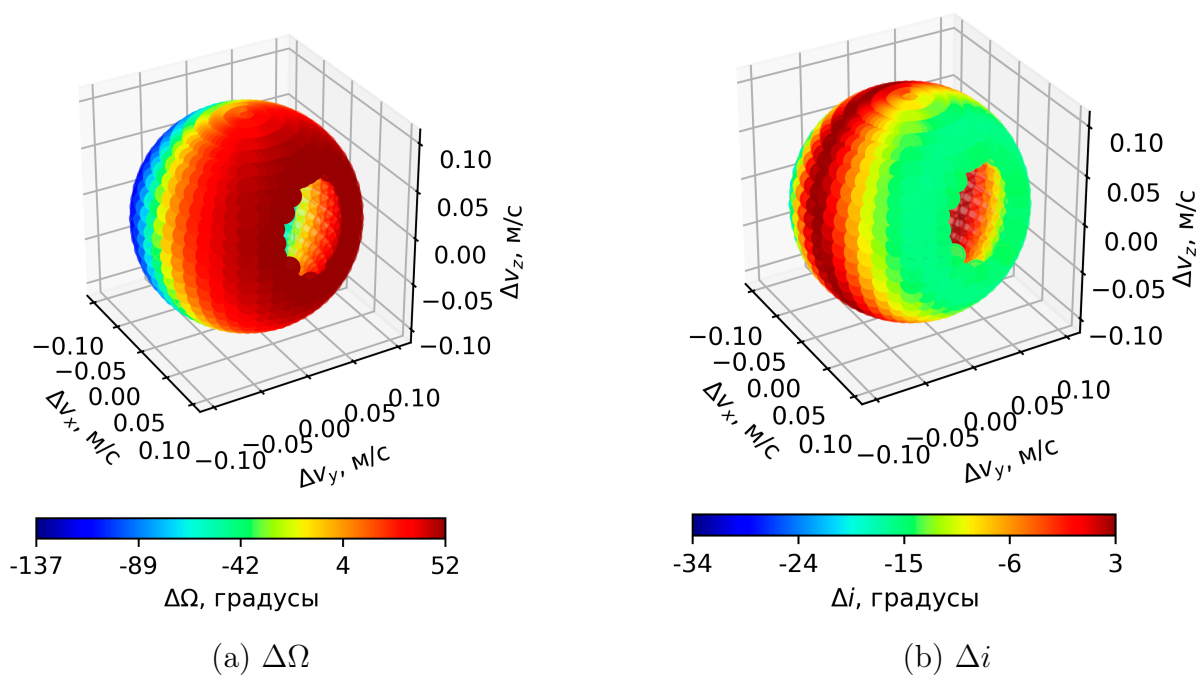


Рисунок 5 – Изменение ДВУ и наклонения финальной окололунной орбиты в результате приложения корректирующих импульсов величины 0.1 м/с на 44.35 день перелёта.

5. Однопусковое развёртывание лунной констелляции типа Уолкера–Можаева в две плоскости с использованием опорной обходной траектории

5.1. Определение времени приложения корректирующих импульсов

Как было показано в главе 4, чем раньше производится малый корректирующий манёвр, тем сильнее он может изменить плоскость финальной окололунной орбиты.

Перелёт по заданной номинальной траектории может содержать один или несколько корректирующих манёвров $\Delta \mathbf{v}_{TCM1}, \dots, \Delta \mathbf{v}_{TCMn}$ в моменты времени $t_{TCM1}, \dots, t_{TCMn}$. Так как они должны оставаться неизменными, малый корректирующий манёвр следует производить после них.

На практике — не в импульсном приближении — изменения скорости производит двигательная установка. Для того, чтобы обеспечить необходимое приращение скорости, требуется некоторое время, которое можно оценить по формуле

$$T = \frac{m\Delta v}{F_T}, \quad (4)$$

где m — масса аппарата, F_T — сила тяги двигателя, Δv — величина импульса в импульсном приближении. Для грубой оценки сверху учтём, что масса блока с аппаратами не превышает 1000 кг, затраты характеристической скорости на осуществление последнего корректирующего манёвра на номинальной траектории составляет не более 40 м/с, а на блок установлен химический двигатель, имеющий силу тяги не менее 1 Н [38]. Также необ-

ходимо некоторое время для уточнения положения и скорости аппарата и, возможно, коррекции последнего импульса. Таким образом, достаточно заложить промежуток в 12 часов между временем последней коррекции на номинальной траектории и временем приложения вводимого малого корректирующего импульса.

В данном алгоритме определим время приложения малых импульсов следующим образом:

$$t_{dep} = t_{TCMn} + 12\text{ч.} \quad (5)$$

5.2. Определение целевых значений изменения ДВУ финальной окололунной орбиты при приложении корректирующих импульсов

Как было показано в главе 4, пары точек $(\Delta i, \Delta \Omega)$ при приложении корректирующего импульса определённой величины в определённый момент времени сосредоточены вблизи некоторой кривой формы полумесяца. Эта кривая может быть численно приближена некоторой полиномиальной функцией $\Delta i = f(\Delta \Omega)$. На полученной кривой можно найти две такие точки, которым соответствуют одинаковые изменения наклона и изменения ДВУ, отличающиеся на 90° , как показано на рис. 6.

Полученные точки соответствуют окололунным орбитам, которые удовлетворяют постановке задачи (см. гл. 2). Если выбрать полученные значения изменения ДВУ финальной окололунной орбиты в качестве целевых, то остаётся определить времена приложения, величины и направления импульсов, обеспечивающие такие изменения.

Как видно по рис. 4, границы кривой на плоскости $(\Delta i, \Delta \Omega)$ зависят от величины корректирующего импульса. Поэтому на первом шаге алгоритма определим некую верхнюю оценку величины корректирующего

импульса Δv_{dep}^* , которой будет достаточно, чтобы обеспечить необходимые изменения ДВУ, при этом практически все направления импульса будут «безопасными».

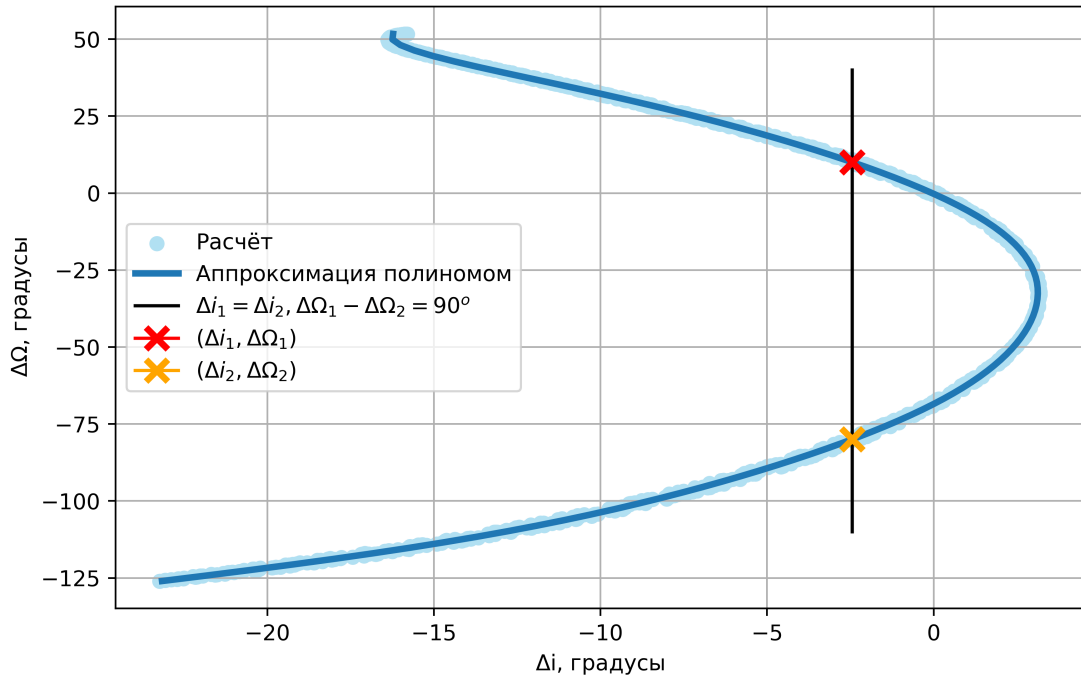


Рисунок 6 – Типичная зависимость между изменениями ДВУ и наклона финальной окололунной орбиты в результате приложения корректирующих импульсов фиксированной величины в фиксированный момент времени.

Потребуем выполнения следующих условий:

1. 100% направлений приложения импульса являются «безопасными», то есть изменяют траекторию перелёта аппарата так, что он выходит на какую-либо окололунную орбиту;
2. Имеет решение система

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\Delta\Omega_1) = f(\Delta\Omega_2) \\ \Delta\Omega_1 - \Delta\Omega_2 = 90^\circ \\ \Delta\Omega_1 \in [\Delta\Omega_{min}, \Delta\Omega_{max}] \\ \Delta\Omega_2 \in [\Delta\Omega_{min}, \Delta\Omega_{max}] \end{array} \right. , \quad (6)$$

где $\Delta\Omega_{min}$ и $\Delta\Omega_{max}$ — максимальное и уменьшение и увеличение ДВУ при приложении корректирующего импульса величиной Δv_{dep}^* в момент времени t_{dep} , $\Delta i = f(\Delta\Omega)$ — численно приближенная полиномиальная функция зависимости между изменениями наклонения и ДВУ при приложении корректирующего импульса величиной Δv_{dep}^* в момент времени t_{dep} .

Если оказывается, что при максимальной величине импульса, удовлетворяющей первому условию, система уравнений (6) не имеет решения, следует смягчить первое условие, снизив порог «безопасных» направлений до 95%. Однако стоит обратить внимание на «опасные» направления — они должны быть далеки от направлений, которые алгоритм выберет в дальнейшем в качестве решения (см. рис. 5).

Таким образом, величина Δv_{dep}^* должна быть не слишком большой, иначе блок аппаратов не выйдет на окололунную орбиту. При этом достаточно большой, чтобы кривая $(\Delta i, \Delta\Omega)$ имела две точки пересечения с прямой $\Delta i = const$, при которой $\Delta\Omega_1 - \Delta\Omega_2 = 90^\circ$. Как показано на рис. 7, при величине импульса 0.01–0.03 м/с существует единственная точка пересечения с такой прямой, при величине 0.05–0.08 м/с — две точки пересечения. Для поиска Δv_{dep}^* предлагается использовать модифицированный алгоритм бинарного поиска, описанный в приложении 6.4. Отметим, что определение данной величины не требует высокой точности, так как Δv_{dep}^* определяет границы кривой $(\Delta i, \Delta\Omega)$, по которой далее будут найдены точные величины и направления необходимых разводящих импульсов, обеспечивающие необходимые изменения ДВУ орбит.

Отобразим зависимость между изменениями наклонения и ДВУ для найденной величины $\Delta v_{dep} = \Delta v_{dep}^*$ и момента времени t_{dep} и численно приблизим её полиномиальной функцией $\Delta i = f(\Delta\Omega)$, а также получим решение системы (6) — пару чисел $\Delta\Omega_1, \Delta\Omega_2$.

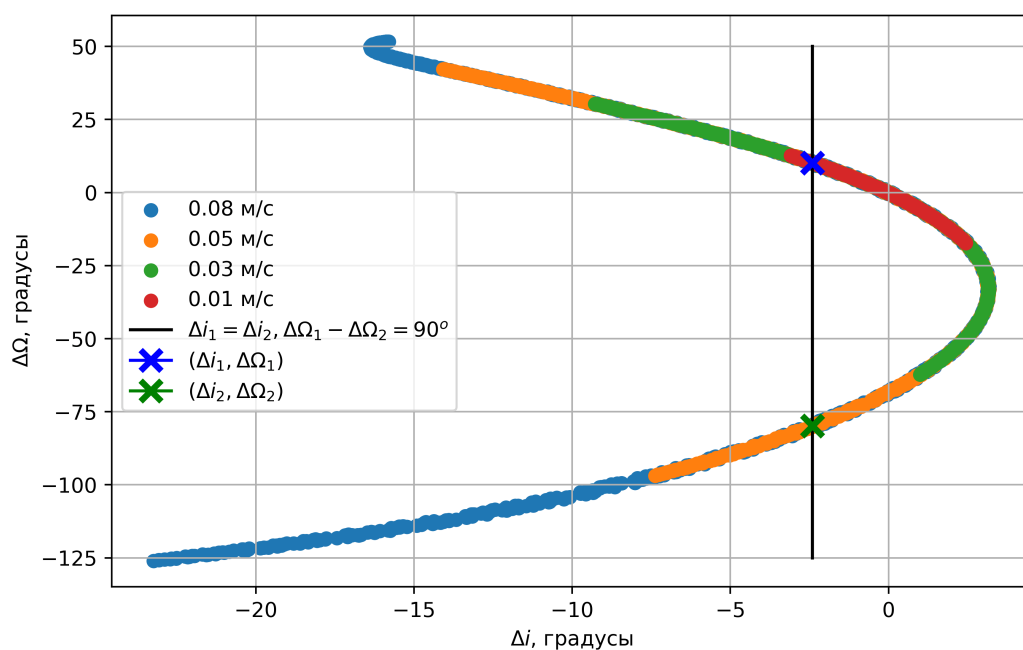


Рисунок 7 – Типичная зависимость между изменениями ДВУ и наклонения финальной окололунной орбиты в результате приложения корректирующих импульсов различной величины в фиксированный момент времени.

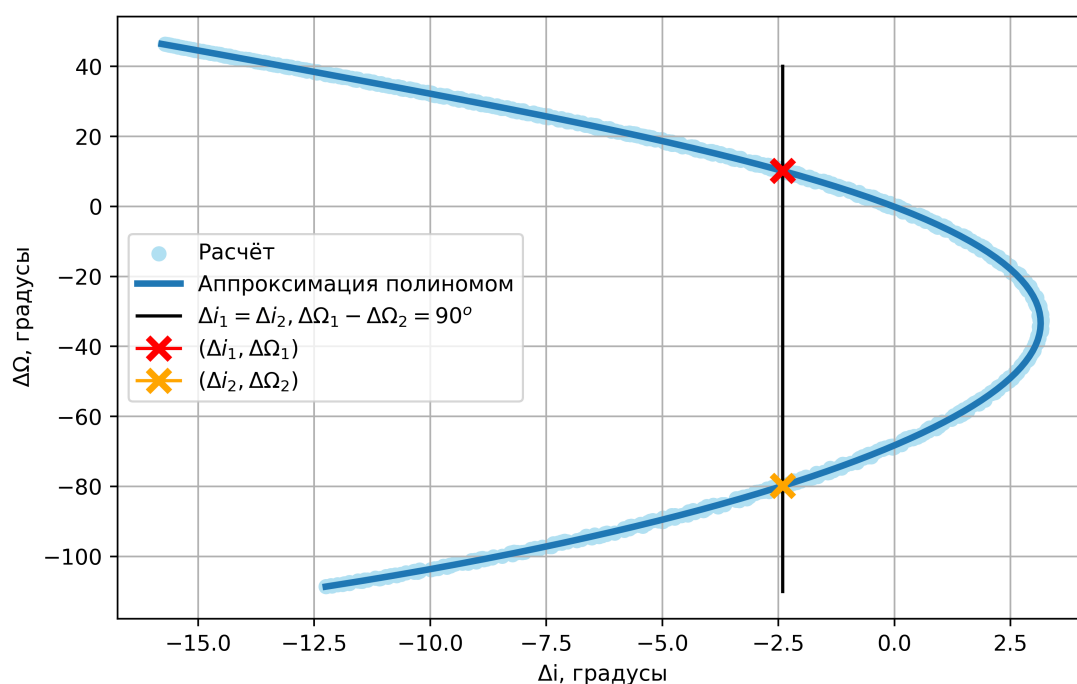


Рисунок 8 – Типичная зависимость между изменениями ДВУ и наклонения финальной окололунной орбиты в результате приложения корректирующих импульсов фиксированной величины в фиксированный момент времени.

5.3. Определение направлений корректирующих импульсов, обеспечивающих заданное изменение ДВУ финальных окололунных орбит

Из рис. 7 видно, что при фиксированном времени приложения корректирующего импульса можно не единственным образом определить его величину и направление, обеспечивающие заданное целевое изменение ДВУ. Точки разного цвета накладываются друг на друга. Цвет соответствует величине импульса. Для определённости будем искать минимально возможные разводящие импульсы, обеспечивающие $\Delta\Omega_1$ и $\Delta\Omega_2$. Одна из крайних точек зависимости $\Delta\Omega$ от Δi , соответствующая минимальному значению импульса Δv_1 , при этом будет иметь координаты $(\Delta i_1, \Delta\Omega_1)$. Аналогично для Δv_2 .

При этом оказывается, что точки, лежащие на концах кривых разного цвета, соответствуют одним и тем же направлениям корректирующих импульсов, независимо от их величины. Для фиксированной величины корректирующего импульса эти направления обеспечивают максимально возможное уменьшение или увеличение ДВУ.

На рис. 9 изображены проекции Меркатора сфер направлений импульсов, аналогичных сферам, изображённым на рис. 5, на плоскость для описанной в разделе 4 номинальной траектории, времени приложения импульса на $t_{dep} = 44.35$ день перелёта и разных величинах импульса, при которых все направления являются «безопасными». На рисунках белыми крестиками отмечены направления $\mathbf{e}_{min}$ и $\mathbf{e}_{max}$, обеспечивающие максимальное уменьшение (крестик на синем фоне) и увеличение (крестик на красном фоне) ДВУ. Для различных величин корректирующего импульса положение крестика одинаково.

На графике 7 при фиксированном времени приложения t_{dep} в за-

висимости от величины импульса точки, соответствующие направлениям $\mathbf{e}_{min}$ и $\mathbf{e}_{max}$ лежат на концах кривых определенного цвета. Так как $\mathbf{e}_{min}$ и $\mathbf{e}_{max}$ не зависят от величины импульса, можем найти их, например, для величины Δv_{dep}^* (см. рис. 8), то есть определим направления импульсов, соответствующие граничным точкам кривой на рис. 8.

Если при определении Δv_{dep}^* сетка направлений импульсов была недостаточно плотной, то можно уточнить полученные $\mathbf{e}_{min}$ и $\mathbf{e}_{max}$, измельчив сетку направлений в их окрестности. При этом потребуется сгенерировать набор новых траекторий с корректирующим импульсом величины Δv_{dep}^* и определить, не дают ли какие-то направления на новой сетке большего изменения ДВУ финальной орбиты.

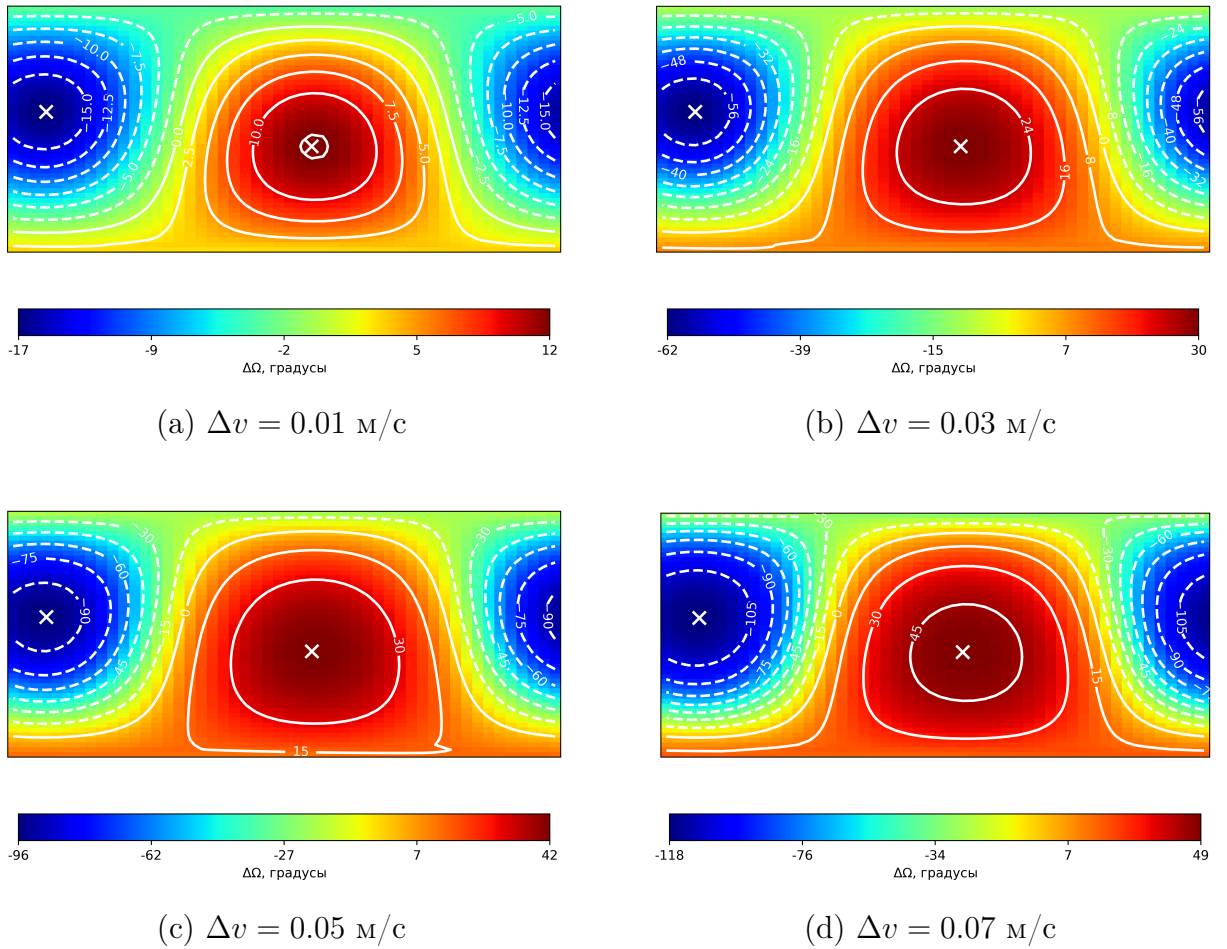


Рисунок 9 – Изменение ДВУ финальной окололунной орбиты в результате приложения корректирующих импульсов величины Δv в фиксированный момент времени.

В таком случае для получения орбиты с ДВУ $\Delta\Omega_i$, где $i = 1, 2$, определим направления корректирующих импульсов следующим образом:

- если $\Delta\Omega_i < 0$, то $\mathbf{e}_i = \mathbf{e}_{min}$,
- если $\Delta\Omega_i > 0$, то $\mathbf{e}_i = \mathbf{e}_{max}$.

5.4. Определение величин корректирующих импульсов, обеспечивающих заданное изменение ДВУ финальных окололунных орбит

Теперь определим величины корректирующих импульсов Δv_1 и Δv_2 , при которых целевые изменения ДВУ являются максимальными и равны $\Delta\Omega_1$ и $\Delta\Omega_2$ соответственно. Как было сказано выше, одна из крайних точек кривой $\Delta\Omega(\Delta i)$, соответствующая минимальному значению импульса Δv_1 , при этом будет иметь координаты $(\Delta i_1, \Delta\Omega_1)$. Аналогично для Δv_2 .

Зафиксируем момент времени t_{dep} и направление $\mathbf{e}_{min}$ или $\mathbf{e}_{max}$, сгенерируем траектории для различной величины импульса $\Delta v_{dep} \in [0, \Delta v_{dep}^*]$ и вычислим изменение ДВУ. Так как используются $\mathbf{e}_{min}$ и $\mathbf{e}_{max}$, то изменение ДВУ либо максимально уменьшится, либо максимально увеличится. Полученные зависимости между величиной корректирующего импульса и максимальным увеличением или уменьшением ДВУ численно аппроксимируем полиномиальными функциями $\Delta\Omega_{min} = f_1(\Delta v)$, $\Delta\Omega_{max} = f_2(\Delta v)$.

Тогда величина каждого корректирующего импульса определяется следующим образом:

- если $\Delta\Omega_i < 0$, то $\Delta v_i = f_1^{-1}(\Delta\Omega_i)$,
- если $\Delta\Omega_i > 0$, то $\Delta v_i = f_2^{-1}(\Delta\Omega_i)$.

Итак, в результате работы алгоритма определяются время приложения импульсов t_{dep} , направления импульсов $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ и их величины Δv_1 и Δv_2 .

6. Примеры однопускового построения окололунных констелляций для заданных опорных обходных траекторий

Рассмотрим применение описанного выше алгоритма на примере трёх опорных обходных траекторий. На каждую из них аппарат выходит с круговой околоземной орбиты высотой h_0 и наклонением i_0 под действием отлётного импульса Δv_{TLI} . Далее в апогее траектории производится корректирующий импульс $\Delta \mathbf{v}_{TCM_1}$ в момент времени t_{TCM_1} . При перелёте по номинальной траектории №3 осуществляется второй корректирующий манёвр Δv_{TCM_2} в момент времени t_{TCM_2} после прохождения апогея. Перелёт длится t_{LOI} дней. В результате аппарат выходит на почти круговую окололунную орбиту высотой h_f и наклонением i_f под действием тормозящего импульса $\Delta \mathbf{v}_{LOI}$.

Характеристики номинальных траекторий перелёта приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Характеристики номинальных траекторий перелёта

Траектория	№1	№2	№3
Параметры околоземной орбиты			
h_0 , км	200	200	832
i_0 , град.	51.6	51.6	98.8
Импульсы			
Δv_{TLI} , км/с	3.20	3.20	3.19
t_{TCM_1} , день	43.85	38.31	43.86
Δv_{TCM_1} , м/с	23.3	20.4	51.2
t_{TCM_2} , день			80.03
Δv_{TCM_2} , м/с			38.2
t_{LOI} , день	167.92	101.69	168.78
Δv_{LOI} , м/с	485.7	485.1	459.3
Параметры почти круговой окололунной орбиты			
h_0 , км	1637	1627	2118
i_0 , град.	94.2	92.1	95.0

6.1. Номинальная траектория №1

Номинальная траектория перелёта №1 с околоземной орбиты высотой 200 км и наклонением 51.6° изображена на рис. 5, перелёт длится 167.92 дня, корректирующий импульс в апогее производится на 43.85 день перелёта.

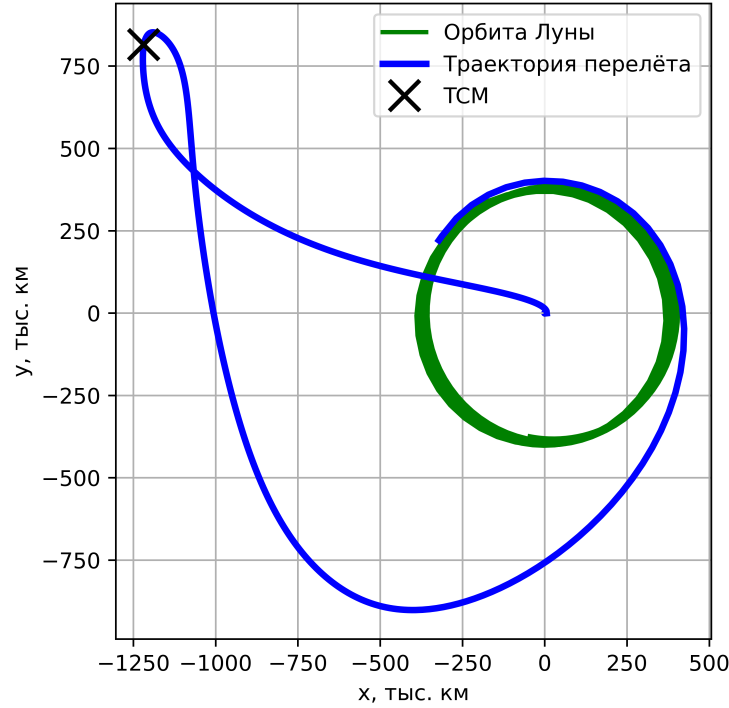


Рисунок 10 – Номинальная траектория перелёта №1 во вращающейся геоцентрической системе координат Солнце–Земля в проекции на плоскость Oxy .

При применении к ней алгоритма определено время приложения корректирующих импульсов $t_{dep} = 44.35$ дня перелёта.

Для работы алгоритма поиска Δv_{dep}^* потребовалось 3 итерации генерации траекторий. Была найдена верхняя оценка величин импульсов $\Delta v_{dep}^* = 0.06$ м/с, а также решение системы (6): $\Delta\Omega_1 = 10.1^\circ$, $\Delta\Omega_2 = -79.9^\circ$ (см. рис. 11).

Так как $\Delta\Omega_1 > 0$, $\Delta\Omega_2 < 0$, в качестве направлений были выбраны $e_1 = e_{max}$, $e_2 = e_{min}$.

С помощью зависимостей максимального уменьшения и увеличения ДВУ от величины импульса (см. рис. 12 и 13) были вычислены величины

импульсов $\Delta v_1 = 0.039$ м/с и $\Delta v_2 = 0.008$ м/с.

С использованием выбранных корректирующих манёвров получены следующие траектории блоков для развёртывания констелляции и их финальные окололунные орбиты, проиллюстрированные на рис. 14 и 15.

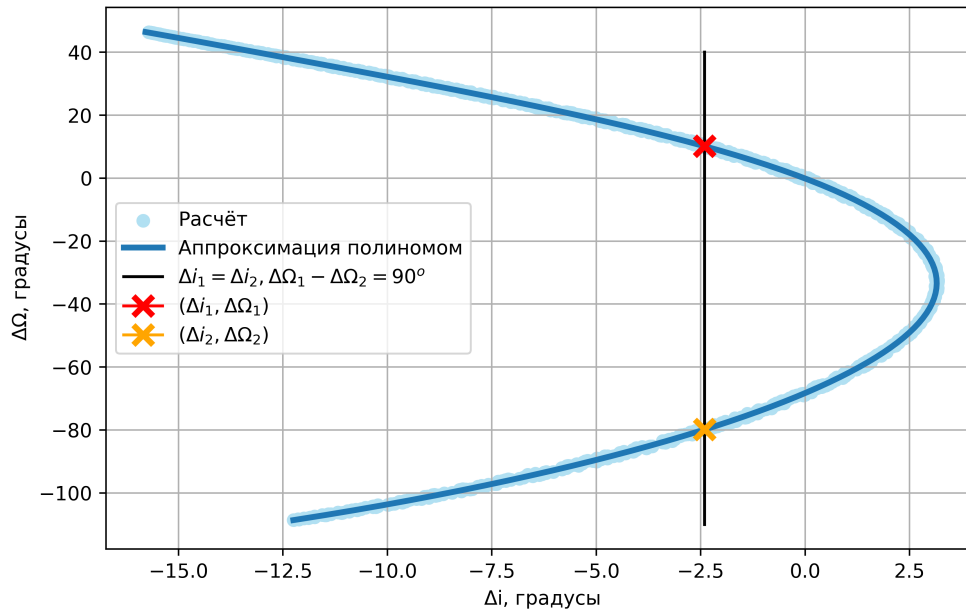


Рисунок 11 – Изменение ДВУ и наклонения финальной окололунной орбиты в результате приложения корректирующих импульсов величины 0.06 м/с на 44.35 день перелёта вдоль номинальной траектории №1.

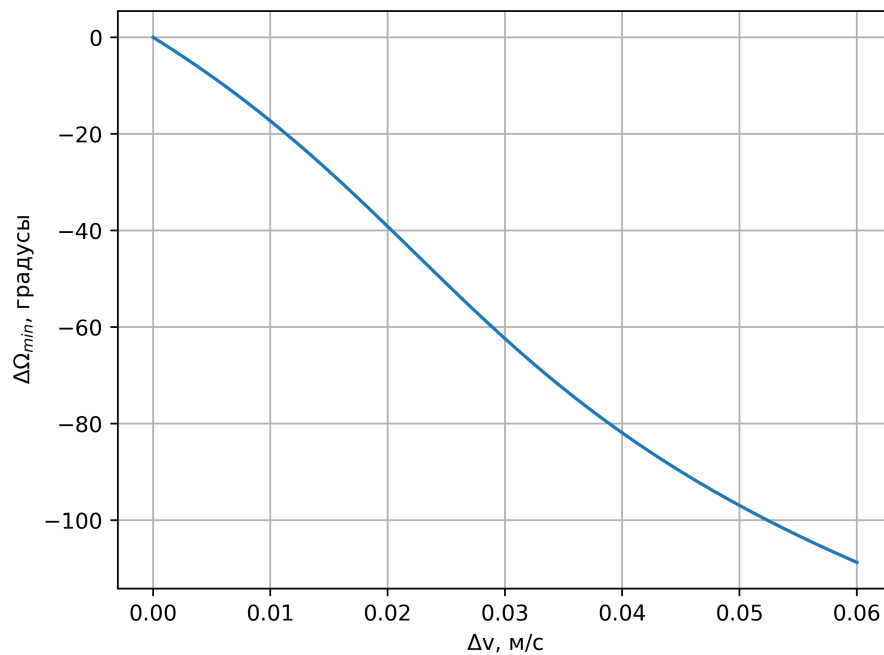


Рисунок 12 – Зависимость максимального уменьшения ДВУ от величины импульса при приложении корректирующего импульса на 44.35 день перелёта вдоль номинальной траектории №1.

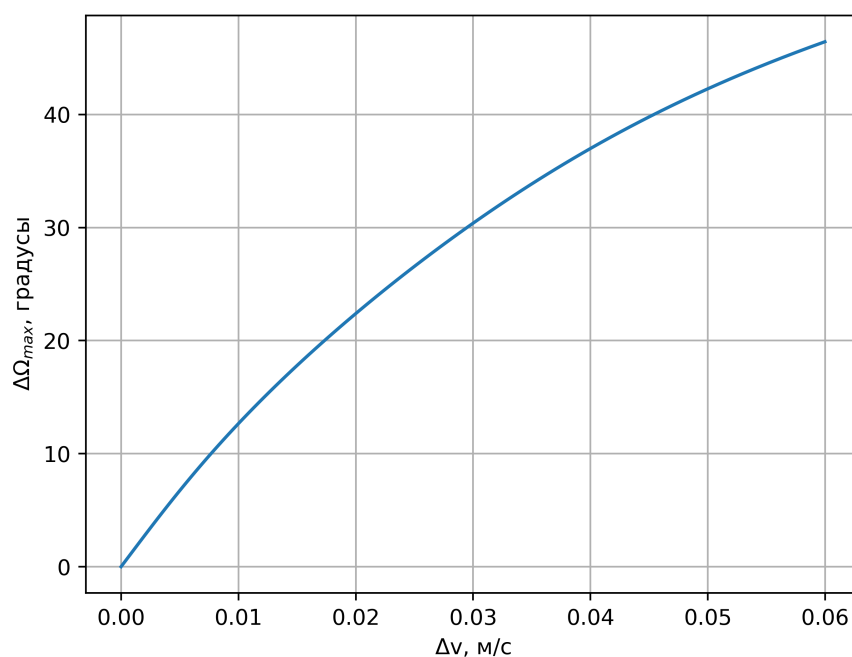


Рисунок 13 – Зависимость максимального увеличения ДВУ от величины импульса при приложении корректирующего импульса на 44.35 день перелёта вдоль номинальной траектории №1.

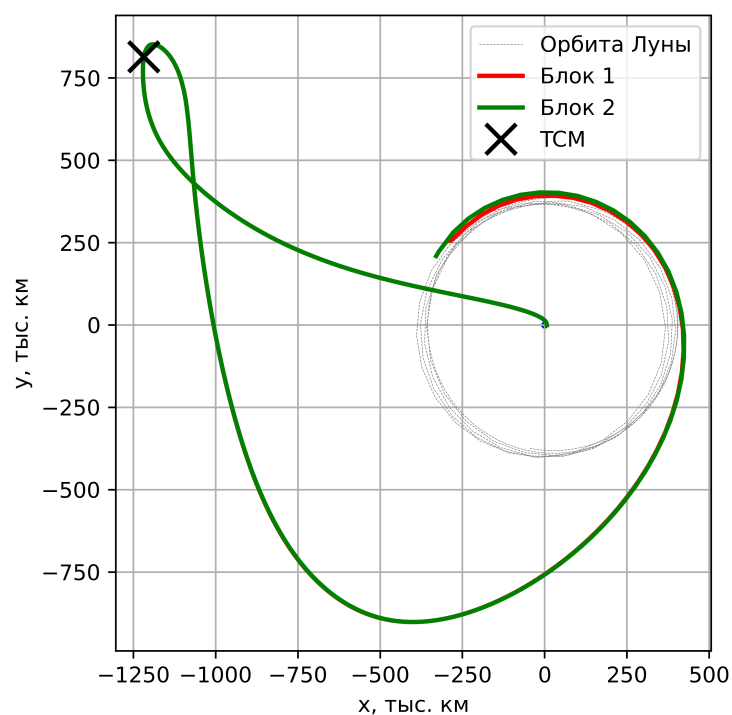


Рисунок 14 – Траектории перелёта блоков во вращающейся геоцентрической системе координат Солнце–Земля в проекции на плоскость Oxy для номинальной траектории №1.

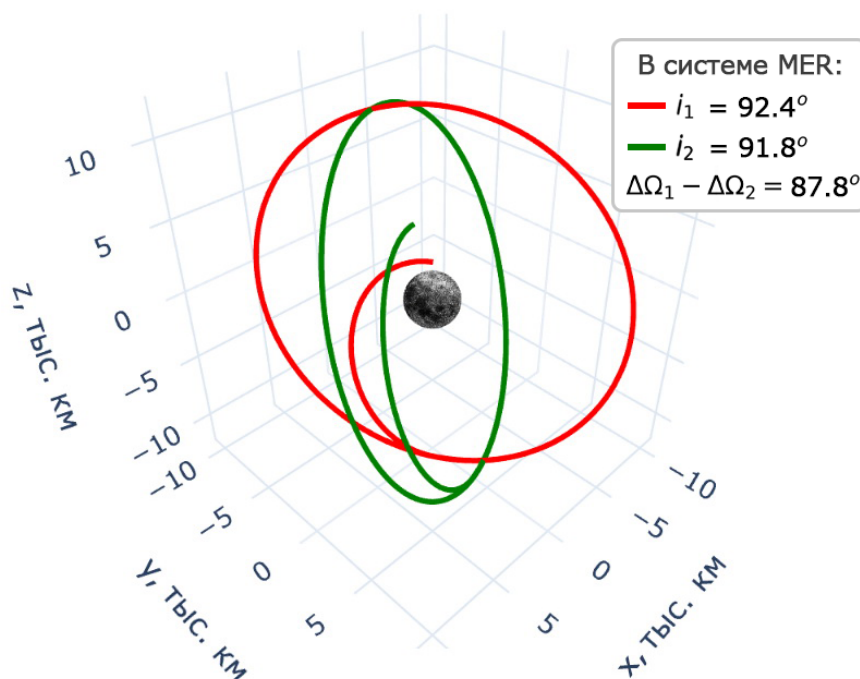


Рисунок 15 – Финальные окололунные орбиты констелляции в системе SCRF для номинальной траектории №1.

6.2. Номинальная траектория №2

Данная SALT-траектория перелёта с околоземной орбиты высотой 200 км и наклоном $51,6^\circ$ отличается от траектории №1 меньшим временем перелёта (101.69 дня) и, соответственно, более коротким удалённым от системы Земля–Луна участком. Корректирующий импульс в апогее производится на 38.31 день перелёта. Траектория №2 изображена на рис. 16.

В результате работы алгоритма для приложения малых корректирующих импульсов получено время приложения $t_{dep} = 38.81$ дня перелёта.

На втором шаге алгоритма были определены $\Delta v_{min} = 0.1$ м/с и $\Delta v_{max} = 0.1$ м/с за три итерации генерации траекторий. Далее при процедуре модифицированного бинарного поиска, описанного выше, были сгенерированы траектории для величин импульса 0.6, 0.4, 0.3, 0.2 м/с. Не нашлось такого значения Δv , при котором все направления приложения импульса «безопасны» и существует решение системы (6). Поэтому было выбрано

значение $\Delta v_{dep}^* = 0.3$ м/с — минимальное значение, при котором существует решение системы (6), и более 95% направлений являются «безопасными». При этом «опасные» направления оказались далеки от $\mathbf{e}_{min}$ и $\mathbf{e}_{max}$, что иллюстрирует рис. 17: отсутствующие на сферах точки далеки от направлений, обеспечивающих максимальное увеличение (синяя стрелка) и уменьшение (зелёная стрелка) ДВУ.

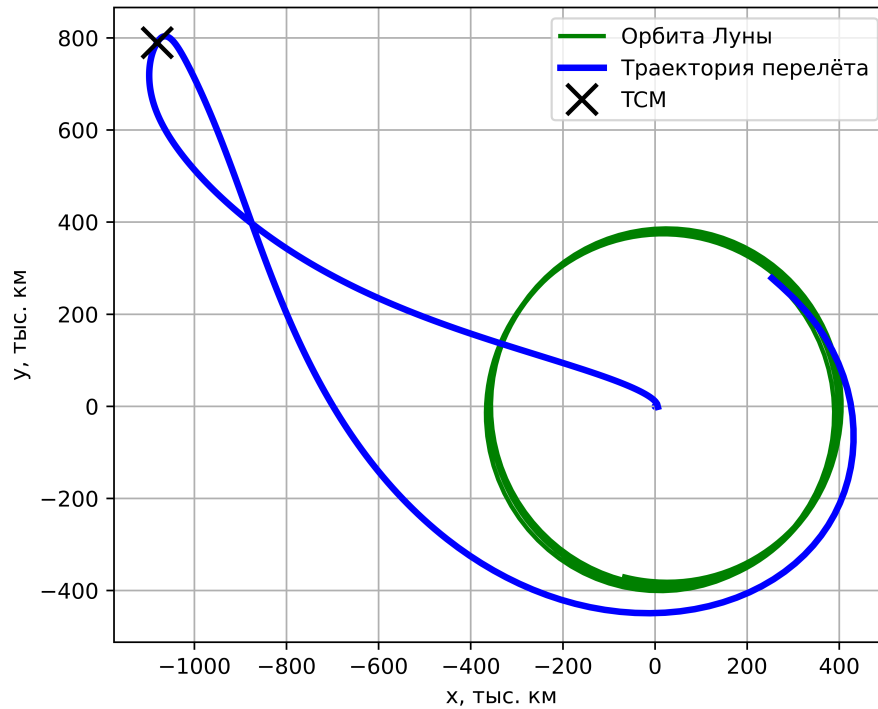


Рисунок 16 – Номинальная траектория перелёта №2 во вращающейся геоцентрической системе координат Солнце–Земля в проекции на плоскость Oxy .

Далее была аппроксимирована зависимость $\Delta i = f(\Delta\Omega)$ для величины импульса $\Delta v_{dep}^* = 0.3$ м/с. Было найдено решение системы (6) $\Delta\Omega_1 = -20.0^\circ$, $\Delta\Omega_2 = -110.0^\circ$, см. рис. 18.

Так как требуемые изменения ДВУ для обеих орбит констелляции отрицательны, в качестве направлений приложения импульса было выбрано направление, обеспечивающее максимальное уменьшение ДВУ, то есть $\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_{min}$.

Для определения минимальных величин импульсов, обеспечивающих изменения ДВУ $\Delta\Omega_1$ и $\Delta\Omega_2$ была аппроксимирована зависимость

$\Delta\Omega_{min} = g(\Delta v)$, показанная на рис. 19, и найдены величины импульсов $\Delta v_1 = g^{-1}(\Delta\Omega_1) = 0.059$ м/с и $\Delta v_2 = g^{-1}(\Delta\Omega_2) = 0.293$ м/с.

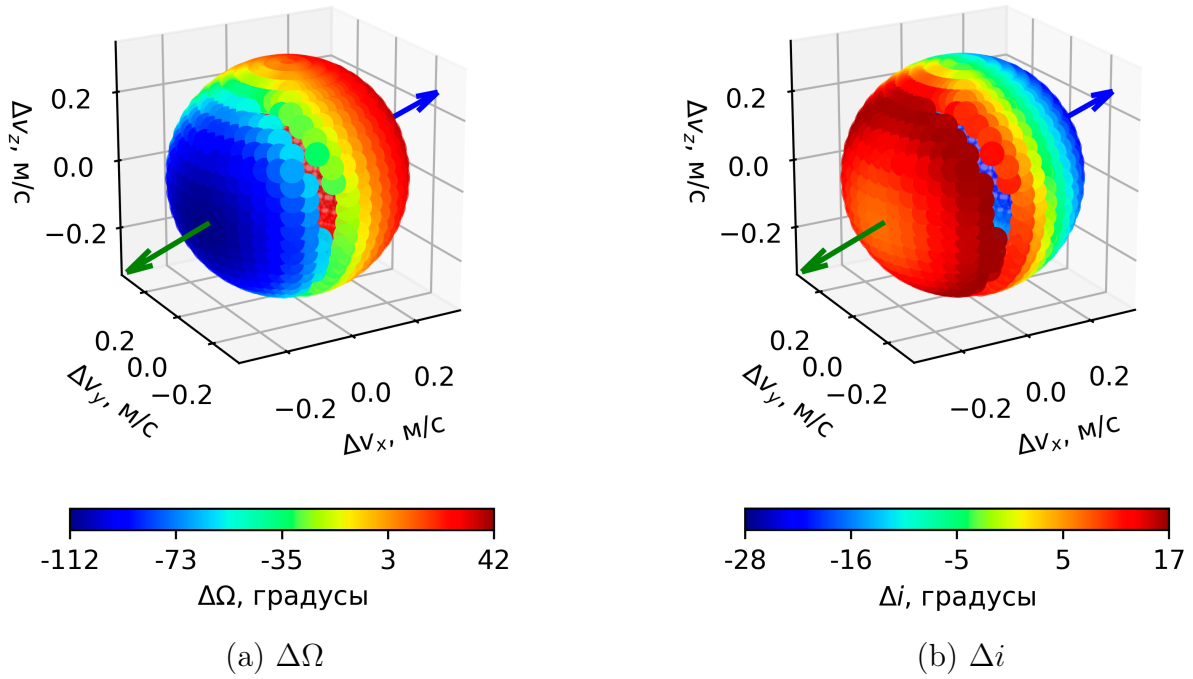
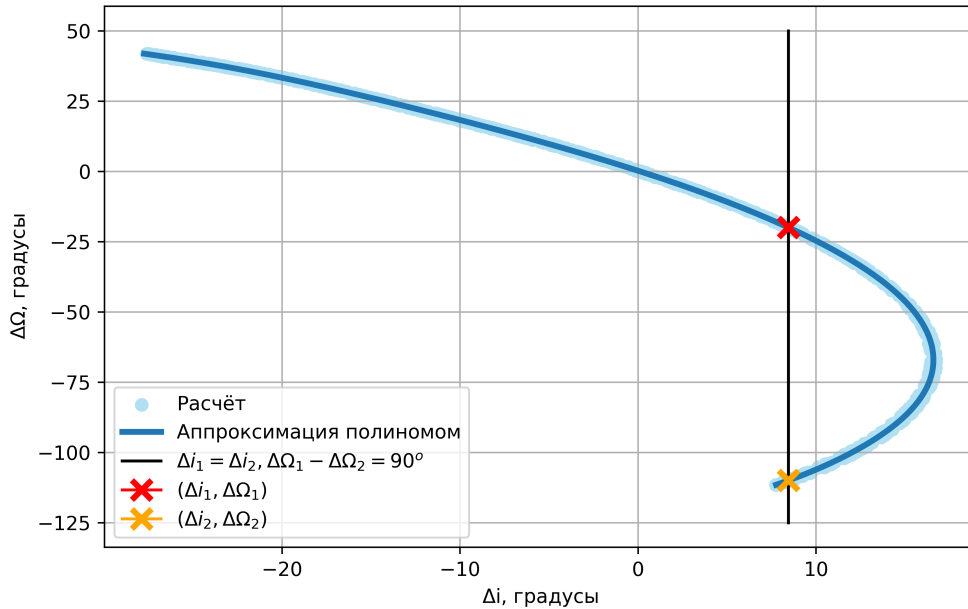


Рисунок 17 – Изменение ДВУ и наклонения финальной окололунной орбиты в результате приложения корректирующих импульсов величины 0.3 м/с на 38.81 день перелёта вдоль номинальной траектории №2.



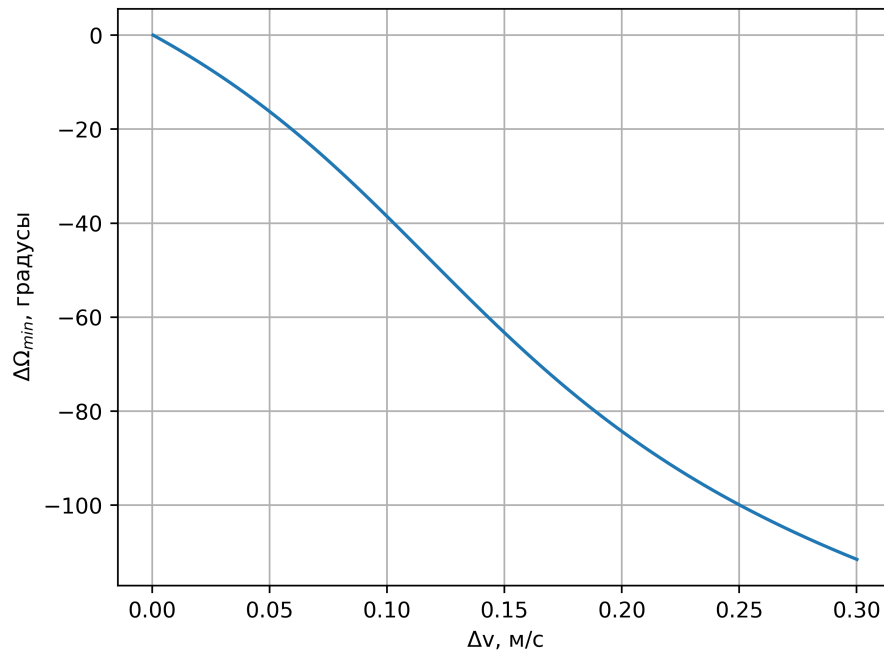


Рисунок 19 – Зависимость максимального уменьшения $\Delta\Omega$ от величины импульса при приложении корректирующего импульса на 38.81 день перелёта вдоль номинальной траектории №2.

С помощью полученных времени приложения, величин и направлений импульсов получены траектории блоков для развёртывания констелляции, изображенные на рис. 20 и орбиты, показанные на рис. 21.

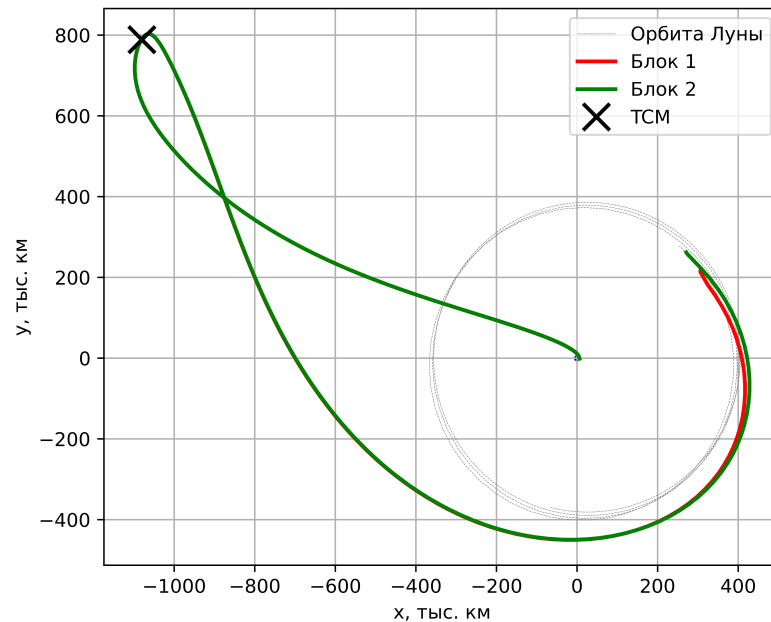


Рисунок 20 – Траектории перелёта блоков во вращающейся геоцентрической системе координат Солнце–Земля в проекции на плоскость Oxy для номинальной траектории №2.

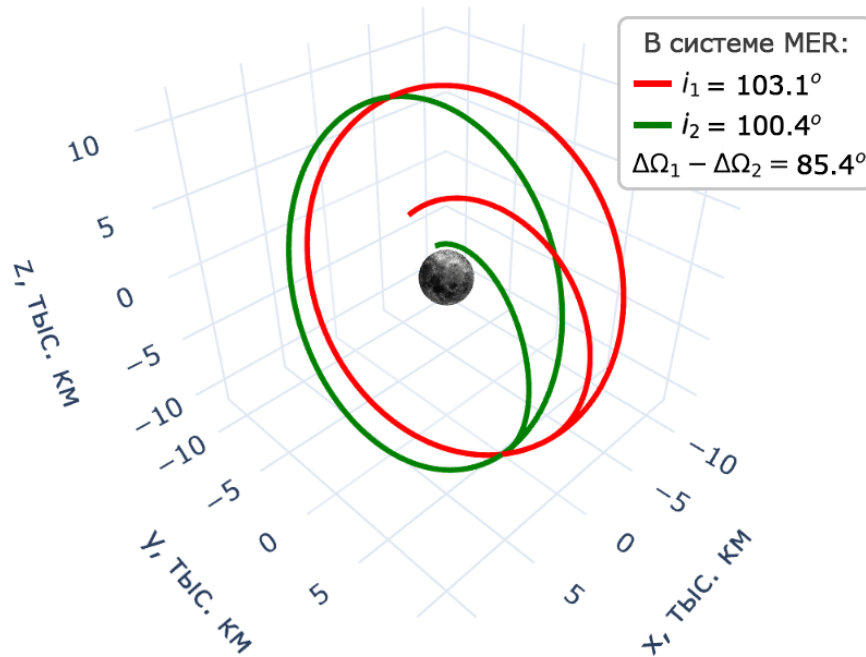


Рисунок 21 – Финальные окололунные орбиты констелляции в системе SCRF для номинальной траектории №2.

6.3. Номинальная траектория №3

Траектория перелёта №3 (см. рис. 22) отличается от предыдущих стартом с солнечно-синхронной околоземной орбиты высотой 832 км и наклонением 98.8° и наличием двух корректирующих манёвров на 43.86 и 80.03 дни перелёта, из-за чего подбираемые развёртывающие импульсы будут произведены на менее чувствительном участке.

В результате работы алгоритма определяется время приложения импульса $t_{dep} = 80.53$ дня перелёта.

Алгоритм выбора Δv_{dep}^* находит значение 0.3 м/с, для которого все направления приложения импульса «безопасны» и система (6) имеет решение, за 6 итераций генерации траекторий. Зависимость между изменениями наклонения и ДВУ аппроксимируется полиномом $\Delta i = f(\Delta\Omega)$ (см. рис. 23) и находится решение системы (6) $\Delta\Omega_1 = 32.8^\circ$ и $\Delta\Omega_2 = -57.3^\circ$.

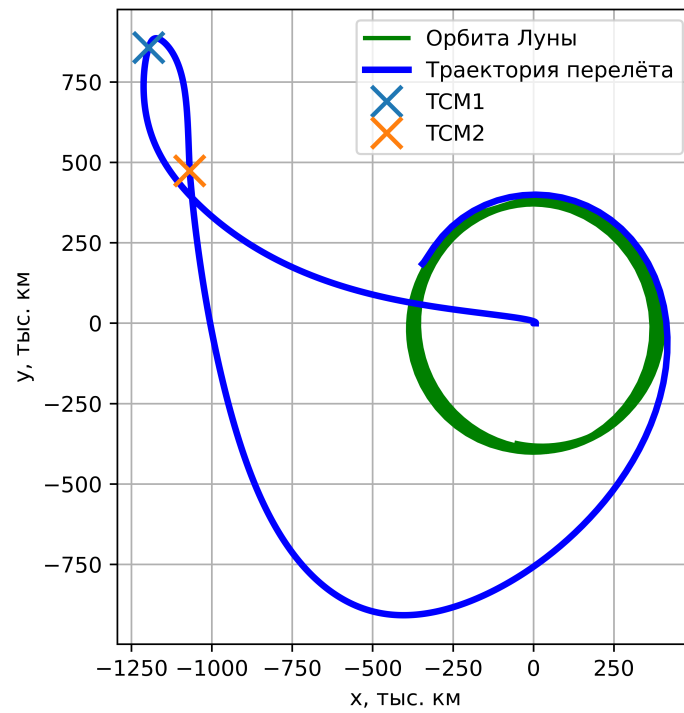


Рисунок 22 – Номинальная траектория перелёта №3 во вращающейся геоцентрической системе координат Солнце–Земля в проекции на плоскость Oxy .

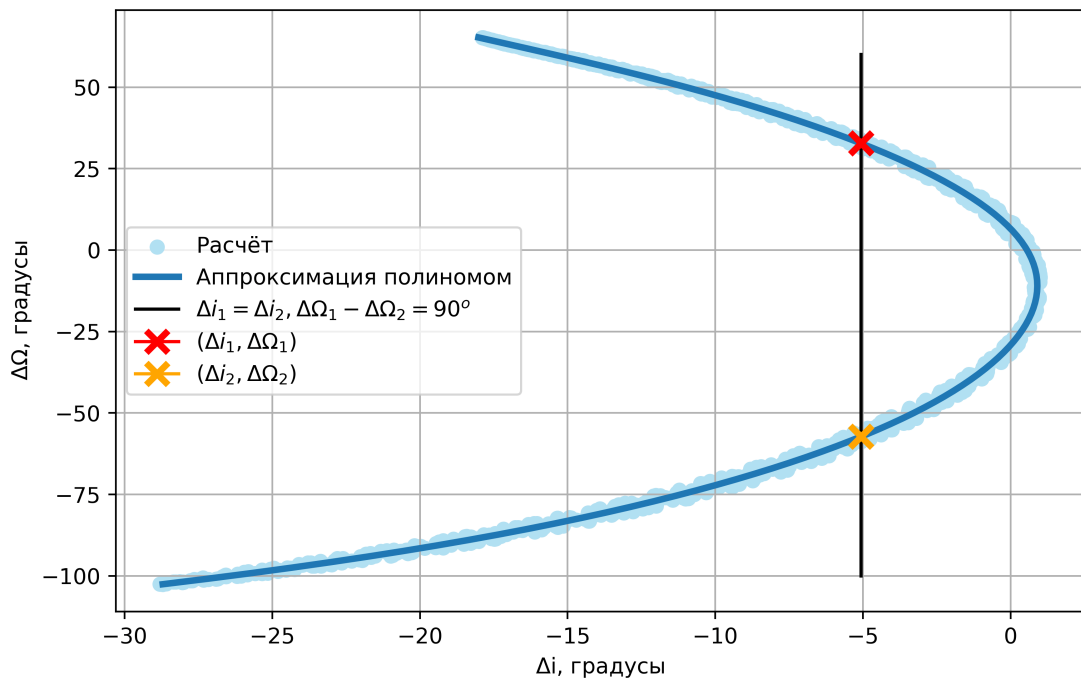


Рисунок 23 – Изменение ДВУ и наклонения финальной окололунной орбиты в результате приложения корректирующих импульсов величины 0.3 м/с на 80.53 день перелёта вдоль номинальной траектории №3.

Так как $\Delta\Omega_1 > 0$, $\Delta\Omega_2 < 0$, определяются направления приложения импульсов $\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_{max}$, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_{min}$. Аппроксимируются зависимости изменения ДВУ от величины импульса при фиксированном выбранном времени приложения t_{dep} $\Delta\Omega_{max} = g_1(\Delta v)$, $\Delta\Omega_{min} = g_2(\Delta v)$, проиллюстрированные на рис. 25 и 24 соответственно. С помощью полученных зависимостей были найдены величины развёртывающих импульсов $\Delta v_1 = g_1^{-1}(\Delta\Omega_1) = 0.129$ м/с и $\Delta v_2 = d_2^{-1}(\Delta\Omega_2) = 0.092$ м/с.

Для выбранных корректирующих манёвров были получены траектории перелёта блоков космических аппаратов, изображённые на рис. 26 и их финальные окололунные орбиты, показанные на рис. 27.

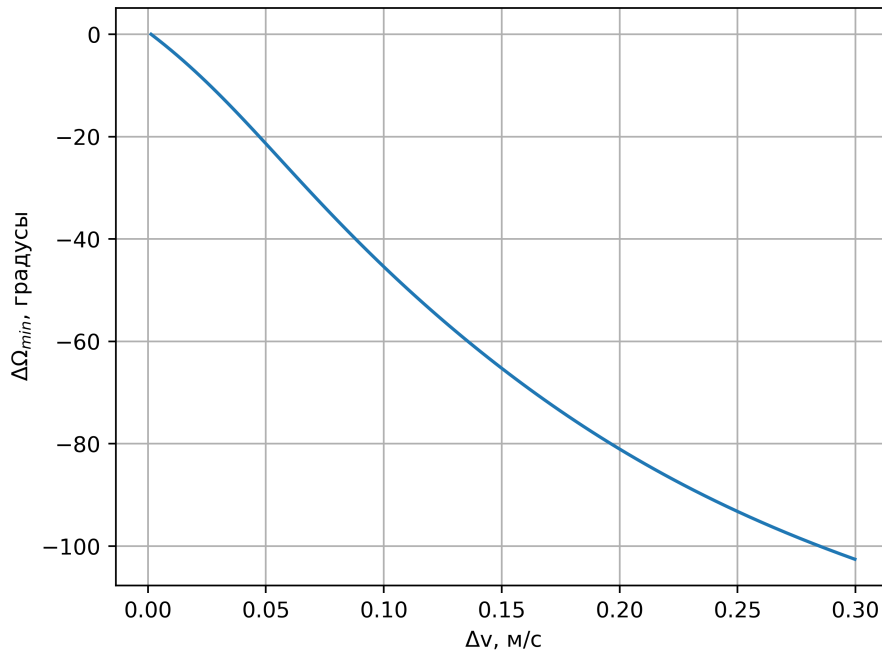


Рисунок 24 – Зависимость максимального уменьшения ДВУ от величины импульса при приложении корректирующего импульса на 80.53 день перелёта вдоль номинальной траектории №3.

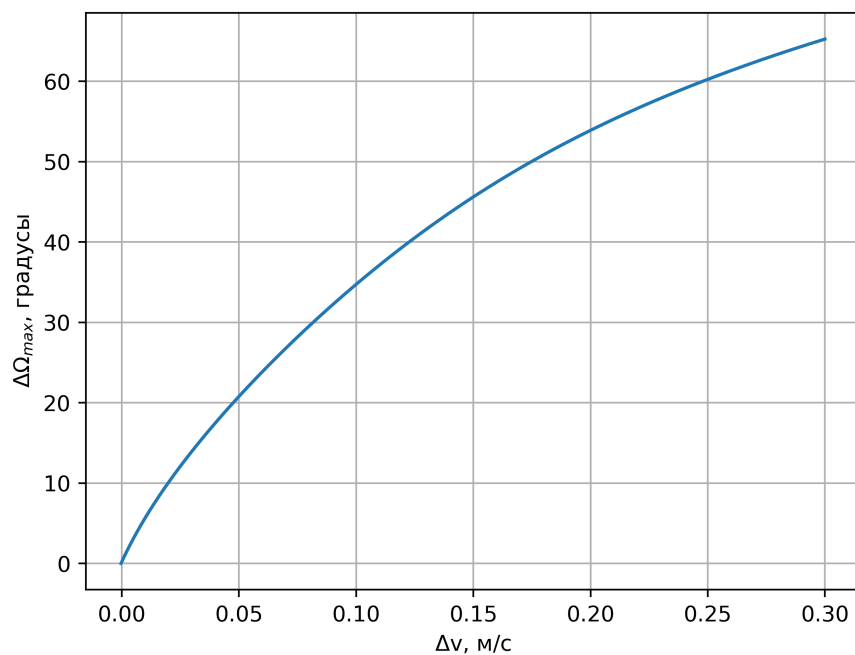


Рисунок 25 – Зависимость максимального увеличения ДВУ от величины импульса при приложении корректирующего импульса на 80.53 день перелёта вдоль номинальной траектории №3.

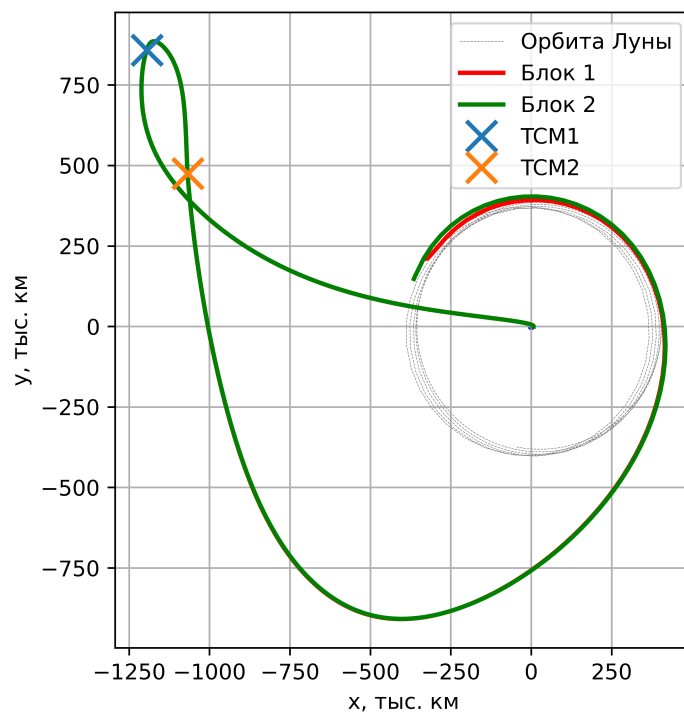


Рисунок 26 – Траектории перелёта блоков во вращающейся геоцентрической системе координат Солнце–Земля в проекции на плоскость Oxy для номинальной траектории №3.

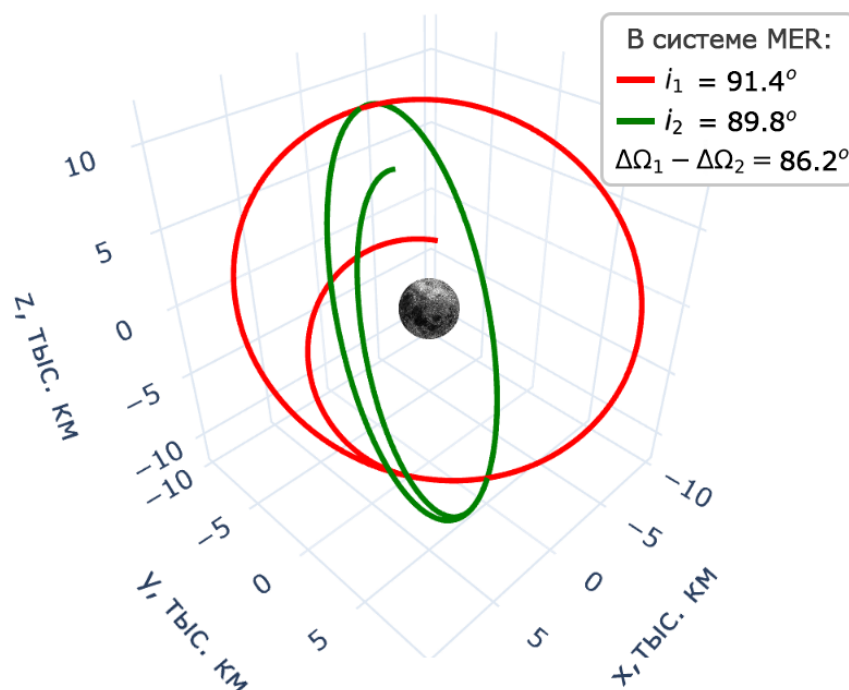


Рисунок 27 – Финальные окололунные орбиты констелляции в системе SCRF для номинальной траектории №3.

6.4. Оценка результатов работы алгоритма

Рассмотрим параметры орбит констелляций, полученных в результате применения алгоритма к описанным выше траекториям, в момент времени выхода последнего блока на окололунную орбиту (см. таблицу 2). Также выделим разности между наклонениями и ДВУ орбит Δi и $\Delta\Omega$, которые должны быть равны 0° и 90° соответственно.

Таблица 2 – Параметры финальных окололунных орбит блоков для рассмотренных номинальных траекторий после применения алгоритма подбора корректирующих импульсов

	Траектория №1		Траектория №2		Траектория №3	
	Блок 1	Блок 2	Блок 1	Блок 2	Блок 1	Блок 2
$i,^\circ$	92.4	91.8	103.1	100.4	91.4	89.8
$\Omega,^\circ$	13.0	100.8	-16.6	68.8	9.4	95.6
$\Delta i,^\circ$		0.6		2.7		1.6
$\Delta\Omega,^\circ$		87.8		85.4		86.2

Таблица показывает, что полученные орбиты удовлетворяют заданным требованиям с точностью до 3° по наклонению и 5° по ДВУ. Такая точность может быть обусловлена ошибками аппроксимации, неточным выбором направления импульса, а также эволюцией орбит блоков. Тем не менее полученные решения являются хорошим начальным приближением для последующего уточнения методом параллельной пристрелки, который учтёт точные ограничения на изменения наклонения и ДВУ.

В таблице 3 приведены затраты характеристической скорости на развёртывание констелляций с помощью выбранных алгоритмом корректирующих импульсов. Суммарные затраты характеристической скорости на один блок Δv_{tot} состоят из корректирующего развёртывающего импульса Δv_{dep} , тормозящего импульса в периселении Δv_{LOI} и скругляющего импульса Δv_{circ} .

Таблица 3 – Затраты характеристической скорости на развёртывание констелляции с использованием SALT-траектории и малых корректирующих импульсов

	Траектория №1		Траектория №2		Траектория №3	
	Блок 1	Блок 2	Блок 1	Блок 2	Блок 1	Блок 2
Δv_{dep} , м/с	0.039	0.008	0.293	0.059	0.129	0.092
Δv_{LOI} , м/с	170.21	207.96	204.13	158.25	205.94	240.86
Δv_{circ} , м/с	264.32	158.22	158.96	290.19	178.88	62.97
Δv_{tot} , м/с	434.57	366.18	363.38	448.50	384.95	303.91

Заметим, что подобранные алгоритмом развёртывающие импульсы пренебрежимо малы по сравнению с затратами на торможение. Суммарные затраты характеристической скорости для выведения одного блока на финальную окололунную орбиту составляют 300–450 м/с. В отдельных случаях такие затраты на торможение могут быть даже больше, чем при прямых перелетах на окололунные орбиты высотой 10 тыс. км [39]. Использование опорных SALT-траекторий, заканчивающихся на более высоких окололунных орбитах, может сократить затраты на торможение, однако

требует дополнительного исследования. Тем не менее, затраты на торможение значительно ниже затрат на выведение материнской платформы с блоками на прямую или обходную траекторию перелета к Луне (для старта с околоземной орбиты необходим импульс порядка 3.2 км/с). Поэтому такая однопусковая схема практически в два раза эффективнее двух различных прямых запусков.

Сравним также полученные результаты с результатами Стефано Карлетта [15]. В своей работе он предложил идею однопускового развёртывания лунных констелляций с использованием низкоэнергетических траекторий, проходящих в окрестности точки либрации L_1 системы Земля–Луна [15]. Согласно этой идее, платформа с аппаратами выводится в окрестность точки либрации, затем под действием отделяющих импульсов Δv_a аппараты выводятся на низкоэнергетические траектории для баллистического захвата Луной. Импульс Δv_{er} прикладывается в течение перелёта в окрестности точки либрации L_1 системы Земля–Луна для достижения целевых наклонений и ДВУ орбит. В периселении с помощью импульса Δv_c корректируется величина большой полуоси орбиты. В результате космические аппараты выводятся на замороженные окололунные орбиты, которые имеют в среднем постоянные наклонение, эксцентриситет и перицентральное расстояние, то есть являются устойчивыми в условиях гравитационного возмущения от Земли [40, 41].

В работе [15] строится констелляция из 5 космических аппаратов, каждый из которых выводится на замороженную окололунную орбиту определённых размеров с определёнными наклонением и ДВУ. В таблицах 4 и 5 приведены параметры этих орбит и затраты характеристической скорости на развёртывание лунной констелляции соответственно.

Таблица 4 – Параметры финальных замороженных окололунных орбит в работе Карлетта [15].

	Аппарат 1	Аппарат 2	Аппарат 3	Аппарат 4	Аппарат 5
a , км	6541.4	9873.0	7500.0	7494.7	6541.4
i , град.	56.2	45	40	40	56.2
Ω , град.	50	30	50	10	140
e	0.6	0.2	0.05	0.05	0.6

Таблица 5 – Затраты характеристической скорости на однопусковое развёртывание лунной констелляции с использованием точки либрации L_1 системы Земля–Луна в работе Карлетта [15].

	Аппарат 1	Аппарат 2	Аппарат 3	Аппарат 4	Аппарат 5
Δv_a , м/с	228	228	228	228	228
Δv_{er} , м/с	262	290	332	251	524
Δv_c , м/с	158	163	232	236	192
Δv_{tot} , м/с	648	681	792	715	944

Как следует из таблицы 5, способ развёртывания лунных констелляций с использованием SALT-траекторий дает выигрыш в затратах на разделение космических аппаратов порядка 200–650 м/с в расчете на одну орбитальную плоскость по сравнению с результатами Карлетта. Однако, высокие круговые околополярные орбиты вокруг Луны не являются замороженными. Выход на замороженные орбиты может требовать дополнительных затрат и требует дополнительного исследования.

Полученный алгоритм может быть модифицирован для развёртывания констелляции в большее количество плоскостей. Однако в силу геометрической формы зависимости между изменениями наклона и ДВУ орбиты таких констелляций будут иметь разное наклонение. В таком случае необходимо провести численное моделирование фазирования аппаратов внутри орбитальных плоскостей и проверить полноту обеспечиваемого покрытия лунной поверхности. Также стоит отметить, что предложенная методика построения окололунных констелляций может быть легко модифицирована для финальных окололунных орбит с другими параметрами.

Заключение

В работе рассматривается возможность однопускового развёртывания многоспутниковых лунных созвездий с использованием обходных траекторий. Предлагается вывести на обходную траекторию материнскую платформу, содержащую блоки космических аппаратов, в течение перелёта отделить каждый блок и под действием малого корректирующего импульса доставить их на окололунные орбиты в различные орбитальные плоскости. В ходе работы был предложен алгоритм, который по заданной SALT-траектории перелёта и размеру финальных орбит конstellляции определяет времена приложения, величины и направления корректирующих импульсов, необходимых для разведения блоков аппаратов в две орбитальные плоскости с полным покрытием поверхности Луны. Для получения полного покрытия рассматривались конstellляции типа Уолкера–Можаева, поэтому на финальные окололунные орбиты были наложены следующие условия: ДВУ орбит разнесены на 90° , они имеют одинаковое наклонение и являются круговыми орбитами одинакового заданного размера (высота 10 тыс. км).

Однопусковое развёртывание окололунных конstellляций с использованием SALT-траекторий возможно благодаря высокой чувствительности этих траекторий к корректирующим импульсам. Небольшие импульсы на удалённых расстояниях от системы Земля–Луна могут нести за собой значительные изменения финальной окололунной орбиты. В работе было показано, что существует геометрическая зависимость между итоговыми изменениями наклонения и ДВУ финальной окололунной орбиты. Эта зависимость легла в основу алгоритма для определения необходимых изменений ДВУ и наклонения орбит конstellляции, с помощью которых в дальнейшем подбирались величины корректирующих импульсов. Времена приложения импульсов также были выбраны исходя из чувствительности траекторий. Также было показано, что для фиксированного времени приложения импульса суще-

ствуют направления, соответствующие максимальным уменьшению и увеличению ДВУ, которые не зависят от величины прикладываемого импульса. Были рассчитаны тормозящие импульсы, осуществляемые в периселении для выведения блоков на орбиты вокруг Луны с выявленными ДВУ, а также скругляющие импульсы, прикладываемые в плоскости орбиты для достижения требуемых параметров констелляции.

Работа алгоритма была продемонстрирована на примере трёх SALT-траекторий. Перелёт по траектории №1 был долгим и содержал единственную коррекцию в апогее. Траектория №2 отличалась значительно меньшим временем перелёта, траектория №3 — стартовой околоземной солнечно-синхронной орбитой и наличием второго корректирующего импульса. Были оценены затраты характеристической скорости на развёртывание констелляции, которые составили 300 — 450 м/с в расчёте на одну орбитальную плоскость. Продemonстрирована эффективность предложенной однопусковой схемы развёртывания.

Алгоритм может быть использован для проверки осуществимости такой схемы развёртывания для конкретной номинальной траектории, а также для оценки затрат характеристической скорости на развёртывание. Результат работы алгоритма может использоваться в качестве начального приближения для оптимизационной процедуры, которая будет определять оптимальные корректирующие манёвры для обеспечения требуемых параметров финальных окололунных орбит с более высокой точностью.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Hufenbach, B. et al. International Missions to Lunar Vicinity and Surface - Near-Term Mission Scenario of the Global Space Exploration Roadmap // Proceedings of the 66th International Astronautical Congress, Jerusalem, Israel, October 12–16, 2015. 11 p.
- [2] Gill, T. NASA's Lunar Orbital Platform-Gateway // Proceedings of the 45th Space Congress, Cape Canaveral, FL, USA, February 27–March 1, 2018. 27 p.
- [3] Макушенко, Ю.Н., Муртазин, Р.Ф., Зарубин, Д.С. Космический порт для доставки экипажа на поверхность Луны // Космическая техника и технологии. 2019. Т. 2. № 25. С. 5–13. DOI: 10.33950/spacetech-2308-7625-2019-2-5-13.
- [4] Международные проекты госкорпорации Роскосмос. Дорожная карта по созданию Международной научной лунной станции [Электронный ресурс]. URL: <https://www.roscosmos.ru/media/files/mnls.pdf> (дата обращения: 15.06.2025).
- [5] ESA Moonlight [Электронный ресурс]. URL: <https://connectivity.esa.int/esa-moonlight> (дата обращения: 15.06.2025).
- [6] Lunar Communications Relay and Navigation Systems (LCRNS) [Электронный ресурс]. URL: <https://tempo.gsfc.nasa.gov/projects/LCRNS> (дата обращения: 15.06.2025).
- [7] Japan Aerospace Exploration Agency (JAXA). Research and Development: Satellite Navigation Systems and Lunar Missions [Электронный ресурс]. URL: <https://global.jaxa.jp> (дата обращения: 15.06.2025).

- [8] Israel, D. et al. Lunanet: a Flexible and Extensible Lunar Exploration Communications and Navigation Infrastructure // Proceedings of the 2020 IEEE Aerospace Conference, Big Sky, Montana, USA, March 7–14, 2020. P. 1–14. DOI: 10.1109/AERO47225.2020.9172509.
- [9] Giordano, P. et al. Lunanet position, navigation, and timing services and signals, enabling the future of lunar exploration // Proceedings of the 36th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2023), Denver, Colorado, September 11–15, 2023. P. 3577–3588. DOI: 10.33012/2023.19345.
- [10] Гордиенко, Е.С., Ивашкин, В.В., Симонов А.В. Анализ устойчивости орбит искусственных спутников Луны и выбор конфигурации лунной спутниковой системы // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2014. № 4(34). С. 40–54.
- [11] Дмитриев, А.О. и др. Анализ вариантов навигационных систем для Луны // Труды МАИ. 2021. № 118. 38 с. DOI: 10.34759/trd-2021-118-09.
- [12] Болкунов, А.И. и др. Выбор орбитальной группировки для лунной информационно-навигационной обеспечивающей системы // Полет. 2012. № 3. С. 52–59.
- [13] Гордиенко, Е.С. и др. Анализ траекторий выведения космического аппарата на высокие круговые орбиты искусственного спутника Луны. Космические исследования. 2022. Т. 60. № 3. С. 235–245. DOI: 10.31857/S0023420622030050.
- [14] Муртазин, Р.Ф. Эффективное выведение космического аппарата на высокую круговую окололунную орбиту // Космонавтика и ракетостроение. 2019. № 3(108). С. 5–12.

- [15] Carletta, S. A Single-Launch Deployment Strategy for Lunar Constellations // Applied Sciences. 2023. Vol. 13. No. 8. 17 p. DOI: 10.3390/app13085104.
- [16] Глазунова И.А. Исследование чувствительности низкоэнергетических траекторий перелёта к Луне: бакалаврская дипломная работа. М.: МФ-ТИ, 2023. 28 с.
- [17] Glazunova, I., Trofimov, S., Tselousova, A. Single-Launch Deployment of Lunar Constellations from a Sun-Assisted Lunar Transfer Trajectory // Proceedings of the 74th International Astronautical Congress, Baku, Azerbaijan, October 2–6, 2023. 18 p.
- [18] Tselousova, A. et al. Geometric Analysis of Sun-Assisted Lunar Transfer Trajectories in the Planar Bicircular Four-Body Model // Applied Sciences. 2023. Vol. 13. No. 8. 24 p. DOI: 10.3390/app13084676.
- [19] Parrish, N. et al. Survey of ballistic Lunar transfers to near rectilinear halo orbit // Advances in the Astronautical Sciences. 2019. Vol. 171. P. 1003–1022.
- [20] Circi, C., Teofilatto, P. On the Dynamics of Weak Stability Boundary Lunar Transfers // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2001. Vol. 79. P. 41–72. DOI: 10.1023/A:1011153610564.
- [21] Ivashkin, V. On trajectories of Earth-Moon flight of a particle with its temporary capture by the Moon // Doklady Physics. 2002. Vol. 47. P. 825–827. DOI: 10.1134/1.1526433.
- [22] Belbruno, E., Miller, J. A Ballistic Lunar Capture Trajectory for the Japanese Spacecraft Hiten. Technical Report IOM 312/90.4-1731-EAB. JPL, California Institute of Technology, 1990, 18 p.

- [23] Hoffman, T. GRAIL: Gravity Mapping the Moon // Proceedings of the IEEE Aerospace Conference, Big Sky, Montana, USA, March 7–14, 2009. P. 293–300. DOI: 10.1109/aero.2009.4839327.
- [24] Parker, J. S. et al. CAPSTONE: Pathfinder for the Lunar Gateway // Proceedings of the 73rd International Astronautical Congress, Paris, France, September 18–22, 2022, P. 1–10.
- [25] Song, Y. et al. Lunar Orbit acquisition of the Korea Pathfinder lunar orbiter: Design reference vs actual flight results // Acta Astronautica. 2023. Vol. 213. P. 336–343. DOI: 10.1016/j.actaastro.2023.09.021.
- [26] Hakuto-R Program [Электронный ресурс]. URL: <https://ispace-inc.com/hakuto-r-program> (дата обращения: 15.06.2025).
- [27] Fujii, G. et al. Verification of the Transient Behavior of the SLIM Propulsion System (Smart Lander for Investigating Moon) // Proceedings of AIAA Propulsion and Energy 2021 Forum, August 9–11, 2021. DOI: 10.2514/6.2021-3582.
- [28] Topputo, F. On optimal two-impulse Earth-Moon transfers in a four-body model // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2013. Vol. 117. P. 279–313. DOI: 10.1007/s10569-013-9513-8.
- [29] Parker, J. S., Anderson, R. L. Targeting low-energy transfers to low lunar orbit // Acta Astronautica. 2013. Vol. 84. P. 1–14. DOI: 10.1016/j.actaastro.2012.10.033.
- [30] Walker, J. G. Some Circular Orbit Patterns Providing Continuous Whole Earth Coverage // Journal of the British Interplanetary Society. 1971. Vol. 24. P. 369–384.

- [31] Mozhaev, G. V. The Problem of the Continuous Earth Coverage and the Kinematically Regular Satellite Networks, I // Kosmicheskie Issledovaniya [Cosmic Research]. 1972. Vol. 10. No. 6. P. 833–840.
- [32] Mozhaev, G. V. The Problem of the Continuous Earth Coverage and the Kinematically Regular Satellite Networks, II // Kosmicheskie Issledovaniya [Cosmic Research]. 1973. Vol. 11. No. 1. P. 59–69.
- [33] Tselousova, A., Trofimov, S., Shirobokov, M. Station-keeping in high nearcircular polar orbits around the Moon // Acta Astronautica, 2021, Vol. 188. P. 185–192. DOI: 10.1016/j.actaastro.2021.07.025.
- [34] JPL Planetary and Lunar Ephemerides [Электронный ресурс]. URL: <https://ssd.jpl.nasa.gov> (дата обращения: 15.06.2025).
- [35] Lunar Gravity Field: GRGM1200A [Электронный ресурс]. URL: <https://pgda.gsfc.nasa.gov/products/50> (дата обращения: 15.06.2025).
- [36] Широбоков М.Г., Трофимов С.П. Библиотека КИАМ Astrodynamics Toolbox для проектирования орбитального движения // Программирование. 2024. № 1. Сс. 53–65. DOI: 10.31857/S0132347424010058.
- [37] Иванов Д.С., Трофимов С.П., Широбоков М.Г. Численное моделирование орбитального и углового движения космических аппаратов / под общ. ред. Овчинникова М.Ю. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2016. 118 с.
- [38] Овчинников М.Ю. и др. Миссия к Луне на базе унифицированной малогабаритной платформы с ЭРДУ // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2025. № 31. 32 с.
- [39] Tselousova, A., Shirobokov, M., Trofimov, S. Direct Two-Impulse Transfers from a Low-Earth Orbit to High Circular Polar Orbits around the

Moon // AIP Conference Proceedings. 2019. Vol. 2171. No. 130022. P. 1–6.
DOI: 10.1063/1.5133289.

- [40] Ely, T.A., Lieb, E. Constellations of Elliptical Inclined Lunar Orbits Providing Polar and Global Coverage // Advances in the Astronautical Sciences. 2006. Vol. 54. No. 1. P. 53–67. DOI: 10.1007/BF03546355.
- [41] Ely, T.A. Stable Constellations of Frozen Elliptical Inclined Lunar Orbits // The Journal of the Astronautical Sciences. 2005. Vol. 53. No. 3. P. 301–316. DOI: 10.1007/BF03256476.

Приложение

Модифицированный алгоритм бинарного поиска для определения верхней оценки величины корректирующего импульса

Данный алгоритм используется на втором шаге алгоритма выбора корректирующих манёвров. В первую очередь следует определить границы поиска а также точность, с которой следует искать решение Δv_{dep}^* .

Порядок величины импульса, которая может удовлетворить обоим условиям, описанным в главе 5, полностью определяется номинальной траекторией и выбранным ранее моментом времени t_{dep} . Если траектория достаточно чувствительная, может подойти импульс в несколько сантиметров в секунду, а в некоторых случаях необходимо несколько метров в секунду. При этом, как показано в главе 5, высокой точности при определении величины импульса не требуется. Определим границы бинарного поиска Δv_{min} и Δv_{max} и точность ε следующим образом:

1. Инициализируем $\Delta v = 0.01$ м/с и m направлений приложения импульса.
2. Сгенерируем траектории для m направлений импульса величиной Δv , приложенного в момент времени t_{dep} . Сохраним траектории, выходящие на окололунные орбиты.
3. Проверим выполнение условий для текущего Δv .
 - (a) Если сохранилось m траекторий и система (6) имеет решение, то найдено решение $\Delta v_{dep}^* = \Delta v$ и поиск завершён.
 - (b) Если сохранилось m траекторий, но система (6) решения не имеет,

определим $\Delta v_{last} = \Delta v$, $\Delta v = \Delta v_{last} \cdot 10$, генерируем траектории для нового значения величины импульса.

- (с) Если сохранилось менее m траекторий, определим $\Delta v_{last} = \Delta v$, $\Delta v = \Delta v_{last}/10$, генерируем траектории для нового значения величины импульса.

Работа данной процедуры продолжается до тех пор, пока не найдётся величина импульса Δv_{dep}^* , удовлетворяющая обоим условиям главы 5, либо не найдутся величины Δv и $10\Delta v$ такие, что для первой величины сохранено m траекторий, а для второй — менее, чем m . В таком случае определим границы для дальнейшего поиска как $\Delta v_{min} = \Delta v$, $\Delta v_{max} = 10\Delta v$. В качестве точности поиска зафиксируем $\varepsilon = \Delta v_{min}$. В силу процедуры выбора Δv_{min} и малости величины импульса, $\Delta v_{min} = 10^{-n}$ м/с, где $n \in \{0, 1, 2\}$. Для упрощения все проверяемые значения Δv будем округлять до n знаков после запятой, так как более высокой точности на данном шаге не требуется.

Если на предыдущем шаге не найдено Δv_{dep}^* , но найдены Δv_{min} и Δv_{max} , переходим к бинарному поиску подходящего значения величины импульса с учётом округления величин. Действуем следующим образом:

Пока $\Delta v_{max} - \Delta v_{min} > \varepsilon$:

1. $\Delta v = \text{round}(\frac{\Delta v_{min} + \Delta v_{max}}{2}, n)$ — среднее арифметическое границ поиска, округлённое до n знаков после запятой.
2. Генерируем траектории для m направлений импульса величиной Δv , приложенного в момент времени t_{dep} . Сохраним траектории, выходящие на окололунные орбиты.
3. Проверяем выполнение условий для текущего Δv :
 - (а) Если сохранилось m траекторий и система (6) имеет решение, то найдено решение $\Delta v_{dep}^* = \Delta v$ и поиск завершён.

- (b) Если сохранилось m траекторий, но система (6) решения не имеет, то переопределим левую границу поиска: $\Delta v_{min} = \Delta v$ и вернемся к шагу 1.
- (c) Если сохранилось менее m траекторий, то переопределим правую границу поиска: $\Delta v_{max} = \Delta v$ и вернемся к шагу 1.

Таким образом, на каждом шаге диапазон будет сужаться и алгоритм определит Δv_{dep}^* . Если же не найдётся решение, удовлетворяющее обоим условиям, определим Δv_{dep}^* как наименьшее из проверенных значений, при котором система (6) имеет решение и не менее 95% направлений являются «безопасными».

Для определения границ поиска может потребоваться от 1 до 4 итераций, так как величина корректирующего импульса составляет не более нескольких метров в секунду. На поиск Δv_{dep}^* в полученных границах потребуется так же не более 4 итераций в силу выбранной точности. Итак, на поиск величины импульса, удовлетворяющей необходимым условиям, потребуется не более 8 итераций.