
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»
Физтех-школа Аэрокосмических Технологий
Кафедра математического моделирования и прикладной математики

Направление подготовки / специальность: 03.04.01 Прикладная математика и физика

Направленность (профиль) подготовки: Космические технологии

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ОРБИТАЛЬНОГО ПОСТРОЕНИЯ МНОГОСПУТНИКОВОЙ ГРУППИРОВКИ

(магистерская диссертация)

Студент:

Белый Глеб Юрьевич

(подпись студента)

Научный руководитель:

Иванов Данил Сергеевич,
канд. физ.-мат. наук, доц.

(подпись научного руководителя)

Консультант (при наличии):

(подпись консультанта)

Москва 2025

Аннотация

В работе рассматривается задача выбора характеристик орбитального построения многоспутниковой группировки связи. Исследуются параметры расстановки аппаратов на орбите и допустимые диапазоны их смещений, учитывающие требования к непрерывному глобальному покрытию земной поверхности, обеспечению межспутниковой линии связи и предотвращению столкновений между спутниками группировки. В качестве базовой модели орбитального построения выбрана модифицированная конфигурация типа SoC (street-of-coverage), обеспечивающая регулярную структуру размещения спутников на низких околоземных орбитах (НОО).

Для решения задачи разработан метод оптимизации параметров орбитальной конфигурации, включающий анализ возмущений, вызванных гравитационным притяжением Земли, и численное моделирование условий покрытия и минимальных расстояний между космическими аппаратами. Подход основан на сочетании аналитических расчетов геометрии группировки и численного моделирования для определения параметров обзора. Рассчитан оптимальный набор параметров построения, при котором минимизируется количество спутников при сохранении заданных характеристик покрытия и отсутствии опасных сближений. Среди конфигураций с одинаковым числом аппаратов выбираются группировки с максимальной шириной диапазона допустимых отклонений.

Исследование показало, что учет естественных колебаний оскулирующих элементов орбит позволяет определить допустимые размеры слотов — контролируемых объемов, в которых спутники сохраняют функциональные свойства группировки. Для начальных условий (высота орбиты в диапазоне 450-1000 км, наклонение в диапазоне 80° – 90°) найдены конфигурации с минимальным числом КА и максимальными размерами слотов, обеспечивающие глобальное покрытие и отсутствие опасных сближений. Результаты верифицированы с использованием численного моделирования, подтвердившего соответствие параметров требованиям.

Оглавление

Обозначения и сокращения	3
Введение	4
1 Постановка задачи	10
1.1 Системы координат	10
1.2 Уравнения движения	11
1.3 Модель покрытия земной поверхности	12
1.4 Требования к орбитальному построению	13
1.5 Постановка задачи	14
2 Математическая модель	15
2.1 Модель номинальной орбитальной конфигурации	15
2.1.1 Обзор группировок типа Walker и SoC	15
2.1.2 Выбор параметров номинальной конфигурации	18
2.1.3 Вычисление минимального расстояния	26
2.2 Модель слотовой структуры	28
2.2.1 Сервисный слот	29
2.2.2 Слот МЛС	48
2.2.3 Безопасный слот	57
2.3 Анализ колебаний оскулирующих элементов	58
3 Численное исследование	61
3.1 Начальные условия	61
3.2 Выбор параметров орбитального построения	62
Заключение	75
Список литературы	76
Приложения	80

Обозначения и сокращения

КО	космический объект
КА	космический аппарат
ПН	полезная нагрузка
НОО	низкая околоземная орбита
КС	космическая система
ИСК	инерциальная система координат
КСК	криволинейная система координат
ДВУ	долгота восходящего узла
МЛС	межспутниковая линия связи
SoC	street of coverage
PU	pattern unit

Введение

Современное развитие цифровых технологий, характеризующееся ростом объемов передаваемых данных, остро поставило вопрос о повсеместной доступности к высокоскоростной связи с минимальными задержками. Традиционные наземные инфраструктуры (оптоволокно, сотовые сети 4G/5G) демонстрируют свои ограничения в обеспечении глобального покрытия, особенно в удаленных, труднодоступных регионах, а также на транспортных средствах. Таким образом, стремление к обеспечению широкополосного глобального доступа в интернет стимулирует активное развитие группировок связи на низких околоземных орбитах (НОО).

Существующие многоспутниковые группировки связи, такие как Starlink [1], OneWeb [2], Kuiper [3] насчитывают в целевом состоянии тысячи спутников. Большинство из разрабатываемых группировок широкополосной связи разворачиваются на НОО. Это продиктовано рядом преимуществ, среди которых минимальные задержки сигнала [4], упрощение конструкции спутников за счет использования менее мощных передатчиков и абонентских терминалов [5]. Одним из ключевых факторов эффективности многоспутниковой группировки, который позволяет повсеместно предоставлять качественную и бесперебойную связь, является орбитальное построение. Согласованное движение большого числа космических аппаратов (КА) позволяет минимизировать необходимое число спутников и повысить качество предоставляемой связи. При проектировании орбитального построения часто выдвигается ряд требований:

- Обеспечение непрерывного глобального покрытия подразумевает, что каждый участок земной поверхности в любой момент времени находится в зоне радиовидимости хотя бы одного космического аппарата в составе многоспутниковой группировки. Глобальность покрытия необходима для масштабирования абонентской базы и предоставления сервиса для пользователей, находящихся в движущихся транспортных средствах (самолетах, кораблях или поездах). Отсутствие разрывов в покрытии продиктовано жесткими ограничениями на обеспечение доступности и стабильности предоставляемой связи и минимизацией задержек, связанных с переключениями между спутниками и наземными станциями. Возможность обеспечения покрытия определяется параметрами полезной нагрузки (к примеру, угол места зоны радиовидимости) и параметрами орбит космических аппаратов (преимущественно, высотой и относительным расположением КА).

- Для установления и поддержания надежных каналов связи между космическими аппаратами без использования наземных ретрансляторов необходимо поддерживать геометрическую межспутниковую связность между КА [6]. Это снижает время задержек при передаче данных и повышает отказоустойчивость системы

в случае потери связи с пользователями или выхода из строя КА. Орбитальное построение должно обеспечивать постоянное наличие соседей в пределах зоны действия лазерных или радиочастотных терминалов межспутниковой линии связи (МЛС). Это накладывает жесткие ограничения на относительное движение КА.

- Отсутствие опасных сближений позволяет минимизировать число столкновений между космическими аппаратами из состава группировки. Такие опасные ситуации принято называть эндогенными. Столкновения между спутниками могут привести к их полному или частичному выходу из строя, что нарушает целостность группировки и ухудшает качество связи. При этом частые маневры уклонения от опасных сближений способствуют регулярному смещению КА со своих рабочих орбит и нарушению топологии сети. Таким образом, грамотно выбранное орбитальное построение позволяет сократить число дополнительных включений двигательной установки и сохранить целостность орбитальной структуры.

Данные требования не являются единственными при проектировании орбитального построения, но их соблюдение повышает общую эффективность сети и позволяет обеспечивать предоставление качественного сервиса на этапе проектирования системы [7].

Орбитальное построение включает две взаимосвязанных составляющих: номинальную конфигурацию космической системы и слотовую структуру. Номинальная конфигурация задаёт геометрию размещения спутников в трёхмерном пространстве, определяя параметры их орбит, количество плоскостей, число спутников в каждой из них, а также относительные фазовые сдвиги между аппаратами, обеспечивающие согласованность их движения. Слотовая структура, в свою очередь, определяет допустимые отклонения параметров орбиты от номинальных значений, при которых система сохраняет свои функциональные свойства.

Параметры геометрической конфигурации многоспутниковых группировок значительно отличаются в зависимости от типа покрытия (непрерывное и разрывное), покрываемой территории (глобальное и региональное), типа орбит (круговые и эллиптические) и их высоты (низкие, средние и геосинхронные). В данной работе будут рассмотрены группировки для непрерывного глобального покрытия на НОО, ввиду большей эффективности предоставления широкополосного доступа в интернет. Одним из ключевых показателей покрытия земной поверхности является его кратность. Данная величина означает количество космических аппаратов, в зоне радиовидимости которых одновременно находится каждая точка покрываемой территории. Для большинства группировок связи на НОО предлагается использование покрытия единичной кратности [8]. В то же время некоторые авторы [9], [10] предлагают использовать системы многократного покрытия для достижения более качественной связи и повышения отказоустойчивости с увели-

чением общего числа функционирующих аппаратов. В то же время необходимость наличия нескольких спутников в зоне видимости одного потребителя обычно [11] требуется для миссий на средней околоземной орбите (СОО), предоставляющих услуги позиционирования и навигации.

Для многоспутниковых группировок связи широкое распространение получили архитектуры, использующие круговые орбиты, которые обеспечивают согласованное и устойчивое движение. За последние десятилетия были предложены различные типы конфигураций на круговых (и эллиптических) орбитах, такие как Walker, Street-of-Coverage и Flower. Работа о построениях типа Walker была впервые опубликована Волкером [12] в 1970-х годах. Независимо Можаяевым [13] была предложена аналогичная концепция еще в 1968 году. Такие конфигурации характеризуются симметричной структурой, в которой спутники равномерно размещены в нескольких орбитальных плоскостях с одинаковыми высотами и наклонениями. Плоскости при этом равномерно распределены по долготе восходящего узла в экваториальной плоскости. Данная орбитальная структура позволяет добиться глобального покрытия земной поверхности. В русской научной среде такие симметричные группировки получили названия "кинематически правильных систем" в то время как в англоязычном сообществе стал распространен термин "Walker-группы". Затем исследователи Баллард [14], Ланг [15] выделили правила конфигурации Walker-групп, обеспечивающие глобальное покрытие с минимальным количеством спутников для различных наклонений.

На основе идеи равномерного размещения спутников была разработана концепция конфигураций Street-of-Coverage (или SoC), где орбитальные плоскости распределены вдоль нулевой параллели асимметрично. Такие группировки получили название в честь основного приема, используемого для реализации непрерывного покрытия земной поверхности - полосы покрытия, которая образуется за счет пересечения зон радиовидимости КА в одной плоскости. Схематичное изображение полосы покрытия приведено на Рис. 6. В первых работах [16], посвященных SoC-группировкам, исследовался вопрос поиска оптимальной конфигурации равномерно размещенных по экватору плоскостей для обеспечения покрытия требуемого региона. В 1978 году Бесте [17] предложил полярную группировку SoC, в которой полярные орбиты были распределены неравномерно, что позволило снизить необходимое для непрерывного покрытия число аппаратов на 15%, по сравнению с результатом Людерса. Затем Райдер [18] провел дальнейшее исследование с целью поиска оптимальных околополярных группировок SoC, обеспечивающих непрерывное глобальное покрытие при минимальном количестве спутников. Далее Лэнгом в 1993 году был представлен каталог орбитальных конфигураций для глобального покрытия с кратностью 1-4, число спутников в которых достигало 100 [19].

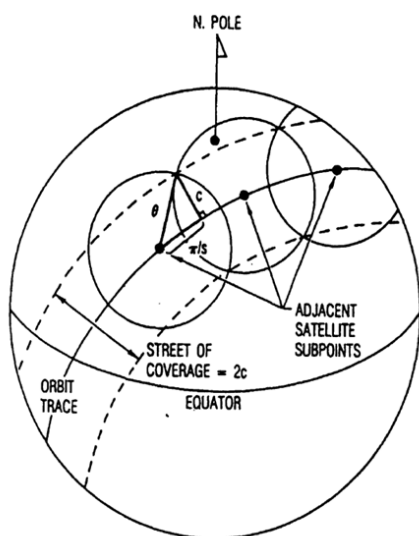


Рис. 1 – Полоса покрытия для КА в одной плоскости [8]

Независимо Бобронников провел исследование методов синтеза номинальных конфигураций и представил аналогичные каталоги с параметрами орбитальных структур, которые совпали с результатами Лэнга [20]. Однако полярная группировка SoC имеет проблемы для практического применения, поскольку все орбитальные плоскости пересекаются на полюсах, что может приводить к большому риску эндогенных столкновений.

Для решения этой проблемы Улыбышев [21] предложил околополярную группировку SoC, которая является обобщением полярных конфигураций. Улыбышев расширил набор подбираемых параметров и на основе требований к

локальному покрытию сформировал методику определения расположения КА на околополярных орбитах с минимальным числом КА. Также на основе описанных подходов предпринимались попытки поиска оптимальных с точки зрения общего числа КА и среднего времени повторного обзора интересующей области покрытия конфигураций с помощью генетических алгоритмов [22], [23], [24]. При этом параллельно другие специалисты исследовали неоднородные системы, где аппараты распределены по плоскостям с различными наклонениями и/или различными высотами. Системы с разными наклонениями рассмотрены в работе Можаяева [25], а методы построения группировок непрерывного обзора с плоскостями в различных высотных эшелонах были описаны в статье [26].

В то же время использование эллиптических орбит в рамках номинальной конфигурации может быть более эффективным с точки зрения покрытия отдельных полушарий и способствует уменьшению общего числа необходимых для покрытия спутников. Один из первых методов для применения траекторий с ненулевым эксцентриситетом для синтеза группировок был предложен Дреймом [27] в 1986 году. Был разработан класс группировок, состоящих всего из четырех спутников на четырех отдельных орбитальных плоскостях, которые обеспечивают непрерывное глобальное покрытие. Орбиты таких спутников должны иметь период обращения не менее 26,5 часа. Одним из примеров такой схемы является группировка Ellipso [28], которая была предназначена для обеспечения локального покрытия в северном полушарии. Исследования показали, что такие конфигурации с наклонениями, отличными от нулевого или критического, не пригодны для практического использования ввиду высоких затрат на поддержание. Также на основе эллиптических орбит рассматривались конфигурации, где разные орбитальные

плоскости имели различные положения перигея орбиты, которые представлены в работе Палмерини [29]. Расширение традиционного представления Walker-групп в сторону использования эллиптических орбит было исследовано Дюфо [30]. К стандартному триплету, описывающему Walker-группу, было добавлено три дополнительных параметра, определяющих относительное расположение и форму орбитальных плоскостей с одинаковым эксцентриситетом. Идея использования Walker-группы на эллиптических орбитах была развита в работе Улыбышева [31]. Разработанный метод выбора конфигурации основывался на анализе расширяющейся полосы покрытия, образуемой КА из одной орбитальной плоскости эллиптической орбиты, и позволял минимизировать общее число аппаратов. Следующим этапом развития конфигураций с некруговыми орбитами стали группировки типа Flower, предложенные Мортрари в 2004 году в работе [32]. Орбиты КА в рамках такой конфигурации имеют общие подспутниковые трассы. Flower-группировки могут использовать как круговые, так и эллиптические орбиты. Дальнейшие исследования позволили обобщить подход к проектированию Flower-группировок, был разработан метод The Lattice Flower Constellation [33], который позволил объединить Walker-группы, Flower-группировки и SoC в рамках единой концепции. Увеличение числа параметров [34], описывающих Flower-группу, позволило учесть прецессию орбитальных элементов из-за возмущений от второй зональной гармоники геопотенциала и обеспечило глобальность и непрерывность покрытия для некритических наклонений. Отдельным аспектом проектирования эллиптических группировок является межспутниковая линия связи, которая исследовалась в ряде работ [35], [36]. Для обеспечения связности параметры орбиты в таком случае могут выбираться с учетом локальной стационарности - нулевой мгновенной скорости смещения относительно Земли подспутниковой точки в апогее орбиты [37].

Важным аспектом проектирования многоспутниковой группировки является определение способности поддержания номинальных орбит, определяемых номинальной конфигурацией. Частота коррекций орбиты напрямую зависит от допустимых диапазонов отклонения от целевых траекторий, которые часто определяются "коробками" в пространстве орбитальных параметров - слотами. Диапазоны определяют контролируемые объемы, находясь в рамках которых КА способны реализовывать целевой эффект. Слотовая структура определяет диапазоны допустимых смещений параметров орбиты космических аппаратов в рамках конкретной номинальной конфигурации. Одной из первых работ, где были рассмотрены допустимые смещения космических аппаратов для солнечно-синхронных орбит аппаратов, является статья Уидена [38]. Слотовая структура определялась из соображений обеспечения безопасности функционирования КА на орбите. Анализ фиксированной слотовой структуры для солнечно-синхронных орбит с точки зрения следования целевой подспутниковой трассе и предотвращения опасных сбли-

жений также был проведен Биллимория в работе [39]. Авторами был представлен метод, который позволяет определить параметры допустимых смещений в зависимости от требуемых параметров орбиты с учетом естественных уходов. Для НОО одни из первых работ по анализу возможных диапазонов смещения КА в рамках орбитального построения были выполнены Арнасом в [40] на примере группировки типа Flower. Автор предложил строгое математическое определение слота как области в пространстве фазовых углов и аналитический метод расчета границ слотов на основе анализа относительного дрейфа КА под действием возмущения второй зональной гармоники геопотенциала. Данный подход учитывает обеспечение глобального покрытия земной поверхности и отсутствие опасных сближений. В рамках исследований обеспечения безопасного функционирования космических аппаратов на НОО была предложена концепция эшелонирования космического пространства в работах [41]. Такой подход подразумевает деление пространства в параметризации высота - наклонение на не пересекающиеся области, в которых гарантируется отсутствие сближений между космическими аппаратами на длительных промежутках времени. Таким образом, текущие исследования слотовой структуры в основном были сосредоточены на предотвращении опасных сближений и обеспечению следования целевой орбите. При этом влияние уходов аппаратов от целевой орбиты на покрытие и предоставление сервиса исследованы ранее не были.

Целью данной работы является разработка методики определения параметров орбитального построения, в рамках которого группировка будет обеспечивать требования покрытия, межспутниковой связности и отсутствие эндогенных сближений. Глава 1 содержит постановку задачи, детальное описание требований и ограничений, в рамках которых будут определены параметры построения и использованные модели движения и расчета зон радиовидимости. В главе 2 приводится описание модели номинальной конфигурации, модификации, позволяющие удовлетворить требования, а также описание модели слота и подходы к расчетам диапазонов с учетом различных ограничений. Также отдельно приводится описание алгоритма оптимизации выбора построения с учетом минимизации общего числа КА и достижения максимально возможных допустимых смещений относительно номинальных положений. Основные параметры и результаты моделирования представлены в главе 3. Для тестовых данных получены параметры номинальной конфигурации в выделенном диапазоне высот и наклонений и размеры слотов для оптимального варианта орбитального построения. Также проводится исследование естественных осцилляций орбитальных элементов КА и их влияние на удовлетворение условий покрытия. В заключении проводится обсуждение полученных результатов.

Глава 1. Постановка задачи

В главе приведены описания используемых систем координат, уравнений движения, условий покрытий и требований, рассматриваемых в рамках синтеза орбитального построения, и формулировка решаемой задачи.

1.1 Системы координат

Для описания движения и относительного положения космических аппаратов в данной работе рассматриваются следующие системы координат:

- ИСК - инерциальная система координат J2000 ($OZ_1Z_2Z_3$) с центром в центре масс Земли, ось OZ_3 сонаправлена с осью вращения Земли, OZ_1 лежит в плоскости земного экватора и направлена в точку весеннего равноденствия эпохи 2000, а ось OZ_2 дополняет систему до правой тройки;

- КСК - локальная криволинейная система координат, описывающая смещение космического аппарата относительно своего номинального положения (Рис. 2). Начало системы координат совпадает с номинальным положением КА в рамках выбранного орбитального построения. Трехмерный вектор положения $\mathbf{R}$ в такой системе состоит из следующих компонентов: $(\Delta h, \Delta u, \Delta D)$, где:

- Δh - смещение КА в направлении радиус-вектора, описывающего положение номинального состояния;
- Δu - смещение КА в направлении орбитальной скорости вдоль орбитальной плоскости номинальной орбиты. Данная компонента определяет угловое отклонение от начала системы координат (соответствующая величина смещения по треку, выраженная в километрах, будет обозначаться в Δv);
- ΔD - смещение КА перпендикулярно орбитальной плоскости орбиты в направлении вектора орбитального момента для номинальной орбиты. Данная компонента определяет угловое отклонение от начала системы координат (соответствующая величина смещения перпендикулярно плоскости, выраженная в километрах, будет обозначаться в Δp);

Такая параметризация позволяет выделить независимые смещения КА относительно своих номинальных положений в рамках орбитального построения.

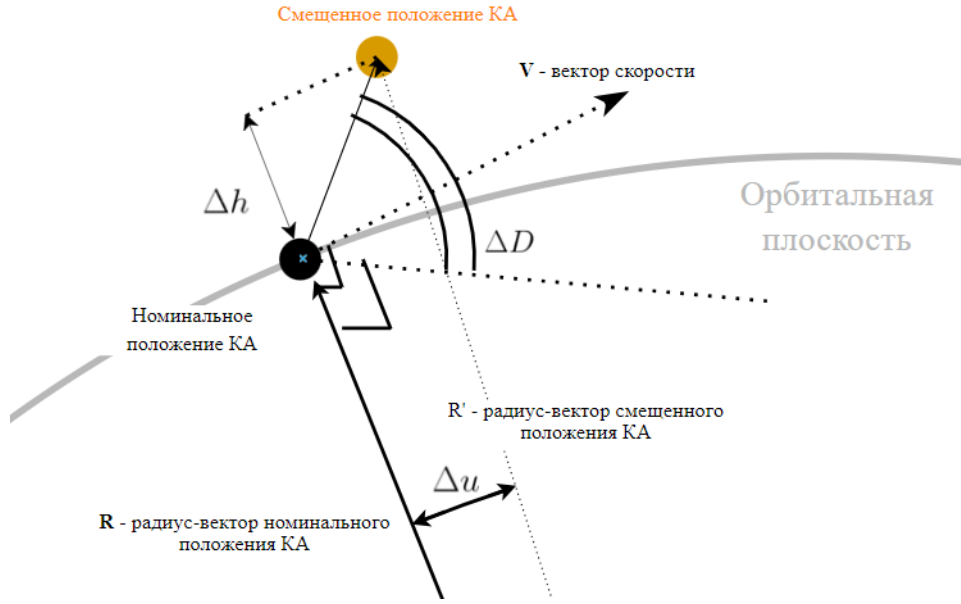


Рис. 2 – Локальная криволинейная система координат (КСК)

Более подробно формулы перехода между системами координат представлены в Приложении А.

1.2 Уравнения движения

Рассматривается орбитальное движение космических аппаратов в гравитационном поле Земли. Вектор состояния $\mathbf{X}$ определяется как:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{V} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $\mathbf{R}$ - трехмерный вектор положения, $\mathbf{V}$ - трехмерный вектор скорости космического аппарата в инерциальной системе координат (ИСК).

В модели движения точечной массы рассматривается гравитационное притяжение Земли с учётом возмущающего ускорения от второй гармоники гравитационного потенциала J_2 . Уравнения движения имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{R}} = \mathbf{V}, \\ \dot{\mathbf{V}} = -\frac{\mu \mathbf{R}}{R^3} + \mathbf{a}_{J_2}, \end{cases} \quad (2)$$

где ускорение $\mathbf{a}_{J_2}$ определяется следующим образом:

$$\mathbf{a}_{J_2} = \frac{3\mu J_2 R_e^2}{2R^5} \left[\left(\frac{5Z^2}{R^2} - 1 \right) \mathbf{R} - 2\mathbf{Z} \right], \quad (3)$$

где R_e - экваториальный радиус Земли, $\mathbf{Z} = [0, 0, Z]^T$ (Z - это значение 3-й компоненты вектора положения в ИСК), $J_2 = 1082.63 \cdot 10^{-6}$ - константа второй гармоники геопотенциала.

1.3 Модель покрытия земной поверхности

Для определения условий покрытия или обзора земной поверхности необходимо описать основные величины, определяющие условия видимости некоторой точки на Земле G со спутника S . Иллюстрация, описывающая модель покрытия земной поверхности, приведена на Рис. 3. В работе будем предполагать, что антенная часть полезной нагрузки всегда направлена в надир, противоположно направлению радиус-вектора космического аппарата и формирует круговой конус. Тогда при нахождении космического аппарата на высоте h относительно земной поверхности проекция его поля обзора определяет сферический сегмент с углом раствора θ . Обозначим через ε - угол места, α - угол обзора, который ограничен максимально возможным отклонением луча полезной нагрузки (ПН) α_{fov} . При фиксированной высоте максимальный размер зоны обзора θ определяется из свойств пользовательского терминала (ε_{min}) и ПН КА (α_{fov}):

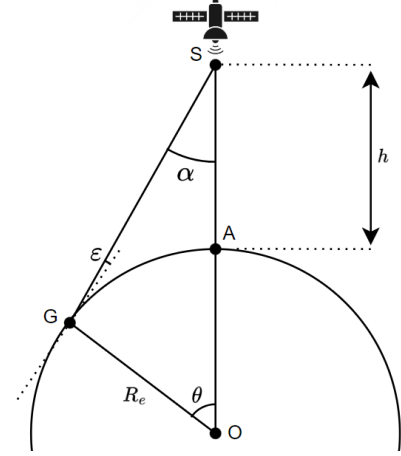


Рис. 3 – Геометрия зоны обзора поверхности Земли со спутника

$$\theta = 90^\circ - \varepsilon_{min} - \alpha_{fov}, \quad (4)$$

$$\sin(\alpha_{fov} + \theta) = \sin(\alpha_{fov}) \cdot \left(\frac{h}{R_e} + 1 \right). \quad (5)$$

Для моделирования и анализа покрытия используется модель опорных точек, равномерно распределенных по земной поверхности. Для генерации такой сетки используется алгоритм Фибоначчи. Сетка получается с помощью наложения равномерно распределяющих точки по сфере спиралей. В основе используемых спиралей лежит последовательность Фибоначчи. Каждый член последовательности, начиная с третьего, является суммой двух предыдущих: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, Ряд, составленный из частного n -ого члена, деленного на $n + 1$ -ый член, стремится к значению $\phi \approx 1,618$, называемому золотым сечением. Если последовательно разделить точки на спирали на угол $2\pi(1 - \phi^{-1})$, то получаемая спиральная структура отличается тем, что каждая новая точка спирали помещается

в больший промежуток между предыдущими элементами, как показано на Рис. 4. Данная расстановка обеспечивает равномерное распределение по всем возможным углам. При этом золотое сечение минимизирует число точек в спирали, так как его иррациональность позволяет избегать периодичности в их расположении или их слияния.

Для получения равномерного распределения точек используется вариация спирали Фибоначчи - спираль Ферма [42]. Каждая такая спираль заметает одинаковую площадь при повороте на одинаковый угол, поэтому площадь между последовательными точками, измеренная вдоль спирали, всегда одинакова. Кроме того, первая и последняя точки смещены от полюсов, что приводит к их однородному расположению. Таким образом, точки полученной сетки строятся на пересечении двух спиралей Ферма, дополняющих друг друга.

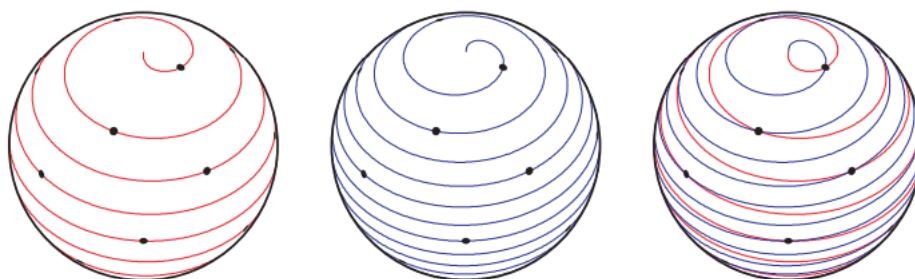


Рис. 4 – Пример построения сетки Фибоначчи из 21 точки

1.4 Требования к орбитальному построению

Для определения требуемого облика исследуемого орбитального построения необходимо сформулировать критерии, определяющие качество того или иного решения. Определение ключевых ограничений и метрик качества той или иной группировки позволяет разработать слотовую структуру и номинальную конфигурацию, обеспечивающую предоставление качественного сервиса. В рамках данной работы выдвигаются следующие требования:

- **Требование к покрытию** - обеспечение 100% глобального непрерывного покрытия земной поверхности. В терминах модели покрытия это означает, что для данного орбитального построения при нахождении КА в узлах номинальной конфигурации количество непокрытых опорных точек должно быть нулевым.
- **Требование к межспутниковой связи** - параметры относительного расположения любых двух космических аппаратов из соседних орбитальных

плоскостей должны лежать в определенных диапазонах, которые основаны на условиях работы терминалов МЛС на КА. В рамках данной работы данные диапазоны определяются через интервалы допустимых расстояний между двумя аппаратами и углов места терминала МЛС. В рамках решаемой задачи рассматривается обеспечение межспутниковой связи между аппаратами из ближайших соседних плоскостей.

- **Требование к отсутствию сближений** - минимальное расстояние между двумя любыми космическими аппаратами из группировки в любой момент времени, осуществляющими движение в рамках орбитального построения (на номинальных позициях с учетом допустимых диапазонов), не должно быть ниже определенного порога. Учитывая точность значения вектора состояния КА с помощью аппаратуры спутниковой навигации, отсутствие столкновений приравнивается к условию отсутствия сближения на некоторое пороговое расстояние.

1.5 Постановка задачи

Рассматривается многоспутниковая группировка связи на околокруговых НОО. На КА действуют силы гравитации, действие аэродинамического сопротивления не рассматривается. Полезная нагрузка каждого спутника представляет собой антенну, направленную в надир и формирующую круговой конус покрытия с постоянным углом раствора. Между КА из соседних плоскостей в группировке осуществляется передача данных по межспутниковой линии связи. Связь по МЛС между спутниками может осуществляться при фиксированных положениях терминалов, которые описываются диапазонами возможных углов места и относительных расстояний между аппаратами. Требуется рассчитать параметры орбитального построения, обеспечивающего требования к покрытию, устойчивости межспутниковой линии связи и отсутствию столкновений. Расчет орбитального построения подразумевает под собой выбор параметризации номинальной конфигурации, с помощью которой могут быть заданы начальные векторы состояния всех КА в составе группировки, а также расчет параметров диапазонов поддержания, в рамках которых КА, двигаясь по номинальным траекториям в составе орбитальной структуры, сохраняют возможность удовлетворять всем представленным требованиям. При выборе слотовой структуры учитываются естественные колебания орбитальных параметров относительно средних положений, определяемых средними элементами. Колебания орбитальных элементов определяют минимальные размеры слота.

Глава 2. Математическая модель

2.1 Модель номинальной орбитальной конфигурации

2.1.1 Обзор группировок типа Walker и SoC

В данной работе для применения в качестве номинальной конфигурации, способной обеспечить глобальное непрерывное покрытие на НОО, будут рассматриваться группировки на круговых орбитах. Выбор таких орбит позволяет упростить проектирование согласованно движущегося построения и процесс поддержания. Самыми распространенными и изученными подходами в данной области являются группировки типа Walker и SoC (street-of-coverage). Данные структуры обладают общими характеристиками:

- Группировка состоит из N космических аппаратов, которые двигаются по P одинаково разнесенным друг от друга по долготе восходящего узла плоскостям;
- В каждой плоскости располагается S спутников, равномерно распределенных по аргументу широты;
- Все КА двигаются по круговым орбитам ($e \approx 0$) с одинаковыми высотой h и наклонением i .

В то же время ключевым различием в данных группах является расположение орбитальных плоскостей. Далее будут описаны параметры, которые определяют конфигурации типа Walker и SoC.

А. Walker- группы

Walker-группа является глобально симметричной структурой, которая была предложена Уолкером [12]. При описании такой группировки принято использовать характерную угловую величину PU (Pattern Unit), которая равна $\frac{2\pi}{N}$ [43]. Традиционно Walker-группа определяет структуру со следующими характеристиками:

- P орбитальных плоскостей равномерно распределены по экваториальной плоскости (или по ее половине). Разность долготы восходящего узла (ДВУ) соседних плоскостей $\Delta\Omega$ равна $S \cdot \text{PU}$;

- В каждой плоскости располагается S спутников, равномерно распределенных по аргументу широты на величину $P \cdot \text{PU}$;
- При нахождении некоторого КА Walker-группы в восходящем узле своей орбиты спутник из соседней плоскости в направлении на восток обладает аргументом широты u , значение которого равно $F \cdot \text{PU}$. Причем значение F является целым числом и лежит в интервале от 0 до $P - 1$. В литературе данную величину принято называть фазовым параметром. В качестве иллюстрации фазового параметра приведен Рис. 5. Здесь изображены относительные положения космических аппаратов при различных значениях фазового параметра.

Традиционно для описания Walker-групп используется триплет параметров $N/P/F$. Обычно выделяют Walker-группы двух видов:

- "Delta" группы - подходят для описания группировок на околополярных наклонениях. Для таких группировок долготы восходящих узлов орбитальных плоскостей варьируются от 0° до 180° градусов (распределение в половине экваториальной плоскости).
- "Delta-Polar" или "Star" - для таких группировок долготы восходящих узлов орбитальных плоскостей варьируются от 0° до 360° градусов (распределение в полной экваториальной плоскости).

Таким образом, Walker-группы позволяют описать геометрическую конфигурацию группировки, в которой КА согласованно двигаются в соседних плоскостях, но вопрос непрерывного покрытия в этом подходе не решается.

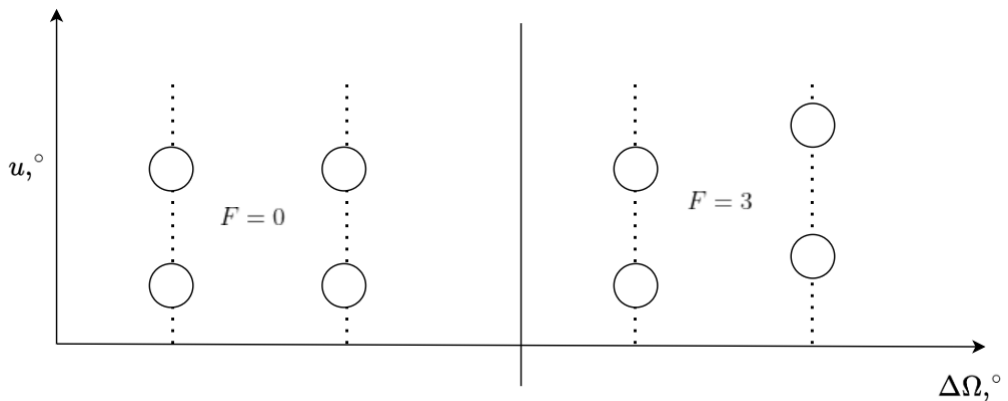


Рис. 5 – Положение КА в пространстве (Ω, u) для различных значений фазового параметра

Б. SoC- группировки

SoC-группировки являются классом асимметричных группировок, в которых орбитальные плоскости неравномерно распределены по долготе восходящего узла в экваториальной плоскости. В основе этого подхода лежит понятие полосы покрытия (street of coverage) - области непрерывного покрытия, которая образуется за счет пересечения зон радиовидимости КА, принадлежащих одной плоскости [44].

Пусть S_1 и S_2 - соседние спутники из одной плоскости. В терминах аргумента широты, расстояние между ними определяется как:

$$\Delta u_{12} = \frac{2\pi}{S}. \quad (6)$$

Тогда выражение для расстояния от подспутниковой трассы до точек пересечения зон обзора спутников S_1 и S_2 , которое обозначается как λ_{street} , имеет вид:

$$\cos \lambda_{street} = \frac{\cos \theta}{\cos(\Delta u_{12}/2)}. \quad (7)$$

Таким образом, параметр λ_{street} определяет ширину зоны непрерывного обзора, образуемой КА из одной плоскости. Схематичное изображение полосы покрытия приведено на Рис. 6. Заштрихованная зона определяет область поверхности, на которой осуществляется непрерывное покрытие КА из одной плоскости.

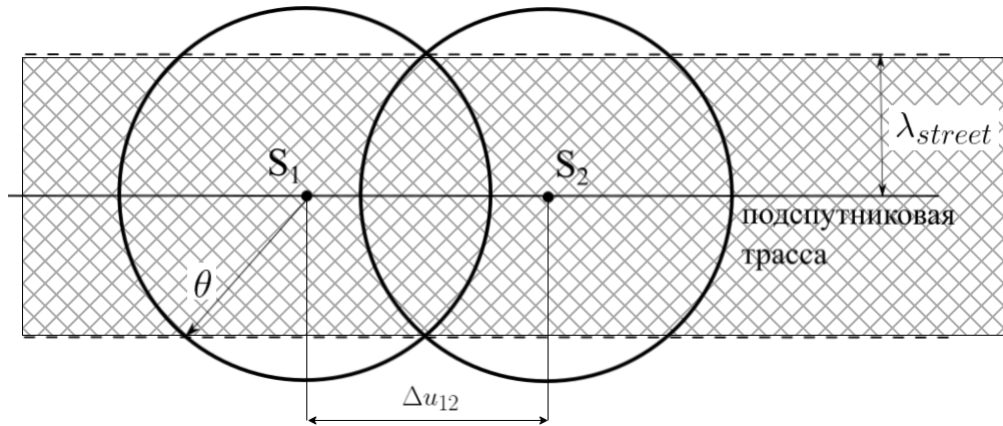


Рис. 6 – Геометрия полосы покрытия

Для непрерывности необходимо потребовать, чтобы полосы покрытия двух соседних плоскостей перекрывались. То есть соседние плоскости должны располагаться не более чем на максимально допустимом для соблюдения непрерывности угловом расстоянии D друг от друга. Это условие накладывает ограничение на максимальное расстояние по ДВУ между двумя плоскостями $\Delta\Omega$. Причем для случая коорбитальных (двигающихся в одном направлении) и ретроградных (дви-

гающихся в разных направлениях) плоскостей эти условия будут разными [24]. При этом расстояния по ДВУ между соседними плоскостями $\Delta\Omega$ определяются следующими выражениями [21]:

$$\Delta\Omega_{co} = 2 \sin^{-1}(\sin \frac{\theta + \lambda_{street}^1}{2} / \sin i), \quad (8)$$

$$\Delta\Omega_{counter} = 2 \sin^{-1}(\cos \frac{\lambda_{street}^1 + \lambda_{street}^j}{2} / \sin i), \quad (9)$$

где $\Delta\Omega_{co}$ - разница по ДВУ между коорбитальными плоскостями (coorbital), $\Delta\Omega_{counter}$ - ДВУ между первой плоскостью и последней, λ_{street}^j определяет полуширину полосы покрытия, необходимую для достижения j - кратности обзора.

При этом стоит отдельно подчеркнуть, что требование к непрерывности также накладывает ограничение и на количество КА в одной плоскости. При фиксированном размере зоны радиовидимости минимальное значение S определяется из ситуации касания зон в рамках одной плоскости (6):

$$S \geq \frac{\pi}{\theta}. \quad (10)$$

При этом разница по аргументу широты для соответствующих КА в соседних плоскостях (величина, по смыслу аналогичная фазовому параметру Walker-групп) определяется из предположения о помещении КА в середину промежутка между зонами радиовидимости КА из соседней плоскости. Тогда разница аргументов широты КА в соседних плоскостях Δu_{inter} имеет вид:

$$\Delta u_{inter} = \frac{j\pi}{S} - 2 \cos^{-1}(\cos \frac{\Delta\Omega_{co}}{2} / \cos \frac{\theta + \lambda_{street}^j}{2}), \quad (11)$$

Таким образом, SoC группировки позволяют получить непрерывное покрытие за счет разделения интерфейсов коорбитальных и ретроградных плоскостей. В рамках опубликованных работ [24] для описания подобных конфигураций обычно используют укороченную параметризацию, задаваемую дуплетом чисел: N/P . При этом важно отметить, что свойства непрерывного глобального покрытия в SoC группировках сохраняются на всем интервале значений между $\Delta\Omega_{co}$ и $\Delta\Omega_{counter}$, а значение фазового параметра имеет свободу для варьирования в рамках широкого диапазона значений.

2.1.2 Выбор параметров номинальной конфигурации

В данной работе будет представлена методика выбора номинальной конфигурации, которая позволяет синтезировать параметризацию построения для обеспечения требований к глобальному непрерывному покрытию и отсутствию эндогенных сближений (требования к МЛС будут удовлетворяться на уровне слотовой

структуры). Рассматривается однородная по высоте и наклонению группировка на НОО. Решение задачи покрытия с помощью нескольких эшелонов, взаимодополняющих друг друга, в данной случае не учитывается. Для обеспечения покрытия предлагается использовать расширенный набор варьируемых параметров группировки: $(h, i, N, P, \Delta\Omega, f)$. Здесь $\Delta\Omega$ определяет разницу по ДВУ между последовательно идущими друг за другом плоскостями (Рис. 7), f имеет смысл традиционного углового расстояния между КА в соседних плоскостях, только, в отличие от Walker-групп, его значение выражается в абсолютном числовом эквиваленте, а не в PU. Далее в работе под термином "фазовый параметр" будет предполагаться именно характеристика f . Для обеспечения непрерывного глобального покрытия предлагается использовать модифицированную SoC группировку. Для обеспечения глобальности покрытия меньшим числом аппаратов рассматриваются близкие к полярным (до 80° наклонения, что позволяет размещать орбиты только в половине экваториальной плоскости [31]. Сначала обратимся к вопросу алгоритма выбора расстояния по ДВУ $\Delta\Omega$. Детально необходимо рассмотреть движение аппаратов в коорбитальных и ретроградных плоскостях.

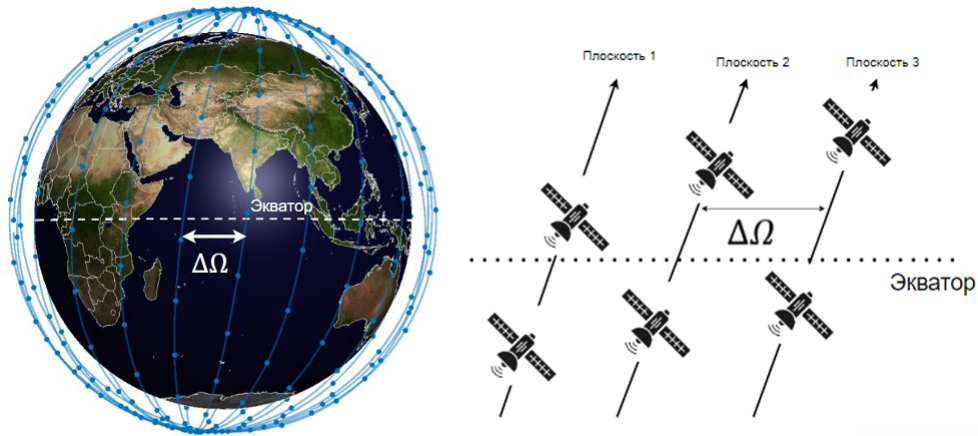


Рис. 7 – Расстояние по ДВУ между соседними плоскостями $\Delta\Omega$

Важно подчеркнуть, что при анализе покрытия в данном случае рассматриваются критические ситуации относительного расположения зон радиовидимости, когда КА находятся в области экватора. В данных точках КА в соседних плоскостях наиболее удалены друг от друга. Соблюдение непрерывности покрытия в критических областях обеспечивает отсутствие разрывов между областями обзора и в других областях. При этом в области экватора подспутниковые трассы можно приближенно считать параллельными, что позволяет определить угловое расстояние между соседними плоскостями через $\Delta\Omega$ как:

$$\sin\left(\frac{\Delta\Omega}{2}\right) = \sin \frac{D}{2} / \sin i. \quad (12)$$

Основные формулы, которые представлены далее, основаны на решении сферических треугольников. Вывод выражений для них приведен в Приложении Б.

А. Коорбитальные плоскости

При сонаправленном движении КА в соседних плоскостях точка максимального удаления между зонами радиовидимости, в которой может произойти разрыв покрытия, движется вместе с КА. Она определяется размером зоны покрытия ПН КА θ , вычисляемой по формуле (5), и полушириной полосы покрытия λ_{street} , которая определяется аналогично группировкам SoC по формуле (7). Таким образом, максимальное угловое расстояние D_{co} , которое может быть между коорбитальными плоскостями без образования разрыва в покрытии, определяется ситуацией касания зоны покрытия КА из одной плоскости и подспутниковой трассы соседней плоскости:

$$D_{co} = \lambda_{street} + \theta, \quad (13)$$

$$\sin\left(\frac{\Delta\Omega_{co}}{2}\right) = \sin \frac{\theta + \lambda_{street}}{2} / \sin i. \quad (14)$$

Б. Ретроградные плоскости

Для околополярных наклонений возникает ситуация, когда при распределении плоскостей в половину экваториальной плоскости КА в последней плоскости движутся в противоположном направлении по отношению к направлению движения КА в первой плоскости. Тогда в таких ретроградных плоскостях необходимо, чтобы полосы покрытия (определяемые λ_{street}) касались друг друга. Максимальное расстояние между ретроградными плоскостями D_{op} определяется как:

$$D_{op} = 2 \cdot \lambda_{street} \quad (15)$$

$$\sin\left(\frac{\Delta\Omega_{op}}{2}\right) = \sin \lambda_{street} / \sin i. \quad (16)$$

Пример относительного расположения плоскостей, при котором обеспечивается непрерывное покрытие, продемонстрирован на Рис. 8. Важно отметить, что $\Delta\Omega_{co}$ для коорбитальных плоскостей определяет максимальное значение, при котором сохраняется непрерывность покрытия между соседними коорбитальными плоскостями. Т.е. для отсутствия пропусков в покрытии необходимо выбирать конфигурации КС, у которых разница по ДВУ у соседних коорбитальных плоскостей $\Delta\Omega < \Delta\Omega_{co}$. При этом необходимо учитывать, что для обеспечения непрерывного покрытия необходимо "замкнуть" непрерывно кольцо плоскостей. Т.е. выбирать таким образом, чтобы обеспечивалась непрерывность и между последовательными (первой и второй, второй и третьей) плоскостями, и последней парой плоскостей (первой и последней).

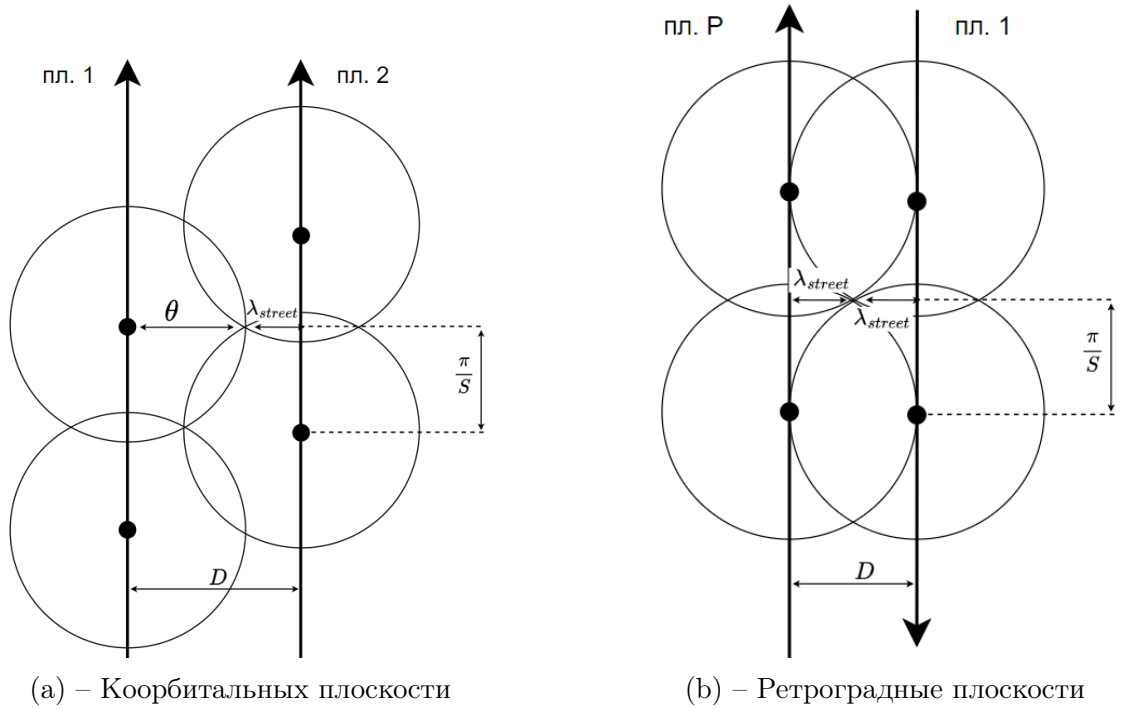


Рис. 8 – Геометрия обеспечения непрерывности в соседних плоскостях

Для околополярных группировок коорбитальными являются все последовательные соседние плоскости, за исключением первой и последней - они являются ретроградными по отношению друг к другу. Причем разница ДВУ между первой и последней плоскостями определяет максимальную ДВУ системы плоскостей (ДВУ последней плоскости), а, значит, и количество плоскостей P . При этом максимальная ДВУ определяется из $\Delta\Omega_{op}$ как:

$$\pi \pm \Delta\Omega_{op} = \Omega_{max}. \quad (17)$$

Знак $+$ соответствует ситуации, когда последняя плоскость имеет ДВУ больше 180° , знак $-$ меньше 180° . ДВУ между соседними (коорбитальными плоскостями) и значение ДВУ последней плоскости связаны соотношением:

$$(P - 1)\Delta\Omega = \Omega_{max}. \quad (18)$$

Формула(18) определяет минимальное значение разницы по ДВУ между соседними плоскостями из условия на синхронизацию ретроградных плоскостей. При меньших значениях $\Delta\Omega$ полоса покрытия последней плоскости не везде будет касаться полосы первой плоскости, и покрытие будет разрывным. Таким образом, для обеспечения непрерывного покрытия при заданном количестве плоскостей P , количестве КА в плоскости S и размере зоны радиовидимости θ необходимо вы-

бирать значения разницы по ДВУ $\Delta\Omega$ из интервала:

$$\Delta\Omega \in \left[\frac{\pi - 2 \arcsin\left(\frac{\sin \lambda_{street}}{\sin i}\right)}{P - 1}; 2 \arcsin\left(\frac{\sin \frac{\theta + \lambda_{street}}{2}}{\sin i}\right) \right] = [\Delta\Omega^{min}; \Delta\Omega^{max}]. \quad (19)$$

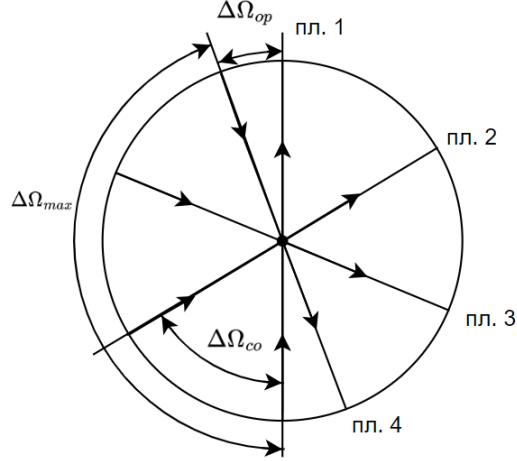


Рис. 9 – Схема размещения плоскостей для околополярных наклонений

Отдельно стоит отметить вопрос обеспечения покрытия в допустимом широтном слое. Глобальное покрытие является частным случаем непрерывного обзора некоторого широтного пояса. Для околополярных группировок характерна геометрическая конфигурация, напоминающая звезду: плоскости радиально расходятся от оси вращения Земли (в случае строго полярного наклонения), сходясь вблизи географических полюсов. Эта особенность пространственного расположения плоскостей является причиной того, что зона гарантированного непрерывного покрытия изначально формируется в приполярных областях (как показано на Рис. 10). Тогда для обеспечения покрытия с некоторой минимальной широты φ_{min} до полюса необходимо модифицировать вид выражения (14) для максимально допустимого $\Delta\Omega$ следующим образом:

$$\sin\left(\frac{\Delta\Omega_{co}}{2} \cdot \cos \varphi_{min}\right) = \sin \frac{\theta + \lambda_{street}}{2} / \sin i. \quad (20)$$

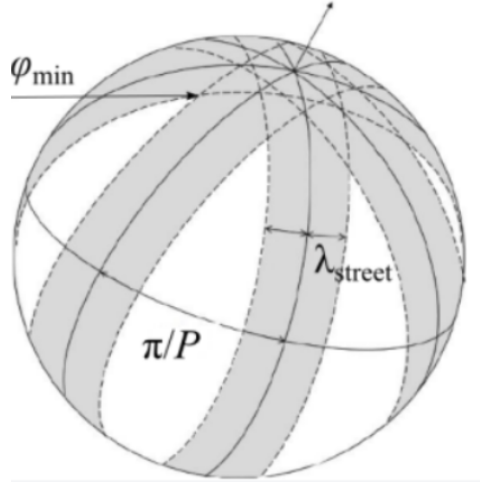


Рис. 10 – Структура плоскостей для околополярных группировок (из [18])

Стоит отметить, что в случае наклонений, отличных от околополярных, следует рассматривать размещение плоскостей вдоль всего экватора. При этом особенностью такой группировки является коорбитальность всех соседних плоскостей (в том числе первой и последней). Несмотря на однонаправленность движения КА в первой и последней плоскостях, обеспечение касания зоны обзора и полосы покрытия в пробеле между зонами радиовидимости в соседней плоскости (Рис. 8a) требует особой фазировки (относительного расположения зон обзора). Поэтому, чтобы определить ограничение на разность по ДВУ между первой и последней, целесообразно для первой и последней плоскости ввести требования касания полос покрытия (Рис. 8b). Тогда минимальное значение ДВУ последней плоскости определяется из условия:

$$2\pi - \Delta\Omega_{op} = \Delta\Omega_{max}. \quad (21)$$

ДВУ между соседними (коорбитальными плоскостями) и значение ДВУ последней плоскости связаны соотношением (18). Это условие определяет минимальное значение $\Delta\Omega$. Таким образом, для обеспечения непрерывного покрытия при заданном количестве плоскостей P , количестве КА в плоскости S и размере зоны радиовидимости θ необходимо выбирать значения разницы по ДВУ из интервала, где максимальное значение соответствует условию касания полосы покрытия и зоны обзора, а минимальное значение - условию касания полос покрытия для первой и последней плоскостей:

$$\Delta\Omega \in \left[2 \frac{\pi - \arcsin\left(\frac{\sin \lambda_{street}}{\sin i}\right)}{P - 1}; 2 \arcsin\left(\frac{\sin \frac{\theta + \lambda_{street}}{2}}{\sin i}\right) \right] = [\Delta\Omega^{min}; \Delta\Omega^{max}]. \quad (22)$$

При этом в отличие от полярных группировок для обеспечения непрерывности покрытия между первой и последней плоскостью $\Delta\Omega \geq \frac{2\pi}{P}$ ввиду предотвращения дополнительных пересечений между плоскостями для повышения безопасности их

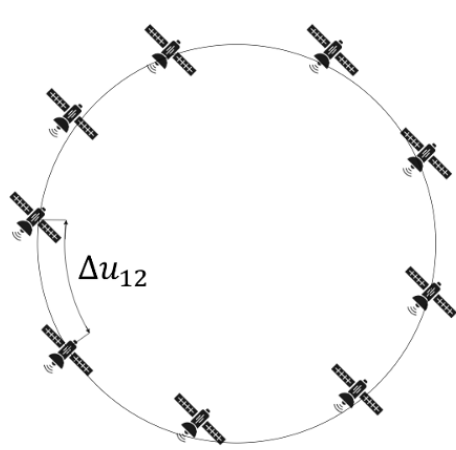
движения, что накладывает дополнительное ограничение на диапазон $\Delta\Omega$. Тогда минимальное значение $\Delta\Omega$ определяется как:

$$\Delta\Omega_{min} = \max\left(2\frac{\pi - \arcsin\left(\frac{\sin \lambda_{street}}{\sin i}\right)}{P - 1}, \frac{2\pi}{P}\right). \quad (23)$$

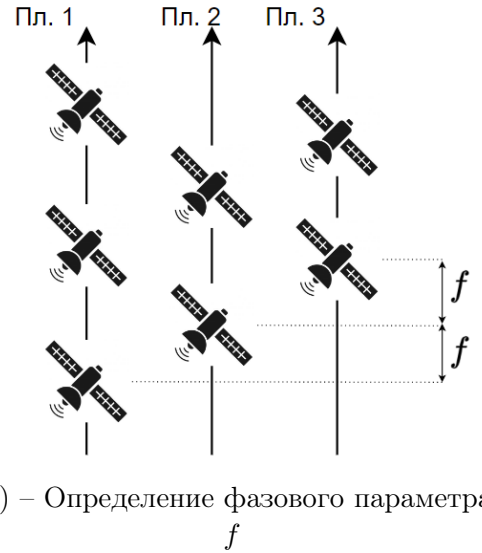
Это нужно, чтобы построение одновременно обеспечивало непрерывность между первой и последней плоскостями и "закрывало" весь экватор.

Таким образом, диапазоны допустимых значений $\Delta\Omega$, представленные в выражениях (19) и (22), определяют допустимые для достижения непрерывности расстояния по ДВУ. Ширина этих интервалов значительно варьируется в зависимости от заданных параметров построения. Стоит отметить, что ширина интервала значений $\Delta\Omega$ косвенно определяет и величину допустимых смещений КА перпендикулярно плоскости, что заставляет отдавать предпочтение вариантам с большими диапазонами параметров.

В то же время в каждой орбитальной плоскости космические аппараты распределены равномерно и разнесены по аргументу широты на угловое расстояние $\Delta u_{12} = \frac{2P}{S}$ (Рис. 47а). Корректное совмещение зон радиовидимости от КА из разных плоскостей обеспечивается введением фазового параметра f . Эта характеристика определяет угловое расстояние по аргументу широты между КА в соседних плоскостях, которые обладают одинаковым индексом в плоскости (соседние КА).



(а) – Размещение КА в одной плоскости



(б) – Определение фазового параметра f

Рис. 11 – Относительное расположение КА в плоскостях

Значение данного параметра может варьироваться в полуинтервале $[0, \Delta u_{12})$. f может быть равен или больше Δu_{12} , но при такой расстановке данный КА перестает быть соседним, и расстановка КА будет идентична для случая $f = 0$. Для различных значений $\Delta\Omega$ допустимый интервал для f различается. В критическом случае, когда параметр $\Delta\Omega$ равен своему максимальному значению $\Delta\Omega_{c0}$,

определяемому положениями коорбитальных плоскостей, для сохранения непрерывности покрытия возможно единственное значение фазового параметра, когда зона радиовидимости КА из одной плоскости касается полосы покрытия в провале между зонами радиовидимости КА из соседней плоскости (на Рис. 12 зона радиовидимости спутника S_3 находится между зонами КА S_1 и S_2 из соседней плоскости). Данное угловое расстояние определяется из сферического треугольника (Рис. 13). Для начала вычисляется значение разницы фаз $\Delta\phi$, при котором КА из соседних плоскостей в одинаковое время пересекают экватор [45]:

$$\Delta\phi = 2 \arctan\left(\tan \frac{\Delta\Omega_{co}}{2} \cdot \cos i\right). \quad (24)$$

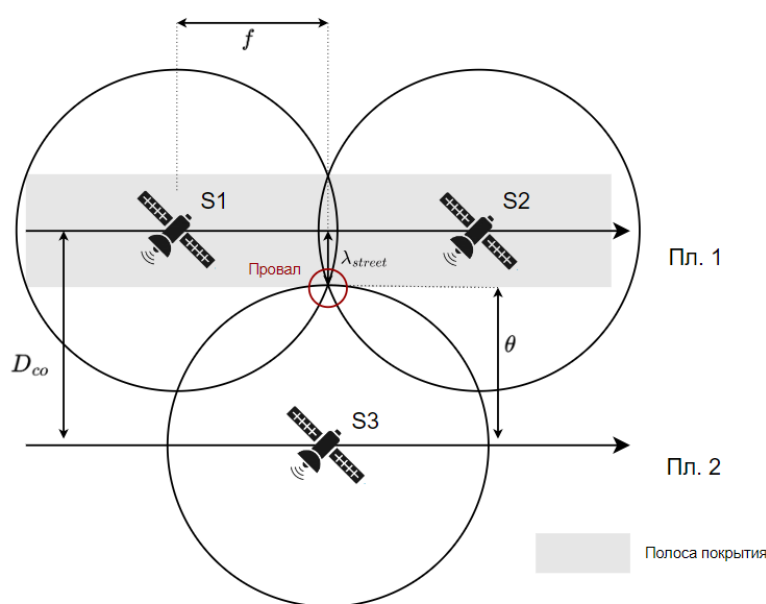


Рис. 12 – Геометрия критического случая для фазового параметра

Значение фазового параметра выбирается таким образом, чтобы в момент пересечения экватора космическим аппаратом (к примеру, первым в рассматриваемой плоскости) точка пересечения зоны радиовидимости этого КА и полосы покрытия соседней плоскости (Рис. 13) располагалась также на экваторе. На данной иллюстрации изображены две соседние плоскости, разнесенные по ДВУ на угол $\Delta\Omega$, а фазовые расстояния до узлов орбит обозначены $\Delta\phi/2$. Таким образом, из половины разности фазовых углов между КА в одной плоскости, определяемой формулой (6), необходимо вычесть дополнительный набег фазы (24). Фазовый параметр тогда определяется следующим выражением:

$$f = \frac{\pi}{S} - 2 \arctan\left(\tan \frac{\Delta\Omega_{co}}{2} \cdot \cos i\right). \quad (25)$$

В результате описанный случай определяет критическую ситуацию, в рамках

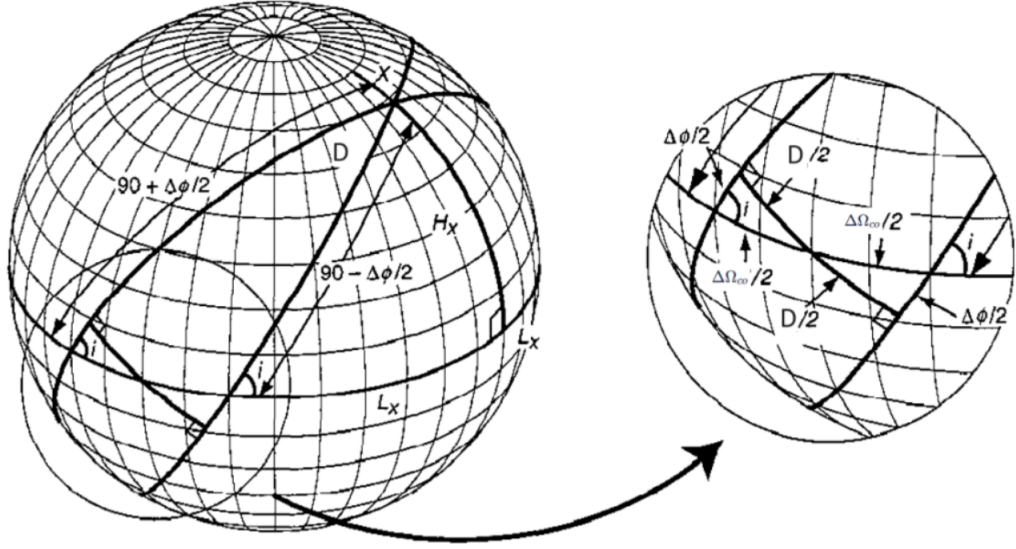


Рис. 13 – Определение фазового параметра (из [45])

которой еще сохраняется непрерывное покрытие. При этом, как будет показано далее, именно данное значение фазового параметра позволяет достигнуть максимального размера диапазона смещений без нарушения требования к покрытию. В заключение представленная методика позволяет на основе фиксированного набора параметров для однородной группировки на круговых орбитах (a, i, S, P) определить диапазоны $\Delta\Omega, f$, в рамках которых может быть выбрана геометрическая конфигурация, которая является необходимым условием обеспечения глобального и непрерывного покрытия.

2.1.3 Вычисление минимального расстояния

Полученные на основе результатов предыдущего раздела параметры орбитальной конфигурации обеспечивают глобальное непрерывное покрытие, но при этом не обеспечивают отсутствие опасных сближений у аппаратов, двигающихся в разных плоскостях. Для анализа минимального расстояния, достигаемого между КА в рамках околополярной группировки, используется аналитическая формула, позволяющая получить значение межспутникового расстояния для КА на околокруговых орбитах, если известна разница ДВУ и аргументов широты двух КА. Минимальное расстояние между двумя КА достигается при минимальном угловом разделении. При вычислении будем считать, что КА находятся на околокруговых орбитах с одинаковой высотой.

Рассмотрим сферический треугольник, образованный орбитами двух КА - S_1 и S_2 на Рис. 14 и из [45]. Пусть S_1 находится в точке пересечения орбит и имеет фазовый угол ϕ_1 . При этом второй КА S_2 имеет аргумент широты ϕ_2 . Угол между траекториями в месте пересечения орбит составляет i_R , который опреде-

ляет относительное наклонение двух орбит. Тогда из сферического треугольника i_R выражается как:

$$\cos i_R = \cos i_2 \cdot \cos i_1 + \sin i_2 \cdot \sin i_1 \cdot \cos \Delta\Omega, \quad (26)$$

где i_1, i_2 определяют наклонения орбит S_1 и S_2 соответственно, а $\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1$ - разницу ДВУ S_1 и S_2 .

Тогда относительная фаза между двумя КА для данного момента времени ϕ_R имеет вид:

$$\phi_R = (T_2 - T_1)n + \Delta\phi = (T_2 - T_1)n + (\phi_2 - \phi_1 + \phi_R) = \Delta u + (\phi_2 - \phi_1 + \phi_R), \quad (27)$$

где T_1, T_2 — периоды орбит двух КА, n — среднее движение, одинаковое для двух КА, Δu — разница аргументов широты двух КА.

В случае одинаковых наклонений выражение упрощается:

$$\cos i_R = \cos i^2 + \sin i^2 \cdot \cos \Delta\Omega, \quad (28)$$

$$\phi_R = \Delta u + \pi - 2\phi, \quad (29)$$

где:

$$\phi = \arctan\left(\frac{\tan(\pi/2 - \Delta\Omega/2)}{\cos i}\right) = \arctan\left(\frac{1}{\tan(\Delta\Omega/2) \cdot \cos i}\right). \quad (30)$$

Минимальное угловое расстояние между двумя КА α_{min} составляет:

$$\alpha_{min} = 2 \cdot \arcsin\left(\sin\left(\frac{\phi_R}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{i_R}{2}\right)\right), \quad (31)$$

где:

$$\sin\left(\frac{\phi_R}{2}\right) = \cos\left(\frac{\Delta u - 2\phi}{2}\right) = \cos\left[\frac{\Delta u}{2} - \arctan\left(\frac{1}{\tan(\Delta\Omega/2) \cdot \cos i}\right)\right], \quad (32)$$

$$\cos\left(\frac{i_R}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + \cos(i)^2 + \sin(i)^2 \cdot \cos(\Delta\Omega)}{2}}. \quad (33)$$

Тогда минимальное расстояние ρ_{min} определяется как:

$$\begin{aligned} \rho_{min} &= a \cdot \alpha_{min} = \\ &= 2a \cdot \arcsin \left[\cos\left(\frac{i_R}{2}\right) \cdot \sqrt{\frac{1 + \cos(i)^2 + \sin(i)^2 \cdot \cos(\Delta\Omega)}{2}} \right]. \end{aligned} \quad (34)$$

Таким образом, для определения минимального расстояния, достигаемого в группировке, необходимо просчитать значение межспутникового расстояния для всех пар аппаратов. В случае используемого орбитального построения, обладаю-

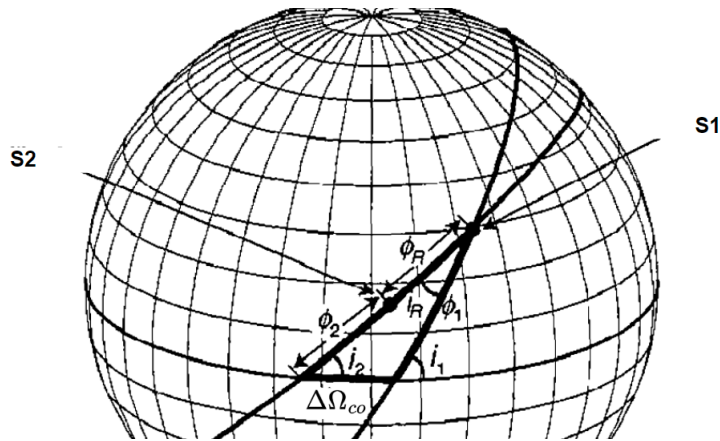


Рис. 14 – Геометрия расчета минимального расстояния между двумя КА на круговых орбитах (из [45])

щего симметрией, достаточно рассчитать все расстояния от некоторого аппарата до всех остальных и определить минимум.

В итоге в данном разделе была представлена методика, которая позволяет на основе фиксированных параметров (высоты орбиты, наклонения, количества плоскостей и количества КА в одной плоскости) определить варианты орбитальной структуры, при которых гарантированно обеспечивается глобальное непрерывное покрытие земной поверхности. Отдельно предоставлен алгоритм, который позволяет аналитически просчитать возможные минимальные расстояния, которые достигаются в рамках выбранной конфигурации.

2.2 Модель слотовой структуры

Для описания слотовой структуры предварительно необходимо ввести ряд определений:

- **Номинальный (целевой) вектор состояния КА** - вектор состояния КА, соответствующий номинальной (целевой) орбитальной структуре КС (с учётом установленного порядка КА в структуре);
- **Контролируемый объем** - область пространства (только координатного), в рамках которого КА считается удовлетворяющим номинальной орбитальной структуре. Контролируемый объем задается как допуски по координатам центра масс КА в заданном представлении;
- **Слот** - совокупность номинального состояния и контролируемого объёма.

Слотовая структура представляет собой совокупность контролируемых объемов для всех КА, которые выбираются таким образом, чтобы спутник, находящийся в любой точке соответствующего объема, продолжал обеспечивать все

накладываемые требования в составе орбитального построения. Для каждого из требований: требования покрытия, требования обеспечения межспутниковой связности, требования безопасности — отдельно определяются свои диапазоны. Таким образом, результирующие допустимые граничные значения смещений определяются как минимальные размеры контролируемого объема, в рамках которого КА удовлетворяет всем требованиям. Ввиду согласованного и постоянного движения КА в составе орбитальной группировки, параметры слотов одинаковые для всех КА. В данном разделе будут рассматриваться допустимые смещения только в рамках координатного пространства, т.к. поставленные требования накладывают ограничения только на положения аппаратов. Сдвиги относительно номинальных положений анализируются в системе КСК, приведенной на Рис. 2. Важно отметить, что характеристики слотовой структуры полностью зависят от параметров анализируемой номинальной конфигурации. В рамках данного раздела термины "слотовая структура", "диапазоны поддержания" имеют схожий смысл и могут быть взаимозаменяемы.

2.2.1 Сервисный слот

Сервисный слот - это область координатного пространства, при нахождении в которой КА, находящийся в составе орбитального построения, обеспечивает требования покрытия. То есть при нахождении всех КА из группировки в своих сервисных слотах должно обеспечиваться непрерывное глобальное покрытие без пропусков. Важно подчеркнуть, что сервисный слот определен для номинальных конфигураций, которые заведомо обеспечивают непрерывное покрытие. Если номинальное построение не обеспечивает непрерывное покрытие при нахождении КА в номинальных позициях, то размеры сервисного слота не могут быть рассчитаны, т.к. при любом смещении КА между зонами радиовидимости всегда будут существовать разрывы. В таком случае будем считать, что контролируемые объемы вырождаются в точки.

Таким образом, пусть заведомо определена некоторая номинальная однородная околополярная группировка, которая описывается параметрами: $a, i, S, P, \Delta\Omega, f$. Ввиду того, что глобальное непрерывное покрытие обеспечивается совокупностью аппаратов, необходимо рассматривать относительное движение КА и их зон радиовидимости. Пропуски образуются при удалении зон радиовидимости друг от друга. КА наиболее удалены друг от друга в околоэкваториальной области, поэтому ситуации образования пропусков анализируются для КА, находящихся около экватора. При относительном движении в орбитальном построении выделяются две группы аппаратов:

- КА, находящиеся в одной плоскости, за счет пересечения своих зон радио-

видимости образуют непрерывную полосу покрытия, полуширина которой $\lambda_{street}(7)$ зависит от углового радиуса зоны радиовидимости КА $\theta(5)$ и расстояния между соседними КА в плоскости $\Delta u_{12}(6)$.

- Для КА, находящихся в соседних плоскостях, зоны радиовидимости спутников из одной плоскости пересекаются с полосой покрытия соседней плоскости. При этом между плоскостями не будет пропусков, когда зона радиовидимости КА закрывает провалы в соседней плоскости (Рис. 15). При этом максимально допустимое расстояние, при котором не образуются пропуски между соседними плоскостями - максимальная ширина покрытия D_{max} . При этом надо понимать, что ввиду возможных различных значений фазового параметра f , определяющего относительное положение КА в соседних плоскостях, условие пересечения зон радиовидимости КА из разных плоскостей будет меняться. Далее будут рассматриваться условия возникновения пропусков:

- Для коорбитальных плоскостей условие возникновения пропусков соответствует ситуации, когда зона радиовидимости КА из одной плоскости касается полосы покрытия другой плоскости (Рис. 12). При этом в качестве размера зоны обзора следует принимать ширину зоны радиовидимости d , которая находится на уровне провала между зонами радиовидимости КА из соседней плоскости (здесь и далее на рисунках приведена ситуация, когда $f = \frac{\Delta u_{12}}{2}$, т.е. КА располагается на уровне провала между зонами радиовидимости соседней плоскости). Тогда ширина зоны радиовидимости на уровне провала d определяется выражением (Рис. 16):

$$d(\theta, f, S) = \arccos \frac{\cos \theta}{\cos \left(f - \frac{\Delta u_{12}(S)}{2} \right)}, \quad (35)$$

где $u_{12}(S)$ означает зависимость расстояния по аргументу широты между соседними КА в плоскости от принятого количества КА в одной плоскости. Так как в рамках нахождения размеров слота смещения КА будем рассматривать в рамках избранного орбитального построения, то параметры f , S будем считать фиксированными. Тогда $d(\theta, f, S) = d(\theta)$, что означает, что в рамках рассматриваемых смещений может меняться фактический размер зоны радиовидимости θ . Тогда максимальное угловое расстояние между коорбитальными плоскостями определяется выражением (14).

- Для ретроградных плоскостей аналогично максимальное угловое расстояние описывается формулой (16). При этом непрерывное покрытие между плоскостями соблюдается, если угловое расстояние между плоскостями D при разнице по долготе восходящего узла между соседними плоскостями

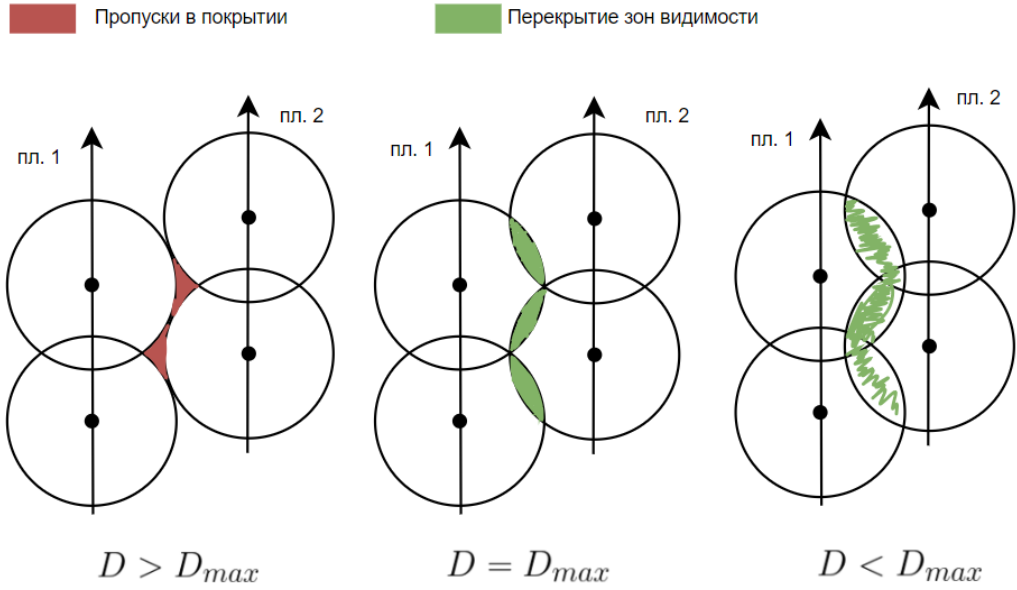


Рис. 15 – Условие образования пропусков для соседних плоскостей

$\Delta\Omega$ и при наклонении орбиты i , т.к. при удалении зон друг от друга начнет происходить разрыв. Такое условие определяется как:

$$D = 2 \arcsin\left(\sin \frac{\Delta\Omega}{2} \cdot \sin i\right) \leq D_{max}. \quad (36)$$

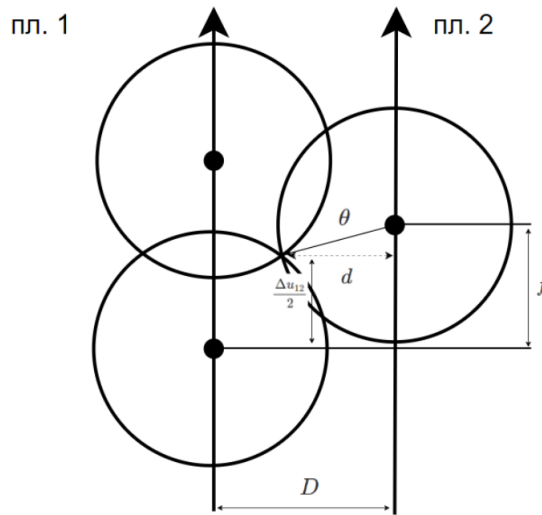


Рис. 16 – Расстояние от некоторой плоскости до провала, образованного зонами радиовидимости в соседней плоскости

При последующем анализе предусмотрено исследование допустимых смещений отдельно вдоль каждого базисного направления криволинейной системы координат (КСК). Учитывая регулярный характер номинальной структуры, представ-

ляющего собой пространственную сетку, определение граничных условий может быть сведено к локальному анализу. Для этого рассматривается кластер из 4-х близко расположенных космических аппаратов в приэкваториальной области, где относительное смещение между ними потенциально приводит к образованию пропусков в покрытии. Достаточность анализа подобной локальной группы обоснована согласованным движением КА в рамках номинальной структуры, позволяющим экстраполировать результаты на все построение. В рамках данного кластера рассматриваются одновременные смещения всех соседних КА, чтобы получить критические условия на появление пропусков в покрытии, когда все спутники находятся на границах своих контролируемых объемов.

А. Краткосрочные смещения

Сначала рассмотрим смещения по базисным направлениям КСК, которые происходят за короткий промежуток времени (мгновенно). В рамках данных смещений подразумевается, что они являются настолько малыми, что остальные рассматриваемые объекты не успели изменить свои относительные положения за данный промежуток времени. Данные ситуации являются допущениями, позволяющими получить гарантированные верхние оценки на размеры слотов. При этом считаем, что смещение по одному из указанных направлений происходит независимо и не вызывает изменения положений КА по другим направлениям.

Смещения по высоте

Критическим для нарушения покрытия является понижение высоты орбиты КА. При этом размер зоны радиовидимости θ уменьшается, что ведет к появлению пропусков. При этом пропуски могут возникать в двух ситуациях: между КА в одной плоскости и между КА в соседних плоскостях.

- *Между КА в одной плоскости* критическая ситуация возникает, когда ширина полосы покрытия данной плоскости становится нулевой и зоны радиовидимости обоих КА лишь касаются друг друга. Тогда минимальное изменение радиуса зоны радиовидимости единичного КА $\Delta\theta_{in}$ определяется как:

$$\Delta\theta_{in} = \frac{\delta u_{overlap}}{2} = \theta - \frac{\Delta u_{12}}{2}, \quad (37)$$

Здесь и далее нижние индексы для величин обозначают критические значения параметров для двух ситуаций: *in* - для КА в одной плоскости, *out* - для КА в разных плоскостях.

- *Между КА в соседних плоскостях* рассматривается критический случай, когда при общем одновременном снижении трех КА зона радиовидимости

S_1 (Рис. 17) перестает закрывать провал, образованный зонами радиовидимости S_2 и S_3 . Тогда угловое расстояние между плоскостями D должно не превышать максимально допустимую ширину покрытия D_{max} . Тогда угловое расстояние между плоскостями определяется как:

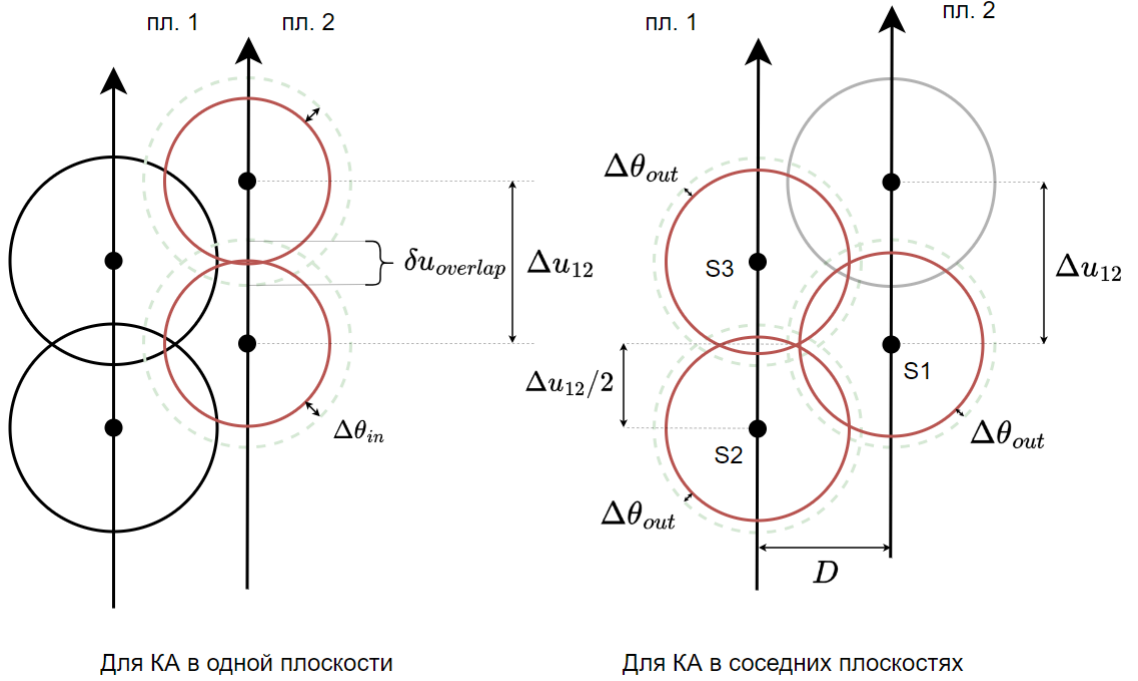


Рис. 17 – Схемы смещения зон радиовидимости при понижении высоты КА

- Для коорбитальных плоскостей:

$$D_{co} = D_{max} = \lambda_{street}^{new} + d(\theta - \Delta\theta_{out}), \quad (38)$$

где:

$$\lambda_{street}^{new} = \arccos \left(\frac{\cos(\theta - \Delta\theta_{out})}{\cos(\frac{\Delta u_{12}}{2})} \right), \quad (39)$$

$$D_{co} = 2 \arcsin \left(\sin\left(\frac{\Delta\Omega_{co}}{2}\right) \cdot \sin i \right). \quad (40)$$

Здесь и далее полуширина измененной за счет смещений зон радиовидимости полосы покрытия обозначается как λ_{street}^{new} . Тогда значение критического изменения радиуса зоны радиовидимости находится из условия:

$$\begin{aligned} & 2 \arcsin \left(\sin\left(\frac{\Delta\Omega_{co}}{2}\right) \cdot \sin i \right) = \\ & = \arccos \left(\frac{\cos(\theta - \Delta\theta_{out})}{\cos(\frac{\Delta u_{12}}{2})} \right) + \arccos \frac{\cos(\theta - \Delta\theta_{out})}{\cos(f - \frac{\Delta u_{12}}{2})}. \end{aligned} \quad (41)$$

- Для ретроградных плоскостей (в данном случае рассматривается снижение всех 4 КА и уменьшение полуширины полосы покрытия для обеих плоскостей) :

$$D_{co} = D_{max} = \lambda_{street}^{new} + d(\theta - \Delta\theta_{out}). \quad (42)$$

Критическое значение изменения радиуса зоны радиовидимости находится из условия:

$$\begin{aligned} & 2 \arcsin \left(\sin\left(\frac{\Delta\Omega_{co}}{2}\right) \cdot \sin i \right) = \\ & = \arccos \left(\frac{\cos(\theta - \Delta\theta_{out})}{\cos(\frac{\Delta u_{12}}{2})} \right) + \arccos \left(\frac{\cos(\theta - \Delta\theta_{out})}{\cos(\frac{\Delta u_{12}}{2})} \right). \end{aligned} \quad (43)$$

В качестве примера на Рис. 18 представлен график зависимости значений допустимых смещений для различных ситуаций для орбитального построения на высоте 1000 км и наклонении 80 градусов от $\Delta\Omega$ из интервала допустимых значений. Видно, что в большинстве случаев определяющей является ситуация расхождения КА в коорбитальных плоскостях. Важно подчеркнуть, что изменение размера зоны радиовидимости определяет максимальное смещение по высоте с помощью выражения (5). Таким образом, критическое смещение определяется из минимального значения смещения для этих случаев - смещения внутри плоскости, смещения между плоскостями для ретроградных и коорбитальных плоскостей.

Смещения вдоль трека

При наличии смещения вдоль трека происходит изменение относительной разницы по аргументу широты у КА в соседних плоскостях. При этом происходит смещение точки пересечения зон радиовидимости и изменение ширины полосы покрытия, из-за чего, соответственно, появляется возможность образования пропусков в покрытии за счет относительного смещения полосы покрытия и зоны радиовидимости. Рассматриваются отдельно случаи смещения КА вдоль трека в одной плоскости (КА в соседней плоскости считаются находящимися в номинальных позициях) и КА в соседних плоскостях (Рис. 19):

- *Между КА в одной плоскости* критической считается ситуация смещения двух соседних спутников в противоположных направлениях (вперед и назад по треку). На Рис. 19 направления смещений указаны красными стрелками. При этом уменьшается ширина полосы покрытия, т.к. пересечение зон радиовидимости КА уменьшается. В данном случае смещения одного КА вдоль трека (изменение его аргумента широта), когда зоны радиовидимости

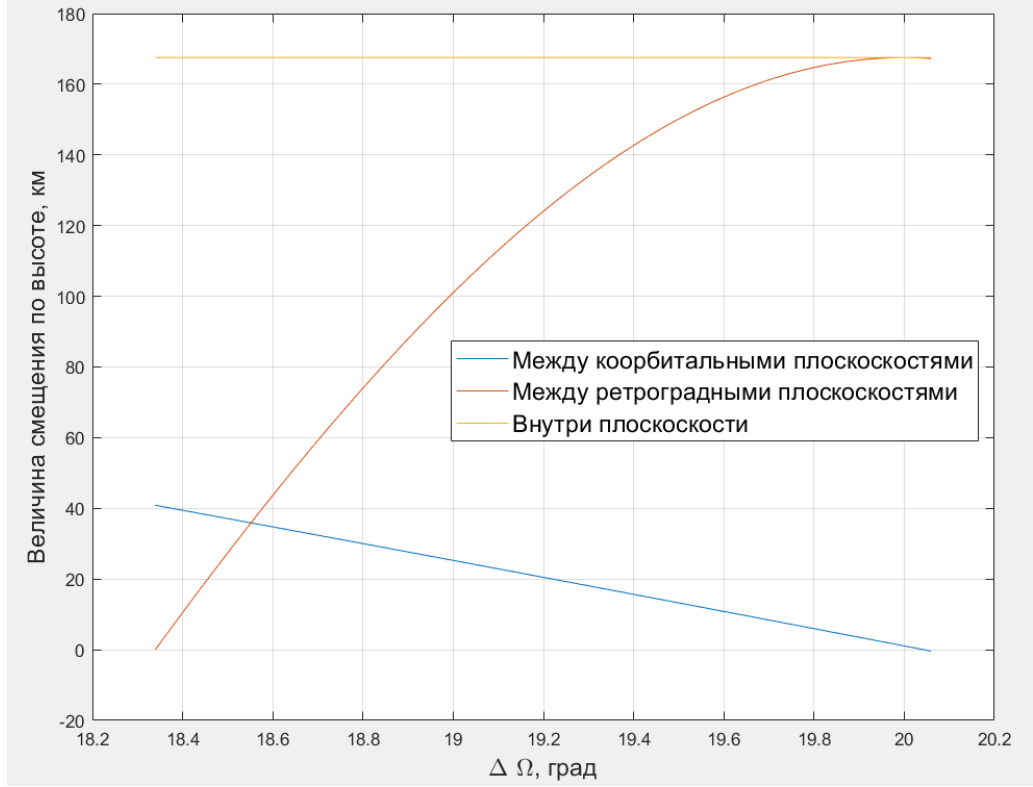


Рис. 18 – Зависимость допустимых смещений по высоте для построения $h = 1000$ км., $i = 80$ град. от $\Delta \Omega$

только касаются друг друга определяется из условия:

$$\Delta u_{in} = \frac{2\theta - \Delta u_{12}}{2}. \quad (44)$$

- Между КА в соседних плоскостях рассматривается уход зоны радиовидимости КА S_1 из провала между зонами радиовидимости S_2 и S_3 (см. Рис. 19). Критическое значение смещения вдоль трека Δu_{out} , при повышении которого образуется пропуск в покрытии, определяется условием касания зоны радиовидимости S_1 и полосы покрытия измененной ширины от S_2 и S_3 . Тогда для углового расстояния D между плоскостями:

- Для коорбитальных плоскостей:

$$D_{co} = D_{max} = \lambda_{street}^{new} + d, \quad (45)$$

где:

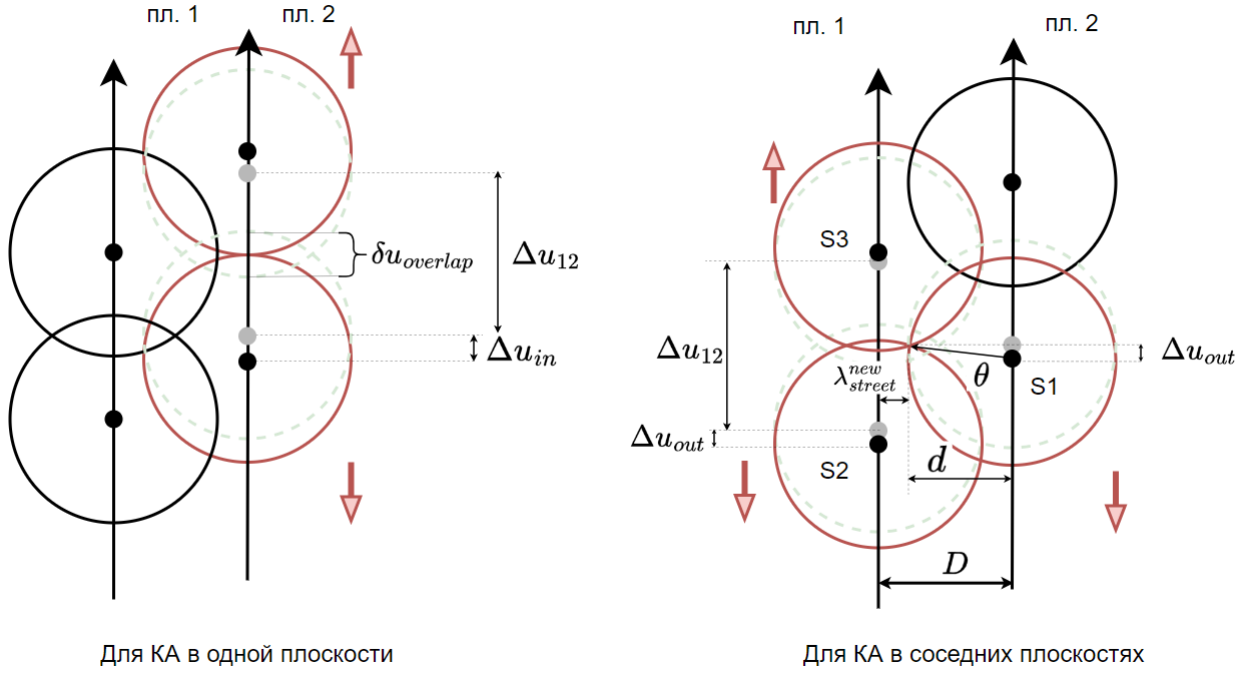


Рис. 19 – Схемы смещения зон радиовидимости при смещении вдоль трека (по аргументу широты)

$$\lambda_{street}^{new} = \arccos \left(\frac{\cos \theta}{\cos(\frac{\Delta u_{12}}{2} + \Delta u_{out})} \right), \quad (46)$$

$$d = \arccos \left(\frac{\cos \theta}{\cos(|f - \frac{\Delta u_{12}}{2}| + \Delta u_{out})} \right). \quad (47)$$

Здесь смещение Δu_{out} умножается на знак выражения $f - \frac{\Delta u_{12}}{2}$, чтобы при нахождении аппарата S_1 "выше" пробела между S_2 и S_3 рассматривалось смещение вверх (так как в этом случае зона радиовидимости S_1 находится более узкой частью на уровне пробела) и смещение вниз - при нахождении аппарата S_1 "ниже" пробела. Тогда максимальное смещение по аргументу широты находится из условия:

$$\begin{aligned} & 2 \arcsin \left(\sin\left(\frac{\Delta \Omega_{co}}{2}\right) \cdot \sin i \right) \\ &= \arccos \left(\frac{\cos \theta}{\cos(\frac{\Delta u_{12}}{2} + \Delta u_{out})} \right) + \arccos \left(\frac{\cos \theta}{\cos(|f - \frac{\Delta u_{12}}{2}| + \Delta u_{out})} \right). \end{aligned} \quad (48)$$

- Для ретроградных плоскостей (в данном случае рассматривается увеличение относительной разницы аргумента широты для обеих пар КА в соседних плоскостях и, соответственно, изменение ширины их полос покрытия):

$$D_{op} = D_{max} = 2\lambda_{street}^{new}, \quad (49)$$

где:

$$\lambda_{street}^{new} = \arccos \left(\frac{\cos \theta}{\cos(\frac{\Delta u_{12}}{2} + \Delta u_{out})} \right). \quad (50)$$

$$\arcsin \left(\sin(\frac{\Delta \Omega_{co}}{2}) \cdot \sin i \right) = \arccos \left(\frac{\cos \theta}{\cos(\frac{\Delta u_{12}}{2} + \Delta u_{out})} \right). \quad (51)$$

Таким образом, максимально допустимое смещение по аргументу широты аналогично находится из минимального значения смещения для этих случаев - смещения внутри плоскости, смещения между плоскостями для ретроградных и коорбитальных плоскостей.

Как показано на Рис. 20, на примере орбитального построения на высоте 1000 км и наклонении 80 градусов для большинства значений $\Delta \Omega$ определяющей является ситуация расхождения КА в коорбитальных плоскостях.

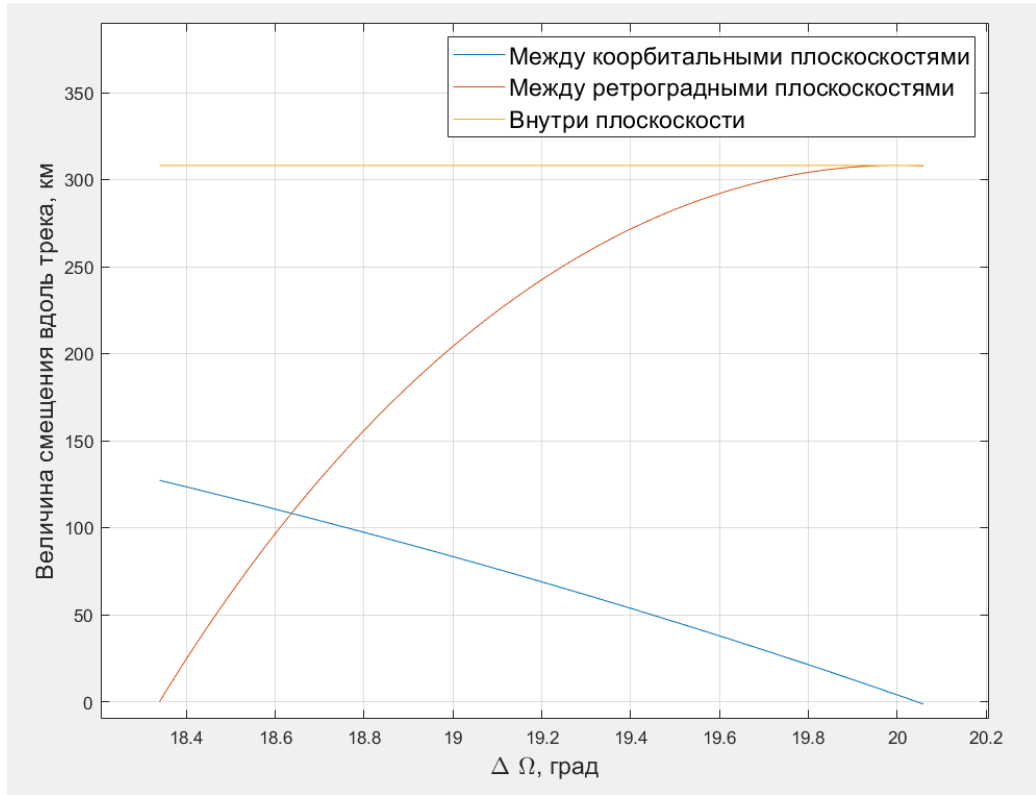


Рис. 20 – Зависимость допустимых смещений вдоль трека для построения $h = 1000$ км., $i = 80$ град. от $\Delta \Omega$

Смещения перпендикулярно плоскости

При наличии смещения перпендикулярно плоскости происходит смещение полосы покрытия и изменение ее ширины. Также меняется угловое расстояние между КА в соседних плоскостях. Рассматриваются случаи смещения для КА в одной плоскости и для КА в соседних плоскостях:

- *Между КА в одной плоскости* критической для образования пропусков является смещение двух соседних в одной плоскости КА в противоположных направлениях перпендикулярно их номинальной плоскости. В таком случае появление пропусков в покрытии для КА в одной плоскости начинается после достижения касания зон радиовидимости двух последовательно летящих друг за другом КА:

$$\Delta D_{in} = \arccos \left(\frac{\cos \theta}{\cos(\frac{\Delta u_{12}}{2})} \right), \quad (52)$$

- *Между КА в соседних плоскостях* критическое боковое смещение определяется условием, когда зона радиовидимости смещающегося КА лишь касается полосы покрытия соседней плоскости. Это соответствует ситуации, когда смещающийся КА и полоса покрытия соседней плоскости двигаются в разные стороны:

- Для коорбитальных плоскостей:

$$D_{co} = D_{max} = \lambda_{street} + d(\theta) \quad (53)$$

где:

$$2\Delta D_{out} + D_{co} = \lambda_{street} + d(\theta) \quad (54)$$

Критическое смещение перпендикулярно плоскости ΔD_{out} определяется как:

$$\begin{aligned} \Delta D_{out} = & 0.5 \cdot \left(\arccos \left(\frac{\cos \theta}{\cos(\frac{\Delta u_{12}}{2})} \right) + \right. \\ & \left. + \arccos \frac{\cos \theta}{\cos(f - \frac{\Delta u_{12}}{2})} - 2 \arcsin(\sin(\frac{\Delta \Omega_{co}}{2}) \sin i) \right) \end{aligned} \quad (55)$$

- Для ретроградных плоскостей:

$$2\Delta D_{out} + D_{op} = D_{max} = 2\lambda_{street} \quad (56)$$

Критическое смещение перпендикулярно плоскости ΔD_{out} определяется как:

$$\Delta D_{out} = \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos(\frac{\Delta u_{12}}{2})}\right) - \arcsin(\sin(\frac{\Delta \Omega_{co}}{2} \cdot \sin i)) \quad (57)$$

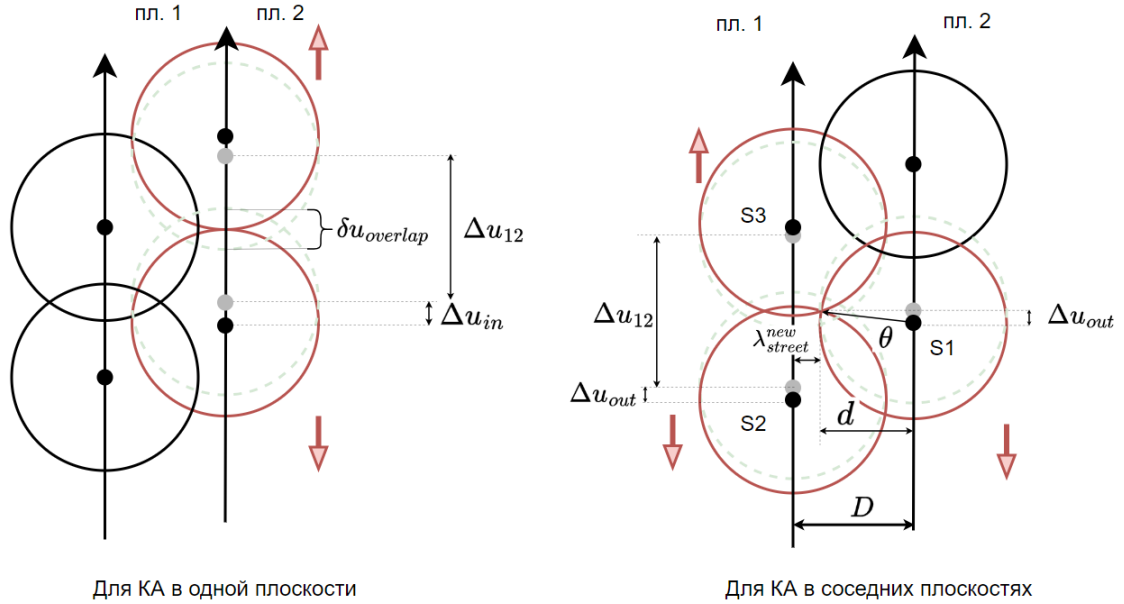


Рис. 21 – Схемы смещения зон радиовидимости при смещении перпендикулярно плоскости

Таким образом, максимально допустимое смещение перпендикулярно плоскости находится из минимального значения смещения для этих случаев - смещения внутри плоскости, смещения между плоскостями для ретроградных и коорбитальных плоскостей. При этом данное смещение накладывает некоторые ограничения на допустимый диапазон варьирования долготы восходящего узла, определяемые выражением:

$$\delta \Omega = 2 \arcsin\left(\frac{\sin \frac{D+\Delta D}{2}}{\sin i}\right) - \Delta \Omega \quad (58)$$

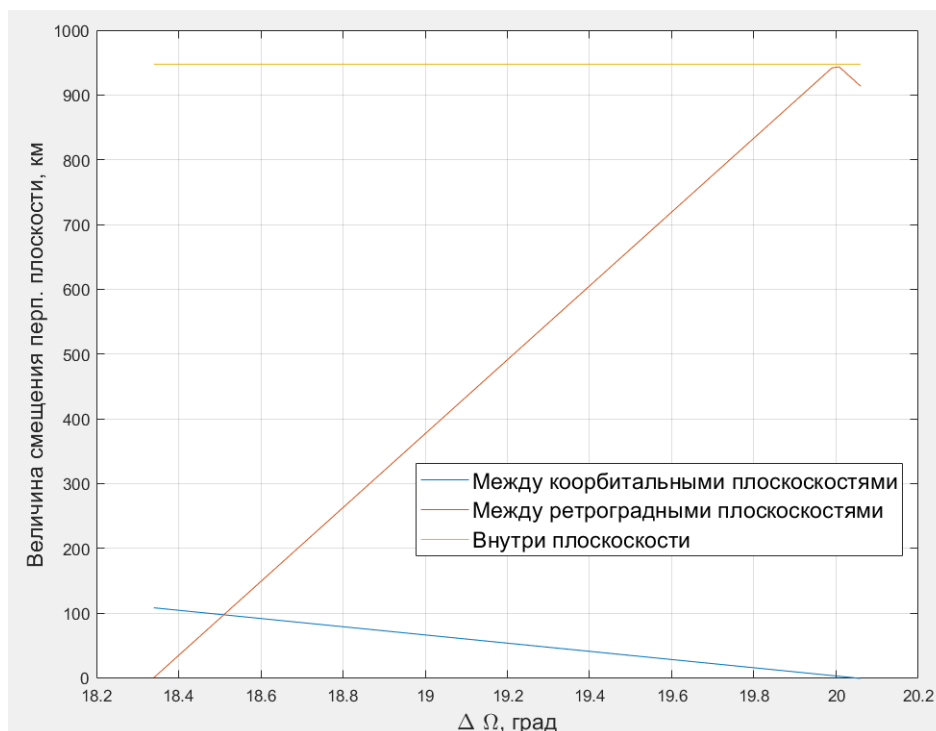


Рис. 22 – Зависимость допустимых смещений перпендикулярно плоскости для построения $h = 1000$ км., $i = 80$ град. от $\Delta\Omega$

На Рис. 22 представлена зависимость смещений перпендикулярно плоскости от $\Delta\Omega$ для построения на высоте 1000 км и наклонении 80 градусов. Минимальное смещение в данном случае соответствует синей линии на графике для большинства значений разницы по ДВУ. Это значит, что аналогично случаям для смещений по высоте и вдоль трека, ситуация отклонений КА в коорбитальных плоскостях определяет размер сервисного слота по направлению перпендикулярно плоскости.

Комбинация краткосрочных смещений

Для определения фактического размера слота необходимо определить комбинированное смещение - рассмотреть критический случай начала образования пропусков в покрытии при смещении КА по всем возможным направлениям. Определенные ранее формулы для смещений по одиночным компонентам определяют максимальные размеры слота. При этом смещения не являются независимыми по сути, т.к. , к примеру, при наличии смещения по треку, максимально допустимое смещение по высоте будет меньше того значения, которое было определено из допущения их независимости. Поэтому необходимо рассмотреть одновременные смещения по всем направлениям КСК.

Как видно из графиков для орбитального построения на высоте 1000 км и с наклонением 80 град. (Рис. 18, 20, 22), определяющим является смещение КА в случае рассмотрения ситуации между соседними коорбитальными плоскостями. Тогда критическое условие начала образования пропусков определяется условием,

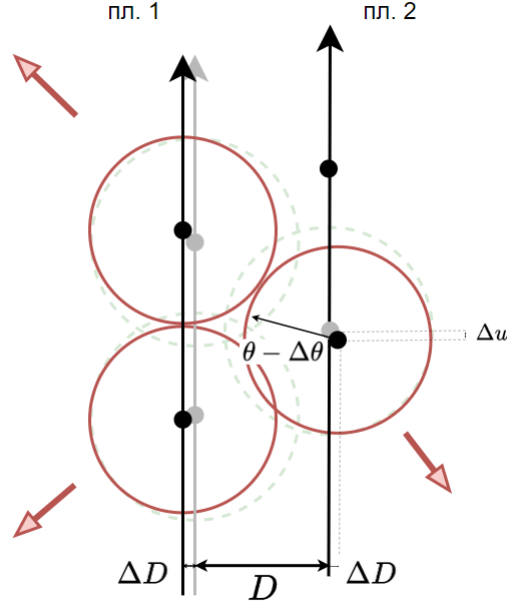


Рис. 23 – Схема смещения зон радиовидимости при комбинировании краткосрочных смещений

когда угловое расстояние между плоскостями D становится больше, чем максимальная ширина полосы, которая покрывается двумя плоскостями, D_{max} (Рис. 23). Тогда поверхность слота описывается равенством:

$$D_{max} = D_{co} + 2\Delta D_{out}, \quad (59)$$

где максимальная ширина полосы покрытия D_{max} :

$$D_{max} = \lambda_{street}^{new} + d = \arccos\left(\frac{\cos(\theta - \Delta\theta)}{\cos(\frac{\Delta u_{12}}{2} + \Delta u)}\right) + \arccos\left(\frac{\cos(\theta - \Delta\theta)}{\cos(|f - \frac{\Delta u_{12}}{2}| + \Delta u)}\right). \quad (60)$$

Здесь Δu обозначает суммарное смещение по аргументу широты, ΔD - суммарное смещение перпендикулярно плоскости.

Таким образом, с учетом только краткосрочных смещений допустимый слот будет представлять собой симметричный октаэдр (см. Рис. 24).

Б. Долгосрочные смещения

Рассмотрим смещения, которые происходят за конечное время (не мгновенно). В данном случае смещения перестают быть независимыми.

Смещение по высоте и изменение периода орбиты

Смещение по высоте приводит к изменению периода обращения КА. Тогда

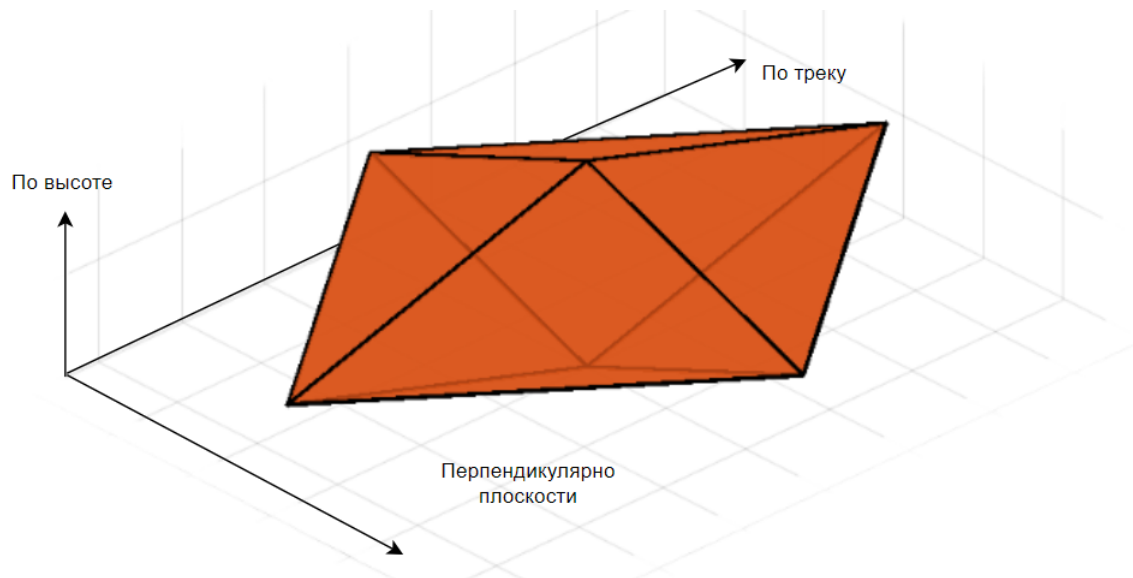


Рис. 24 – Иллюстрация сервисного слота с учетом только краткосрочных смещений

относительная скорость между КА, оставшимся на номинальной высоте, и КА, изменившим высоту орбиты, становится ненулевой. Это вызывает дополнительное смещение изменившего высоту КА по аргументу широты Δu_h относительно не сместившегося. Важно понимать, что этот процесс нестационарный, и при сохранении разницы по высоте орбиты между двумя КА смещение по аргументу широты будет увеличиваться со временем. Чтобы это фиксировать, предлагается ввести параметр - характерное время τ_{max} . Он определяет максимальное время, для которого фиксируется полученная разница Δu_h . В качестве опорного значения τ_{max} берется значение длительности 1 витка для круговой орбиты высотой a , где a - высота орбит в номинальной конфигурации. Как видно из результатов для краткосрочных смещений, при анализе допустимых смещений по высоте и аргументу широты определяющей является ситуация смещения между КА в соседних коорбитальных плоскостях, поэтому только она рассматривается для долгосрочного смещения.

Сначала рассмотрим смещение некоторого опорного КА по высоте на Δh . Пусть данный КА S_1 имеет разницу по аргументу широты Δu со следующим по порядку в данной плоскости КА. При этом на момент времени τ_{max} происходит смещение по аргументу широты относительно номинальной плоскости. На Рис. 25 показана общая схема такого смещения. Стрелки обозначают направления условного смещения КА, изменившего высоту, серыми точками - его промежуточные положения. Тогда относительная разница по аргументу широты между изменившим высоту S_1 и оставшимся на номинальной орбите S_2 изменится на Δu_h , которое определяется как:

$$\Delta u_h = (n_1 - n_2) \cdot \tau_{max} = \left(\sqrt{\frac{\mu}{(R_e + h)^3}} - \sqrt{\frac{\mu}{(R_e + h + \Delta h)^3}} \right) \cdot \tau_{max}, \quad (61)$$

где μ - гравитационный параметр Земли. При этом при исследовании критического (максимально допустимого) смещения опорного КА относительно соседней коорбитальной плоскости необходимо сначала определить критическую ситуацию, когда при минимальном относительном смещении аппаратов образуется пропуск в покрытии.

Допустимость смещения определяется из условия того, чтобы расстояние между коорбитальными плоскостями D_{co} не превышало максимальное расстояние D_{max} . При этом D_{max} определяется из полуширины полосы покрытия соседней к опорному КА плоскости λ_{street} и радиуса зоны радиовидимости опорного КА $\theta + \Delta\theta$, которая меняется из-за смещения опорного КА по высоте. Таким образом, минимальное смещение КА S_1 , при котором образуется пропуск в покрытии, соответствует достижению минимальной полуширины покрытия КА из соседней плоскости.

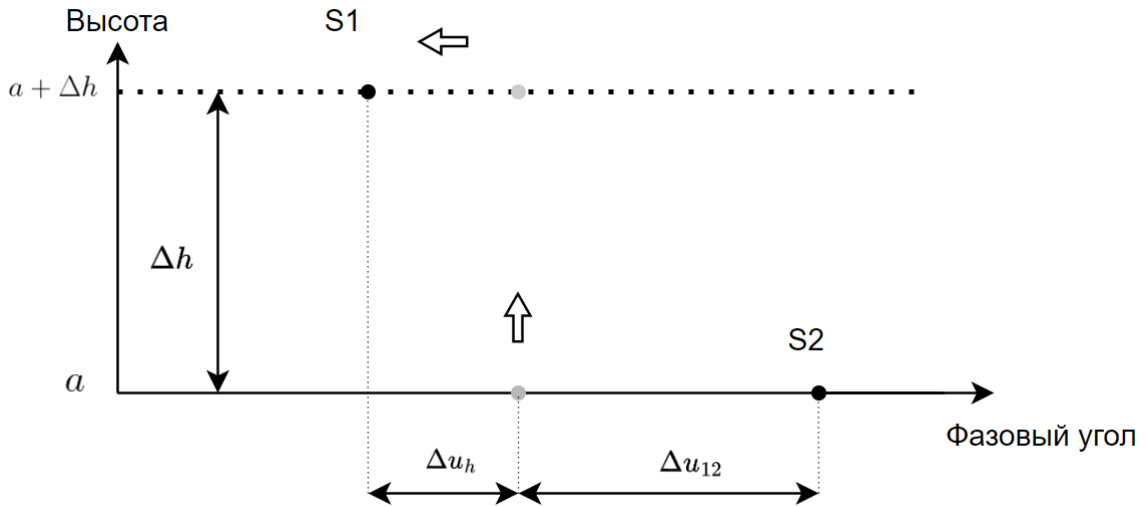


Рис. 25 – Общая схема изменения Δu при изменении относительной высоты

Критическая ситуация в соседней плоскости определяется максимальным уменьшением ширины полосы покрытия, которое может произойти при относительном смещении двух последовательно стоящих в одной плоскости КА по высоте. При этом происходит изменения размеров зон радиовидимости и относительное смещение по аргументу широты. Зоны радиовидимости уменьшаются сильнее всего в случае одновременного понижения высот двух КА, а расстояние по аргументу широты между двумя КА становится максимальным, когда КА летящий впереди понижает высоту, а КА, летящий позади - увеличивает. Таким образом, надо найти компромисс между этими смещениями, когда быстрее всего образуется пропуск в покрытии - определить зависимость критических смещений по высоте двух

последовательных КА Δh_+ (для КА спереди), Δh_- (для КА позади), при которых минимизируется полуширина полосы покрытия данной плоскости. Пусть для

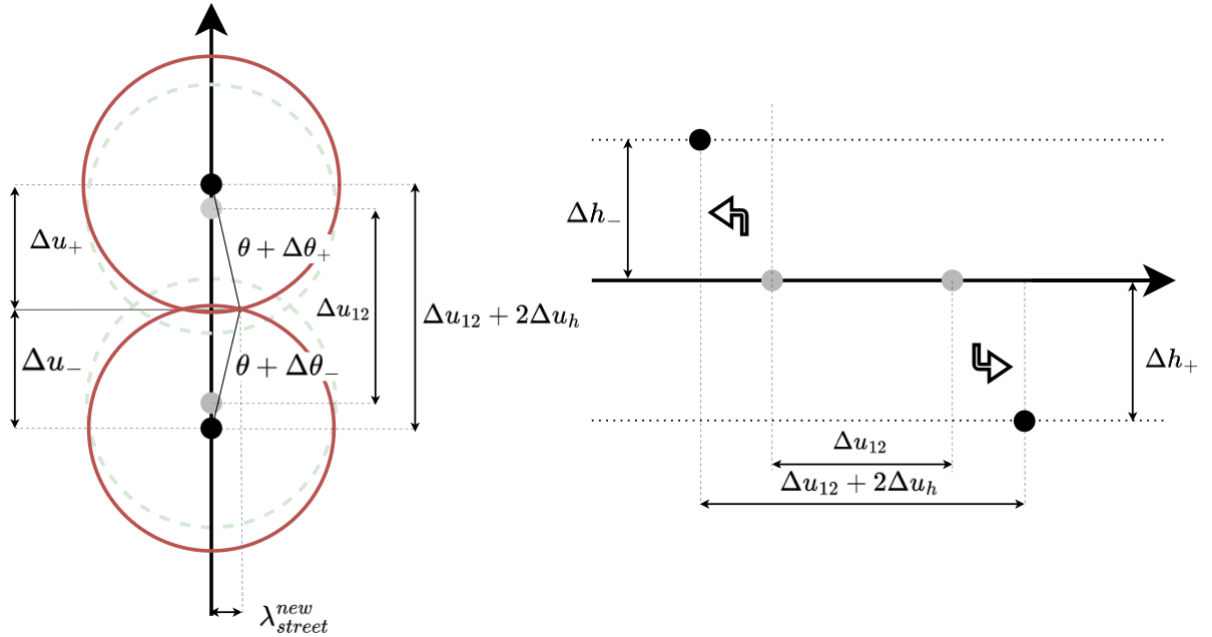


Рис. 26 – Схема изменения полуширины полосы покрытия λ_{street}^{new} между КА в одной плоскости при долгосрочном смещении по высоте

некоторой номинальной высоте орбиты определены относительные смещения по высоте двух последовательных КА Δh_+ (для КА спереди), Δh_- (для КА позади). Рассмотрим ситуацию, когда КА мгновенно сместились по высоте на заданные значения смещений (в нулевой момент времени между КА было расстояние по аргументу широты) (Рис. 26), тогда расстояние по аргументу широты через время τ_{max} между КА определяется как:

$$\Delta u_{\Sigma} = \Delta u_{12} + 2\Delta u_h. \quad (62)$$

Тогда полуширина полосы покрытия для данных КА λ_{street}^{new} определяется как:

$$\lambda_{street}^{new} = \arccos \left(\frac{\cos(\theta + \Delta\theta_+)}{\cos(u_+)} \right) = \arccos \left(\frac{\cos(\theta + \Delta\theta_-)}{\cos(u_-)} \right), \quad (63)$$

где изменение радиуса зоны радиовидимости КА $\Delta\theta$ определяется из заданного изменения высоты.

Численное моделирование для орбит на высоте 800 км показало, что наименьшая ширина покрытия достигается при смещении за виток на максимально возможное расстояние по высоте. Т.е. минимальная полуширина полосы покрытия достигается, когда передний КА уходит вниз на максимальное допустимое расстояние Δh , а следующий за ним КА поднимает высоту на максимальное допустимое

расстояние Δh (см. Рис. 27 - значение минимальной полуширины покрытия достигается в левом верхнем углу - КА изменяют высоту на максимальное возможное значение в противоположных направлениях). Именно наименьшая ширина покрытия определяет критический случай, при котором при меньших смещениях происходит образование пропусков между зонами радио радиовидимости. Тогда КА быстрее всего расходятся и полуширина покрытия уменьшается сильнее всего.

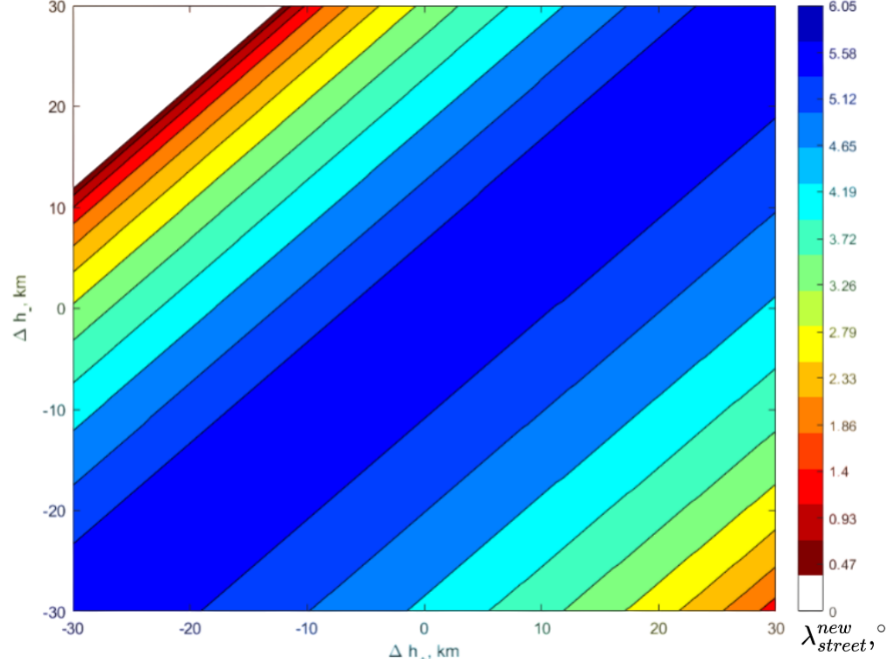


Рис. 27 – Зависимость относительного изменения высоты от полуширины полосы покрытия (цветовое разделение, определяющее λ_{street}^{new} в град.)

Таким образом, далее при рассмотрении смещения опорного КА S_1 по высоте на Δh считаем, что в соседней плоскости полуширина полосы покрытия рассчитывается из соображения, что передний (по направлению движения) КА понизил высоту на Δh , а идущий позади КА повысил высоту на Δh . Значение критического смещения по высоте опорного КА (на Рис. 28 опорный КА - единичный КА справа) находим из предположения, что максимальная ширина полосы покрытия сравнялась с угловым расстоянием между коорбитальными плоскостями. Это можно записать как:

$$D_{max} = D_{co}, \quad (64)$$

где максимальное угловое расстояние представимо в виде:

$$D_{max} = \lambda_{street}^{new} + d = \arccos \left(\frac{\cos(\theta - \Delta\theta)}{\cos(\Delta u_+)} \right) + \arccos \left(\frac{\cos(\theta + \Delta\theta)}{\cos(|f - \frac{\Delta u_{12}}{2}| + \Delta u_+)} \right), \quad (65)$$

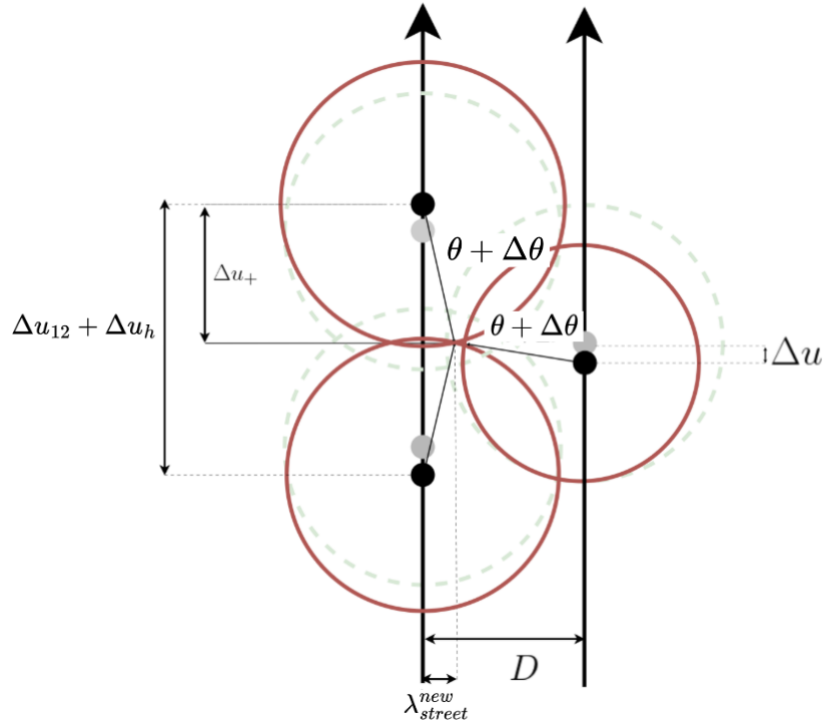


Рис. 28 – Схема критического смещения зон радиовидимости при долгосрочном смещении опорного КА по высоте

где Δu_+ определяется из условия:

$$\frac{\cos(\theta - \Delta\theta)}{\cos(\Delta u_+)} = \frac{\cos(\theta + \Delta\theta)}{\cos(\Delta u_\Sigma - \Delta u_+)}. \quad (66)$$

Комбинированное смещение

Рассмотрим, как в совокупности ограничения на долгосрочные и краткосрочные смещения влияют на размеры сервисного слота. Поверхность слота аналогично определяется условием равенства максимальной ширины полосы покрытия, которую могут обеспечить КА из соседних плоскостей D_{max} и углового расстояния между плоскостями D . При учете всех смещений определяющим является ситуация, когда идущий впереди КА из соседней плоскости понижает высоту орбиты, а КА позади - повышает (Рис. 29). Тогда к независимому смещению КА по аргументу широты Δu добавляется смещение из-за изменения высоты Δu_h . Таким образом, пропуск в покрытии образуется быстрее всего, если КА "расходятся" в противоположных направлениях, образуя пропуск в месте пробела между КА в соседней плоскости (на Рис. 29 КА из соседней плоскости - 2 КА слева).

При этом поверхность слота определяется следующим уравнением:

$$D = D_{max}, \quad (67)$$

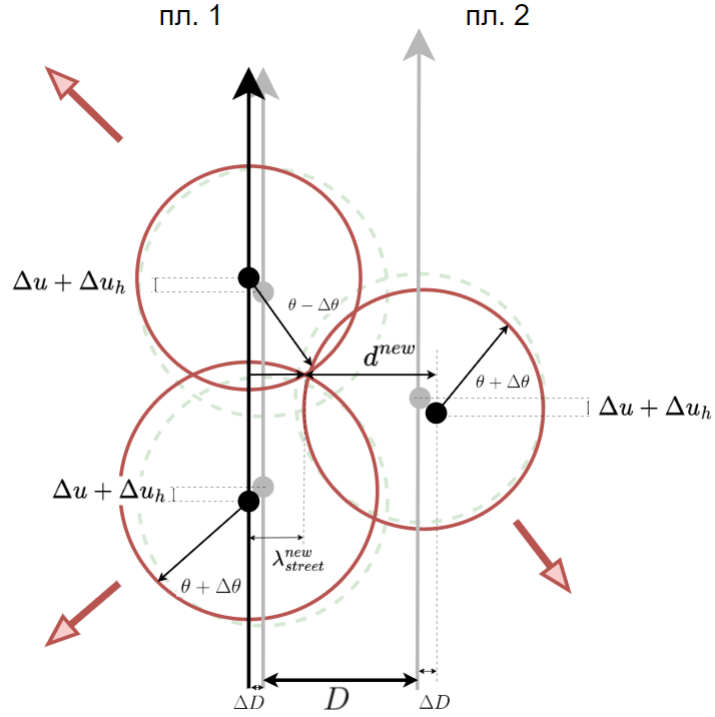


Рис. 29 – Схема смещения зон радиовидимости при комбинировании краткосрочных и долгосрочных смещений

где угловое расстояние между плоскостями с учетом смещения КА из соседних плоскостей имеет вид:

$$D = D_{co} + 2\Delta D, \quad (68)$$

а максимальная ширина полосы покрытия D_{max} определяется выражением:

$$D_{max} = \lambda_{street}^{new} + d^{new}. \quad (69)$$

Полуширина покрытия определяется как:

$$\lambda_{street}^{new} = \arccos \left(\frac{\cos(\theta - \Delta\theta)}{\cos(\Delta u_+)} \right), \quad (70)$$

где расстояние от пересечения зон радиовидимости до КА, идущего впереди, Δu_+ определяется из равенства:

$$\frac{\cos(\theta - \Delta\theta)}{\cos(\Delta u_+)} = \frac{\cos(\theta + \Delta\theta)}{\cos(\Delta u_{\Sigma} - \Delta u_+)}, \quad (71)$$

где суммарное расстояние по аргументу широты между КА в соседней плоскости:

$$\Delta u_{\Sigma} = \Delta u_{12} + 2\Delta u + 2\Delta u_h. \quad (72)$$

Расстояние, покрываемое опорным КА до полосы покрытия соседней плоскости d^{new} :

$$d^{new} = \arccos \left(\frac{\cos(\theta + \Delta\theta)}{\cos(|f - \frac{\Delta u_{12}}{2}| + \Delta u + \Delta u_h)} \right). \quad (73)$$

Аналитическое решение уравнения для точного определения поверхности, ограничивающей контролируемый объем сервисного слота, является сложным и не было найдено в рамках данной работы. Поэтому для вычисления точной границы применяется численное решение уравнения (67) для сетки точек в пространстве смещений.

Таким образом, были получены выражения, которые позволяют определить диапазоны смещений по базисным направлениям КСК: вдоль радиус-вектора, по треку и перпендикулярно плоскости. Причем при анализе учитывалось относительное движение КА из-за разности орбитальных периодов на разных высотах. Максимальные размеры сервисного слота определяются следующим образом в рамках фиксированной номинальной конфигурации: сначала для каждого из смещений по каждому направлению рассчитываются допустимые отклонения для разных случаев (в рамках одной плоскости, для коорбитальных и ретроградных плоскостей) и выбирается минимальное значение.

2.2.2 Слот МЛС

Слот МЛС - это область координатного пространства, при нахождении в котором КА, находящиеся в составе орбитального построения, не нарушают технические требования к непрерывному обеспечению связности по межспутниковой лазерной связи (меж- и внутриплоскостной). Основные требования к МЛС, налагающие ограничения на возможные положения аппаратов, заключаются в ограниченном диапазоне возможных расстояний между космическими аппаратами (d_{min}, d_{max}) и диапазоне возможных значений угла места поворота терминала лазерной связи (β_{min}, β_{max}). При этом будем считать, что диапазон возможных углов места терминалов МЛС симметричен, т.е. $\beta_{max} = -\beta_{min}$.

Рассматриваются аналогично сервисному слоту независимые смещения по базисным направлениям и слот на основе комбинированного смещения. При этом анализируются сразу долгосрочные смещения по высоте, т.к. такой вид смещения накладывает более строгие требования ввиду одновременного изменения высоты и аргумента широты. Для анализа рассматривается ситуация в коорбитальных плоскостях, для которых подразумевается непрерывная связность по МЛС. При проверке условий обеспечения связности анализируются пары КА и КА-корреспондент, где КА-корреспондент, которому адресуется сигнал, направляемый с помощью МЛС.

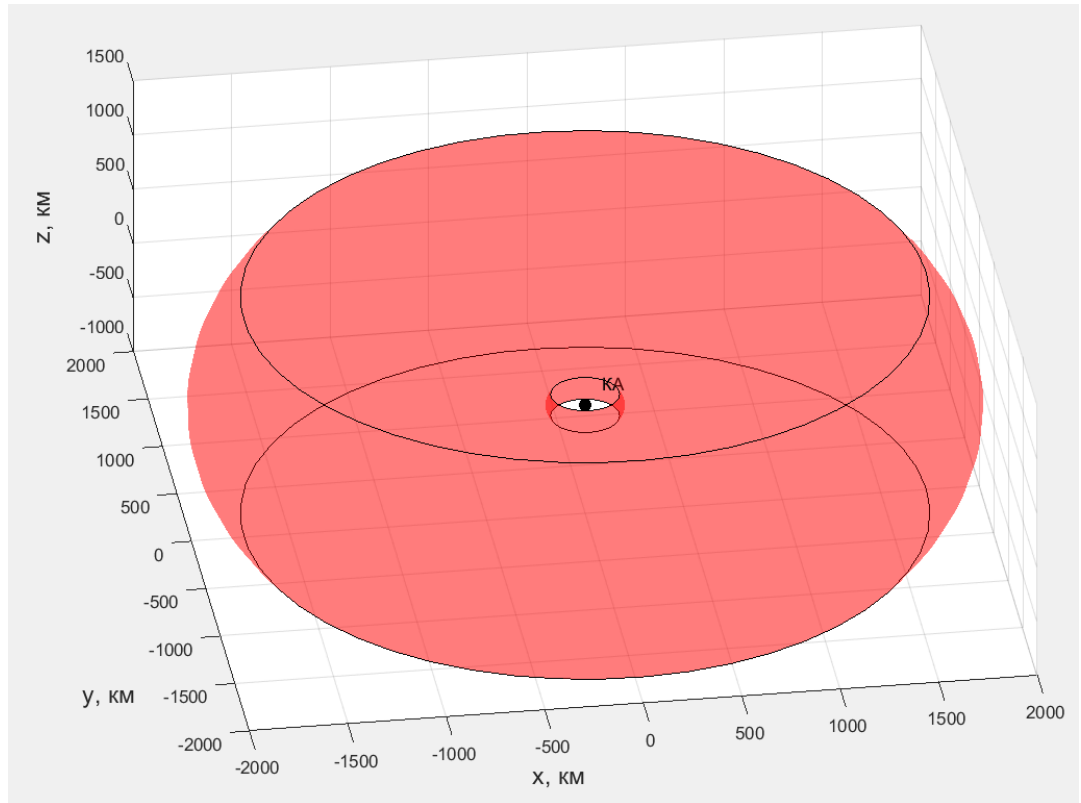


Рис. 30 – Область возможных положений КА-корреспондента по МЛС

Пример возможных положений КА-корреспондента показан на Рис. 30. На данной иллюстрации начало координат совпадает с положением некоторого КА, а закрашенная область обозначает возможные относительные положения корреспондента для диапазонов по углу места $\beta \in [-30, 30]^\circ$, по расстоянию $d \in [200, 2000]$ км.

Смещение по высоте

При смещении по высоте (долгосрочном) КА и корреспондент смещаются друг относительно друга не только вдоль радиус-векторов, но и по аргументу широты из-за изменения орбитальной скорости. При этом аналогично долгосрочному смещению по высоте для сервисного слота смещение по аргументу широты будет рассчитано для некоторого характерного времени τ_{max} . В зависимости от направления смещения (понижения или повышения высоты) аппараты могут либо удаляться, либо сближаться. Рассмотрим ситуации максимального удаления и сближения КА и его корреспондента при максимальном угле места β_{max} :

- *Случай максимального удаления.* Для максимального удаления рассматривается ситуация прохождения КА из соседних плоскостей на экваторе, т.к. в данном месте орбитальные плоскости наиболее удалены друг от друга (Рис. 31). Тогда угловое расстояние между плоскостями равняется D_{co} . При этом

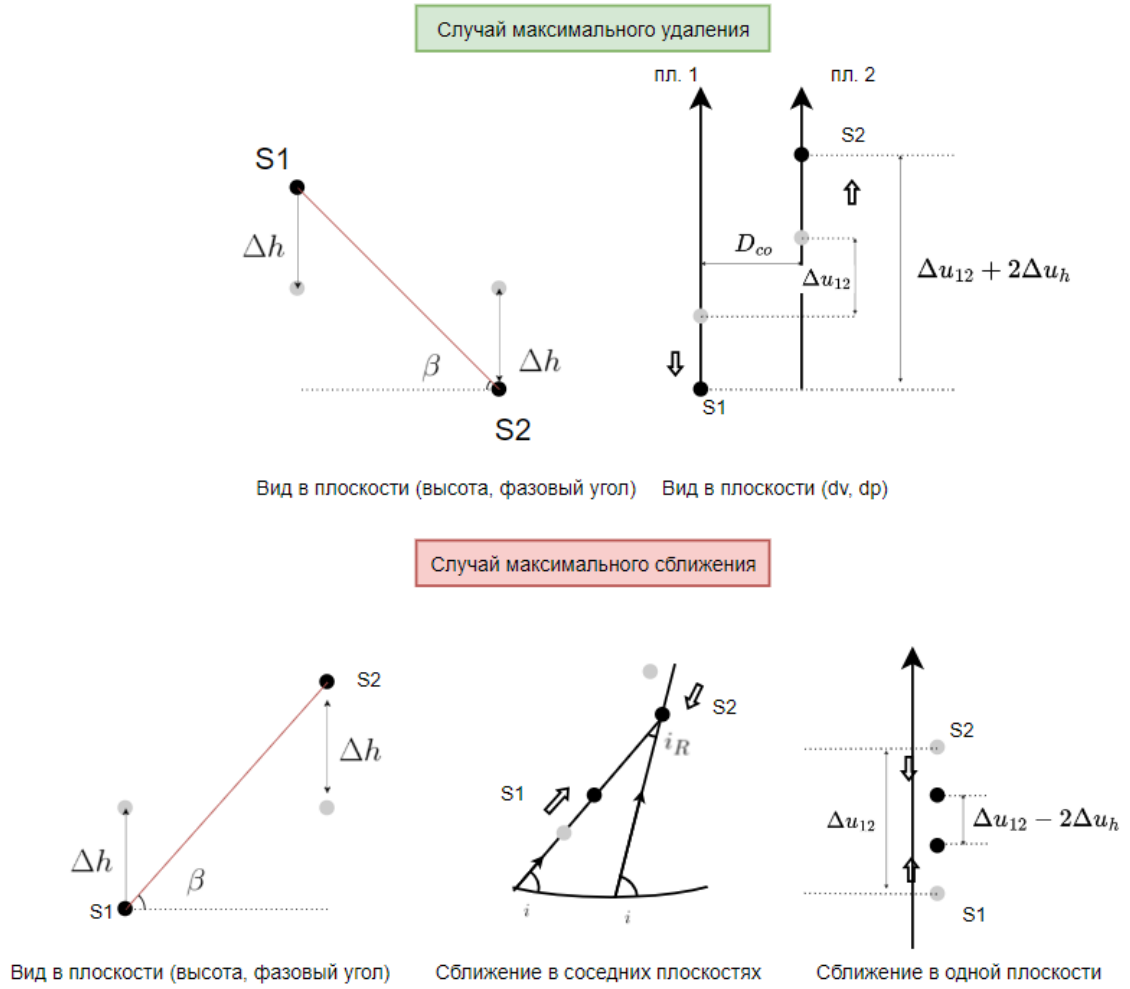


Рис. 31 – Схема расположения КА и корреспондента в критических случаях смещения по высоте

максимальное удаление достигается в том случае, если КА из плоскости 2 - корреспондент, который движется спереди из-за смещения по фазовому параметру и понижает свою высоту. В то же время КА из плоскости 1 повышает высоту орбиты. Тогда расстояние между двумя КА:

$$d = \sqrt{(\arccos(\cos D_{co} \cdot \cos(f + 2\Delta u_h)))^2 \cdot (R_e + h)^2 + 4\Delta h^2}, \quad (74)$$

а максимальное изменение высоты определяется из условия $d_{max} = d$.

При этом здесь не анализируется нарушение допустимого диапазона углов места, т.к. уход по аргументу широты за счет разницы орбитальных периодов компенсирует соответствующее изменение высоты и значение угла места β_{max} не достигает граничного (Рис. 32).

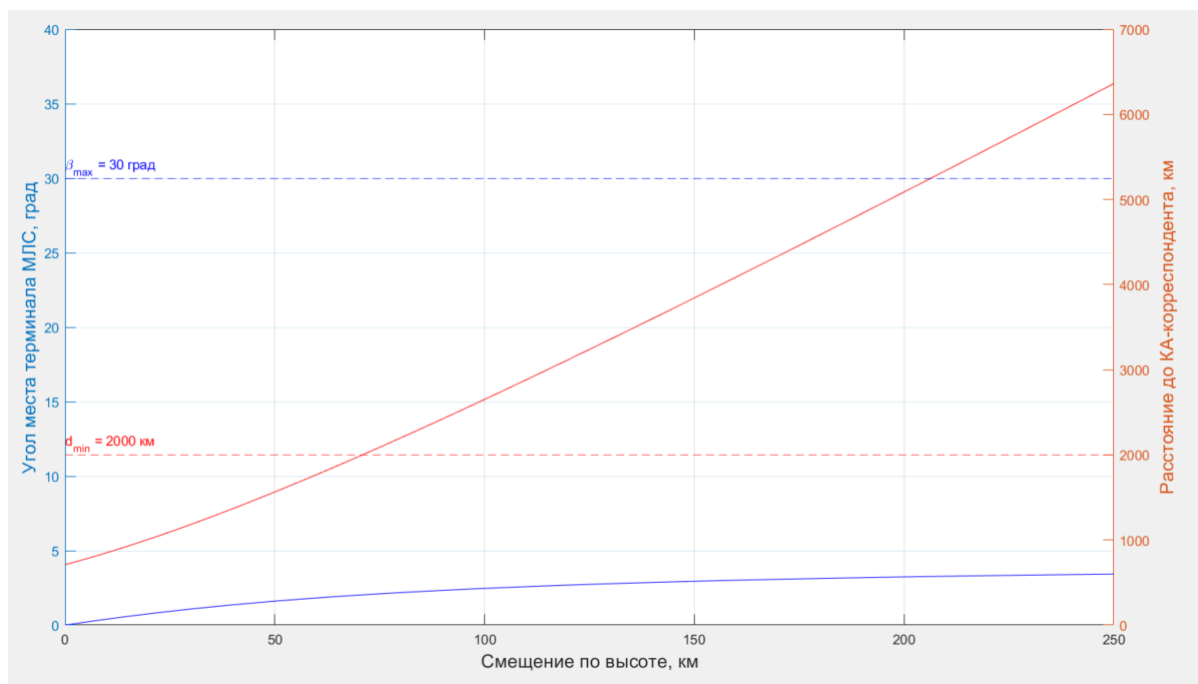


Рис. 32 – Зависимость угла места и расстояния между КА при анализе максимального удаления для КА в соседних плоскостях для орбит с $a = 1000$ км, $S = 18$ и минимально допустимом $\Delta\Omega = 18^\circ$

- *Случай максимального сближения..* При максимальном сближении целесообразно рассмотреть сближение для КА, находящихся в одной плоскости и в соседних плоскостях.

-**В одной плоскости** КА могут нарушать требование на минимальное расстояние при сближении за счет повышения высоты КА спереди S_2 (и понижения его орбитальной скорости) и понижения высоты КА позади S_2 (и повышения его орбитальной скорости). Тогда расхождение по фазе двух КА будет уменьшаться за счет разницы их орбитальных периодов. Несмотря на увеличение расхождения двух КА по высоте при этом уменьшение разницы аргументов широты за счет разницы орбитальных периодов, накопленная за τ_{max} , компенсирует это расхождение и приводит к уменьшению дистанции между КА и его корреспондентом по внутриплоскостной линии межспутниковой связи. Также в то же время при сближении КА и увеличении расхождения по высоте растет значение угла места терминала МЛС, как показано на Рис. 33.

Таким образом, при сближении необходимо рассматривать смещение по высоте до достижения минимально возможного расстояния и до достижения максимально возможного угла места терминала МЛС. Критическое смещение по высоте в таком случае - минимальное максимально допустимых смещений для этих двух ситуаций. Относительное фазовый сдвиг по аргумен-

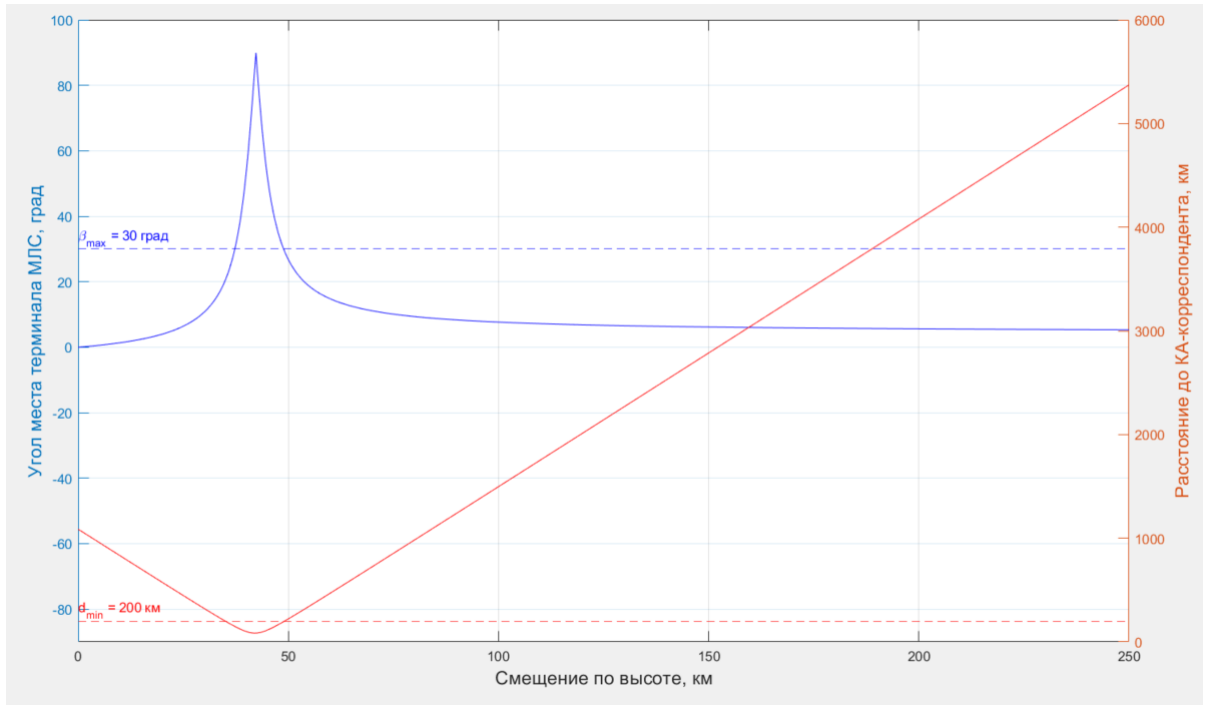


Рис. 33 – Зависимость угла места и расстояния между КА при анализе максимального сближения для КА в одной плоскости для орбит с $a = 1000$ км и минимально допустимом $S = 17$

ту широты через характерное время между аппаратами составляет $\Delta U = \Delta u_{12} - 2\Delta u_h$. Тогда расстояние между КА в ситуации сближения КА в одной плоскости определяется как:

$$d_{min} \leq d = \sqrt{(\Delta U)^2 \cdot (R_e + h)^2 + 4\Delta h^2}. \quad (75)$$

Угол места в ситуации сближения КА в одной плоскости:

$$\beta_{max} \geq \beta = \arctan \left(\frac{2\Delta h}{(\Delta U) \cdot (R_e + h)} \right). \quad (76)$$

Допустимое смещение в случае сближения КА в одной плоскости определяется минимальным значением из максимально возможных смещений по высоте до достижения минимального расстояния и до достижения максимального угла места терминала МЛС.

-Между КА из разных плоскостей В ситуации максимального сближения необходимо рассматривать ситуации, когда достигается минимальное расстояние и/или максимальный угол места. При этом фазовый сдвиг при сближении между КА из разных плоскостей определяется в точке пересече-

ния орбит следующим образом (на основе формулы (31)):

$$\Delta U = 2 \cdot \arcsin \left(\cos \left(\frac{\Delta u_{rel}}{2} - \arctan \left(\frac{1}{\tan(\Delta\Omega/2) \cdot \cos i} \right) \right) \cdot \sqrt{\frac{1 + \cos^2 i + \sin^2 i \cdot \cos \Delta\Omega}{2}} \right), \quad (77)$$

где сдвиг по аргументу широты между КА:

$$\Delta u_{rel} = f - 2\Delta u_h. \quad (78)$$

При этом формулы для расчета угла места терминала МЛС и расстояния между КА аналогичны случаю сближения КА в одной плоскости.

Смещение по треку

При смещении по треку изменяется относительная разность аргументов широты двух КА, что может привести к их сближению или удалению.

Случай максимального удаления. Для максимального удаления проводится анализ максимальных расстояний, возникающих для ситуации, когда корреспондент находится в одинаковой с базовым КА плоскости и в соседней. Тогда в зависимости от смещения вдоль трека Δu максимальные расстояния достигаются для при смещении аппаратов в разных направлениях. Тогда критические смещения определяются как:

-Для расхождения между КА в одной плоскости:

$$\Delta u = 0.5 \left(\frac{d_{max}}{R_e + h} - \Delta u_{12} \right). \quad (79)$$

-Для расхождения между КА в соседних плоскостях:

$$\Delta u = 0.5 \left(\arccos \left[\frac{\cos(\frac{d_{max}}{R_e + h})}{\cos D_{co}} \right] - f \right). \quad (80)$$

Случай максимального сближения. Здесь определяющим является условие сближения между КА в соседних областях в области пересечения их орбит. Критической является ситуация, когда относительная разность аргументов широты двух КА уменьшается. В таком случае используется условие на минимальное расстояние (31). Тогда максимальное допустимое смещение определяется как:

$$\Delta u = 0.5F - \left[\arctan \left(\frac{1}{\tan(\frac{\Delta\Omega}{2}) \cdot \cos(i)} \right) - \arccos \left(\frac{\sin(\frac{d_{min}}{2(R_e + h)})}{\cos(\frac{i_R}{2})} \right) \right]. \quad (81)$$

Таким образом, максимально допустимое смещение по треку определяется минимумом из описанных допустимых смещений.

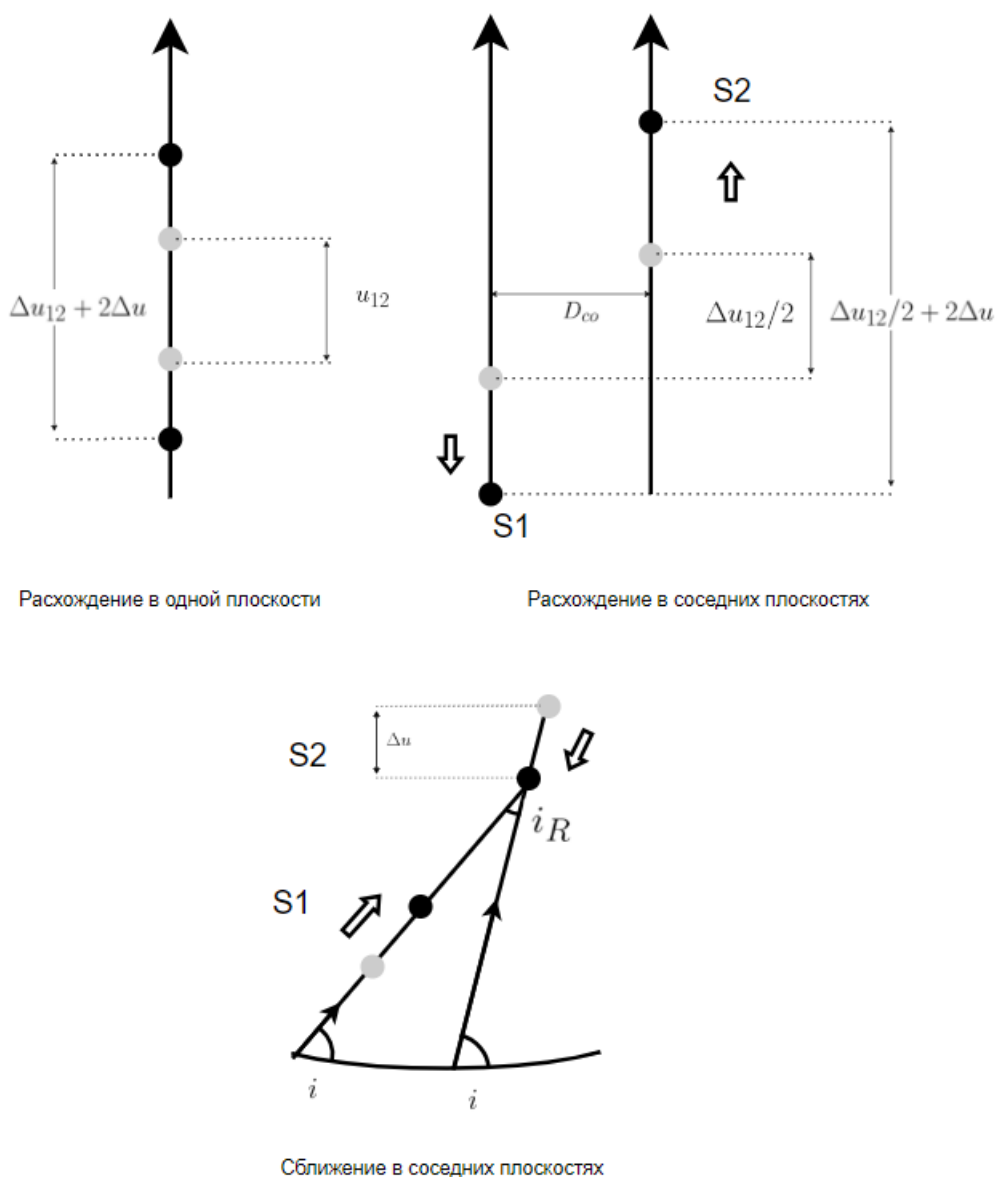


Рис. 34 – Схема смещения КА вдоль трека для критического диапазона расстояний

Смещение перпендикулярно плоскости

Смещение перпендикулярно плоскости орбиты способствует увеличению расстояния между двумя КА. Для определения критического смещения проанализированы две ситуации смещения перпендикулярно плоскости КА в одной и в соседних плоскостях. Здесь случай максимального сближения не рассматривается, т.к. при смещении перпендикулярно плоскости КА могут сблизиться в наихудшем случае на расстояние, определяемое номинальной расстановкой в одной

плоскости. При этом фазовый сдвиг между ними будет равен Δu_{12} , что значительно больше, чем предъявляемые ограничения на d_{min} , равные сотням километров. Таким образом, для определения критического смещения перпендикулярно плоскости рассмотрим возможные случаи нарушения максимального расстояния (Рис. 35).

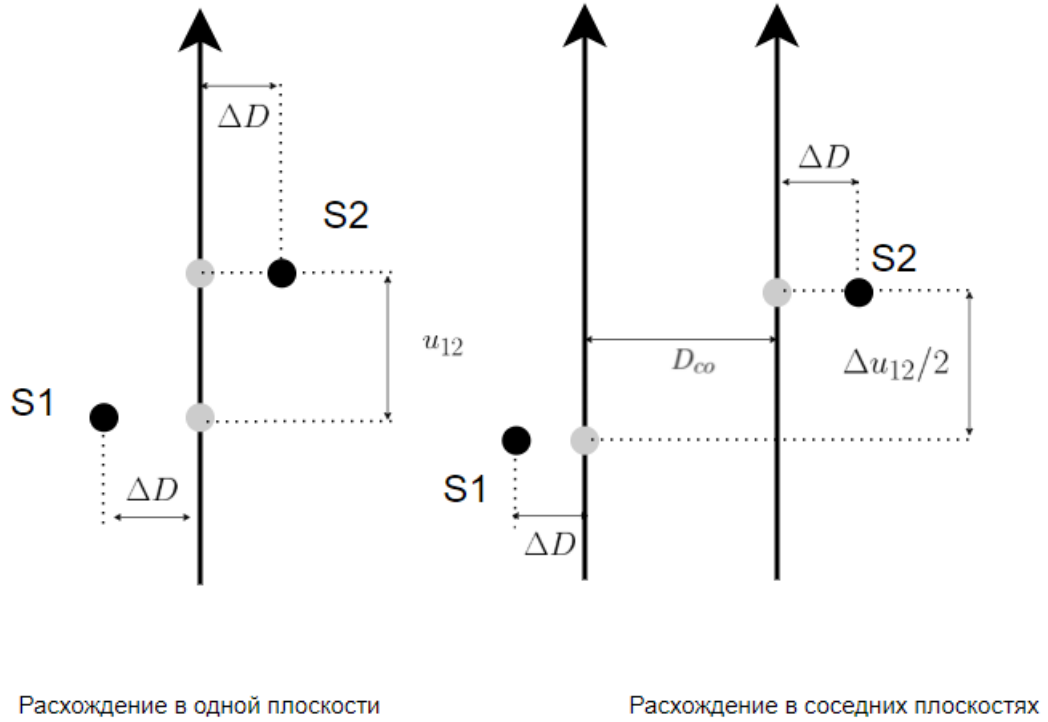


Рис. 35 – Схема смещения КА перпендикулярно плоскости

- Для КА в одной плоскости максимально допустимое угловое смещение:

$$\Delta D = 0.5 \arccos \left(\frac{\cos(d_{max})}{\cos(u_{12})} \right). \quad (82)$$

- Для КА в соседних плоскостях максимально допустимое угловое смещение:

$$\Delta D = 0.5 \arccos \left(\frac{\cos(d_{max})}{\cos(f)} \right) - \frac{D_{co}}{2}. \quad (83)$$

Таким образом, максимально допустимое смещение ΔD определяется минимумом из 2 рассматриваемых допустимых смещений.

Комбинированное смещение

Рассмотрим одновременное смещение КА и его корреспондента в 3 базисных направлениях ($\Delta h, \Delta u, \Delta D$) и определим размеры слота МЛС. Проводится анализ нарушения ограничений на минимальное/максимальное расстояние и максималь-

ный угол места. Схемы смещений показаны на Рис. 36.

В случае нарушения минимально допустимого расстояния определяющей является ситуация сближения КА из соседних плоскостей. Предположение о достижении минимального расстояния только в точках пересечения орбит не всегда верно для многоспутниковых группировок, но в рамках рассматриваемых построений на околополярных орбитах, где плоскости пересекаются в двух точках около полюсов, такое условие выполняется [40]. Тогда область пространства, принадлежащая слоту МЛС определяется условием $d \geq d_{min}$. При этом минимальное расстояние между КА d определяется следующим образом:

$$d = \sqrt{4\Delta h^2 + (R_e + h)^2 \cdot \Delta U^2}, \quad (84)$$

где угловое расстояние между КА ΔU (по геоцентрическому углу) определяется по формуле (77), а относительный сдвиг по аргументу широты:

$$\Delta u_{rel} = F - 2\Delta u_h - 2\Delta u, \quad (85)$$

где смещенное расстояние между соседними плоскостями по долготе восходящего узла:

$$\delta\Omega = 2 \arcsin\left(\sin \frac{D_{co} - 2\Delta D}{2} / \sin i\right). \quad (86)$$

В случае нарушения максимально допустимого расстояния определяющей является ситуация удаления КА из соседних плоскостей. Тогда область пространства, принадлежащая слоту МЛС определяется условием $d \leq d_{max}$. Тогда максимальное расстояние определяется аналогично по формуле (84), но угловое расстояние между КА ΔU определяется из условия максимального удаления между плоскостями:

$$\Delta U = \arccos(\cos(D_{co} + 2\Delta D) \cdot \cos(f + 2\Delta u_h + 2\Delta u)), \quad (87)$$

Для анализа ограничений на углы места необходимо учесть симметричность смещений по высоте между КА. Т.к. угол мест достигает границ диапазона лишь при сближении КА (см. Рис. 33, 32), то анализируется лишь ситуация максимального сближения. Тогда значение угла места β должно удовлетворять условию:

$$\beta_{max} \leq |\beta| = \left| \arcsin \left(\frac{2\Delta h}{d} \right) \right|, \quad (88)$$

Таким образом, были получены выражения, которые в рамках избранной орбитальной конфигурации позволяют определить допустимые смещения для любого КА. При нахождении внутри данных диапазонов КА не нарушают ограничений

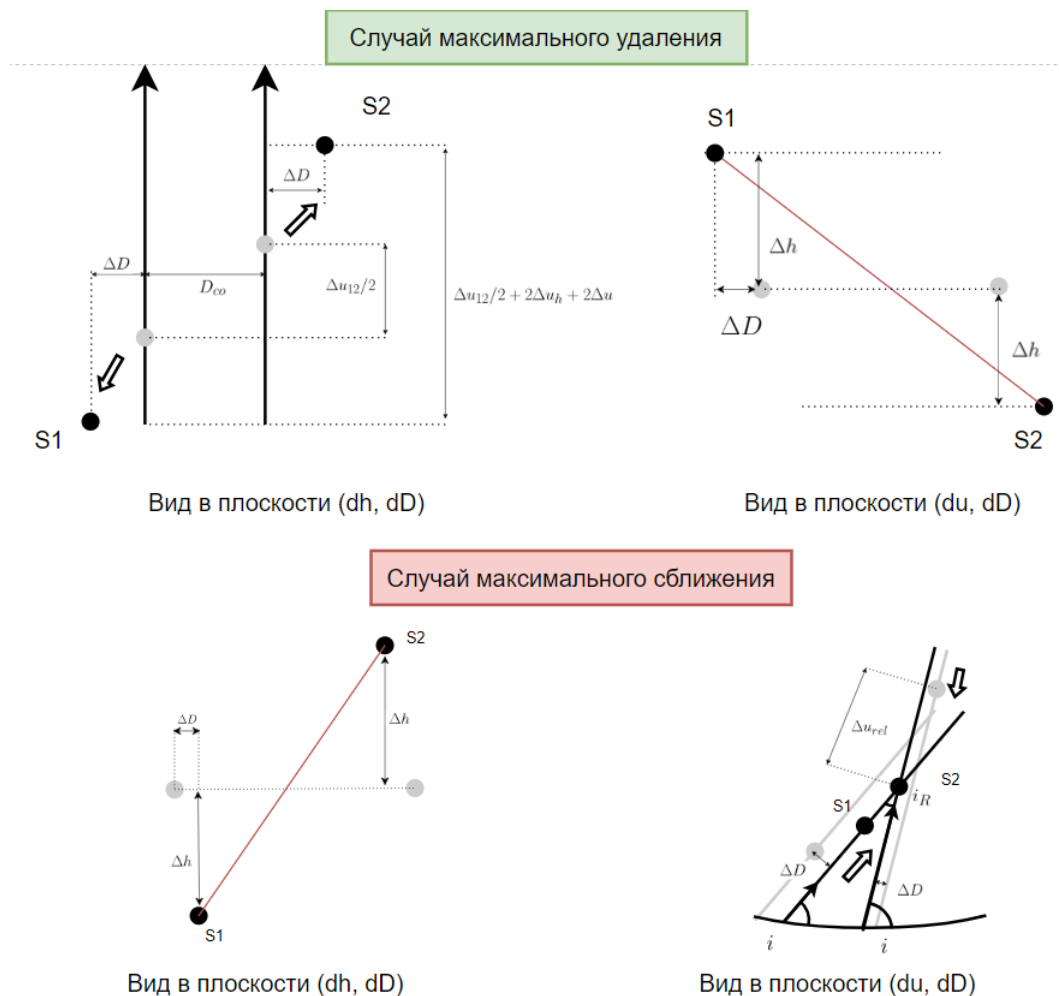


Рис. 36 – Схема комбинированного смещения КА и его корреспондента в случае нарушения диапазона расстояний для аппаратов из соседних плоскостей

на углы места и межспутниковое расстояние с другими спутниками из той же и соседней плоскостей.

2.2.3 Безопасный слот

Слот с учетом требований к безопасности сближений - это область пространства, находясь в которой соответствующий ей КА не приближается к любому другому КА из группировки на расстояние менее ρ_{min} . При учете требований к безопасности сближений между всеми КА размеры слота необходимо выбирать на основе анализа минимального расстояния между любой парой КА. При этом определяющей ситуацией, где это расстояние может быть достигнуто, является прохождение КА из разных плоскостей точки пересечения траекторий КА (аналогично ситуации максимального сближения для слота МЛС на Рис. 37). При этом необходимо рассматривать КА из всех пар плоскостей (не только соседних).

Для этого по формуле (31) рассчитывается минимальное расстояние, возника-

ющее в данной орбитальной конфигурации - d_{min} . Для минимального сближения в исследуемом орбитальном построении, когда достигается расстояние d_{min} , определяется разница по аргументу широты u_{coll} между сближающимися КА (Рис. 37).

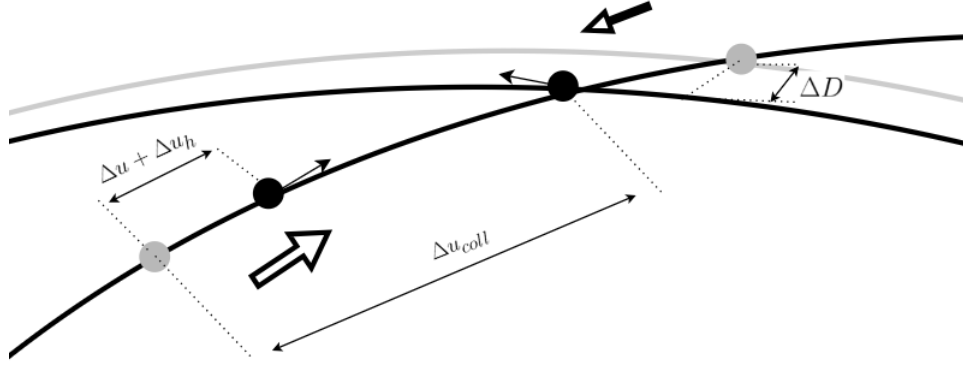


Рис. 37 – Схема сближения

Тогда доступное расстояние для сближения определяется из равенства:

$$d_{access} = d_{min} - \rho_{min}, \quad (89)$$

где максимально допустимый сдвиг к месту пересечения орбит в момент сближения d_{access} описывается выражением:

$$d_{access} = \sqrt{\Delta h^2 + (R_e + h)^2 \cdot (\Delta u + \Delta u_h)^2 + (R_e + h)^2 \cdot (\Delta D)^2}. \quad (90)$$

Таким образом, безопасный слот определяет доступное для смещения относительно номинальной орбиты расстояние, при котором не будут возникать ситуации опасного сближения на критическое расстояние в рамках группировки.

В результате, после определения размеров всех видов слотов вычисляется комбинированный слот - это область пространства, которая удовлетворяет всем требованиям одновременно. Его границы вычисляются как минимум размеров среди всех слотов по каждому направлению отдельно.

2.3 Анализ колебаний оскулирующих элементов

При анализе возможных смещений КА относительно своего номинального положения важно учитывать их естественные колебания, вызванные тремя типами изменений возмущающих факторов: вековыми, короткопериодическими и длиннопериодическими. Рис. 38 иллюстрирует различия между тремя типами колебаний.

Вековые изменения приводят к монотонно увеличивающимся или уменьшающимся изменениям орбитальных элементов, в то время как короткопериодические изменения — это высокочастотные колебания с меньшей амплитудой относительно номинальной орбиты.

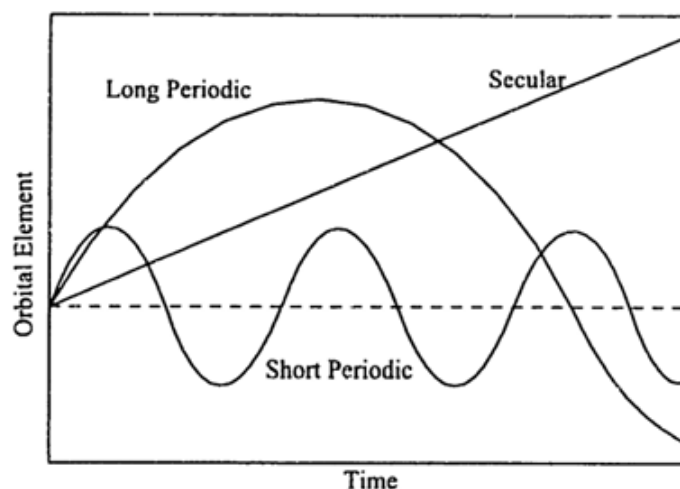


Рис. 38 – Вековые, короткопериодические и длиннопериодические изменения орбитальных элементов (из [46])

На низких околоземных орбитах наиболее значительным влиянием обладают 4 фактора - возмущения от гравитационного поля Земли, сила сопротивления атмосферы, влияние солнечной радиации и возмущения от прочих небесных тел. Из представленных аспектов возмущения от притяжения Земли и прочих небесных тел являются консервативными силами, не изменяющими энергию орбиты. В то время как солнечное давление и сопротивление атмосферы, напротив, и меняют энергию орбиты. В данной работе будут учитываться короткопериодические колебания орбитальных элементов, период которых не превышает нескольких витков, т.к. данные изменения не могут своевременно корректироваться из-за большой частоты. При этом будут анализироваться только возмущения от гравитационного поля Земли ввиду их наибольшего вклада на НОО (Таблица 1). Таким образом, амплитуды данных колебаний будут служить дополнительным ограничением для некоторого "баллистического слота", который описывает область пространства, где КА может находиться в рамках своего естественного движения по орбите.

Таблица 1 – Возмущающие ускорения на разных высотах (из [47])

м/с ²	Высота 150 км	Высота 750 км	Высота 1500 км	ГЕО
Центральное поле	9.35	7.85	6.42	0.22
Гармоники геопотенциала:				
<u>Зональные</u>				
J_2	$30 \cdot 10^{-3}$	$20 \cdot 10^{-3}$	$14 \cdot 10^{-3}$	$16 \cdot 10^{-3}$
J_3	$0.09 \cdot 10^{-3}$	$0.06 \cdot 10^{-3}$	$0.04 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-9}$
J_4	$0.07 \cdot 10^{-3}$	$0.04 \cdot 10^{-3}$	$0.02 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-9}$
<u>Тессеральные</u>				
$J_{2,2}$	$0.09 \cdot 10^{-3}$	$0.07 \cdot 10^{-3}$	$0.04 \cdot 10^{-3}$	$0.05 \cdot 10^{-6}$
Сопротивление атмосферы	$3 \cdot 10^{-3}$	$0.1 \cdot 10^{-6}$	незначительно	незначительно
Притяжение Солнца/Луны	$1 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-6}$
Солнечное давление	$0.1 \cdot 10^{-6}$	$0.1 \cdot 10^{-6}$	$0.1 \cdot 10^{-6}$	$0.1 \cdot 10^{-6}$

Для определения опорного решения, относительно которого будут вычисляться амплитуды колебаний орбитальных элементов, используются усредненные элементы орбиты. Метод аналитического расчета такого набора элементов представлен в работе [48]. Для этого используется разложение в степенной ряд по компонентам вектора состояния и регуляризация времени по аргументу широты:

$$\begin{aligned}
 A &= A_o + A_1 J_2 + A_2 J_2^2 \\
 e_x &= e_{x_o} + e_{x_1} J_2 + e_{x_2} J_2^2 \\
 e_y &= e_{y_o} + e_{y_1} J_2 + e_{y_2} J_2^2 \\
 i &= i_o + i_1 J_2 + i_2 J_2^2 \\
 \Omega &= \Omega_o + \Omega_1 J_2 + \Omega_2 J_2^2,
 \end{aligned} \tag{91}$$

где $A = \frac{R)^2}{a^2(1-e^2)^2}$, $e_x = e \cos \omega$, $e_y = e \sin \omega$.

Таким образом, при расчете параметров слотов для выбранного орбитального построения предварительно проводится расчет амплитуды короткопериодических колебаний на некотором контрольном интервале. В случае, если минимальный размер слота по базисным направлениям оказывается меньше амплитуды таких колебаний, то данная слотовая структура считается недостижимой, т.к. ввиду естественного движения КА будет постоянно выходить за диапазоны допустимых смещений. Слот, размеры которого определяются амплитудами короткопериодических колебаний, далее будем называть баллистическим слотом. Он ограничивает снизу возможные диапазоны допустимых смещений.

Глава 3. Численное исследование

В данной главе будут представлены результаты выбора орбитального построения для избранных начальных условий и ограничений. Будет рассмотрен процесс выбора орбитального построения и верификация алгоритмов с помощью моделирования покрытия и расчета минимальных расстояний.

3.1 Начальные условия

Под задачей выбора построения подразумевается поиск параметризации орбит для всех КА в составе группировки, при которых соблюдаются требования на покрытие, обеспечение межспутниковой связности и отсутствие эндогенных сближений. В качестве выбранной параметризации рассматривается модифицированная SoC-группировка, описание которой было представлено в предыдущей главе. Данное орбитальное построение описывается следующим набором параметров: $(h, i, S, P, \Delta\Omega, f)$. Выбранная параметризация позволяет вычислить орбитальные элементы каждого КА следующим образом:

$$\begin{aligned}a_{i,j} &= R_e + h, \\i_{i,j} &= i, \\e_{i,j} &= 0, \\\omega_{i,j} &= 0, \\\Omega_{i,j} &= \Omega_0 + \Delta\Omega \cdot (j - 1), \\u &= u_0 + \frac{2\pi}{S} \cdot (i - 1) + f(j - 1).\end{aligned}\tag{92}$$

В данной параметризации (a - большая полуось орбиты, i - наклонение, e - эксцентриситет, ω - аргумент перицентра, Ω - ДВУ, u - аргумент широты) рассматривается набор кеплеровых элементов орбиты, которые описывают состояние спутника с индексом i, j , где первый индекс $i \in [1, S]$ - это индекс аппарата в плоскости, второй индекс $j \in [1, P]$ - индекс плоскости. Причем начальное положение группировки в данном случае определяет начальными параметрами орбиты условного первого опорного аппарата - Ω_0, u_0 . При поиске параметров рассматриваются ограниченные диапазоны для высот орбиты группировки h и наклонений i . Введение ограничений на h связано с рассмотрением области низких орбит и соображениями безопасности развертывания многоспутниковых группировок. Нижнее значение высоты орбиты обусловлено рекомендациями к расположению рабочих орбит выше орбиты Международной космической станции высотой порядка 415

км [49] на расстояние не менее 25 км, а верхняя граница диапазона высот, равная 1000 км, выбрана с целью предотвратить возможные опасные сближения с крупногабаритными объектами [50] на орбите. В то же время допустимые значения наклонения обусловлены рассмотрением полярных группировок для решения задачи обеспечения непрерывного покрытия в рамках данной работы. Помимо варьируемых параметров, ключевой характеристикой спутника, влияющей на способность обеспечения сервиса и покрытия нужной области земной поверхности, является угол раствора антенн КА α . В данной работе для анализа он выбран равным 50 градусам, что соответствует оценочным характеристикам КА Starlink [1]. Аналогичным образом были выбраны ограничения на диапазоны возможных углов места β и расстояний между терминалами МЛС d . Минимально допустимое расстояние между КА в группировке ρ_{min} принималось как удвоенное значение принятого для обеспечения предотвращения опасных сближений порога для уклонения в 10 км. Все описанные условия приведены в Таблице 2.

Таблица 2 – Параметры рассматриваемых группировок

Угол раствора антенны КА	$\alpha = 50$ град.
Диапазон допустимых высот	$h \in [450, 1000]$ км
Диапазон допустимых наклонений	$i \in [80, 90]$ град
Диапазон углов места терминала МЛС	$\beta \in [-30, 30]$ град
Диапазон расстояний между КА для МЛС	$d \in [200, 2000]$ км
Минимальное расстояние между КА	$\rho_{min} = 20$ км

3.2 Выбор параметров орбитального построения

С учетом начальных условий выбранная параметризация предполагает выбор вектора параметров, описывающего орбитальное построение и состоящего из 6 компонентов. Важно учитывать, что не все значения S позволяют обеспечить образование непрерывной полосы покрытия, поэтому для уменьшения затрат на проверку непрерывности данный параметр заменяется на коэффициент заполнения k . Коэффициент заполнения определяет степень пересечения зон радиовидимости КА из одной плоскости и представим в виде:

$$k = \frac{S \cdot \theta}{\pi}. \quad (93)$$

При значении $k = 1$ зоны радиовидимости в одной плоскости касаются друг друга (при этом ширина полосы покрытия равняется 0), а при $k > 1$ - пересекаются.

Таким образом, набор подбираемых параметров построения имеет вид:

$$\mathbf{x} = (h, i, k, P, \Delta\Omega, f). \quad (94)$$

Постановка задачи поиска параметров орбитального построения имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in X} \{f(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}))\}, \\ \text{где } f(\mathbf{x}) : X \rightarrow R^2, \\ f_1(\mathbf{x}) = N, \\ f_2(\mathbf{x}) = -\min(\Delta R_{cov}, \Delta R_{isl}, \Delta R_{cas}) \end{aligned} \quad (95)$$

при ограничениях: $h \in [450, 1000]$ км
 $i \in [80, 90]$ град
 $k > 1$
 $P \in Z_+$,

где $N = S \cdot P$ = общее количество КА в группировке, $\Delta R_{cov}, \Delta R_{isl}, \Delta R_{cas}$ - минимальные из размеров по всем компонентам сервисного, МЛС и безопасного слотов соответственно. При этом тут важно подчеркнуть, что для выбора построения общее количество КА (т.е. функционал f_1) имеет больший приоритет, чем размер слотовой структуры. Таким образом, в рамках данного исследования сначала будут рассчитываться комбинации с меньшим числом КА, потом кандидаты с наименьшим числом КА будут анализироваться с точки зрения поиска максимального размера слота. Стоит отдельно подчеркнуть, что для нахождения глобального оптимума такой задачи необходимо перебрать большое число комбинаций, что ведет к большим вычислительным затратам. Поэтому целесообразно дополнительно проанализировать факторы, влияющие на выполнение поставленных требований. Ввиду того, что на количество КА влияют лишь первые 4 параметра из общего набора (94) характеристик орбитального построения (h, i, k, P) , то общий процесс выбора орбитального построения можно разделить на 2 этапа: выбор комбинаций h, i, k, P с наименьшим числом КА, далее в рамках данного набора фиксированных параметров дополнительно проварьировать $\Delta\Omega, f$ с целью получения максимального размера слота.

Выбор построений с наименьшим числом КА

Первый этап заключается в выборе таких комбинаций параметров (h, i, k, P) , у которых достигается минимальное число КА в составе группировки и выполняются требования к покрытию: наличие диапазона допустимых отступов по ДВУ (19),

замыкание полосы покрытия(10). Так как таких комбинаций возможно большое количество в рамках непрерывных диапазонов варьирования h, i , то для отбора кандидатов вводится дополнительный параметр $f_3 = -|\Delta\Omega_{max} - \Delta\Omega_{min}|$. Таким образом, на данном этапе решается следующая задача многокритериальной оптимизации:

$$\begin{aligned}
& \min_{\mathbf{y} \in Y} \{f(\mathbf{y}) = (f_1(\mathbf{y}), f_3(\mathbf{y}))\}, \\
& \text{где } f(\mathbf{y}) : X \rightarrow R^2, \\
& \mathbf{y} = (h, i, k, P), \\
& f_1(\mathbf{x}) = N, \\
& f_3(\mathbf{x}) = -|\Delta\Omega_{max} - \Delta\Omega_{min}| \tag{96} \\
& \text{при ограничениях: } h \in [450, 1000] \text{ км} \\
& i \in [80, 90] \text{ град} \\
& k > 1 \\
& P \in Z_+.
\end{aligned}$$

Такой параметр позволяет отобрать группировки, которые обладают самыми широкими диапазонами для варьирования расстановки плоскостей. Данные диапазоны определяют условия, при которых может сохраняться непрерывное покрытие, а, значит, и может происходить смещение КА, что ведет к увеличению размеров возможных слотов. При этом как показано на Рис. 39, группировки с наибольшим числом КА выгоднее располагать на высотах на правом конце диапазона высот, т.к. размер зоны радиовидимости увеличивается с ростом высоты орбиты. Для отбора кандидатов применяется решение задачи многокритериальной оптимизации с помощью ПО Matlab. Парето-фронт представлен на Рис. 40. На данной иллюстрации отображены различные решения с минимальным числом КА, при котором становится максимальной ширина интервала доступных $\Delta\Omega$. Данный график подтверждает суждение о том, что наименьшим числом КА обладают группировки на верхней границе интервала, причем наибольшая ширина интервала достигается при меньших наклонениях. Такой выбор наклонений обусловлен обратной зависимостью от $\sin i$ (19) выражений для границ диапазона доступных $\Delta\Omega$. Красным цветом на этом графике отображены комбинации параметров, которые будут рассматриваться далее для анализа размеров слотов. Такой выбор обусловлен наименьшим количеством КА, которым характеризуются данные решения.

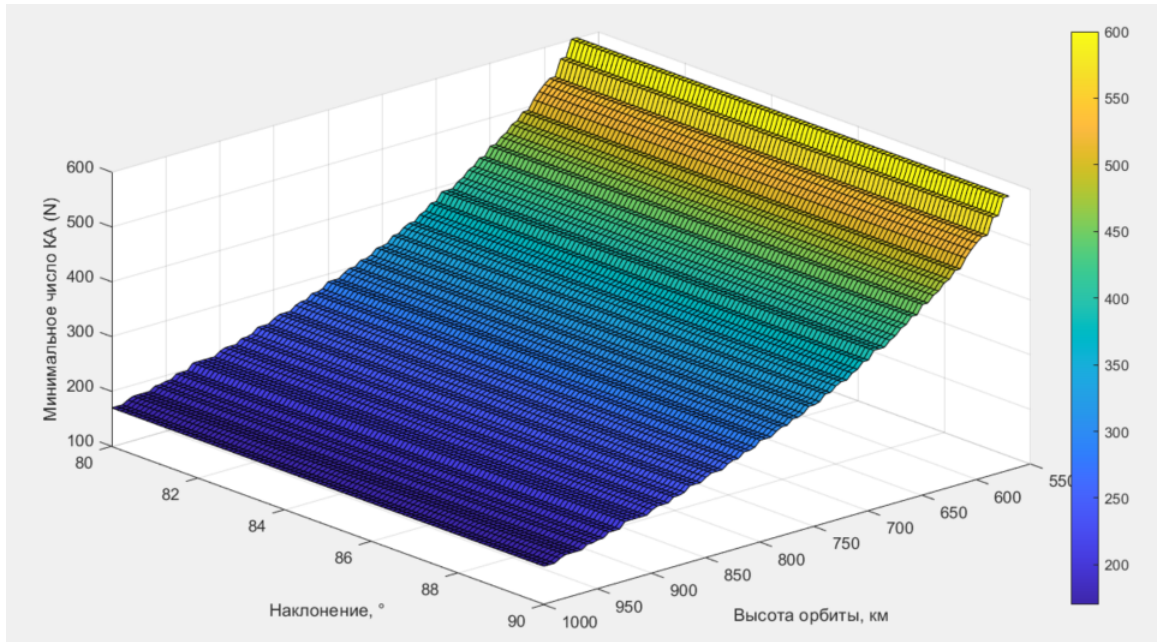


Рис. 39 – Зависимость общего числа аппаратов в пространстве (a, i)

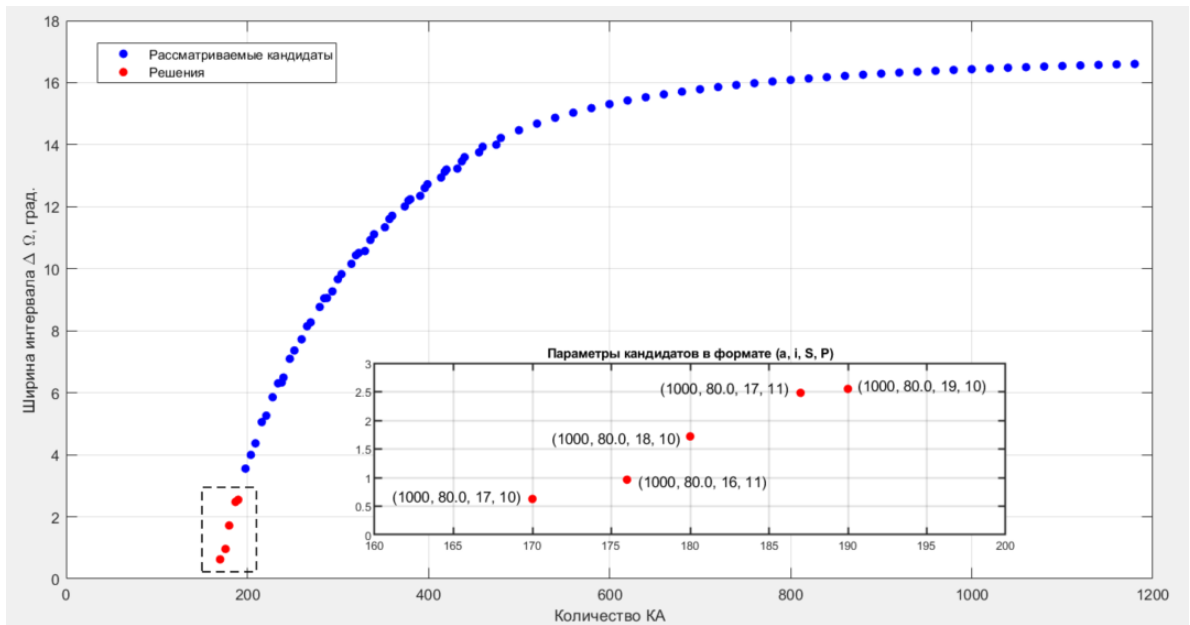


Рис. 40 – Парето-фронт для разных вариантов группировок

Таким образом, на данном этапе были выбраны 5 комбинаций (h, i, k, P) , которые характеризуются наименьшим числом КА при наибольшей ширине диапазона $\Delta\Omega$ с обеспечением непрерывного покрытия. Данные комбинации фиксируют первые 4 характеристики орбитального построения из набора $(h, i, S, P, \Delta\Omega, f)$.

Выбор построений с наибольшим размером слота

При фиксированных параметрах (h, i, k, P) основной задачей, решаемой на данном этапе, является определение разницы ДВУ между соседними плоскостями $\Delta\Omega$ и фазового сдвига между КА в соседних плоскостях f . Критерием качества того или иного решения на данном этапе является наибольший размер контролируемого объема, где слот определяется наименьшим из размеров сервисного, МЛС и безопасного слотов. При этом важно учесть, что в данном случае выбираются такие параметры построения, при которых естественные колебания орбитальных элементов не вызывают выхода КА за диапазоны допустимых смещений по всем направлениям КСК. Для иллюстрации работы алгоритма отбора $\Delta\Omega, f$ в данном разделе будут детально показаны этапы поиска оптимальных параметров для конкретной комбинации, выбранной при выборе построений с наименьшим числом КА.

Рассмотрим комбинацию параметров с большим числом КА, выбранных на предыдущем шаге: $\mathbf{y} = (1000, 80, 1.2464, 10)$. Диапазон допустимых $\Delta\Omega$ имеет вид:

$$[\Delta\Omega^{\min}; \Delta\Omega^{\max}] = [18.19, 20.74]^\circ. \quad (97)$$

Схема расположения последней плоскости представлена на Рис. 41. В рамках данного диапазона $\Delta\Omega$ последняя плоскость может располагаться на ДВУ как значением меньше 180 град, так и большим, что ведет к возможному пересечению первой и последней плоскости при определенных значениях $\Delta\Omega$. Таким образом, необходим детальный анализ минимального межспутникового расстояния.

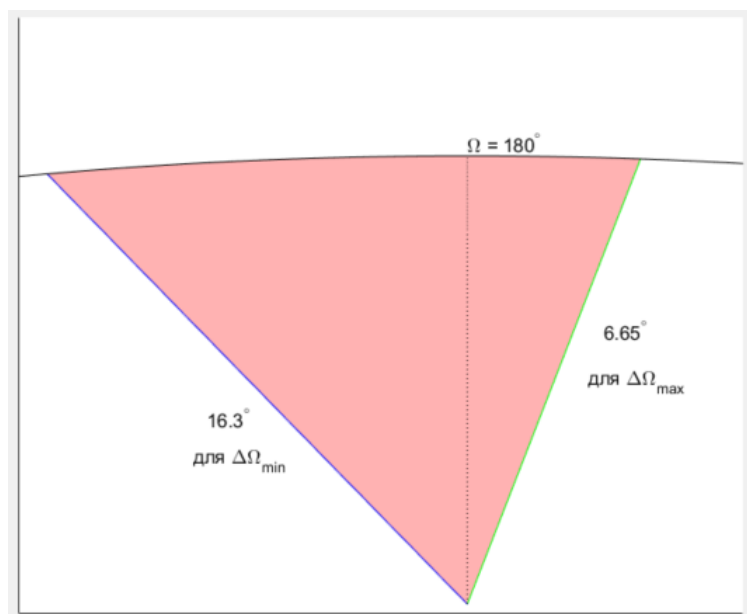


Рис. 41 – Схема расположения последней плоскости для выбранного интервала $\Delta\Omega$

Важно отметить, что нахождение параметра $\Delta\Omega$ в диапазоне (97) не гарантирует, что при любых значениях фазового параметра будет обеспечиваться непрерывное покрытие. В качестве иллюстрации этого приведен Рис. 42, где для значения $\Delta\Omega = 19^\circ$ были рассмотрены различные значения фазового параметра. Для каждого значения f было рассчитано межспутниковое расстояние по формуле (34) и проанализировано покрытие точек из равномерной сетки Фибоначчи на земной поверхности размером с характерным расстоянием между узлами в 50 км. Видно, что для данного значения $\Delta\Omega$ существуют зоны, где покрытие непрерывно (красная линия касается горизонтальной оси), но значительная часть интервала фазовых параметров определяет орбитальные конфигурации, где существуют разрывы. Это связано с тем, что выражения для границ диапазонов были получены для характерной ситуации, когда зона радиовидимости КА находится в пробеле между зонами КА из соседней плоскости (т.е. f определяется формулой (11)). Данное значение фазового параметра обеспечивает большее пересечение зон видимости и максимальные размеры сервисного слота.

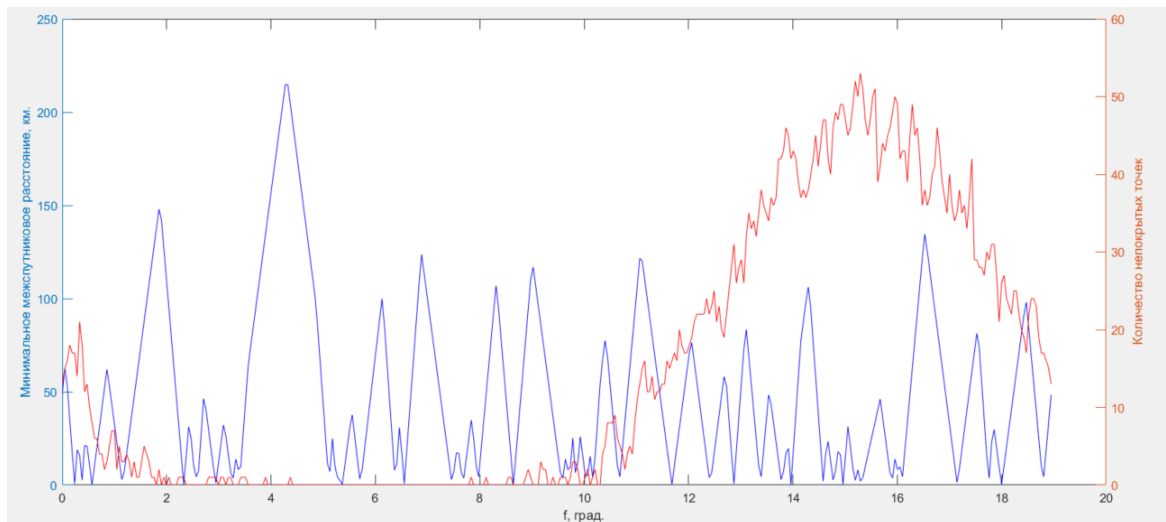


Рис. 42 – Зависимость минимального расстояния и количества непокрытых сот от фазового параметра для $\Delta\Omega = 19^\circ$

Таким образом, при анализе комбинаций $(\Delta\Omega, f)$ необходимо выбирать варианты, при которых обеспечивается непрерывное покрытие, и межспутниковое расстояние больше порогового ρ_{min} .

При этом важно подчеркнуть, что существует явная зависимость размеров разных слотов от фазового параметра. Как показано на Рис. 43, сервисный слот имеет наибольший размер при f , который определяется с помощью формулы (11), т.к. ситуация расположения КА в пробеле между зонами радиовидимости соседней плоскости является наиболее благоприятной с точки зрения пересечения зон радиовидимости.

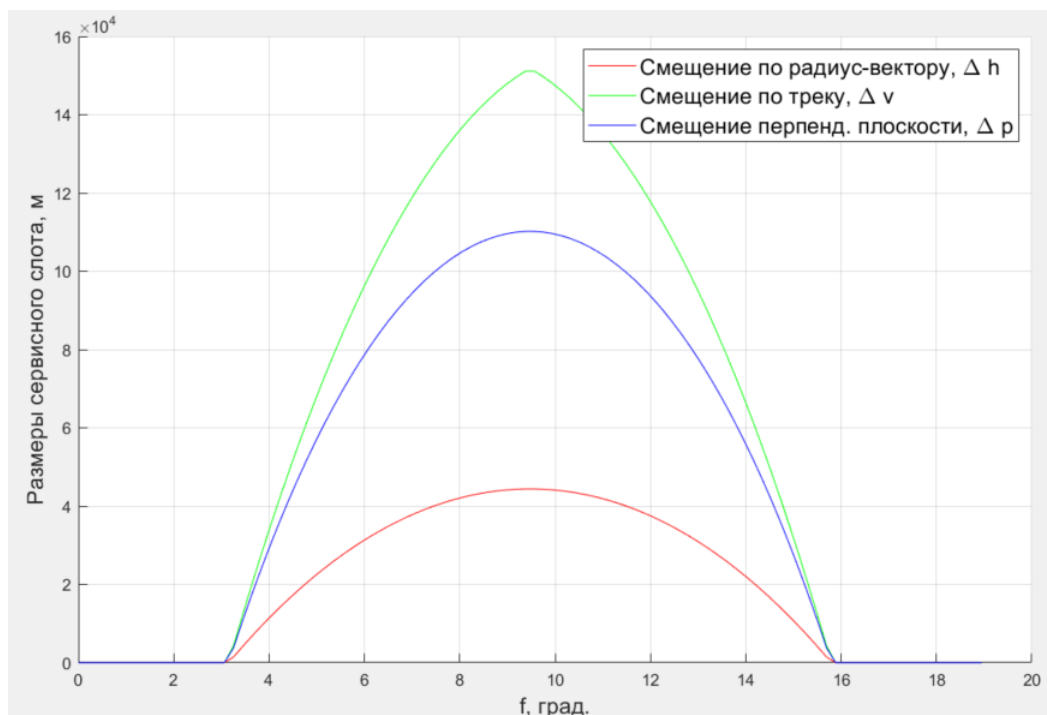


Рис. 43 – Зависимость размеров сервисного слота для различных значения фазового параметра при для $\Delta\Omega = 19^\circ$

В то же время для группировок на высотах порядка 1000 км и наклоном 80 градусов характерной является зависимость, представленная на Рис. 44. Максимальный размер слотов аналогично определяется ситуацией нахождения КА в провале между зонами видимости соседней плоскости, т.к. в данном случае КА наиболее удален от возможных корреспондентов, и критические ситуации сближения, в которых возникают нарушения диапазона расстояний и углов места, происходят при больших смещениях. При этом размер по направлению к нормали плоскости монотонно уменьшается с ростом фазового параметра, что связано с приближением КА к соответствующему "соседу" из ближайшей плоскости. При этом, что характерно, размеры МЛС слота значительно превышают размеры сервисного слота. Напротив, размеры безопасного слота зависят уже не от положения характерной группы КА на экваторе, а от всей расстановки КА, т.к. размеры слота определяет конкретная ситуация самого опасного сближения внутри группировки, которая уникальна для каждого значения фазового параметра. При этом его размеры сильно варьируются в зависимости от значения фазового параметра (Рис. 45).

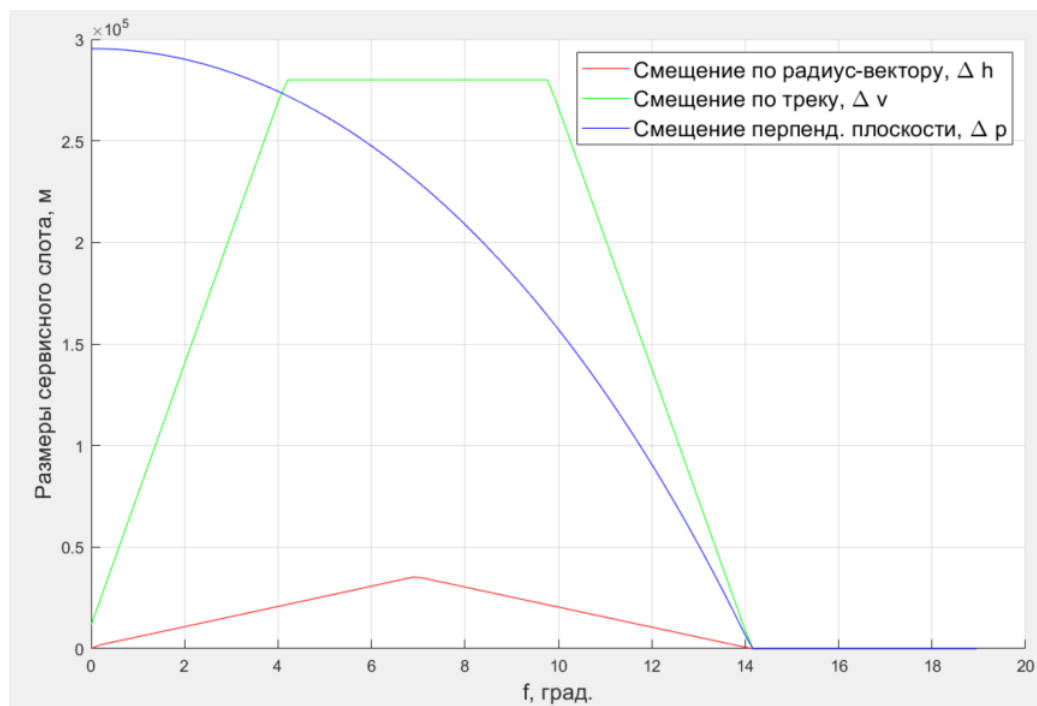


Рис. 44 – Зависимость размеров МЛС слота для различных значения фазового параметра при для $\Delta\Omega = 19^\circ$

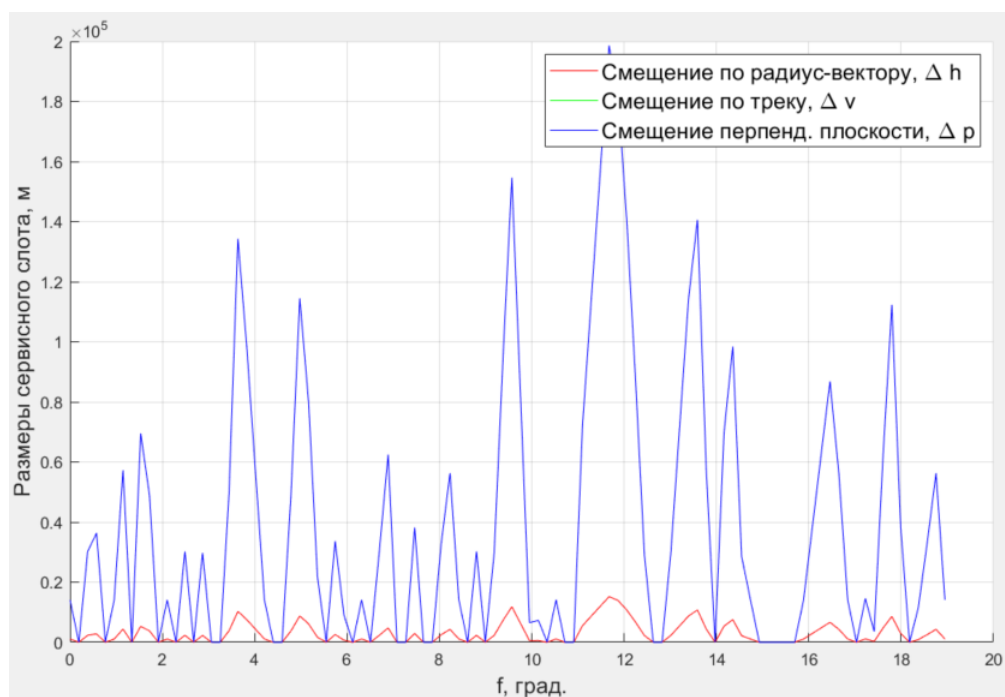


Рис. 45 – Зависимость размеров безопасного слота для различных значения фазового параметра при для $\Delta\Omega = 19^\circ$

Для исследования размеров слотов сначала необходимо определить параметры краткосрочных колебаний орбитальных элементов. В данном случае ввиду наибольшего влияния возмущения от геопотенциала будут рассматриваться ампли-

туды изменений параметров орбиты на интервале 5 витков. Для определения размеров такого баллистического слота анализируются колебания возмущенного вектора состояния по базисным направлениям КСК относительно некоторой опорной орбиты. Опорная орбита определяется на основе усредненных элементов орбиты, вычисляемых по методу [48]. Амплитуды краткосрочных колебаний определяют минимальные размеры слотов для слотовой структуры. График отклонений возмущенного вектора состояния в КСК изображен на Рис. 46. На графике видно, что наибольшей амплитудой обладают колебания радиус-вектора КА, а наименьшей - колебания вдоль трека. К примеру, для орбит высотой 1000 км и наклонением 80° усредненные амплитуды в КСК составили:

- 8690 м в направлении радиус-вектора;
- 140 м вдоль трека;
- 780 м в направлении, перпендикулярном плоскости.

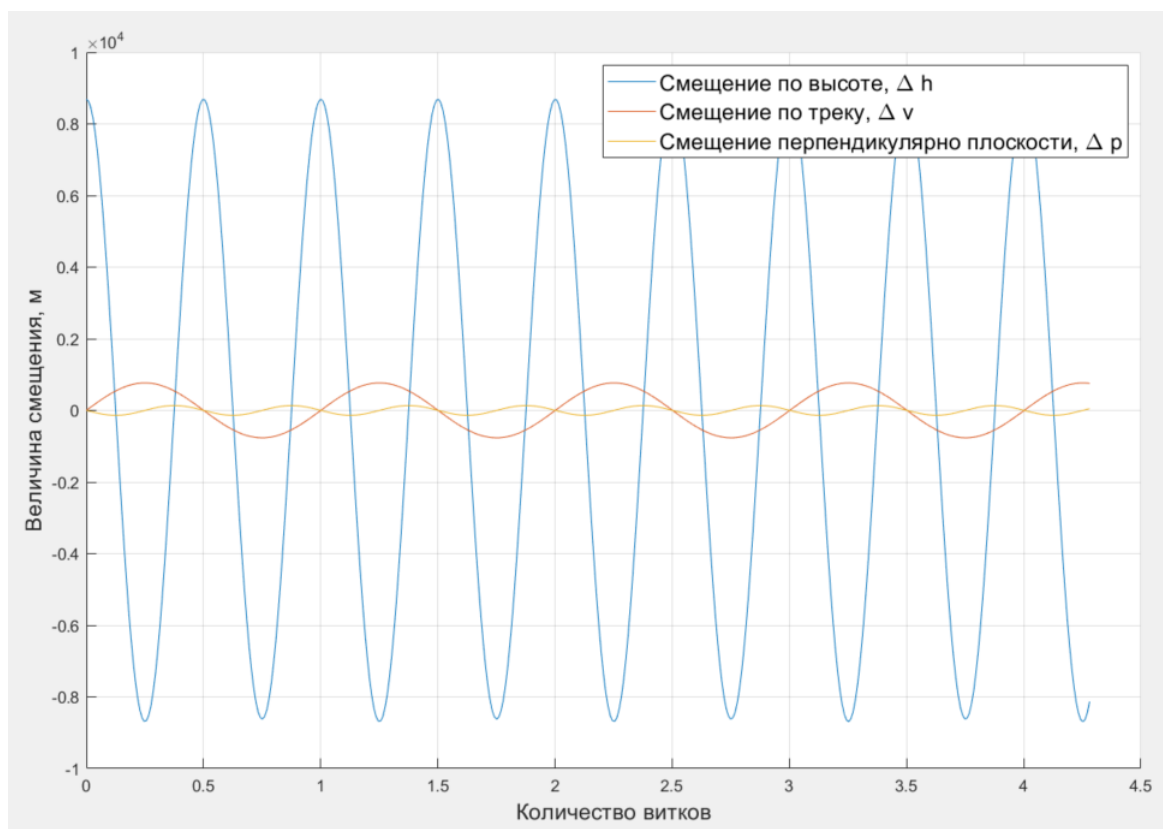


Рис. 46 – Краткосрочные колебания орбитальных элементов на орбите высотой 1000 км и наклонением 80° в КСК

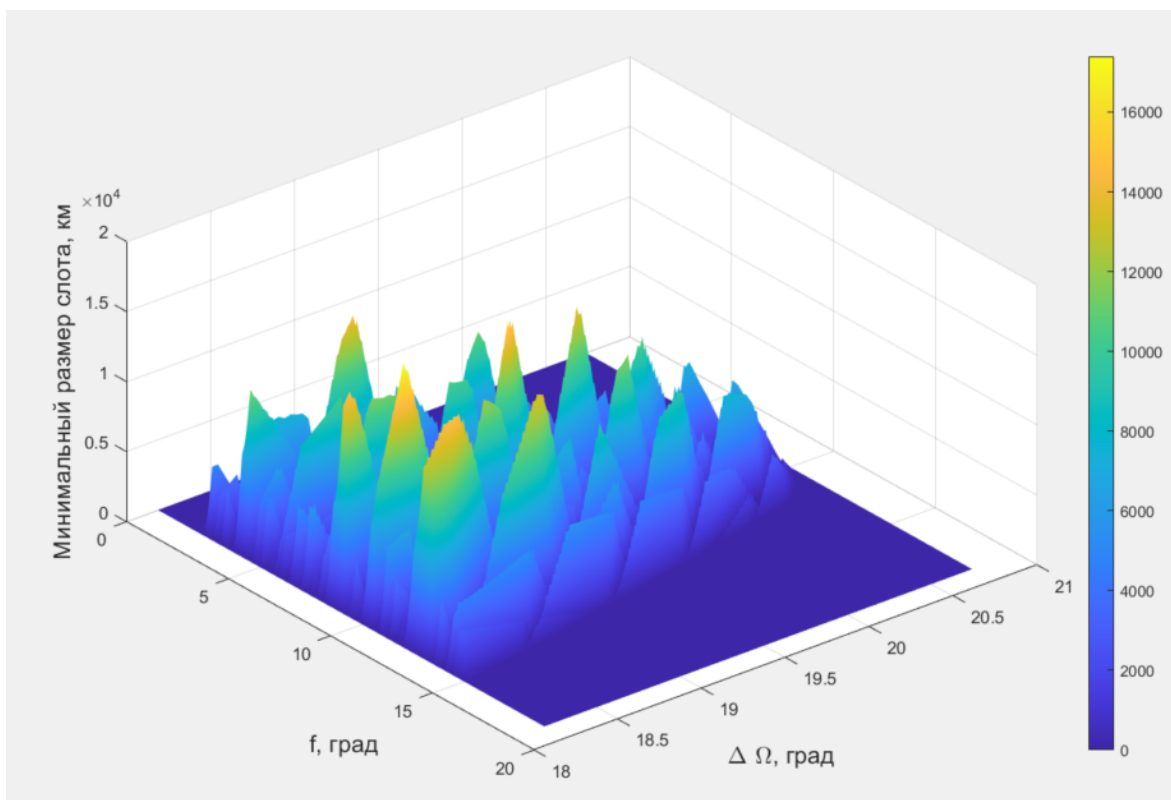
Следовательно, для анализа набора (h, i, k, P) требуется проварьировать параметры $\Delta\Omega, f$ в рамках доступных диапазонов, определить комбинации, для которых обеспечивается непрерывное покрытие по примеру Рис. 42, для каждой

комбинации найти минимальные размеры слотов. Вычисленные таким образом минимальные размеры можно считать допустимыми только при условии того, что естественный слот находится внутри вычисленных диапазонов допустимых смещений.

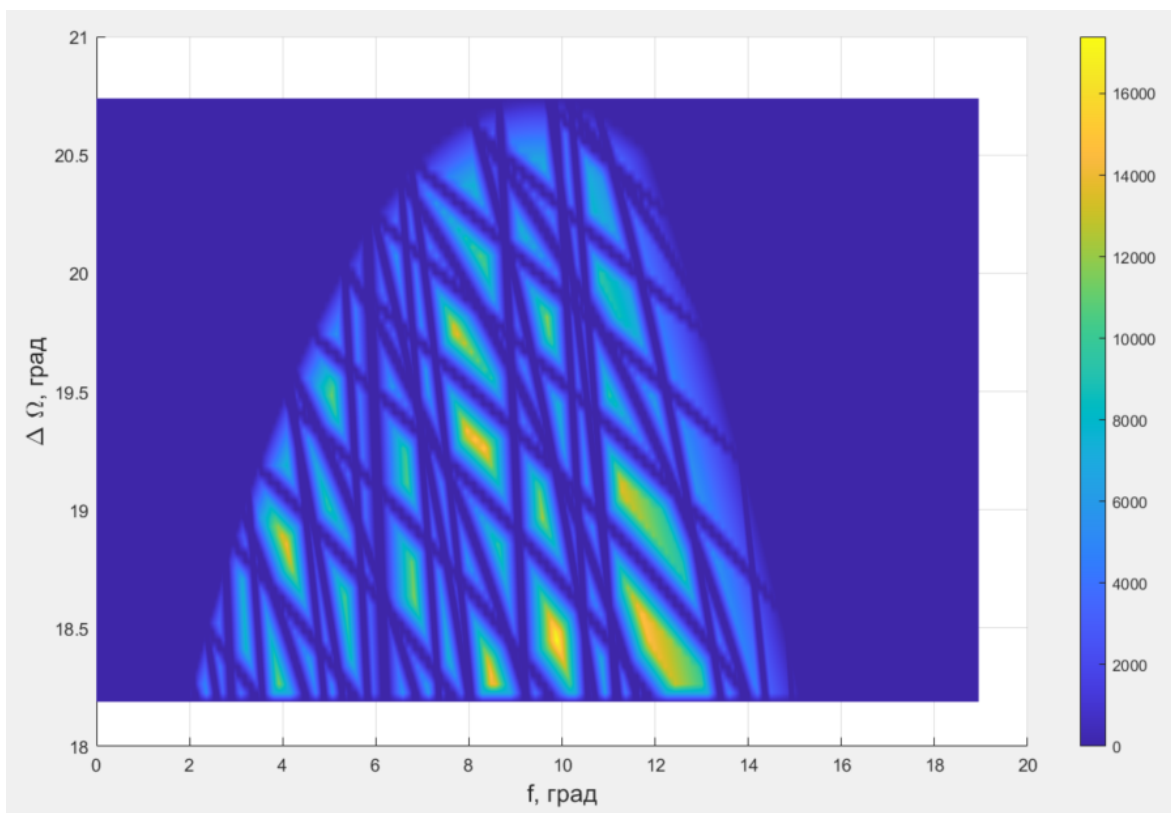
Для $\mathbf{y} = (1000, 80, 1.2464, 10)$ были проанализированы возможные наборы $\Delta\Omega, f$. График значений минимального размера слота в зависимости от переменных $\Delta\Omega, f$ представлен на Рис. 47. На графике можно отметить, что существует интервал допустимых решений фазового параметра, при котором существует покрытие и выполнено условие на минимальное расстояние. При этом существуют критические значения f (тонкие синие линии на графике), при которых невозможно выполнение требований к минимальному расстоянию при любых значениях $\Delta\Omega$. Ярко-желтые кусочные области соответствуют наборам комбинаций, в которых достигаются максимальные размеры слотов.

В рамках данной комбинации $\mathbf{y}$ наибольшими размерами обладает орбитальное построение со следующими параметрами: $\Delta\Omega = 18.45^\circ, f = 11^\circ$. Данное орбитальное построение обеспечивает минимальный размер слота, равный 17.2 км.

Аналогично будут рассмотрены все оставшиеся варианты, которые были выбраны на этапе выбора комбинаций с минимальным числом аппаратов (Рис. 40). Результаты анализа представлены в Табл. 3. ΔR_{min} обозначает наименьший из размеров слота по базисным направлениям для данного орбитального построения. Из представленных в таблице данных видно, что минимальное количество КА достигается у набора под номером 1. При этом данное построение обеспечивает меньший среди оставшихся вариантов слот. Однако данный диапазон не вмещает в себя баллистический слот, максимальный размер которого составляет 8.69 км. Таким образом, для дальнейшего анализа была выбрана конфигурация под номером 3, как орбитальное построение с меньшим количеством КА, среди тех, что обеспечивают нахождение КА внутри слота при краткосрочных колебаниях орбиты. Стоит отметить, что подобранные значения фазовых параметров, при которых обеспечиваются максимальные размеры слотов, не соответствуют наиболее подходящим с точки зрения покрытия значениям фазового параметра. Это может быть связано с тем, что благоприятная для покрытия расстановка не обеспечивает соответствующие условия для безопасности эндогенных сближений, что делает безопасный слот определяющим с точки зрения диапазонов поддержания. Тем не менее данный вопрос требует дополнительного исследования.



(а) – График в 3d



(b) – Вид в плоскости $\Delta\Omega, f$

Рис. 47 – Зависимость минимального размера слота от параметров $\Delta\Omega, f$ для $a = 1000$ км, $i = 80$ град, $k = 1.264$, $P = 10$

Таблица 3 – Параметры рассматриваемых группировок

Номер построения	h , км	i , град	S	P	N	$\Delta\Omega$, град	f , град	ΔR_{min} , км
1	1000	80	17	10	170	18.62	9.89	3.72
2	1000	80	16	11	176	17.06	10.46	7.4
3	1000	80	18	10	180	18.58	10.62	10.4
4	1000	80	17	11	187	16.96	11.88	10.7
5	1000	80	19	10	190	18.47	9.87	9.2

Остановимся подробнее на контролируемых объемах, соответствующих построению под номером 3. На Рис.48, 49, 50 представлены проекции границ сервисного, МЛС и безопасного слотов на плоскости, образованные базисными векторами КСК. Здесь Δh соответствует направлению вдоль радиус-вектора, Δv - направлению вдоль трека, Δp - направлению перпендикулярно плоскости орбиты.

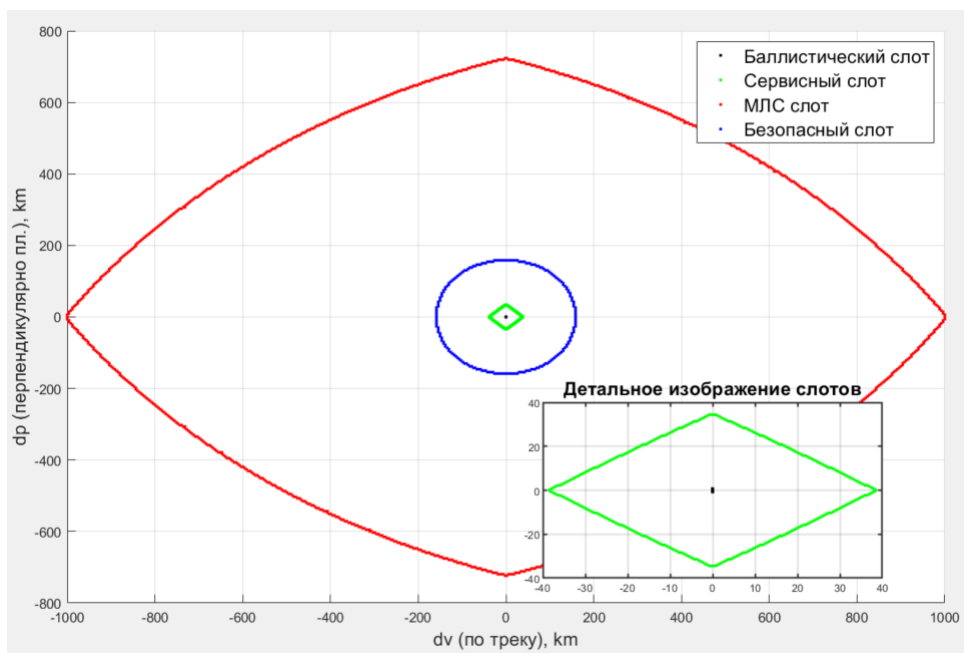


Рис. 48 – Проекция сервисного, МЛС и безопасного слотов на плоскость $(\Delta v, \Delta p)$ при $\Delta h = 0$

При этом, как видно из всех трех изображений, самым малым, а соответственно, определяющим финальные значения для диапазонов поддержания, является сервисный слот (обозначен зеленой линией на иллюстрациях). При этом стоит отметить, что допустимое смещение сервисного слота вдоль радиус-вектора не является симметричным относительно нуля. Это обусловлено различным изменением размеров зон видимости при повышении высоты КА (зона видимости увеличивается) и при понижении высоты (зона видимости уменьшается). Финальные максимальные размеры каждого вида слотов по базисным направлениям представлены в Табл. 4. В таблице Δh_{up} обозначает максимальное смещение вдоль радиус-вектора, Δh_{down} - в противоположном направлении.

Таблица 4 – Параметры слотов для орбитального построения под номером 3

Напр-е смещения	Сервисный слот	МЛС слот	Безопасный слот	Балл. слот	Минимум
Δh_{up} , км	13.9	71.3	16.3	8.7	13.9
Δh_{down} , км	10.4	71.3	16.3	8.7	10.4
Δv , км	112.2	942.5	220.4	0.1	112.2
Δp , км	93.2	704.5	240.1	0.8	93.2

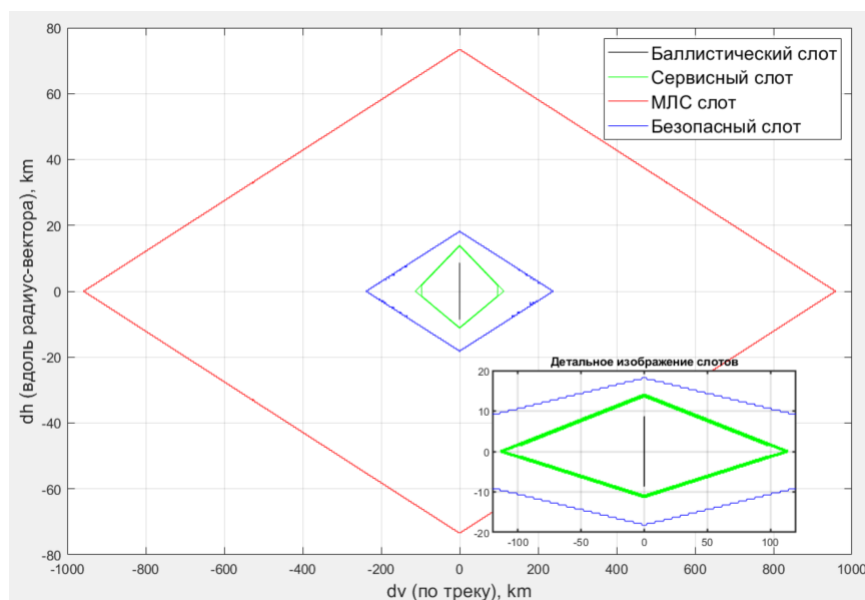


Рис. 49 – Проекция сервисного, МЛС и безопасного слотов на плоскость $(\Delta v, \Delta h)$ при $\Delta p = 0$

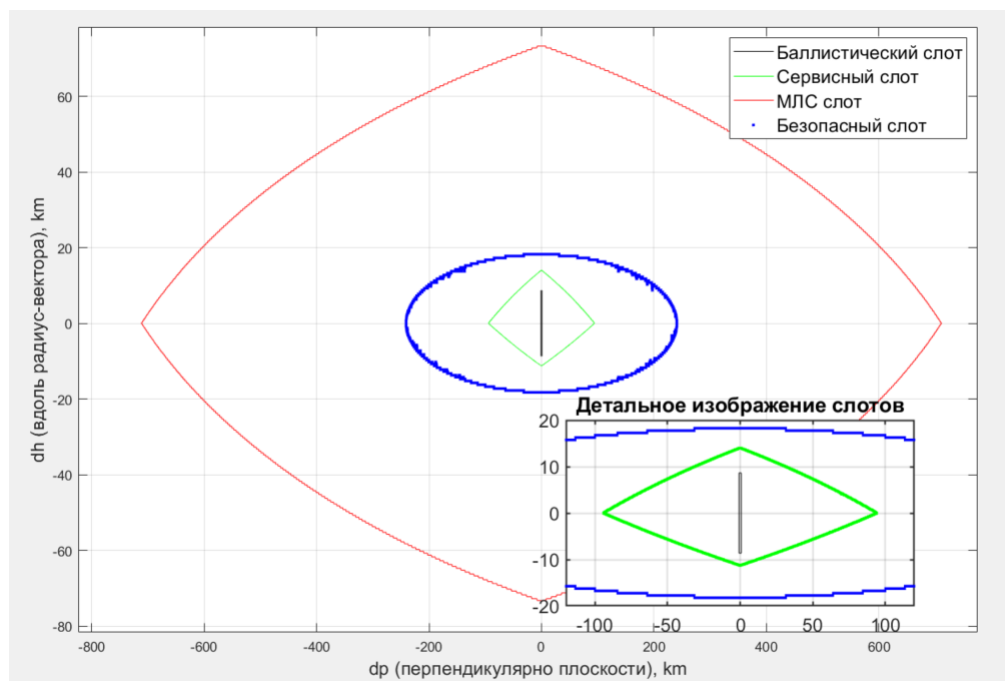


Рис. 50 – Проекция сервисного, МЛС и безопасного слотов на плоскость $(\Delta p, \Delta h)$ при $\Delta v = 0$

Заключение

В ходе работы был проведен анализ существующих подходов к проектированию группировок для глобального непрерывного покрытия Земли. Были получены аналитические выражения для необходимых условий существования непрерывного покрытия для группировок типа SoC. На основе требований к обеспечению межспутниковой связности, отсутствия эндогенных сближений и непрерывности обзора был разработан алгоритм расчета диапазонов допустимых смещений в рамках рассматриваемых орбитальных построений. Для демонстрационных начальных условий был проведен подбор орбитального построения с целью минимизации общего числа космических аппаратов в составе группировки. Дополнительным функционалом служил минимальный размер слота, который был максимизирован при равном количестве КА. Таким образом, был разработан и исследован алгоритм, который позволяет генерировать орбитальное построение с учетом слотовой структуры с минимальным числом КА, для которого обеспечивается глобальная непрерывность покрытия при движении по номинальным орбитам, межспутниковая связность с соседними плоскостями и отсутствие опасных эндогенных сближений.

При этом учитывались короткопериодические колебания орбитальных элементов на рассматриваемых орбитах. Для достижения соответствующей полноты результатов необходимо провести анализ устойчивости движения космических аппаратов в рамках данного орбитального построения.

Характеристики покрытия и опасных сближений для группировок, параметры которых были рассчитаны на основе аналитических формул, были верифицированы с помощью моделирования условий покрытия на равномерной сетке на земной поверхности.

Список литературы

1. *Kearney J.* Request for Deployment and Operating Authority for the SpaceX Gen2 NGSO Satellite System : тех. отч. / Federal Communications Commission(FCC). — 2024.
2. *Kearney J.* Petition for Declaratory Ruling to Modify the U.S. Market Access Grant for the OneWeb Ku-band and Ka-Band NGSO FSS System : тех. отч. / Federal Communications Commission(FCC). — 2023.
3. *Kearney J.* Request for Modification of the Authorization for the Kuiper NGSO Satellite System : тех. отч. / Federal Communications Commission(FCC). — 2024.
4. *Алешин В., Догаев С.* Задержки распространения сигналов в сетях спутниковой связи // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. — 2019. — Т. 13. — DOI: 10.24411/2072-8735-2018-10265.
5. *Носов В.* Обеспечение электромагнитной совместимости при частотнотерриториальном планировании систем спутниковой связи с зональными обслуживанием: Монография // СибГУТИ. — 2016.
6. *Пехтерев С., Ковальский А.* Описательная модель системы спутниковой связи Starlink // Системы управления, связи и безопасности. — 2022. — Т. 4. — DOI: 10.24412/2410-9916-2022-4-190-255.
7. *Потюпкин А., Тимофеев Ю., Волков С.* Групповое управление многоспутниковой орбитальной группировкой на основе концепции режимов совместного функционирования // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. — 2021. — Т. 8. — DOI: 10.30894/issn2409-0239.2021.8.3.11.19.
8. *Lang T., Adams W.* A Comparison of Satellite Constellations for Continuous Global Coverage // Springer Nature. — 1998. — DOI: 10.1007/978-94-011-5088-0_5.
9. *Zheng G., Yao Y., Diao H.* Optimization design of global low-orbit satellite constellation for two-fold coverage // Proceedings of the 2020 International Conference on Aviation Safety and Information Technology. — 2020. — DOI: 10.1145/3434581.3434626.
10. *Wang S.* Multi-Layer LEO Constellation Optimization Based on D-NSDE Algorithm // Remote Sensing. — 2025. — Т. 17. — DOI: 10.3390/rs17060994.

11. *El-Sagir M.* Mathematical modelling and design of optimal satellite constellations with multi-fold continuous coverage for position location and navigation : дис. ... мар. / El-Sagir M. — McMaster, 1981. — URL: <http://hdl.handle.net/11375/7619>.
12. *Walker J. G.* Circular Orbit Patterns Providing Continuous Whole Earth Coverage : tex. отч. / Royal Aircraft Establishment. — 1970.
13. *Mozhaev G.* The Problem of the Continuous Earth Coverage and the Kinematically Regular Satellite Networks location and navigation // Cosmic Research. — 1973. — T. 19.
14. *Ballard A.* Rosette Constellations of Earth Satellites // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System. — 1980. — T. 16.
15. *Lang T.* Symmetric Circular Orbit Satellite Constellations for Continuous Global Coverage // AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference. — 1987.
16. *Lüders R.* Continuous Zonal Coverage – A Generalized Analysis // Mechanics and Control of Flight Conference. — 1974. — DOI: 10.2514/6.1974-842.
17. *Beste D.* Design of Satellite Constellations for Optimal Continuous Coverage // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 1978. — T. 14.
18. *Rider L.* Optimized Polar Orbit Constellations for Redundant Earth Coverage // Journal of the Astronautical Sciences. — 1985. — T. 22.
19. *Lang T.* Optimal Low Earth Orbit Constellations for Continuous Global Coverage // AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference. — 1993.
20. *Bobronnikov V., Shubin V.* Solution Method of the Problem of Satellite Network Design for Earth Surface Periodic Coverage // Proceedings of XV Tsiolkovsky Readings, Section “Space Flight Mechanics”. — 1981.
21. *Ulybyshev Y.* Near-Polar Satellite Constellations for Continuous Global Coverage // Journal of Spacecraft and Rockets. — 1999. — T. 36.
22. *Razoumny Y.* Optimal Structure of One-Route Satellite System for Earth Periodical Coverage // Proceedings of XXVI Tsiolkovsky Readings. — 1992.
23. *Byrkov B., V. G.-A.* Optimal Ballistic Construction of Earth Artificial Satellite System of the Earth Surface Areas Periodical Coverage // Earth Research from Space, Journal of Russian Academy of Sciences. — 1993. — T. 6.
24. *Huang S., Colombo C.* Multi-Criteria Design of Continuous Global Coverage Walker and Street-of-Coverage Constellations through Property Assessment // Acta Astronautica. — 2021. — T. 188. — DOI: 10.1016/j.actaastro.2021.07.002.

25. *Можаев Г.* Синтез орбитальных структур спутниковых систем: (Теоретико-групповой подход). — Машиностроение, 1989.
26. *Yuan B., Matsushima K.* Synthesis leo constellations for continuous global coverage // Transactions of Jap. Society on Aeronautical and Space Sciences. — 1994. — Т. 37.
27. *Draim J.* A Common Period Four-Satellite Continuous Global Coverage Constellation // AIAA/AAS Astrodynamics Conference. — 1986.
28. *Draim J. u Castiel D.* Optimization of the Borealis and Concordia Sub-Constellations of the Ellipso Mobile Communication System // 47th International Astronautical Congress. — 1996.
29. *Palmerini G.* Design of global coverage constellations based on elliptical orbits // AIAA Paper. — 1996.
30. *Dufour F.* Coverage optimization of elliptical satellite constellations with an extended satellite triplet method // 54th International Astronautical Congress of the International Astronautical Federation. — 2003.
31. *Ulybyshev Y., Donianz V.* Elliptic Orbit Constellations for Regional Communication and Molniya-Zond Satellite Constellation // 53rd Int. Astronautical Congress. — 2002.
32. *Mortari D., Wilkins M., C. B.* The Flower Constellations // Journal of the Astronautical Sciences. — 1996. — Т. 52.
33. *Davis J., Mortari D.* Reducing walker, flower, and streets-of-coverage constellations to a single constellation design framework // Adv. Astronaut. Sci. — 2012. — Т. 143.
34. *Davis J., Avendaño M., Mortari D.* The 3-d lattice theory of flower constellations // Celest. Mech. Dyn. Astron. — 2013. — Т. 116.
35. *Ulybyshev Y., Donianz V.* Dynamic Communication Networks Using Satellite Constellations and Ground Station // 53rd Int. Astronautical Congress. — 2002.
36. *Turner A.* Non-GEO-Constellations for commercial telecommunications applications // AIAA Paper. — 2004.
37. *Разумный Ю.* Локально стационарные орбиты искусственных спутников Земли // "25 Чтений К.Э. Циолковского". — 1991.
38. *Weeden D., Shortt K.* Development of an Architecture of SunSynchronous Orbital Slots to Minimize Conjunctions // AIAA Paper. — 2008. — DOI: 10.2514/6.2008-3547.
39. *Bilimoria K., Krieger R.* Slot Architecture for Separating Satellites in Sun-Synchronous Orbits // AIAA SPACE 2011 Conference Exposition. — 2011. — DOI: 10.2514/6.2011-7184.

40. *Arnas D.* Definition of Low Earth Orbit slotting architectures using 2D lattice flower constellations // *Advances in Space Research.* — 2021. — Т. 67.
41. *Lavezzi G.* Orbital Tolerance and Intrinsic Orbital Capacity for Electric Propulsion Constellations // *Journal of Spacecraft and Rockets.* — 2024. — DOI: 10.2514/1.A35875.
42. *González Á.* Measurement of Areas on a Sphere Using Fibonacci and Latitude–Longitude Lattices // *Math Geosci.* — 2010. — DOI: 10.1007/s11004-009-9257-x.
43. *Walker J.* Continuous Whole-Earth Coverage by Circular-Orbit Satellite Patterns : тех. отч. / Royal Aircraft Establishment. — 1977.
44. *Rider L.* Analytic Design of Satellite Constellations for Zonal Earth Coverage Using Inclined Circular Orbits // *Journal of the Astronautical Sciences.* — 1986. — Т. 35.
45. *Wertz J.* Mission geometry: orbit and constellation design and management: spacecraft orbit and attitude systems. — Springer Dordrecht, 2001.
46. *Shah N.* Automated Station-Keeping for satellite constellations : дис. ... маг. / Shah N. — United States Air Force Academy, 1995.
47. *Wallace S.* Parallel orbit Propagation and the analysis of satellite constellations : дис. ... маг. / Wallace S. — MIT, 1995.
48. *Arnas D.* Analytic transformation from osculating to mean elements under J2 perturbation // *Earth and Planetary Astrophysics.* — 2022.
49. *Ramos C., McKissock D., Herzer N.* Lessons Learned on Mega-Constellation Deployments and Impact to Space Domain Awareness // *AMOS Tech.* — 2023.
50. *ESA.* ESA'S annual space environment report : тех. отч. / European Space Agency. — 2025.
51. *Степанов Н.* Сферическая тригонометрия. — ОГИЗ, 1948.

Приложения

А. Переход между ИСК и КСК

Рассмотрим выражения для перехода между системами координат ИСК и КСК. Пусть вектор состояния центра масс КА, который определен как $\mathbf{X}_{\text{ИСК}} = [\mathbf{R}_{\text{ИСК}}, \mathbf{V}_{\text{ИСК}}]$, аналогично выражению (94) в инерциальной системе координат. Введем орбитальную систему координат (ОСК) следующим образом: центр системы координат совпадает с центром масс некоторого опорного аппарата $\mathbf{R}$, ось OX_2 направлена вдоль радиус-вектора КА R , ось OX_3 противоположно направлена по отношению к вектору углового момента $\mathbf{h} = (\mathbf{R} \times \mathbf{V})$, а первая ось OX_1 дополняет систему до правой тройки.

Вектор состояния может быть преобразован между системами координат ИСК и КСК с помощью дополнительного перехода через ОСК:

$$\text{ИСК} \rightarrow \text{ОСК} \rightarrow \text{КСК}$$

Важно отметить, что в данной работе рассмотрены преобразования только вектора положения R . Тогда вектор положения в КСК определяется выражениями:

$$\begin{aligned}\Delta h &= |R_{\text{ИСК}} - R_{\text{ИСК}}^*|, \\ \Delta u &= \arcsin \frac{-X_{\text{ОСК}}}{|R_{\text{ИСК}}|}, \\ \Delta D &= \arcsin \frac{Z_{\text{ОСК}}}{|R_{\text{ИСК}}|} \cdot \cos \Delta u.\end{aligned}$$

где $R_{\text{ИСК}}^*$ - радиус-вектор опорного КА, $X_{\text{ОСК}}, Z_{\text{ОСК}}$ - 1-я и 3-я компоненты вектора положения в ОСК соответственно, $|\cdot|$ обозначает операцию взятия нормы.

При этом вектор положения в ОСК выражается через координаты в КСК следующим образом:

$$R_{\text{ОСК}} = \begin{pmatrix} -r \cdot \cos(\Delta D) \cdot \sin(\Delta u) \\ r \cdot \cos(\Delta D) \cdot \cos(\Delta u) \\ r \cdot \sin(\Delta D) \end{pmatrix},$$

где $r = \Delta h + |R_{\text{ИСК}}^*|$.

При этом матрица перехода ИСК $\rightarrow$ ОСК определяется как:

$$A_{\text{ИСК} \rightarrow \text{ОСК}} = [\mathbf{r}, \mathbf{n}, \mathbf{b}]^T,$$

где $\mathbf{r} = \frac{\mathbf{R}_{\text{ИСК}}}{|\mathbf{R}_{\text{ИСК}}|}$, $\mathbf{n} = -\frac{\mathbf{R}_{\text{ИСК}} \times \mathbf{V}_{\text{ИСК}}}{|\mathbf{R}_{\text{ИСК}} \times \mathbf{V}_{\text{ИСК}}|}$, $\mathbf{b} = \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{n}}{|\mathbf{r} \times \mathbf{n}|}$

Б. Решение сферических треугольников

Рассмотрим сферические треугольники A_1B_1C и A_2B_2C , которые образованы на пересечении подспутниковых трасс соседних плоскостей, линии экватора и перпендикуляром между трассами (см. Рис. 51). Пусть плоскости разнесены на угол $\Delta\Omega$ по ДВУ, а перпендикуляр проведен так, что его середина C располагается на линии экватора. При этом плоскости обладают одинаковыми наклонениями i . Следует отметить, что все рассматриваемые дуги принадлежат большим кругам, плоскости сечения которых проходят через центр сферы.

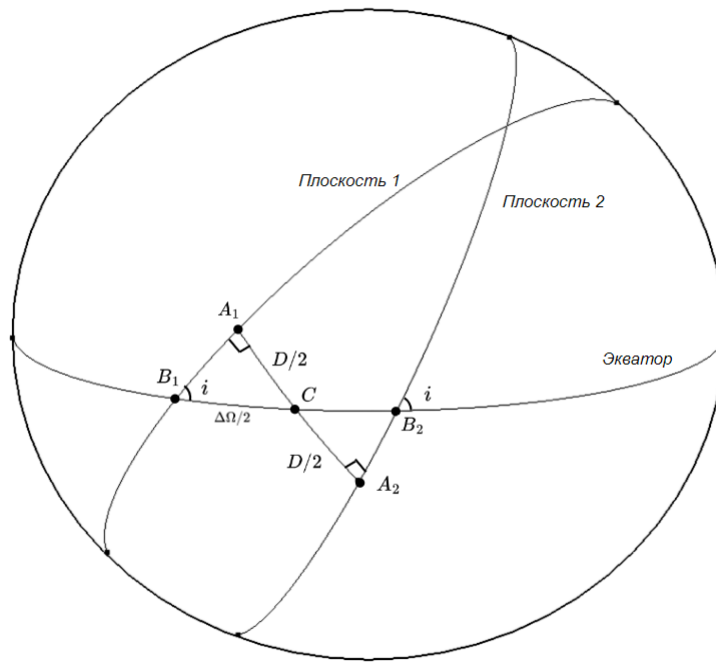


Рис. 51 – Сферические треугольники, образованные соседними плоскостями

По условию, C - это середина A_1A_2 , то дуги A_1C и A_2C равны. При этом углы $\angle A_1CB_1 = \angle A_2CB_2$, т.к. они являются вертикальными по отношению друг к другу. Таким образом, сферические треугольники равны, из чего следует равенство сторон B_1C и B_2C . Длина этих дуг равна $\Delta\Omega/2$.

Чтобы выразить длину дуги B_1C через известные величины, необходимо воспользоваться сферической теоремой синусов [51]:

$$\frac{\sin A_1C}{\sin \angle A_1B_1C} = \frac{\sin B_1C}{\sin \angle B_1A_1C} = \frac{\sin A_1B_1}{\sin \angle A_1CB_1}.$$

Длина дуги B_1C , равная $\Delta\Omega/2$, определяется равенством первой и второй дробей в теореме синусов. Тогда выражение для $\Delta\Omega/2$ имеет вид:

$$\Delta\Omega/2 = \arcsin\left(\frac{\sin A_1C \cdot \sin \angle B_1A_1C}{\sin \angle A_1B_1C}\right) = \arcsin\left(\frac{\sin D/2 \cdot \sin 90^\circ}{\sin i}\right) = \arcsin\left(\frac{\sin D/2}{\sin i}\right).$$

В соответствии с данной формулой определяется разница по ДВУ между плоскостями, представленная в (12).

В то же время для нахождения стороны A_1B_1 необходимо воспользоваться выражением для прямоугольных сферических треугольников. Данная сторона соответствует разности фаз, представленной в формуле (11). При известных стороне B_1C и угле $\angle A_1B_1C$ A_1B_1 определяется с помощью выражения:

$$\tan A_1B_1 = \tan B_1C \cdot \cos \angle A_1B_1C = \tan \Delta\Omega/2 \cdot \cos i,$$

Рассмотрим сферический треугольник со сторонами a, b, c и противолежащими им углами A, B, C соответственно (Рис. 52). Для него можно записать сферической теоремой косинусов для дуг треугольника:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C.$$

Тогда на основе формулы выше выражение для расстояния от некоторой плоскости до провала в соседней плоскости d (35), имеет вид:

$$\cos(\theta - \Delta\theta) = \cos d \cdot \cos\left(f - \frac{\Delta u_{12}}{2}\right).$$

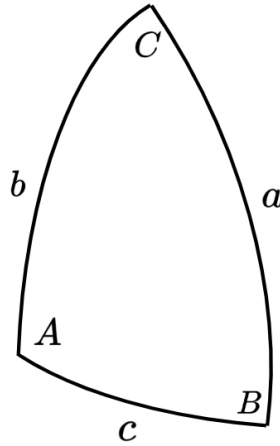


Рис. 52 – Сферический треугольник