



Об эволюции  
солнечно-синхронного спутника  
в ходе наступающего 24-го цикла  
солнечной активности

**Голиков Алексей Роальдович**

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН

# Основные приложения THEONA



- ✓ **Расчёты движения спутников:** прогноз орбиты, дизайн миссий и трасс, орбитография и изучение эволюции орбит, вторичная баллистика, объёмные вычисления
- ✓ **Орбитальные измерения:** обработка измерений, уточнение орбит, определение параметров силовой модели (напр. гравит. поля Луны), баллистико-навигационное обеспечение полёта, обработка данных научных экспериментов миссии
- ✓ **Манёвры:** определение параметров манёвров, оптимизация схем манёвров для задач встречи, для формирования, сохранения и перестройки спутниковых группировок
- ✓ **Анализ миссии:** планирование и оценка схем миссии на длительных интервалах, оценка ошибок реализации, исключение обнаруженных систематических ошибок
- ✓ **Контроль околоземного пространства:** идентификация космических объектов, вычисление рисков столкновений, контроль физических условий, анализ случаев изменений

# Преимущества THEONA



- Прямое соответствие эйлеровых элементов орбиты КА и его векторов состояния  $\vec{X} = \vec{r}, \vec{V}$  (без необходимости их дополнительного согласования)
- Аналитическое интегрирование с использованием специальных функций обеспечивает эффективное вычисление других возмущений
- Орбитальный прогноз на основе THEONA с высоким быстродействием ( $\sim 1000$  раз, чем при численном интегрировании) и хорошей точностью (относительная погрешность  $\sim 10^{-9}$  для THEONA первой версии и  $\sim 10^{-12}$  для THEONA второй версии – 3<sup>го</sup> порядка точности)

# Пример точности THEONA

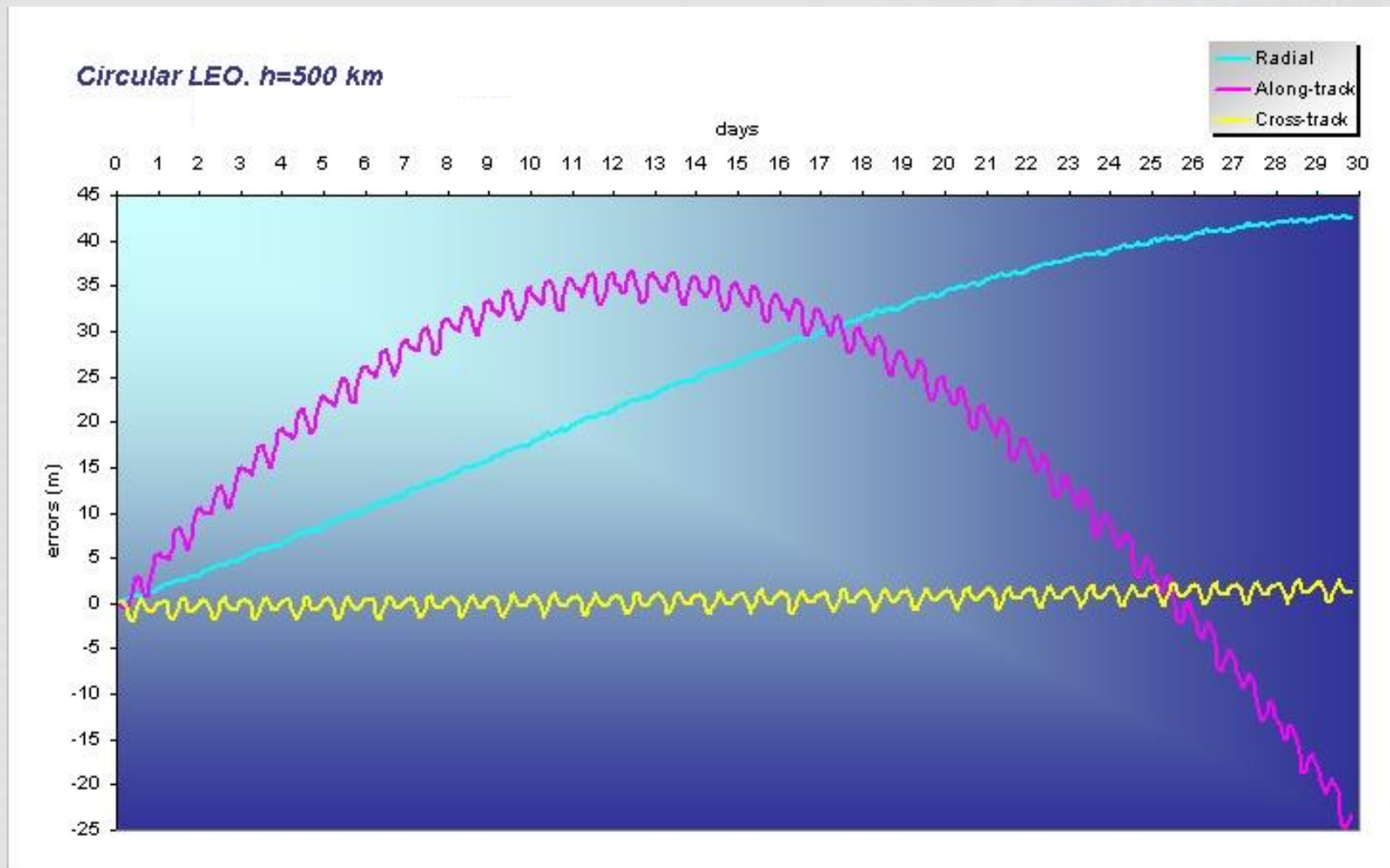


## Солнечно-синхронная орбита (ССО):

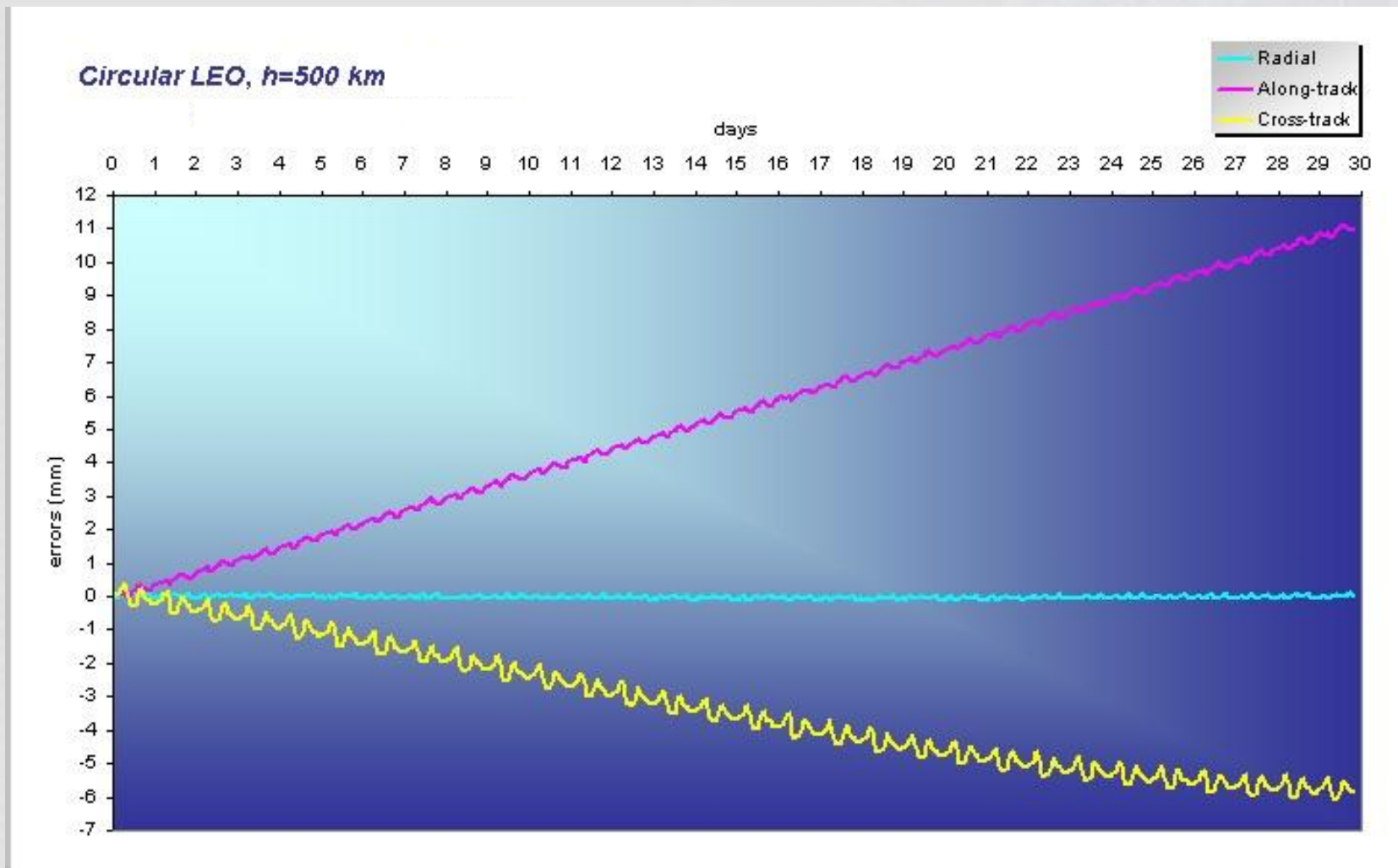
- ✓ На высоте  $\sim 491$  км с наклоном  $\sim 97,35$
- ✓ Коэффициент торможения спутника  $C_D = 2,0$
- ✓ Коэффициент светового давления  $C_R = 1,44$
- ✓ Отношение площади поперечного сечения к массе КА:  $A/m = 0,0067$  м<sup>2</sup>/кг

*Сравнение ведётся с численным интегрированием  
Ковэлла (12<sup>th</sup>-order Cowell numerical integration)*

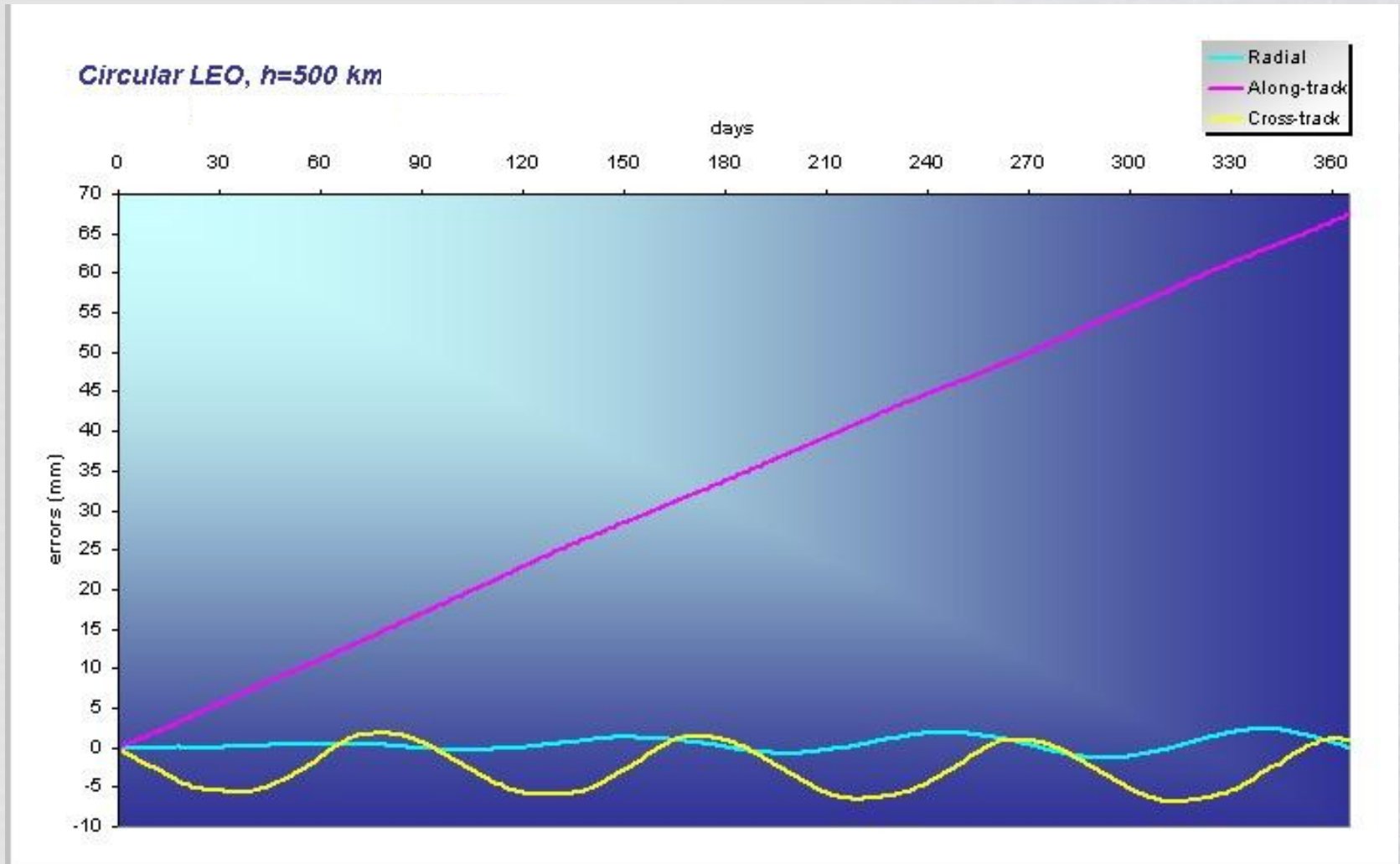
# Абсолютная точность (1 месяц)



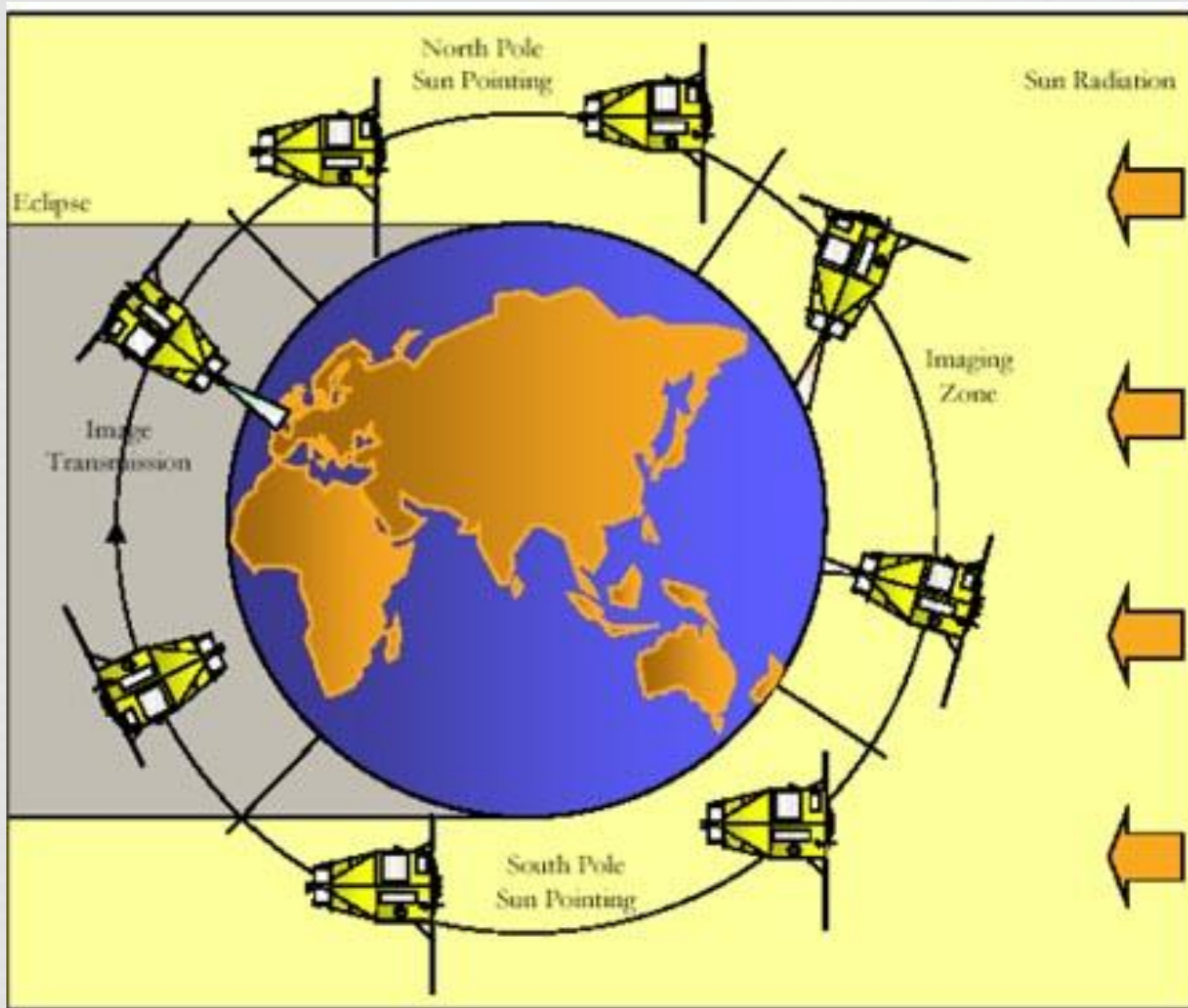
# Точность 3<sup>го</sup> порядка (1 месяц)



# Точность 3<sup>го</sup> порядка (1 год)

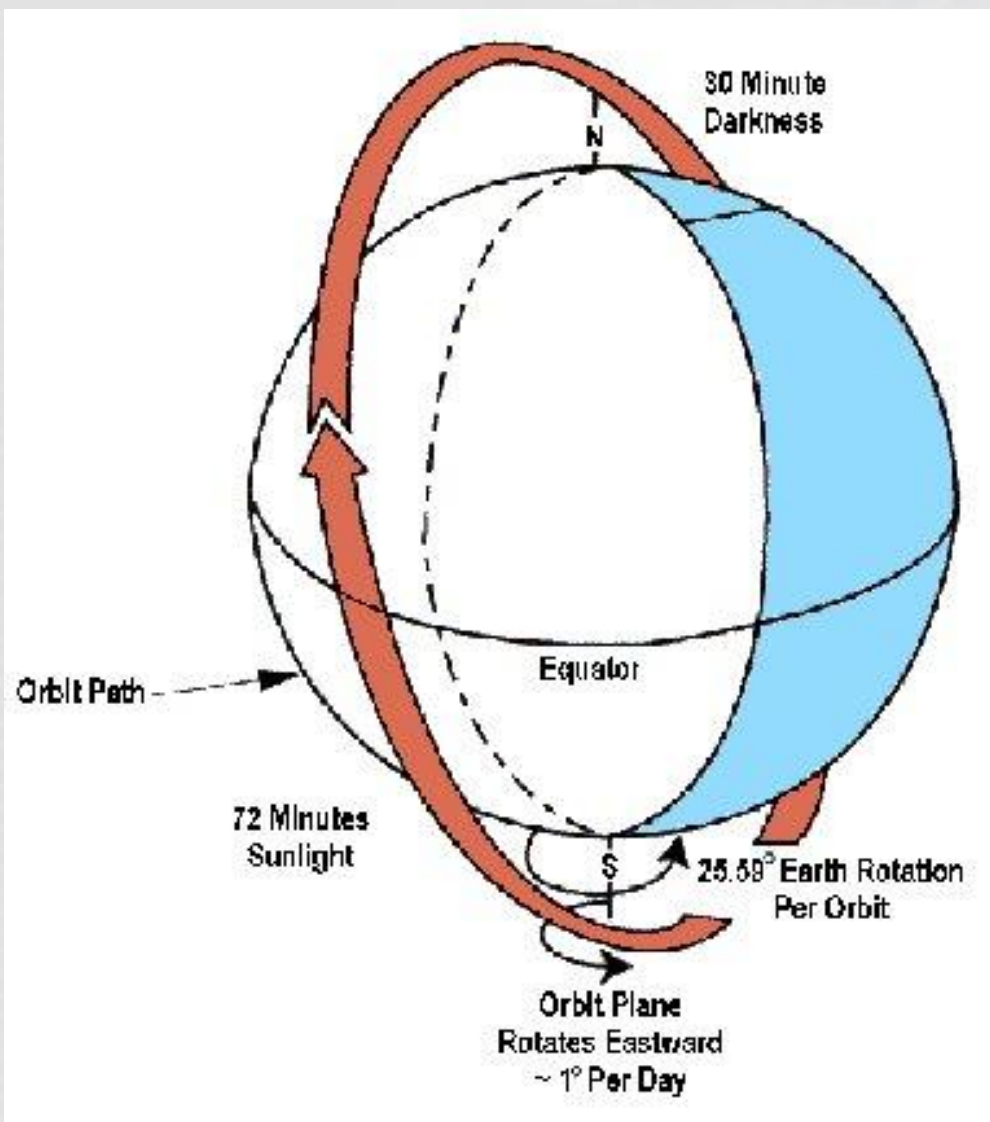


# Солнечно-синхронная орбита





# Солнечно-синхронная орбита



# Солнечно-синхронная орбита



## Наиболее существенные возмущения:

- ✓ Вторая зональная гармоника => *наклонение*
- ✓ Атмосферное торможение => *высота, местное солнечное время, уровень солнечной активности*
- ✓ Гравитационное влияние Солнца => *местное солнечное время*
- ✓ Световое давление => *местное солнечное время, интервал прохождения тени Земли, уровень солнечной активности*

**Вывод:** *Необходим учёт изменений солнечной активности, в т.ч. при проектировании миссий*

# 24<sup>ый</sup> солнечный цикл



## Прогноз индексов солнечной активности F10.7 :

- Australian Space Weather Agency (IPS Radio and Space Services, Australian Government)
- Space Weather Prediction Center (NOAA / National Weather Service, Boulder, Colorado, USA)
- National Center for Atmospheric Research (USA)
- Solar Influences Data Analysis Center (the Royal Observatory of Belgium)
- National Physical Laboratory (Space Weather Regional Warning Centre, New Delhi, India)
- Solar Physics Group (Marshall Space Flight Center, NASA, USA)
- National Geophysical Data Center (NDGC, Penticton, British Columbia, Canada)

# 24<sup>ый</sup> солнечный цикл



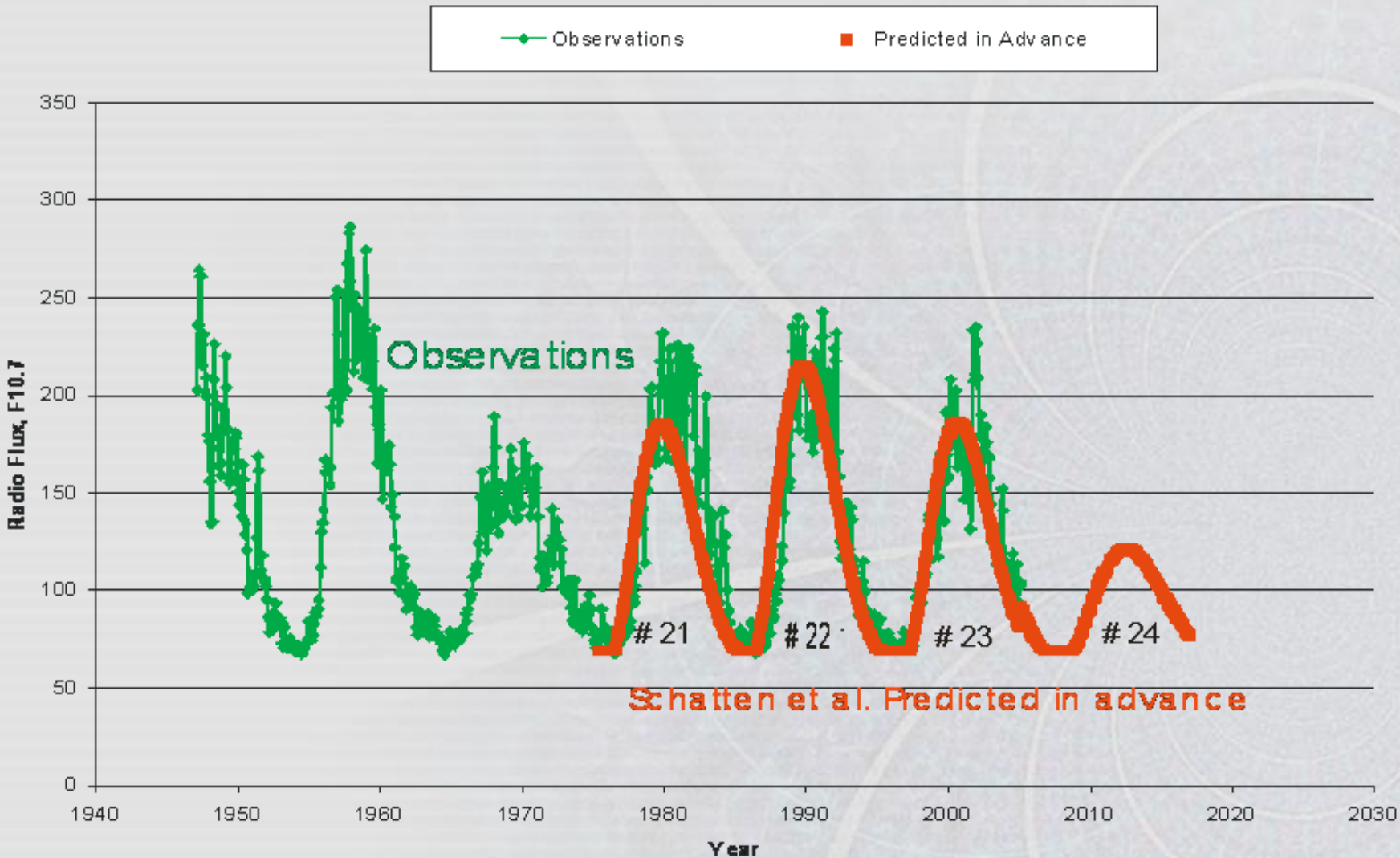
## Характеристики предстоящего солнечного цикла :

- ❖ Начало 24<sup>го</sup> цикла задерживается на несколько месяцев (2009 → 2010) и имеет значительно меньшую производную увеличения солнечной активности
- ❖ Максимум солнечного цикла прогнозируется на сентябрь-октябрь 2013 года
- ❖ Прогнозируемые индексы (F10.7 cm Solar Radio Flux) солнечной активности не превосходят 140 единиц
- ❖ Окончание солнечного цикла – в конце 2019 года (F~72)

# 24<sup>ый</sup> солнечный цикл



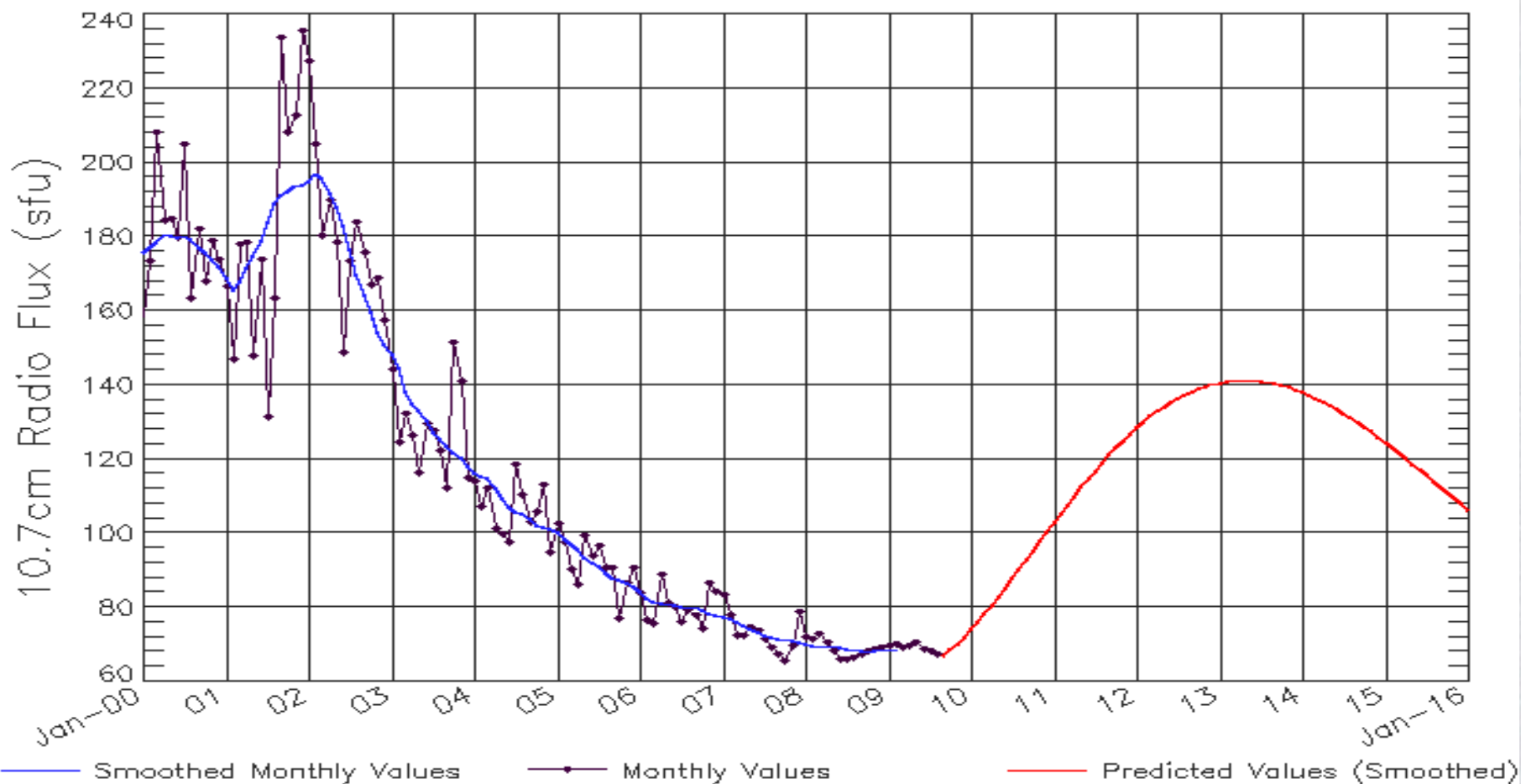
F10.7 Observations and Predicts



# 24<sup>ый</sup> солнечный цикл



ISES Solar Cycle F10.7cm Radio Flux Progression  
Data Through Aug 09



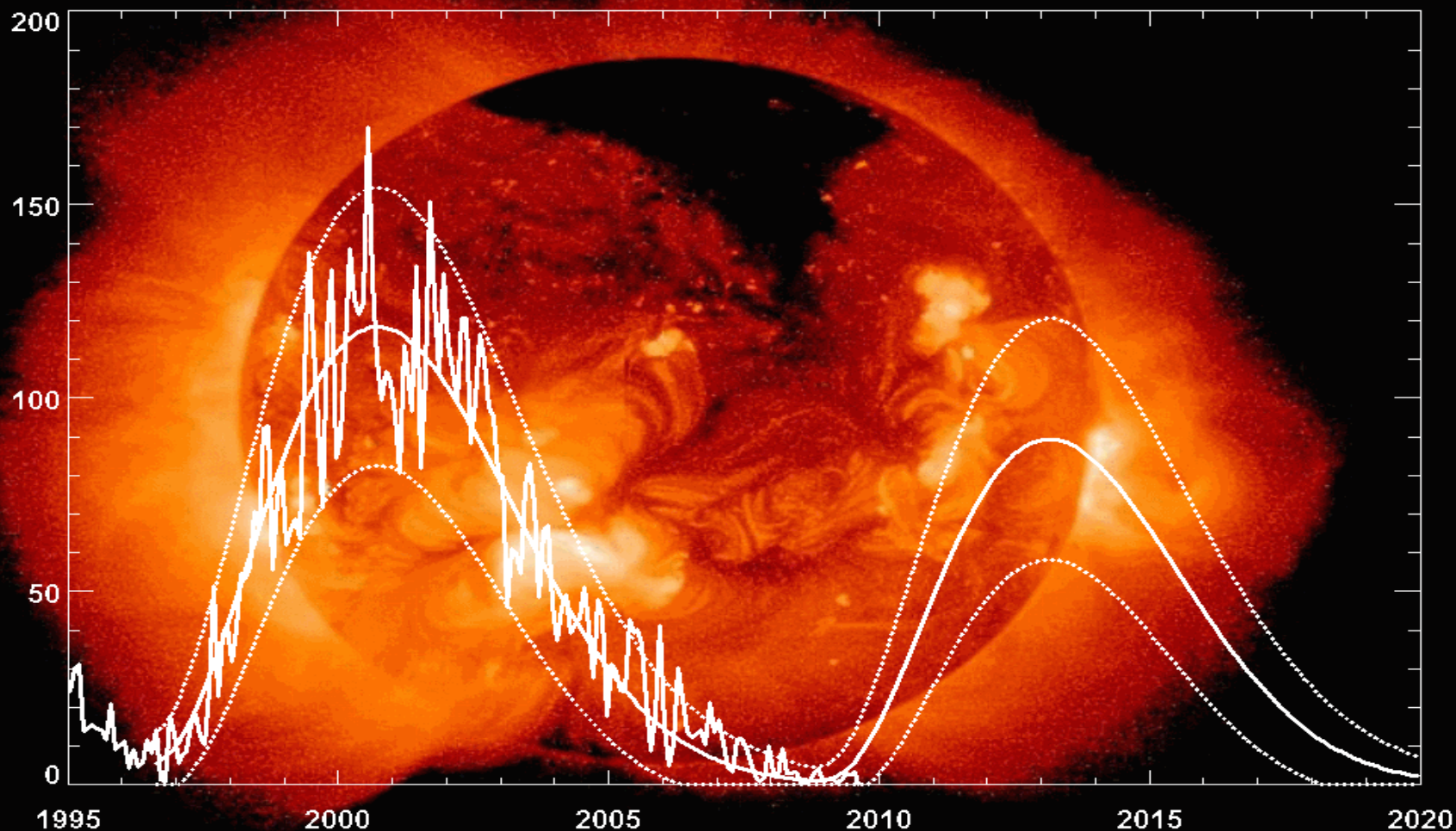
Updated 2009 Sep 8

NOAA/SWPC Boulder, CO USA

# 24ый солнечный цикл



Cycle 24 Sunspot Number Prediction (September 2009)

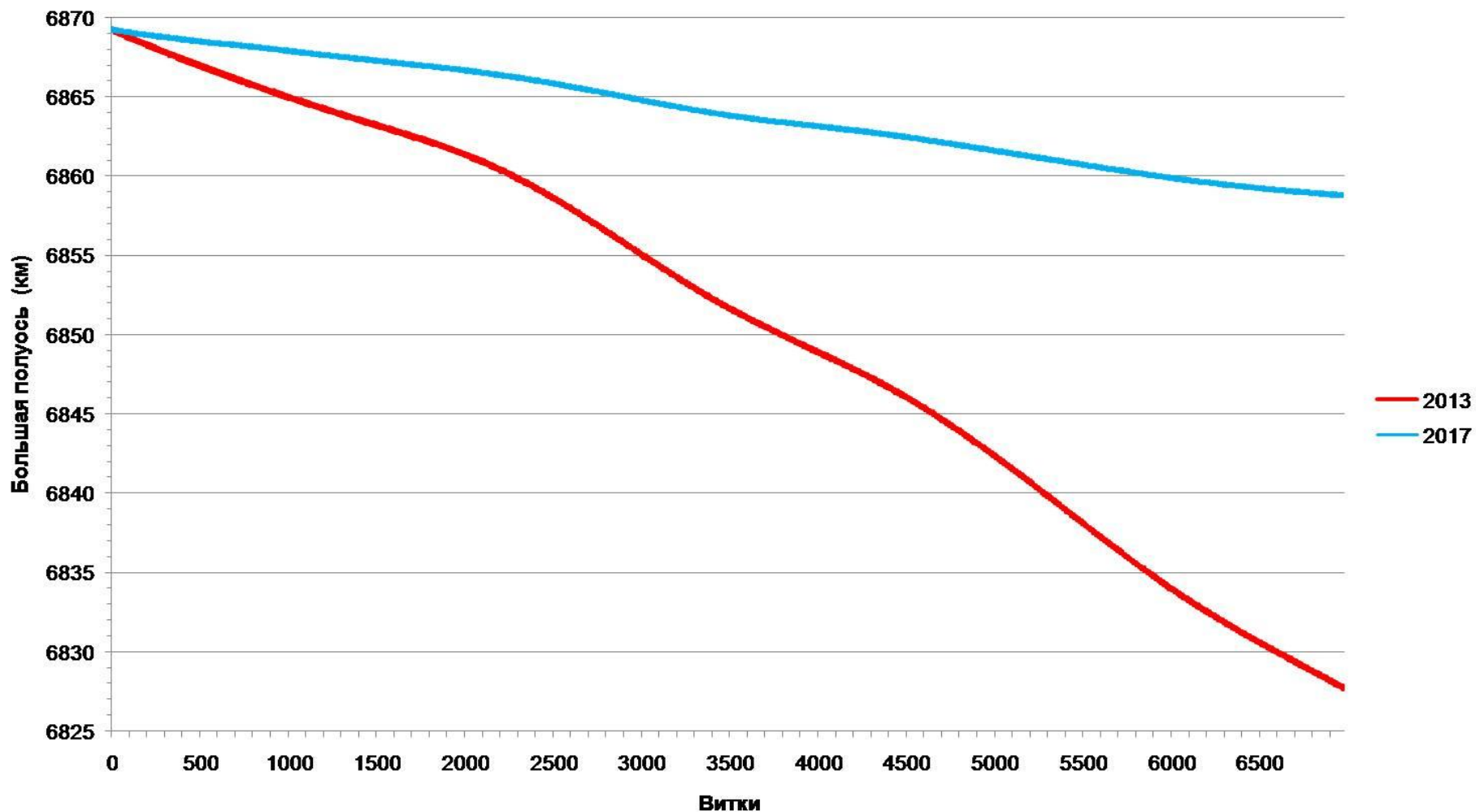


Hathaway/NASA/MSFC

# Эволюция ССО для пассивного ИСЗ



## Большая полуось

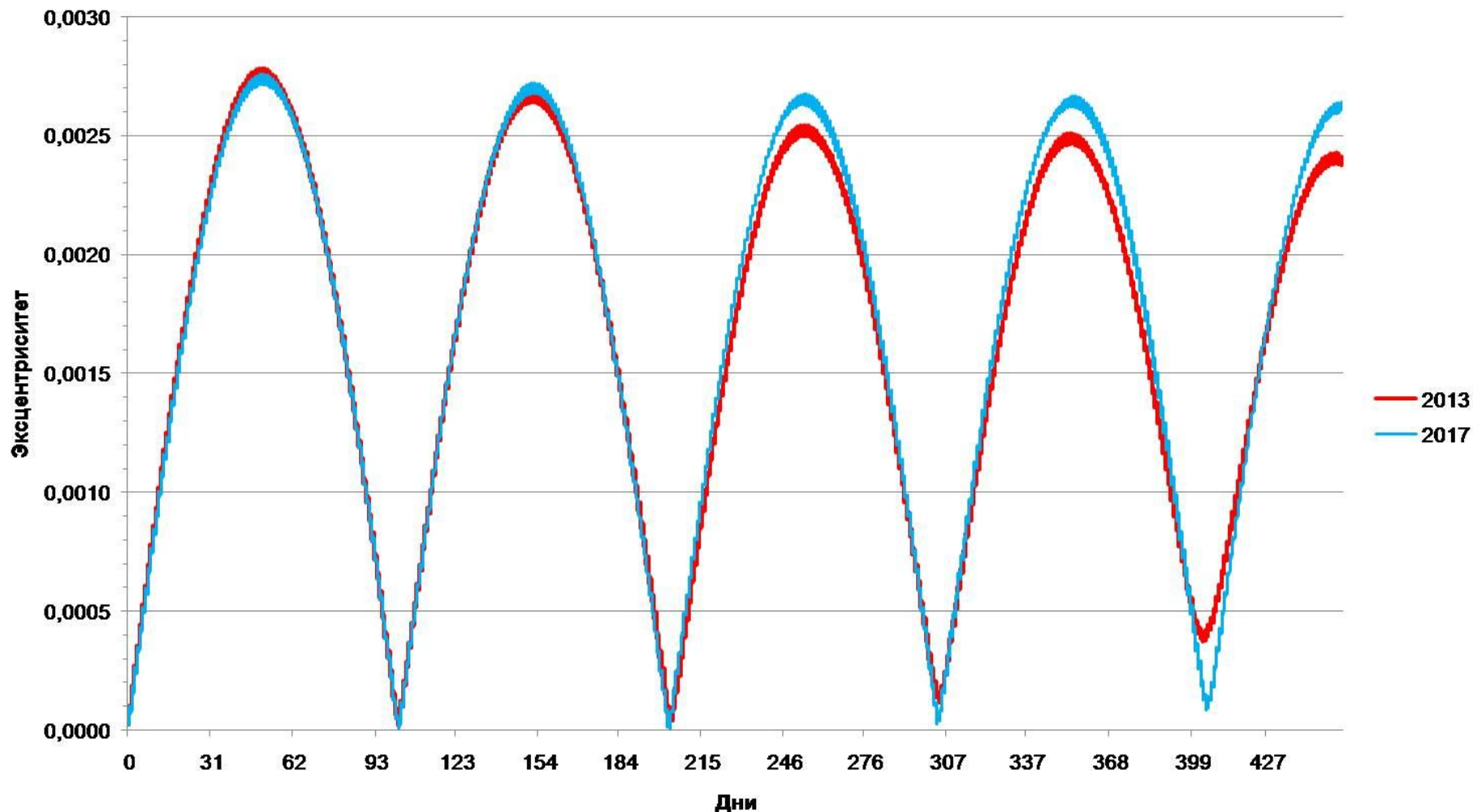




# Эволюция ССО для пассивного ИСЗ



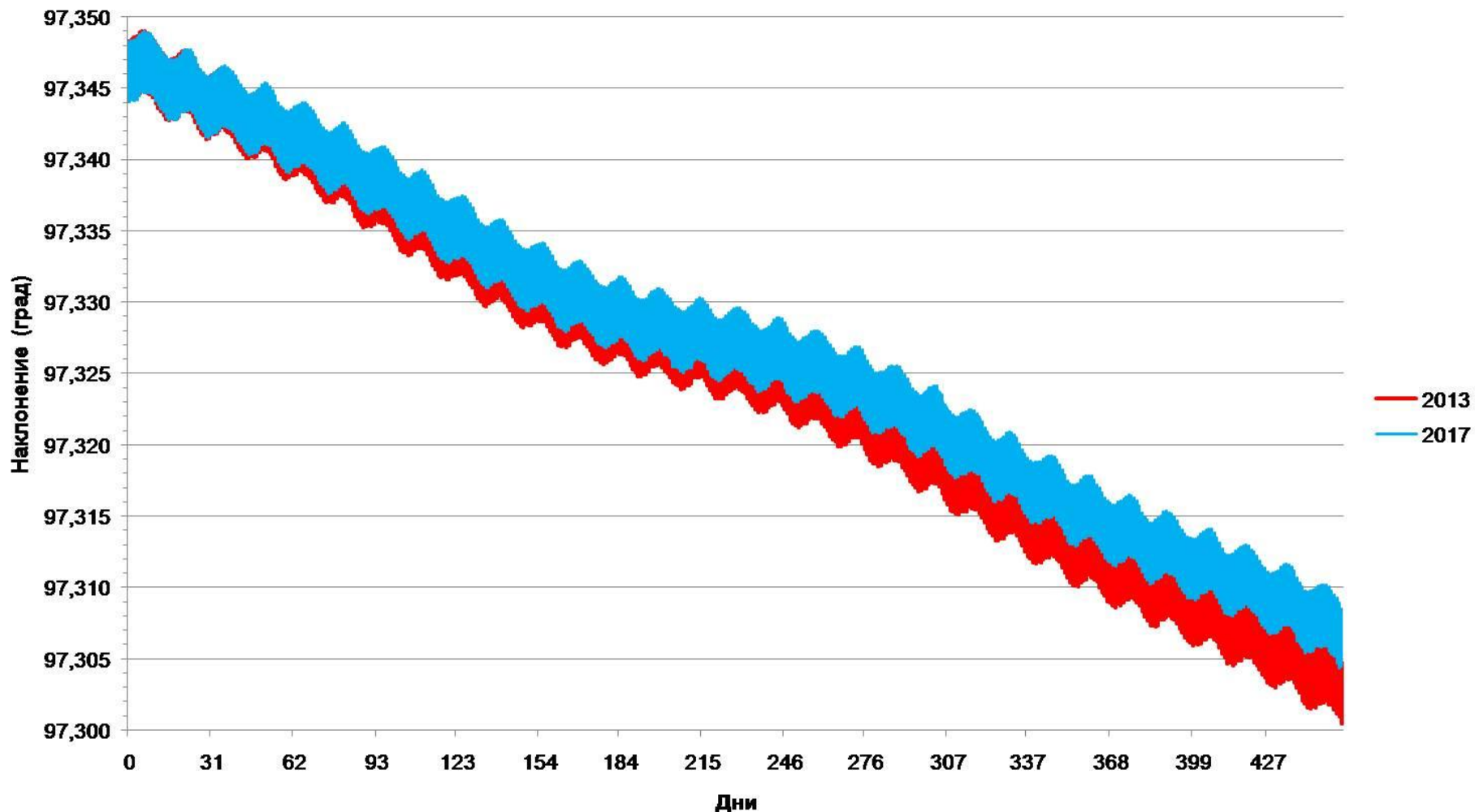
## Эксцентриситет



# Эволюция ССО для пассивного ИСЗ



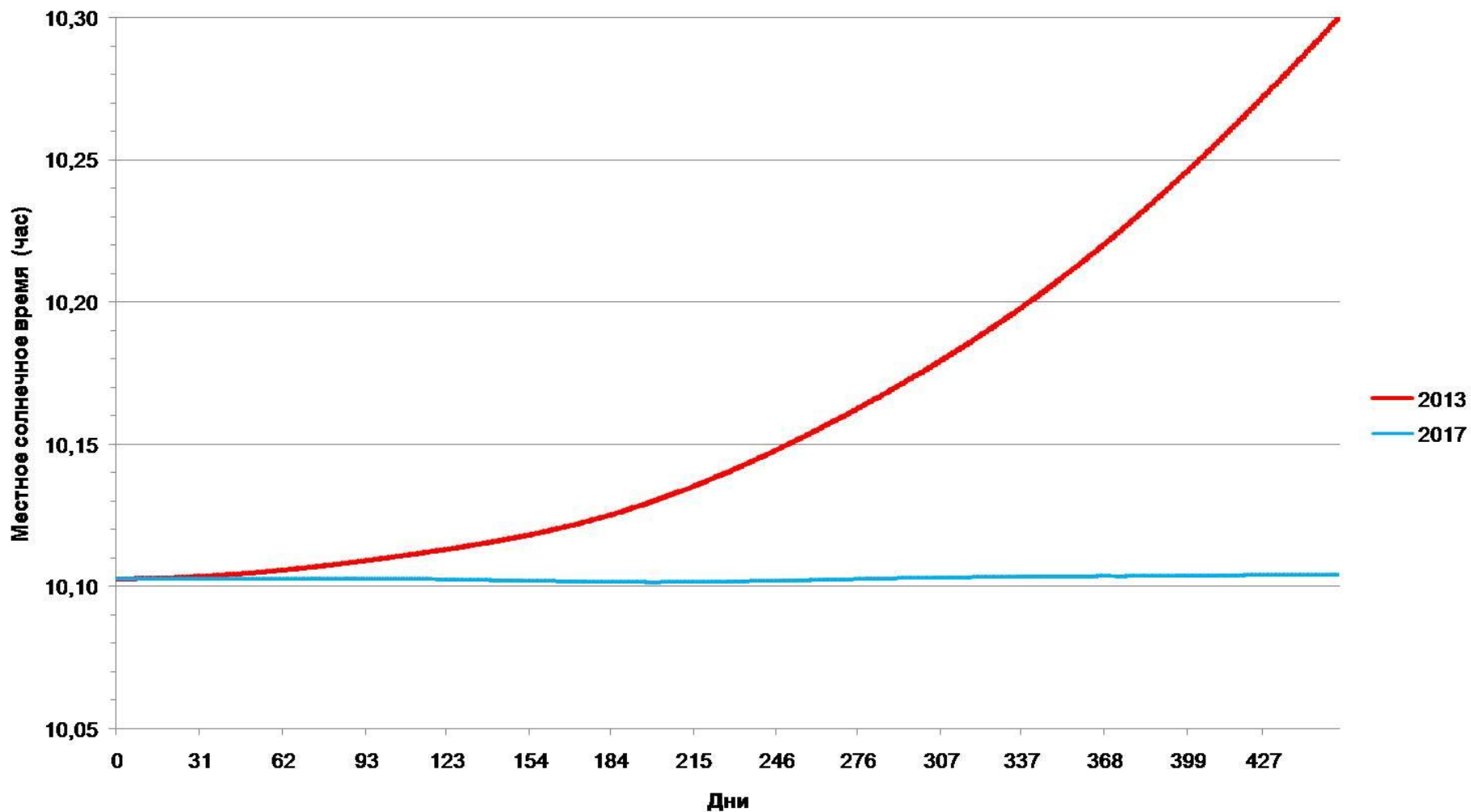
## Наклонение



# Эволюция ССО для пассивного ИСЗ



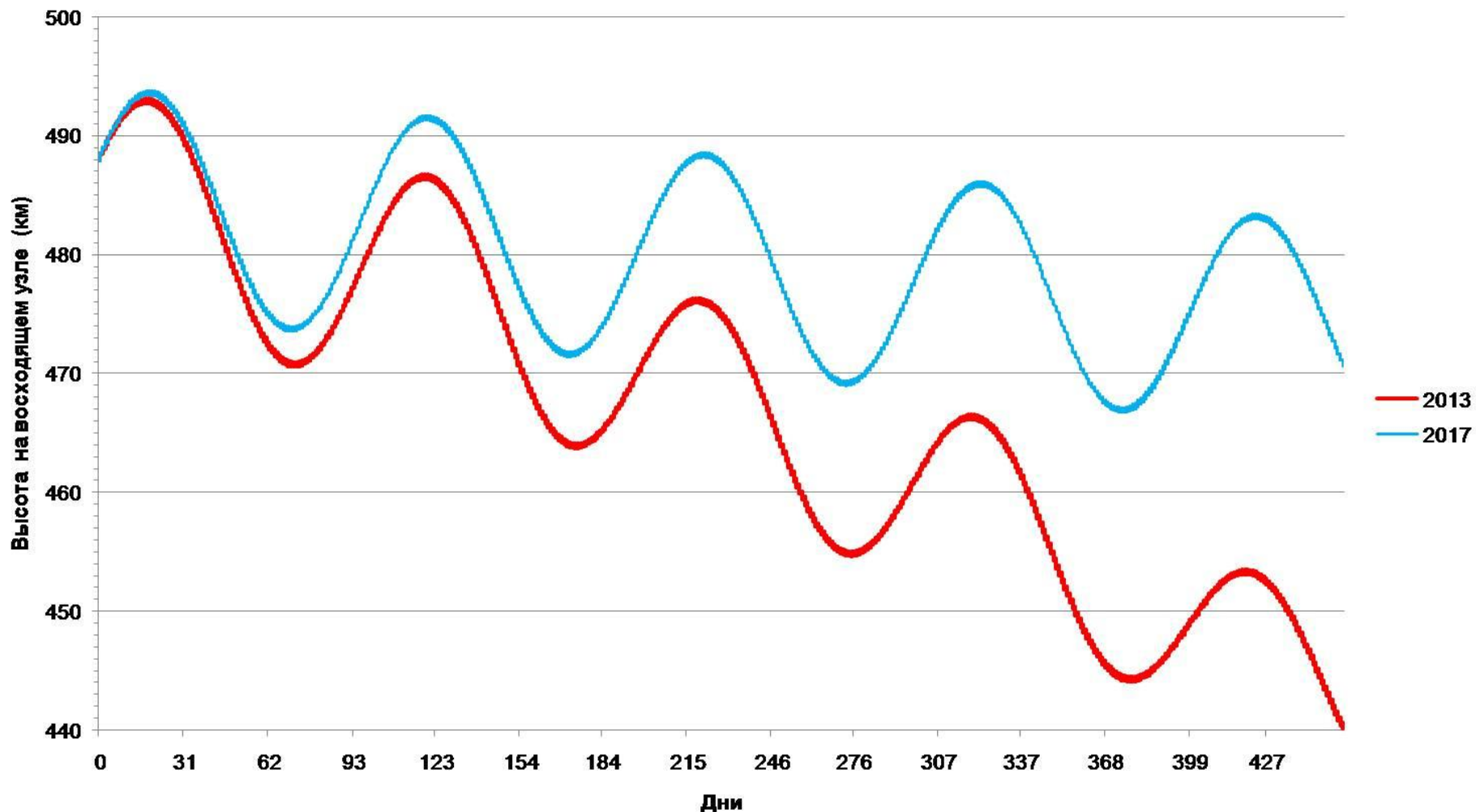
## Местное солнечное время



# Эволюция ССО для пассивного ИСЗ



## Высота в восходящем узле орбиты



# Поддержание орбиты ССО



## ✓ **Поддержание высоты орбиты**

Выбор, формирование и поддержание параметров устойчивой солнечно-синхронной орбиты КА дистанционного зондирования Земли

Н.С. Лысов, Е.А. Давыдов, К.В. Кисленко

*4 ЦНИИ Минобороны России*

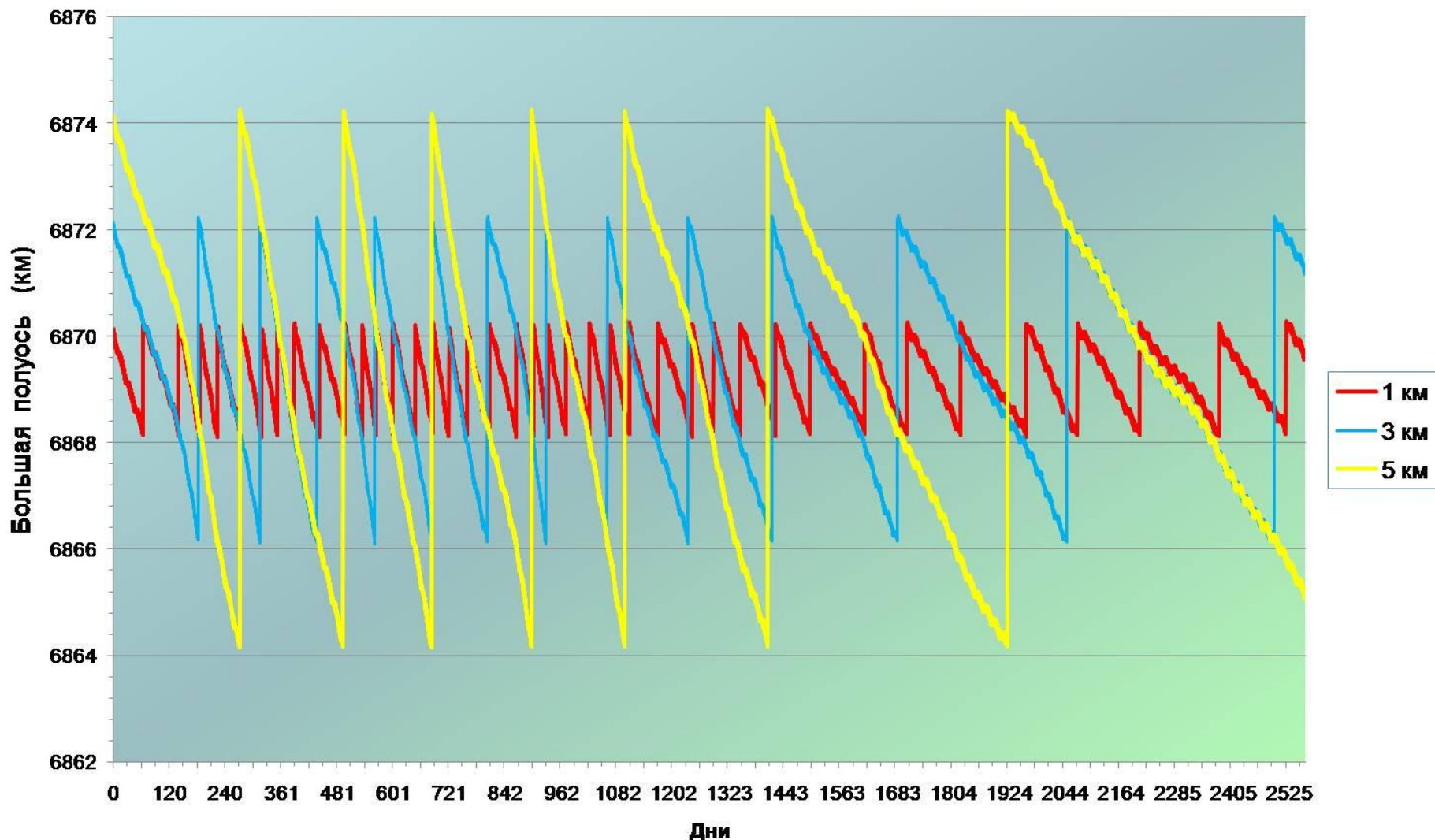
Интернет-конференция МАИ «Авиация и космонавтика»

Форум «Баллистика, динамика и управление движением»

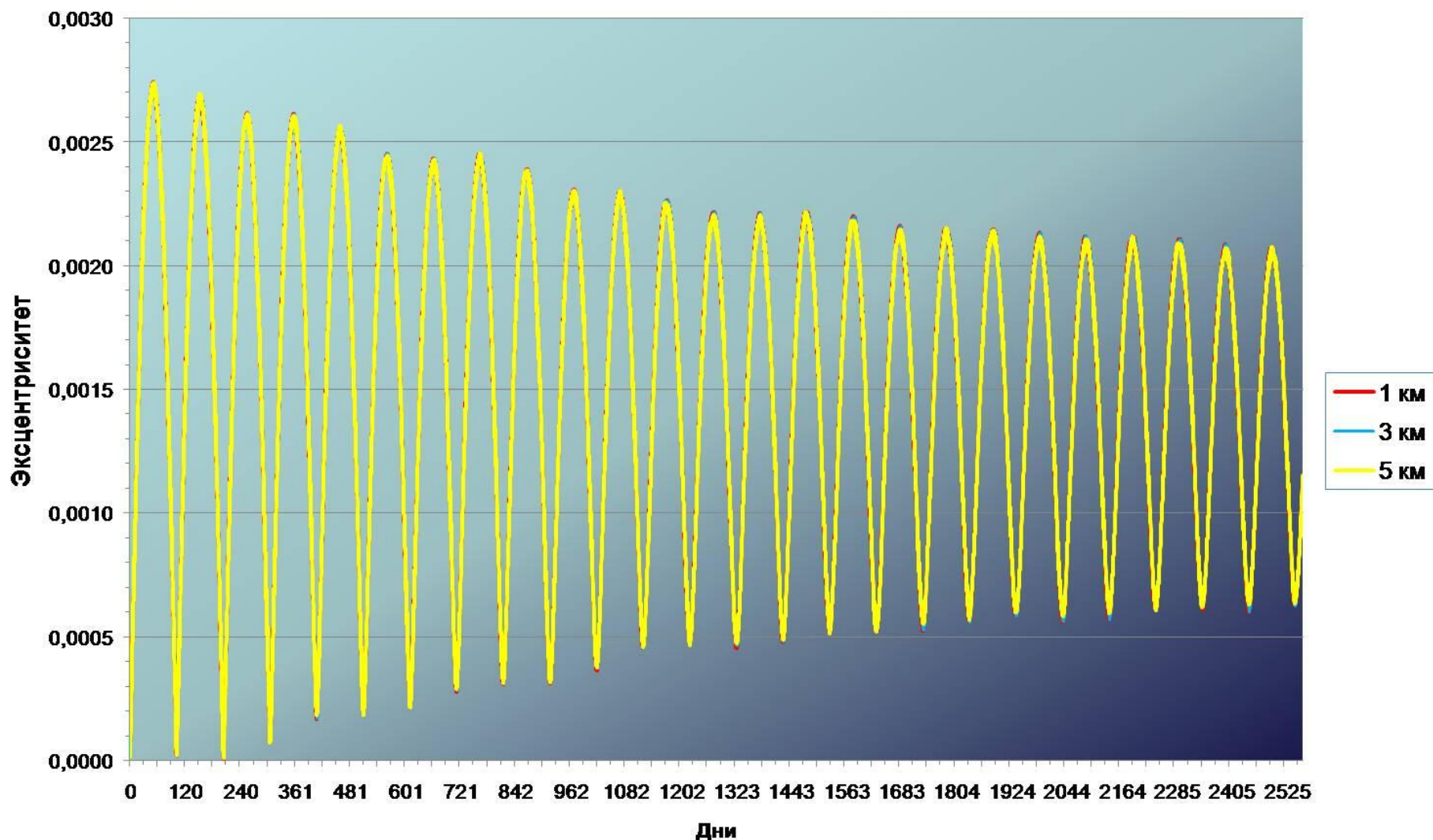
Добавлено 22 октября 2006 года

## ✓ **Поддержание высоты орбиты с периодической корректировкой наклона**

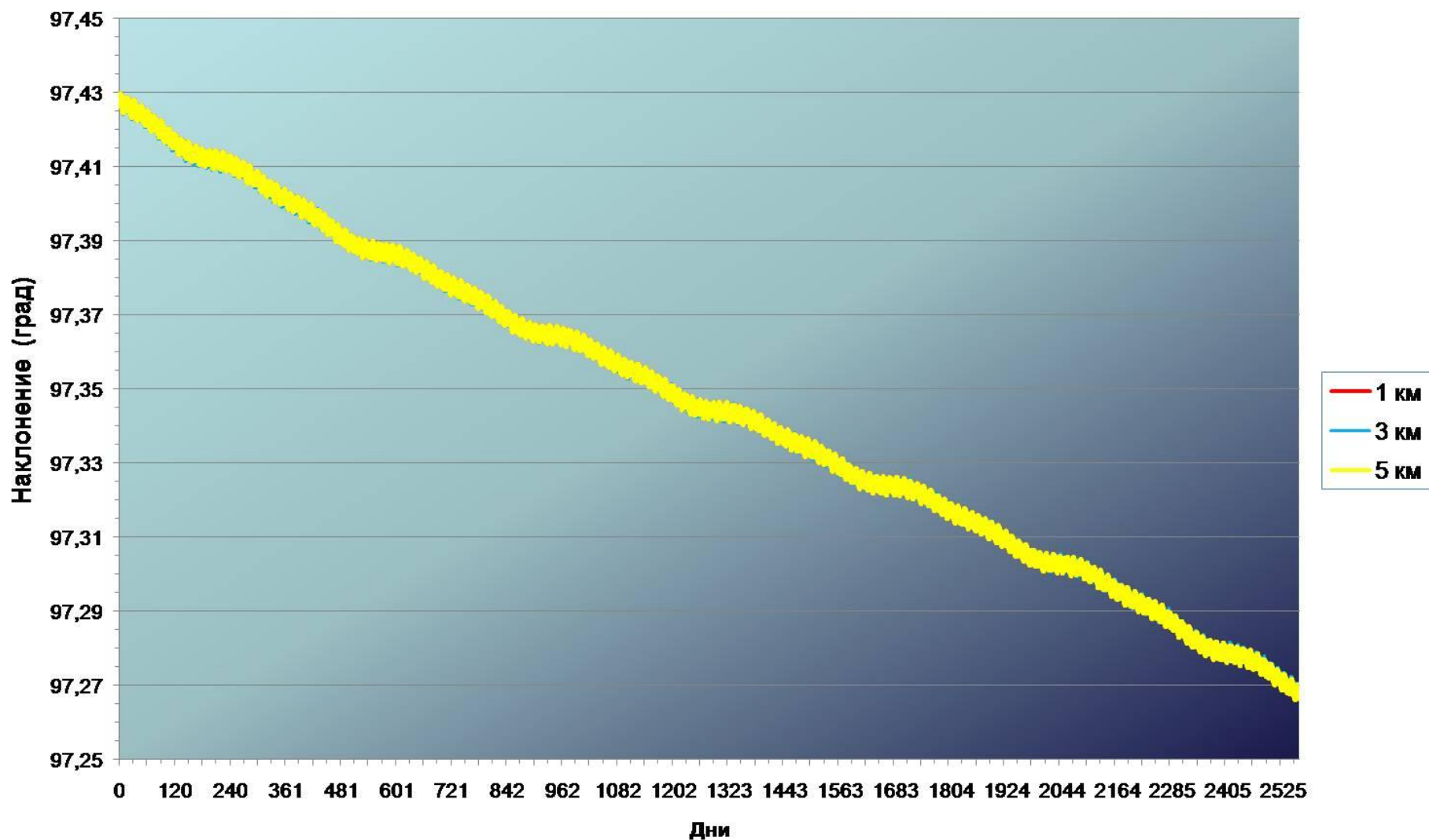
# Большая полуось (ССО)



# Эксцентриситет (ССО)

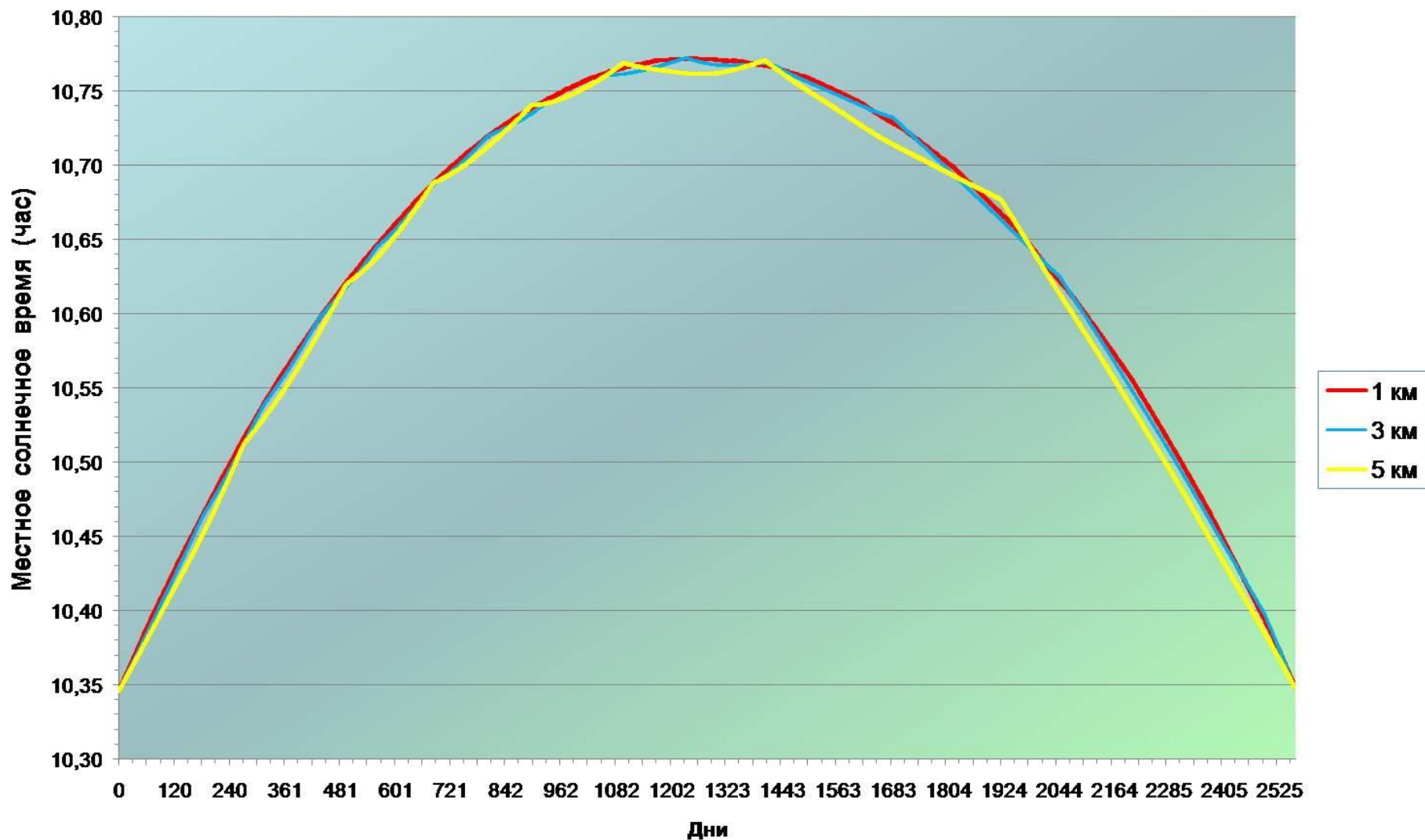


# Наклонение (ССО)

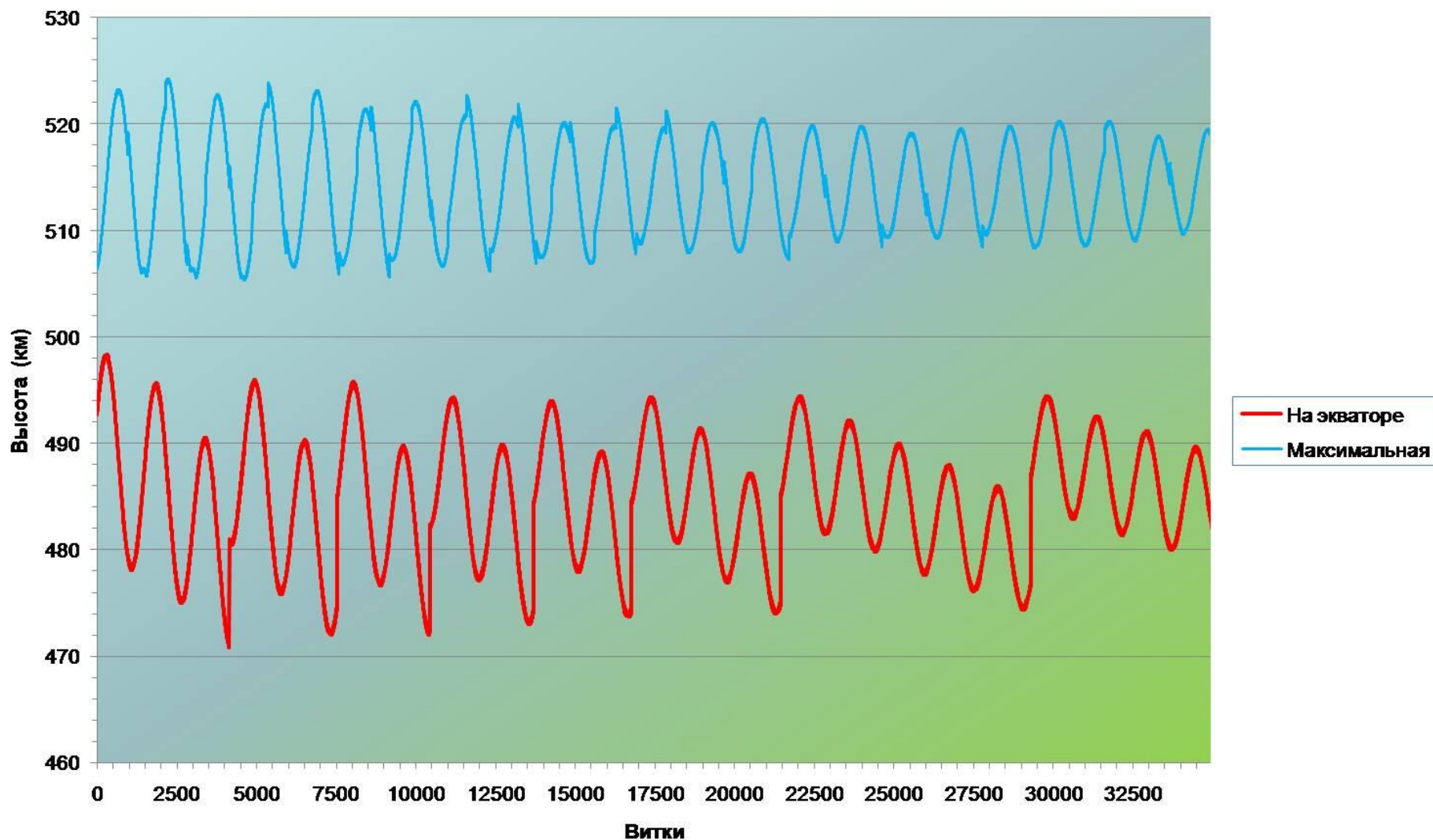




# Местное солнечное время (ССО)



# Высота (ССО)



# Контакты



## Алексей Роальдович Голиков

Институт прикладной математики  
им. М.В.Келдыша,  
Российская Академия наук

[Golikov@keldysh.ru](mailto:Golikov@keldysh.ru)

[Golikov@kiam1.rssi.ru](mailto:Golikov@kiam1.rssi.ru)

# Основные принципы THEONA



- Промежуточная орбита (с эйлеровыми элементами  $q_i$ ) основывается на точном решении (в квадратурах) Обобщённой задачи  $2^x$  неподвижных центров (GP2FC) [Е.П.Аксёнов, Е.А.Гребеников, В.Г.Дёмин]

- “Повитковое” аналитическое интегрирование:

$$q_i^{(\text{step}+1)} = q_i^{(\text{step})} + \Delta q_i^{(\text{step})}$$

- Возмущения  $\Delta q_i^{(\text{step})}$  оскулирующих эйлеровых элементов внутри каждого шага вычисляются аналитически
- Аналитические “возмущённые” интегралы используют специальные функции от орбитальных элементов

# Специальные функции



## ■ Функции косинуса наклона орбиты ( $\zeta = \cos i$ ):

- основные функции (отличаются от функций Kaula множителем):

$$Q_{mk}^n \zeta = \sqrt{\frac{(n+m)! \cdot (n-k)!}{(n-m)! \cdot (n+k)!}} \cdot P_n^k(0) \cdot i^{n-m} P_{mk}^n \zeta$$

- дополнительные функции для включения членов 3<sup>го</sup> порядка:

$$\bar{Q}_{mk}^n \zeta = \sqrt{\frac{(n+m)! \cdot (n-k)!}{(n-m)! \cdot (n+k)!}} \cdot P_n^{k+1}(0) \cdot i^{n-m} P_{mk}^n \zeta$$

где многочлены Якоби (Jacobi) с интегральным представлением:

$$P_{mk}^n \cos \theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left( \cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \cdot e^{i\varphi} \right)^{n+k} \left( \cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \cdot e^{-i\varphi} \right)^{n-k} e^{i(m-k)\varphi} d\varphi$$

# Специальные функции



- *Функции среднего движения и эксцентриситета:*

$$X_s^n(x, e) = \frac{1 - e^2^{-n/2}}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 + e \cos v)^n \cdot e^{ix(E - v - e \sin E)} \cdot e^{\pm isv} dv$$

- ✓ связь с цилиндрическими функциями Бесселя (Bessel) 1<sup>го</sup> рода и "гиперболоидными" функциями Якоби (Jacobi):

$$X_s^n(x, e) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} J_v(xe) \cdot P_{s-x, v-x}^n \cdot 1/\sqrt{1-e^2}$$

- ✓ коэффициенты Ганзена (Hansen) являются частным случаем этих функций:

$$X_{n,m}^{(k)} = 1 - e^2 \frac{n+1}{2} \cdot X_{k-m}^{-(n+2)}(k, e)$$

- ✓ теорема сложения для функций, предложенных Голиковым:

$$X_s^{n+m}(x+y, e) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k^n(x, e) \cdot X_{s-k}^m(y, e)$$

# Специальные функции



## ■ "Гиперболоидные" функции Якоби (Jacobi):

$$P_{mk}^n \operatorname{ch} \tau = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \operatorname{ch} \frac{\tau}{2} + \operatorname{sh} \frac{\tau}{2} \cdot e^{i\varphi} \operatorname{ch} \frac{\tau}{2} + \operatorname{sh} \frac{\tau}{2} \cdot e^{-i\varphi} e^{i(m-k)\varphi} d\varphi$$

- ✓ "гиперболоидные" функции Якоби являются матричными элементами унитарных представлений  $T_l(u)$  группы  $QU(2)$
- ✓ "гиперболоидные" функции Якоби с нулевым нижним индексом соответствуют присоединённым функциям Лежандра (Legendre):

$$P_{m0}^n \operatorname{ch} \tau = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \operatorname{ch} \tau + \operatorname{sh} \tau \cdot \cos \vartheta^n \cdot e^{im\vartheta} d\vartheta = \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+m+1)} \cdot P_n^m \operatorname{ch} \tau$$

- ✓ присоединённые функции Лежандра с нецелыми нижними индексами используются в THEONA при учёте атмосферного торможения КА с высокой точностью изменения шкалы высот и для рассмотрения суточного "атмосферного горба"

# Существенные возмущения



- Существенные возмущения вычисляются аналитически:
  - Модель поля тяготения центрального небесного тела (с произвольным набором гармоник)
  - Атмосферное торможение (для различных моделей плотности атмосферы Земли, Марса, Венеры)
  - Гравитационное влияние внешних небесных тел (напр. Луны и Солнца для ИСЗ)
  - Световое давление (с теневыми эффектами)
- Орбитальный прогноз может рассматривать движение как пассивных, так и активных КА



# Другие эффекты



- Численно-аналитическая схема THEONA принимает во внимание различные типы манёвров:
  - импульсы
  - продолжительные
  - малой тяги
  - солнечный парус
- и другие коррекции спутникового движения:
  - коррекции орбиты (немоделируемые и т.п.)
  - обновление параметров солнечной активности и геомагнитной возмущённости
  - прецессия, нутация и движение полюса

# Интегралы от возмущающих функций



Гравитационное поле центрального небесного тела:

$$\mathbf{J} = \int_{t_1}^{t_2} R dt = \sqrt{\mu p} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{r_e}{p} \right)^n \sum_{m=0}^n \sum_{k=-n}^n Q_{mk}^n \zeta \sum_{s=-\infty}^{\infty} \mathbf{x}_s^{n-1} m\alpha, e \times$$

$$\times \sum_{(\pm)} c_{nm} \mp i d_{nm} \cdot y_s^{(1)} \pm i y_s^{(2)} \cdot \mathbf{e}^{\pm i \left[ \left( k - \frac{m\alpha}{1+\nu} \right) \cdot \phi + k \frac{\pi}{2} + m W_0 \right]} \cdot S_{k + \frac{s-m\alpha}{1+\nu}} + \dots$$

Гравитационное влияние внешних небесных тел:

$$\mathbf{J}_{\sigma} = \frac{2\mu' a'}{\sqrt{\mu a}} \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a}{a'} \right)^{n+2} \sum_{m=-n}^n \mathbf{e}^{-im[\Omega - \Omega' + \mu_0 \phi]} \sum_{k=-n}^n Q_{mk}^n \zeta \cdot \mathbf{e}^{-ik\phi} \sum_{l=-n}^n Q_{ml}^n \cos i' \cdot \mathbf{e}^{il\omega'} \times$$

$$\times \sum_{q=-\infty}^{\infty} X_{-(n+1),l}^{(q)} \cdot \mathbf{e}^{iq \left[ M'_{\Omega} - \alpha' \cdot \left( M_{\Omega} + \omega - \phi \cdot \frac{1-\lambda}{1+\nu} \right) \right]} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \mathbf{x}_s^{-(n+2)} q\alpha', e \cdot y_s^{(1)} - i y_s^{(2)} \cdot S_{k+m\mu_0 + \frac{s-q\alpha'}{1+\nu}} + \dots$$

# Пример точности THEONA

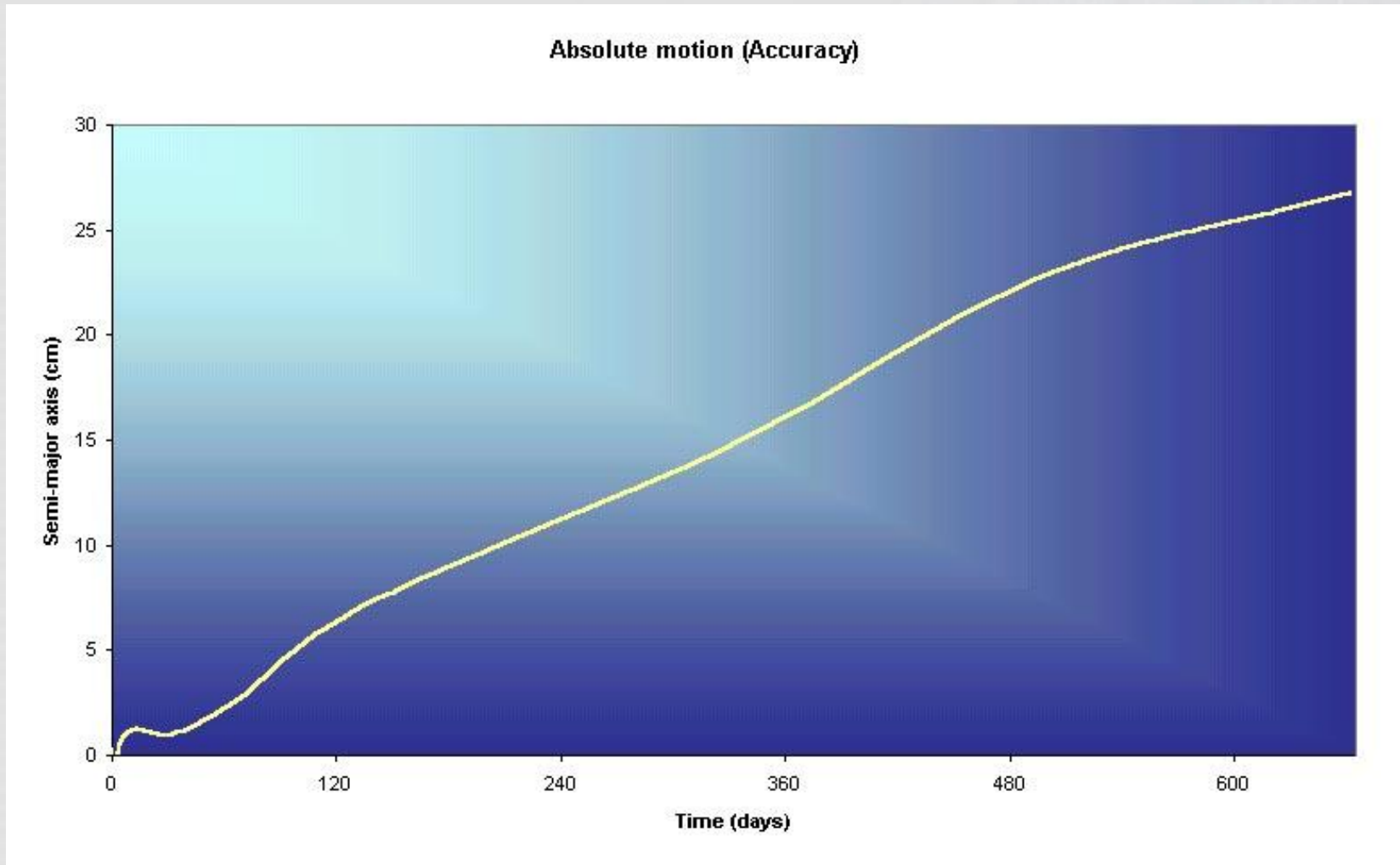


## Солнечно-синхронная орбита (ССО):

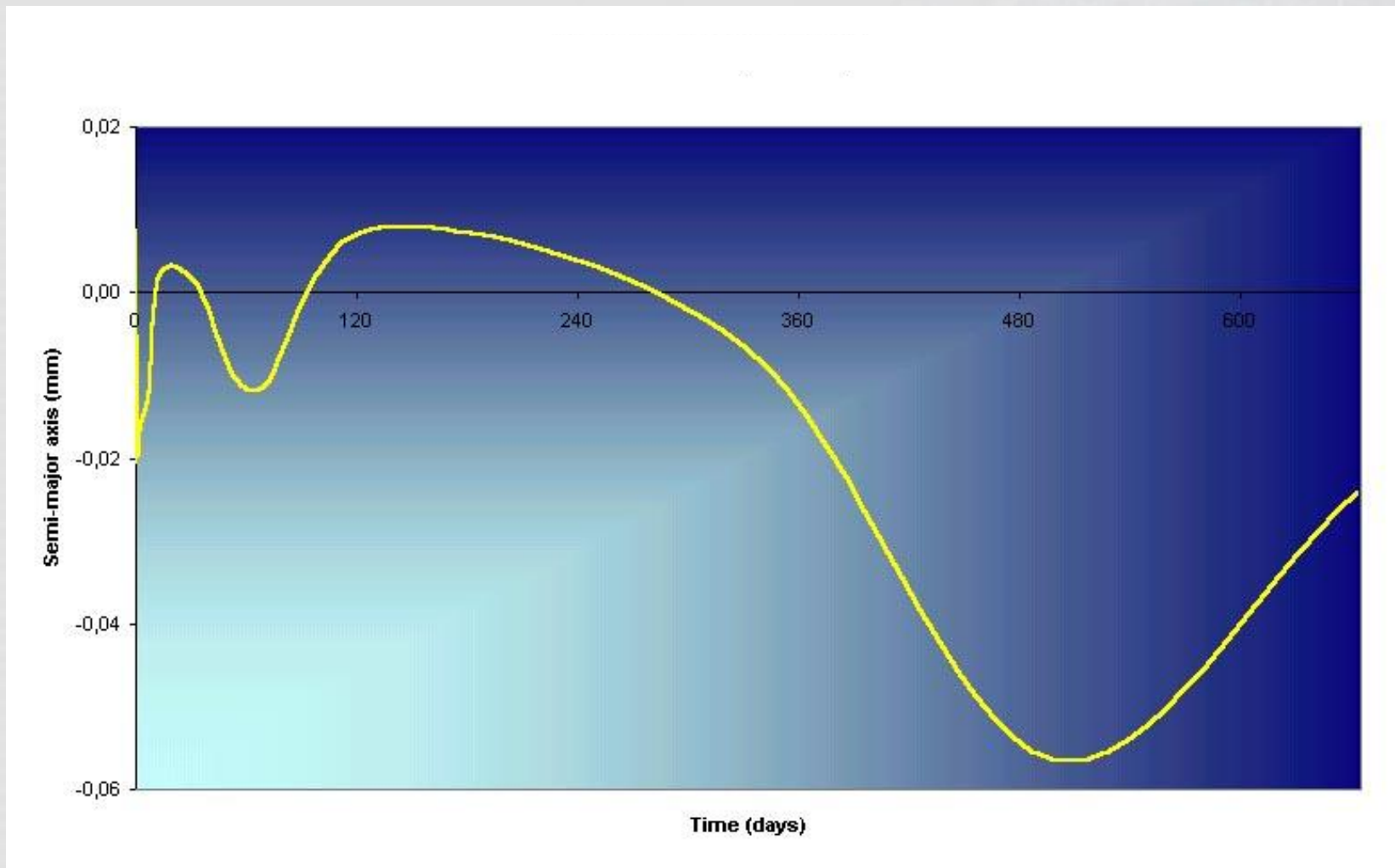
- ✓ На высоте  $\sim 491$  км с наклоном  $\sim 97,35$
- ✓ Коэффициент торможения спутника  $C_D = 2,0$
- ✓ Коэффициент светового давления  $C_R = 1,44$
- ✓ Отношение площади поперечного сечения к массе КА:  $A/m = 0,0067$  м<sup>2</sup>/кг

*Сравнение ведётся с численным интегрированием  
Ковэлла (12<sup>th</sup>-order Cowell numerical integration)*

# Точность (большая полуось $a$ )



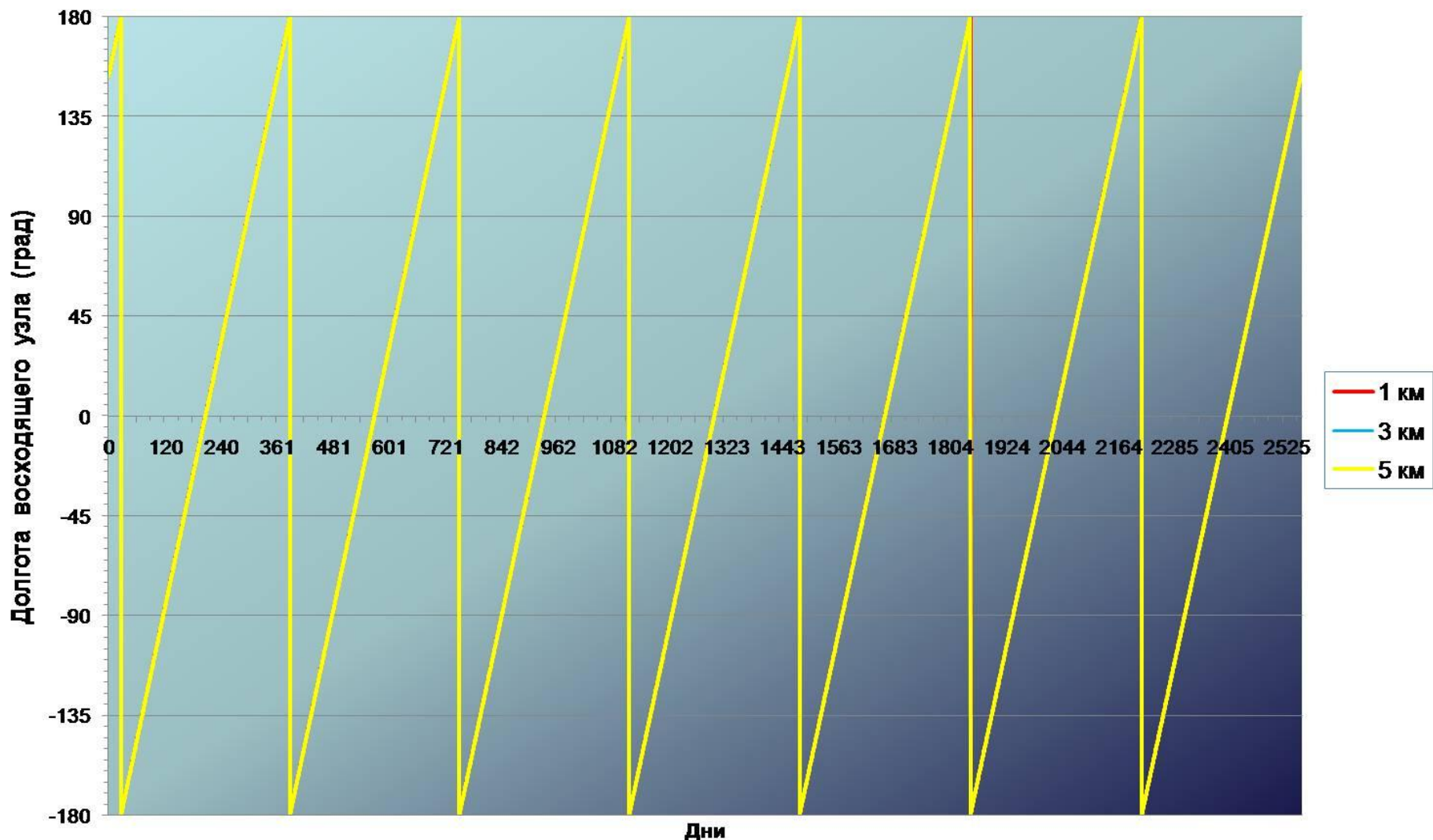
# Точность 3<sup>го</sup> порядка (a)



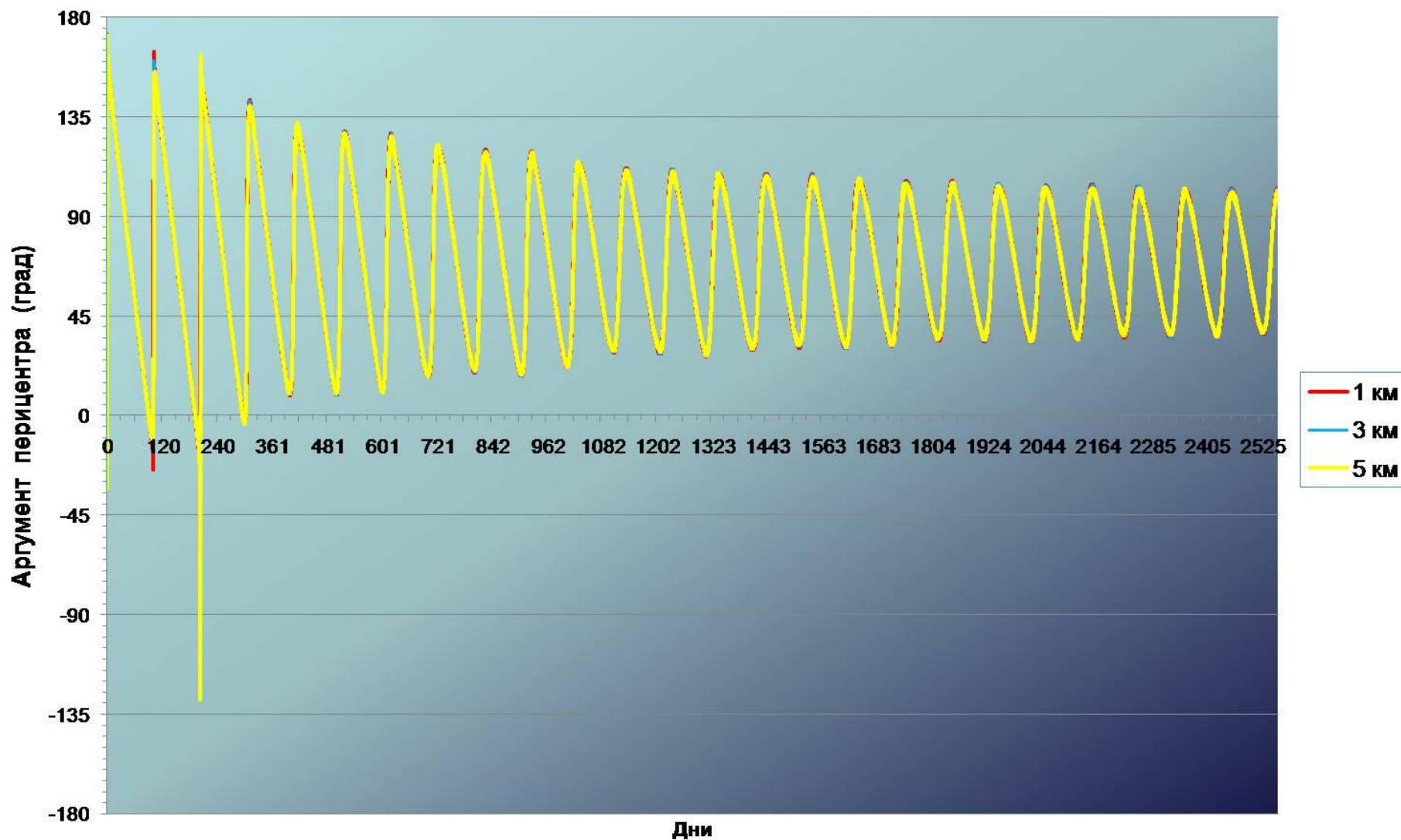
# Поддержание орбиты ССО



# Долгота восходящего узла (ССО)



# Аргумент перицентра (ССО)

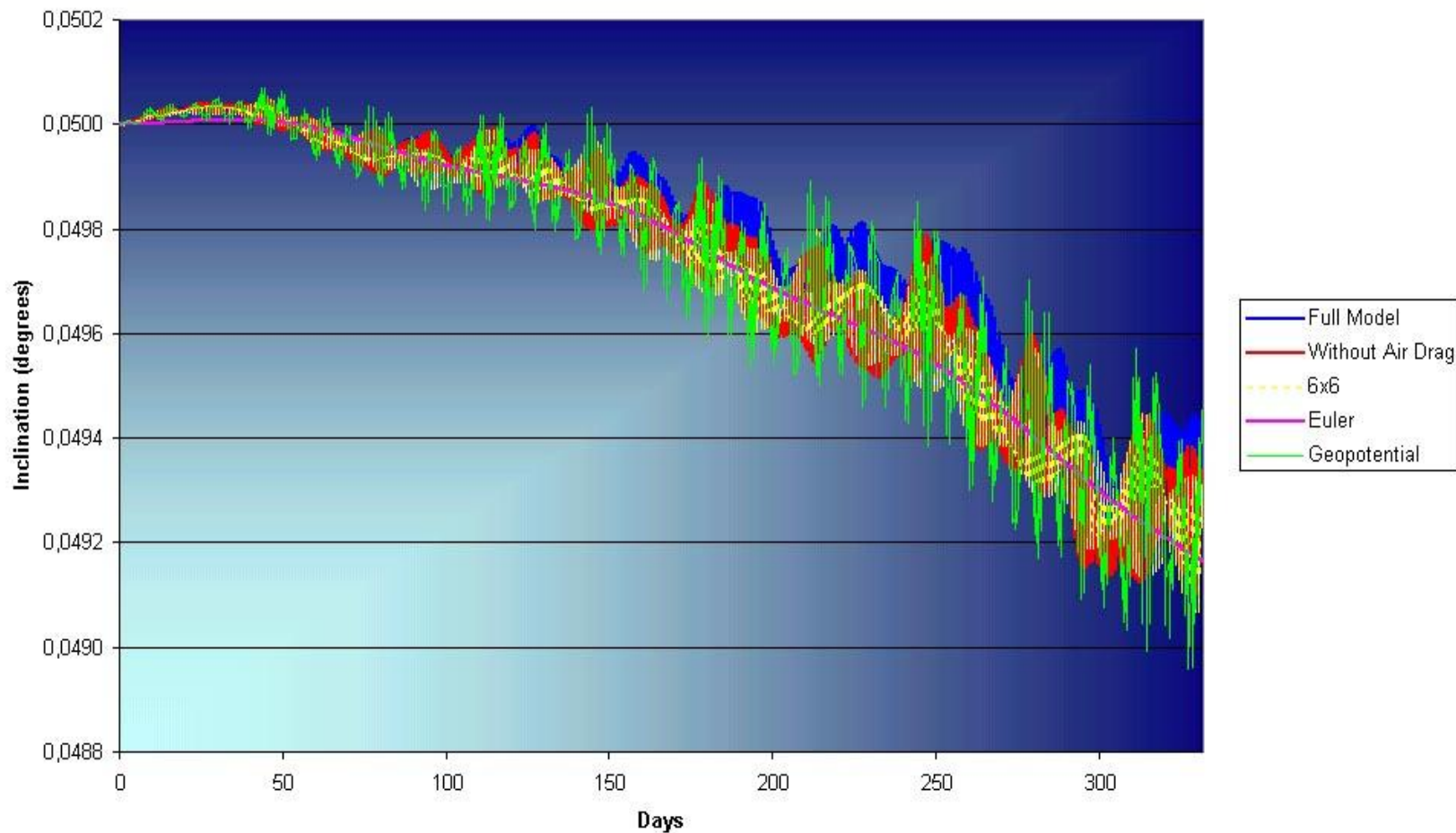




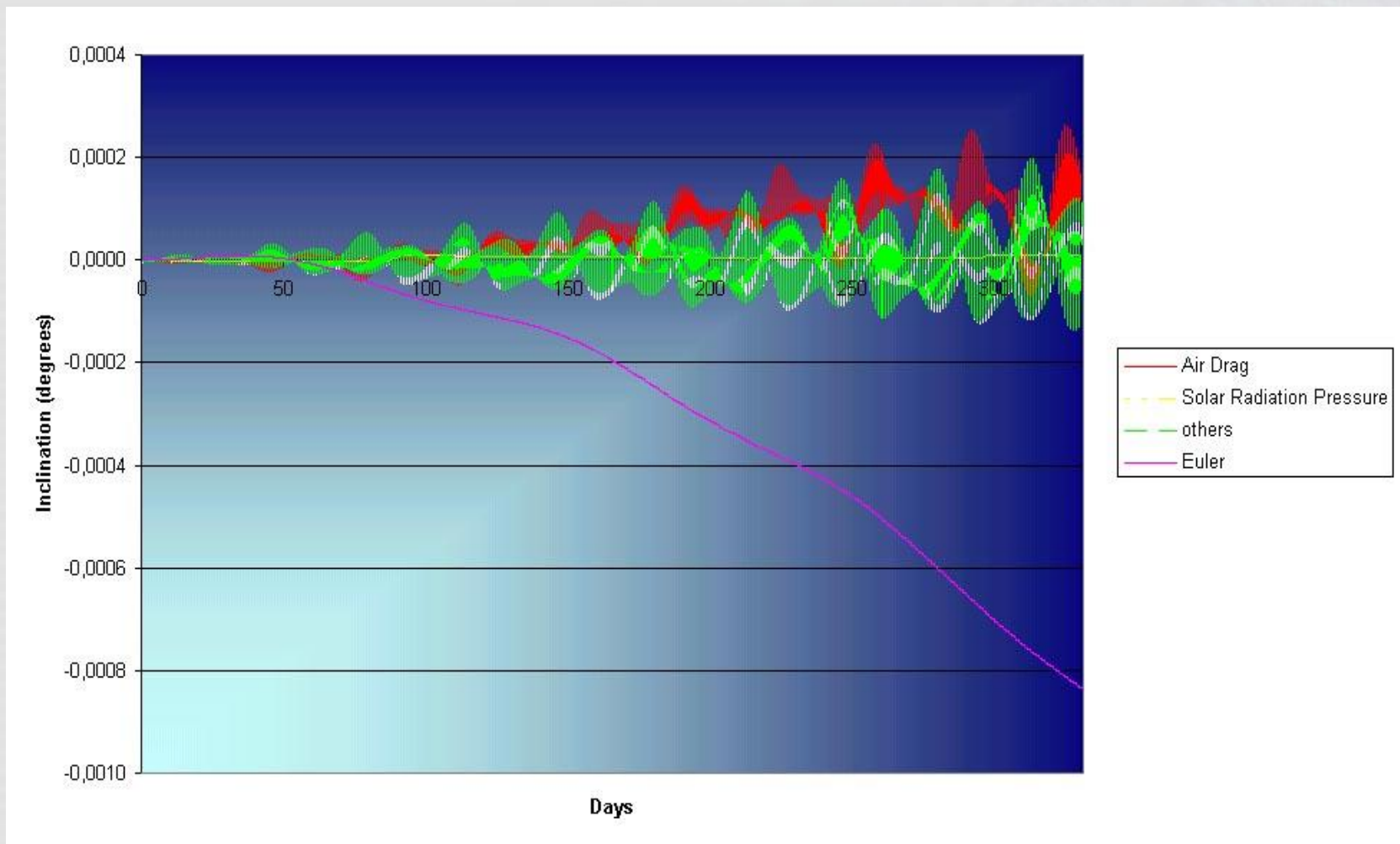
# Наклонение (ССО)



# Эволюция (наклон орбиты $i$ )



# Силовые составляющие в эволюции $i$



# Силовые составляющие в эволюции $i$

