



Об эволюции
солнечно-синхронного спутника
в ходе наступающего 24-го цикла
солнечной активности

Голиков Алексей Роальдович

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН

Основные приложения THEONA



- ✓ **Расчёты движения спутников:** прогноз орбиты, дизайн миссий и трасс, орбитография и изучение эволюции орбит, вторичная баллистика, объёмные вычисления
- ✓ **Орбитальные измерения:** обработка измерений, уточнение орбит, определение параметров силовой модели (напр. гравит. поля Луны), баллистико-навигационное обеспечение полёта, обработка данных научных экспериментов миссии
- ✓ **Манёвры:** определение параметров манёвров, оптимизация схем манёвров для задач встречи, для формирования, сохранения и перестройки спутниковых группировок
- ✓ **Анализ миссии:** планирование и оценка схем миссии на длительных интервалах, оценка ошибок реализации, исключение обнаруженных систематических ошибок
- ✓ **Контроль околоземного пространства:** идентификация космических объектов, вычисление рисков столкновений, контроль физических условий, анализ случаев изменений

Преимущества THEONA



- Прямое соответствие эйлеровых элементов орбиты КА и его векторов состояния $\vec{X} = \vec{r}, \vec{V}$ (без необходимости их дополнительного согласования)
- Аналитическое интегрирование с использованием специальных функций обеспечивает эффективное вычисление других возмущений
- Орбитальный прогноз на основе THEONA с высоким быстродействием (~ 1000 раз, чем при численном интегрировании) и хорошей точностью (относительная погрешность $\sim 10^{-9}$ для THEONA первой версии и $\sim 10^{-12}$ для THEONA второй версии – 3^{го} порядка точности)

Пример точности THEONA

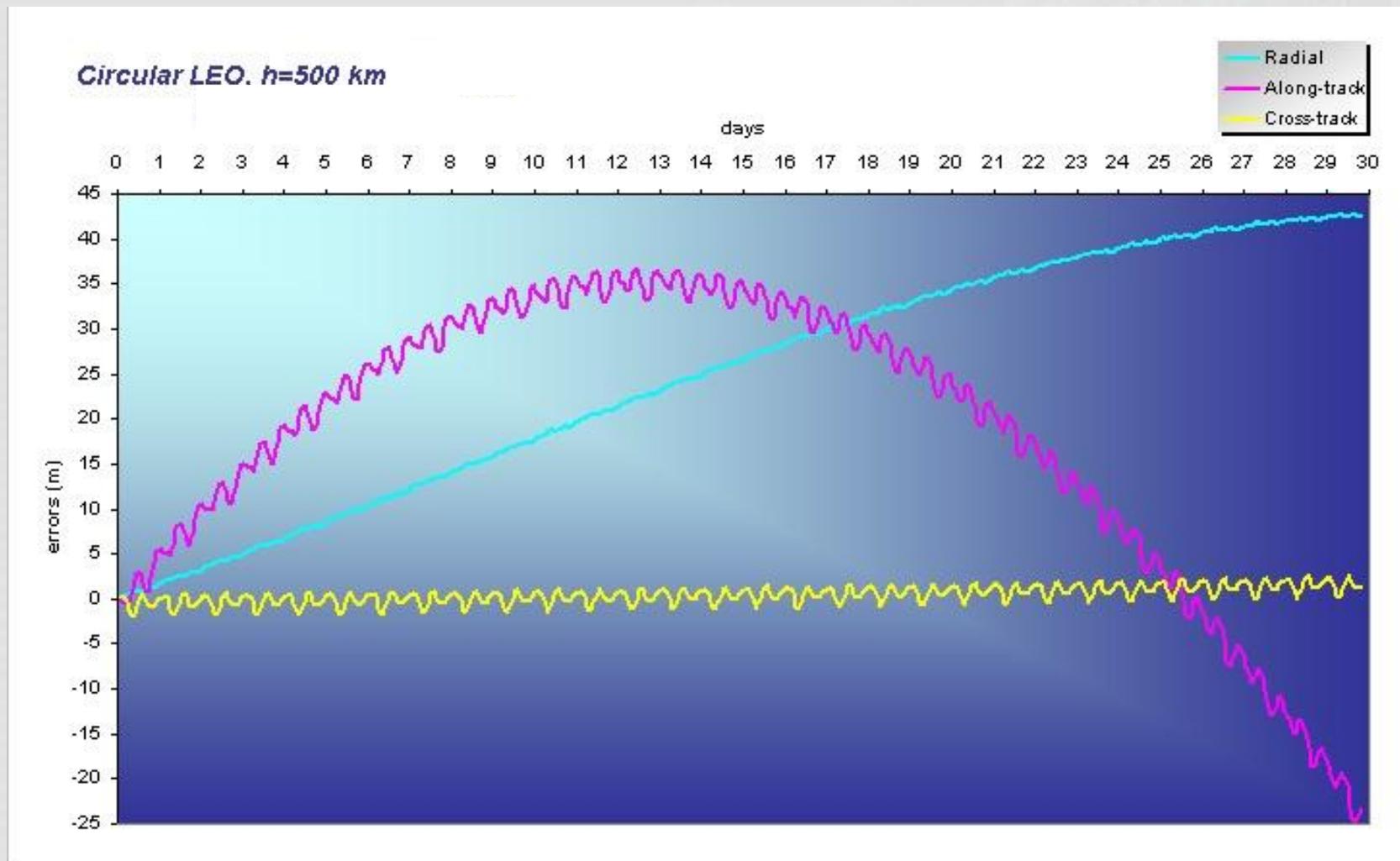


Солнечно-синхронная орбита (ССО):

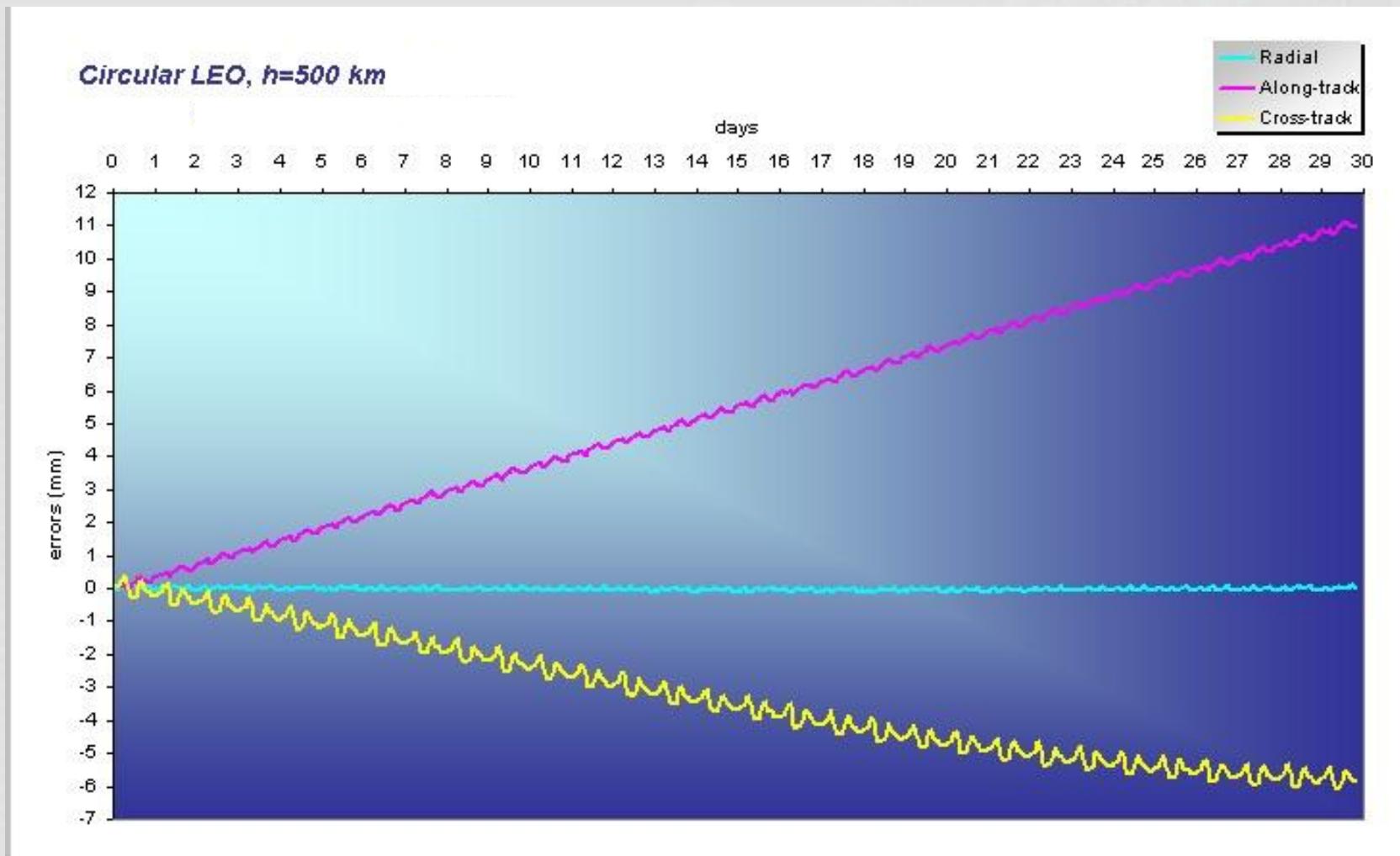
- ✓ На высоте ~ 491 км с наклоном $\sim 97,35$
- ✓ Коэффициент торможения спутника $C_D = 2,0$
- ✓ Коэффициент светового давления $C_R = 1,44$
- ✓ Отношение площади поперечного сечения к массе КА: $A/m = 0,0067$ м²/кг

*Сравнение ведётся с численным интегрированием
Ковэлла (12th-order Cowell numerical integration)*

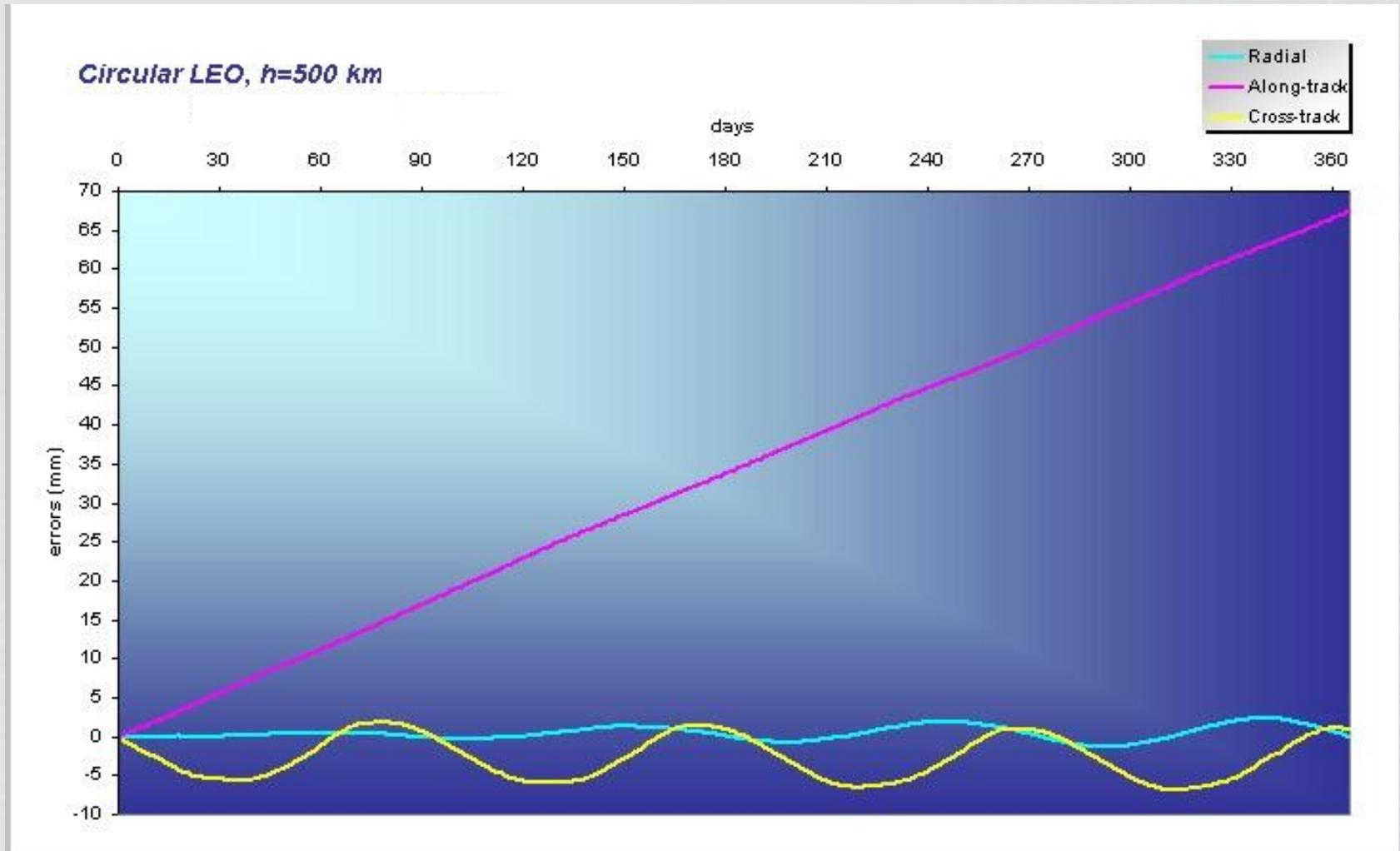
Абсолютная точность (1 месяц)



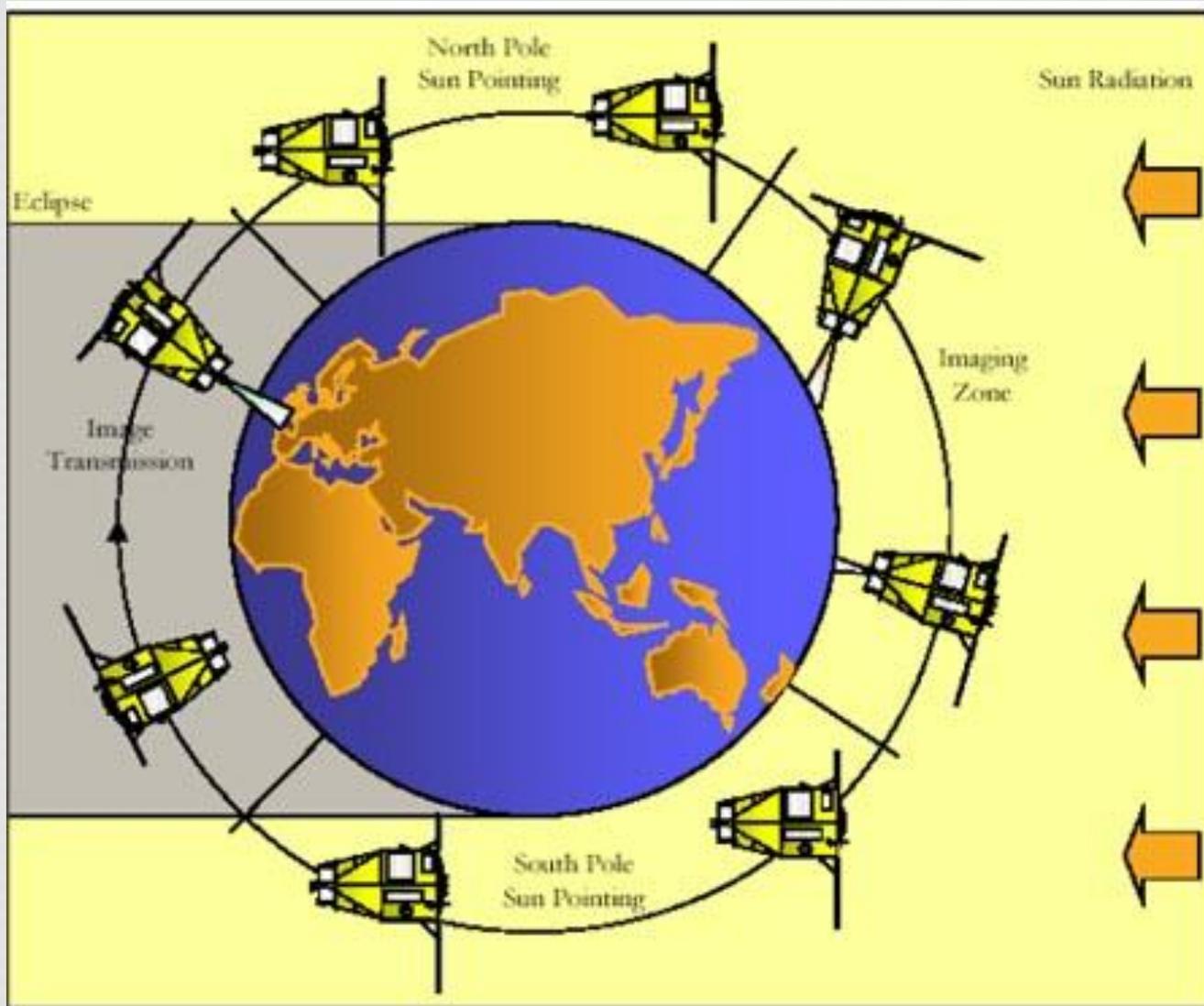
Точность 3^{го} порядка (1 месяц)



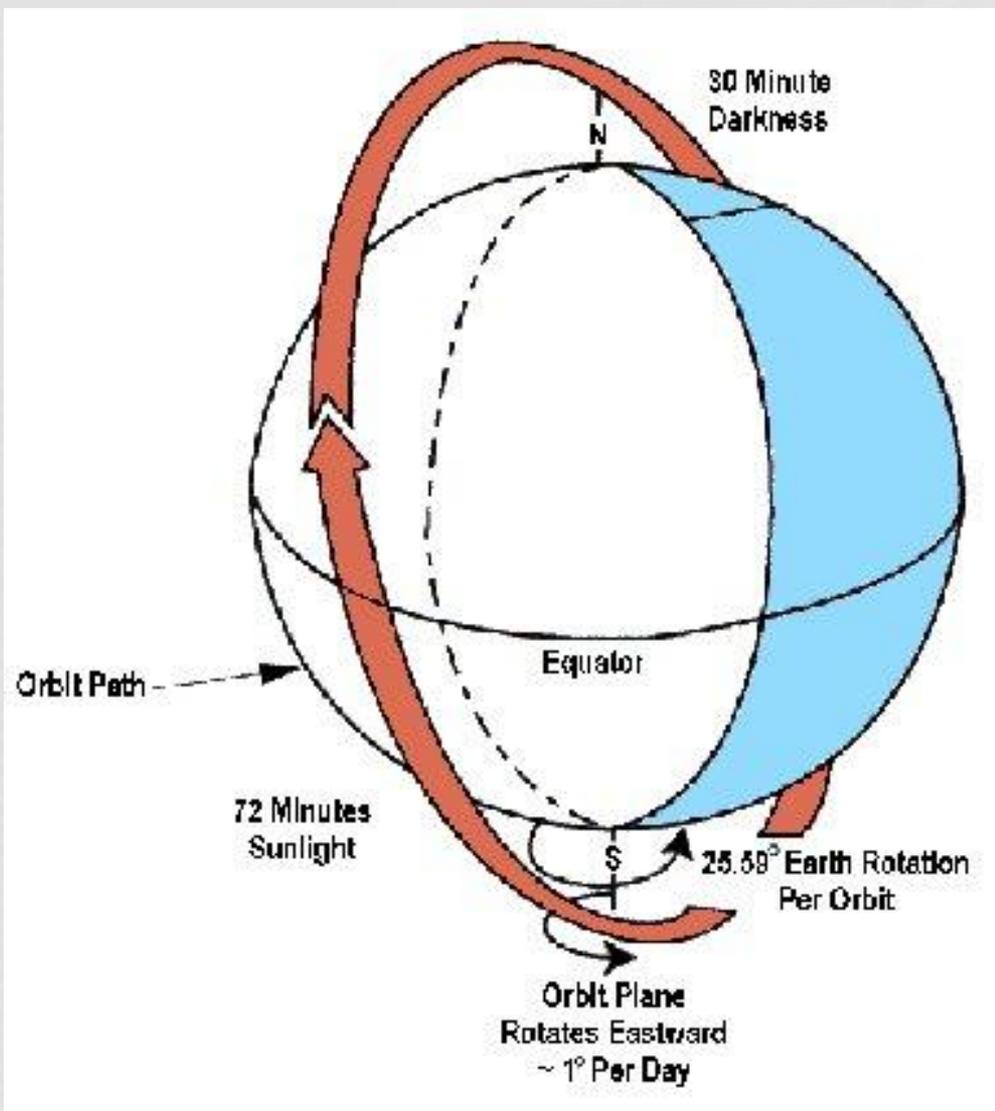
Точность 3^{го} порядка (1 год)



Солнечно-синхронная орбита



Солнечно-синхронная орбита



Солнечно-синхронная орбита



Наиболее существенные возмущения:

- ✓ Вторая зональная гармоника => *наклонение*
- ✓ Атмосферное торможение => *высота, местное солнечное время, уровень солнечной активности*
- ✓ Гравитационное влияние Солнца => *местное солнечное время*
- ✓ Световое давление => *местное солнечное время, интервал прохождения тени Земли, уровень солнечной активности*

Вывод: *Необходим учёт изменений солнечной активности, в т.ч. при проектировании миссий*

24^{ый} солнечный цикл



Прогноз индексов солнечной активности F10.7 :

- Australian Space Weather Agency (IPS Radio and Space Services, Australian Government)
- Space Weather Prediction Center (NOAA / National Weather Service, Boulder, Colorado, USA)
- National Center for Atmospheric Research (USA)
- Solar Influences Data Analysis Center (the Royal Observatory of Belgium)
- National Physical Laboratory (Space Weather Regional Warning Centre, New Delhi, India)
- Solar Physics Group (Marshall Space Flight Center, NASA, USA)
- National Geophysical Data Center (NDGC, Penticton, British Columbia, Canada)

24^{ый} солнечный цикл



Характеристики предстоящего солнечного цикла :

- ❖ Начало 24^{го} цикла задерживается на несколько месяцев (2009 → 2010) и имеет значительно меньшую производную увеличения солнечной активности
- ❖ Максимум солнечного цикла прогнозируется на сентябрь-октябрь 2013 года
- ❖ Прогнозируемые индексы (F10.7 cm Solar Radio Flux) солнечной активности не превосходят 140 единиц
- ❖ Окончание солнечного цикла – в конце 2019 года (F~72)

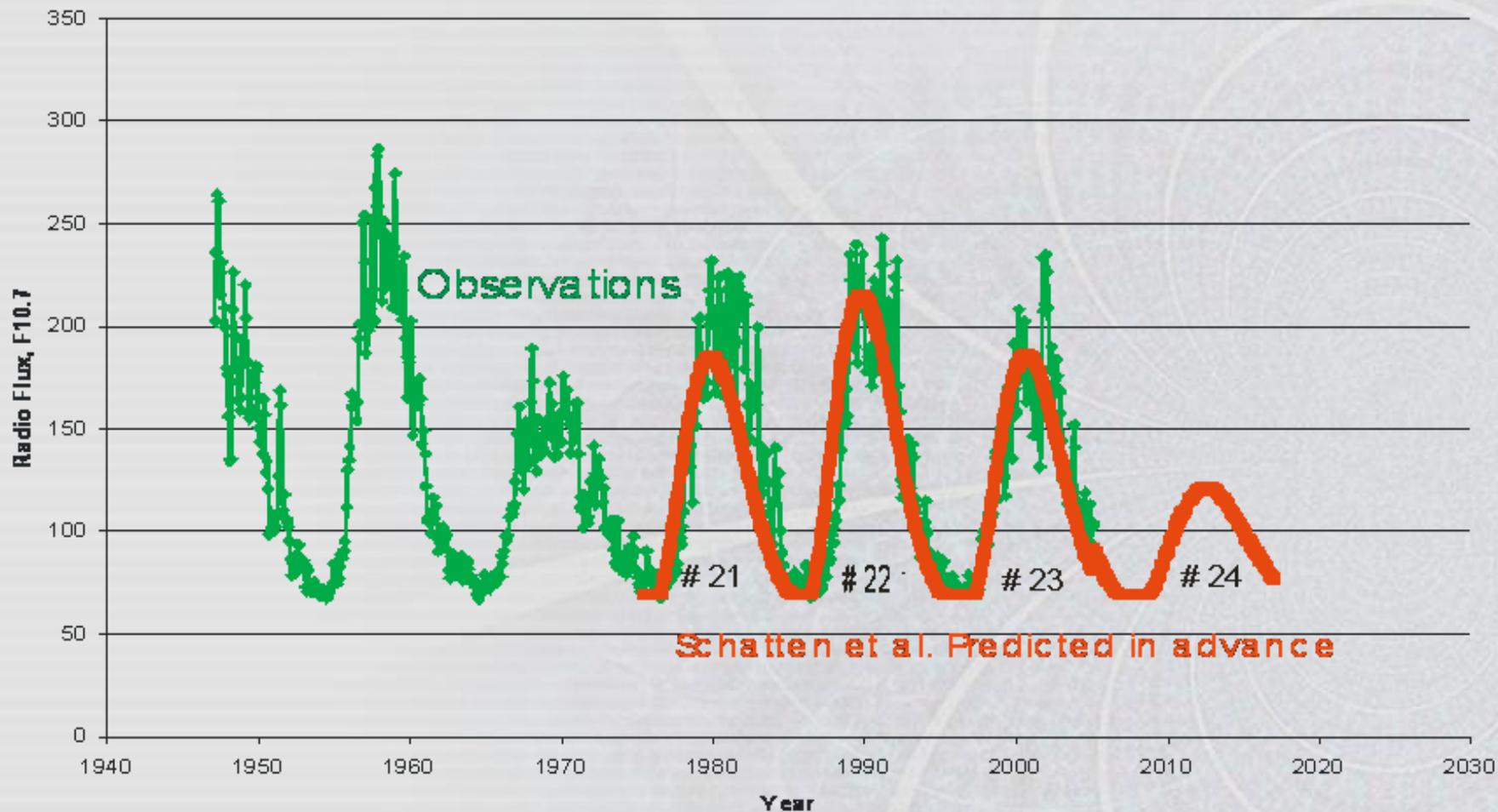
24^{ый} солнечный цикл



F10.7 Observations and Predicts

—◆— Observations

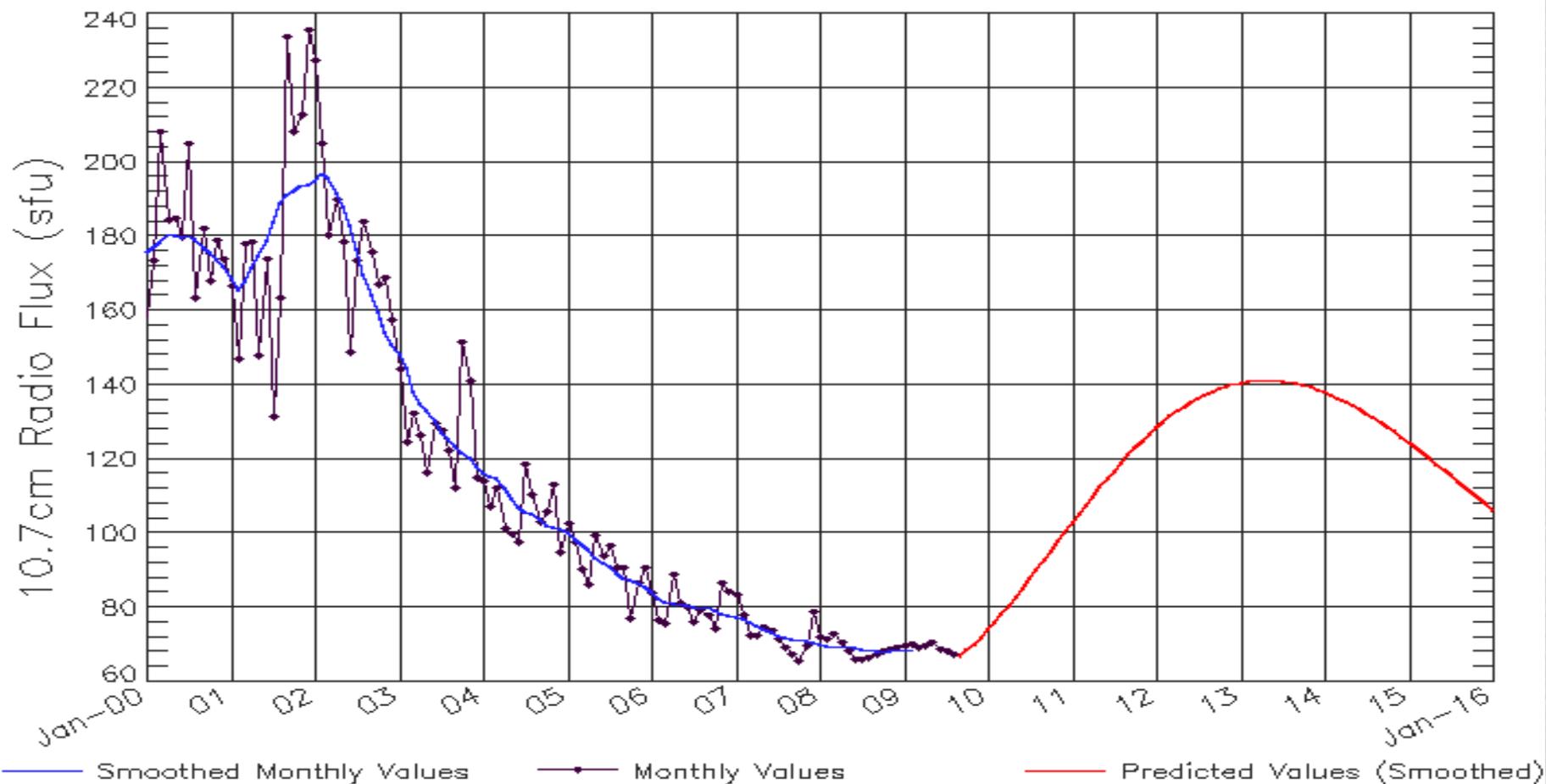
—■— Predicted in Advance



24^{ый} солнечный цикл



ISES Solar Cycle F10.7cm Radio Flux Progression
Data Through Aug 09



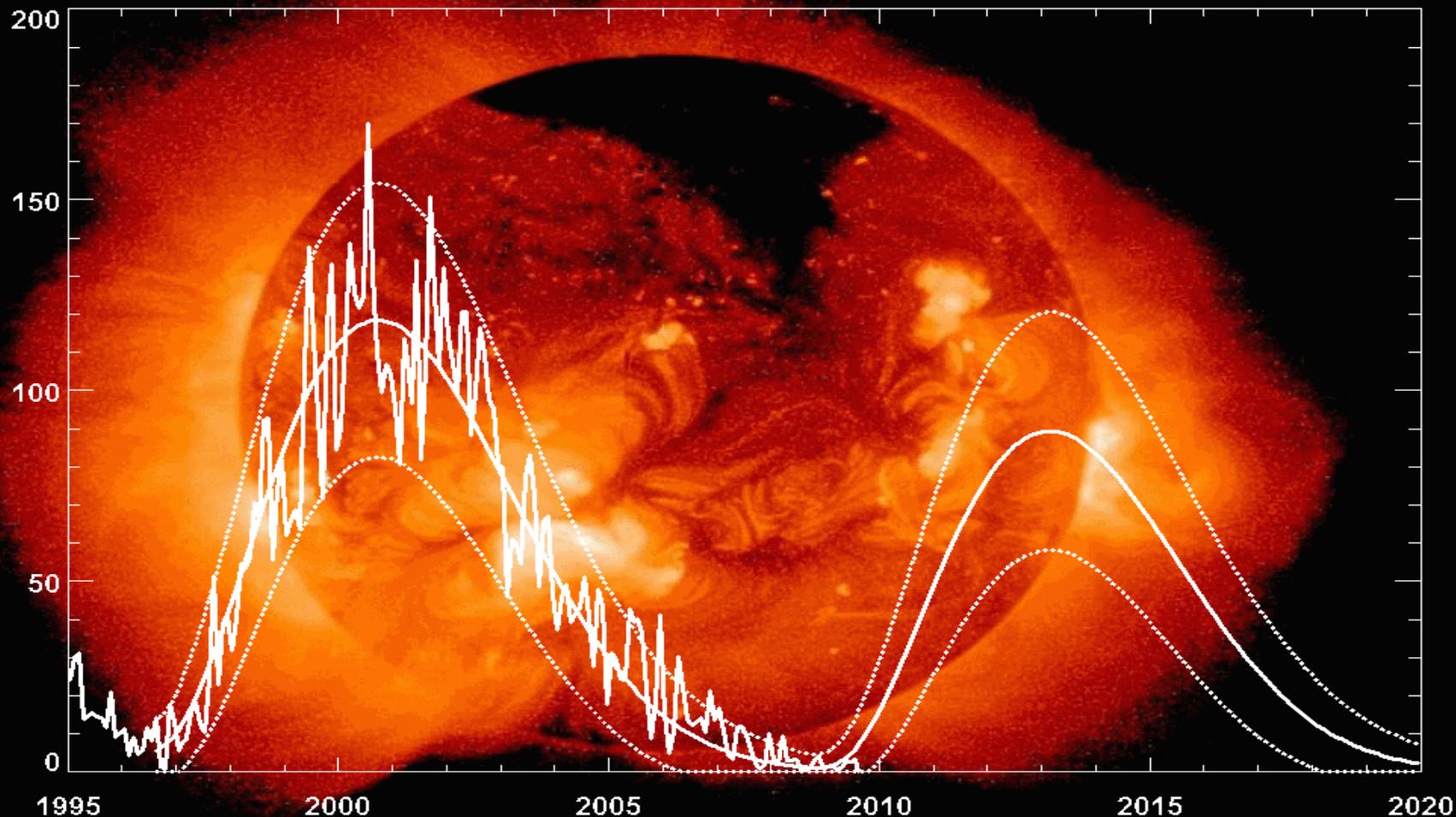
Updated 2009 Sep 8

NOAA/SWPC Boulder, CO USA

24ый солнечный цикл



Cycle 24 Sunspot Number Prediction (September 2009)

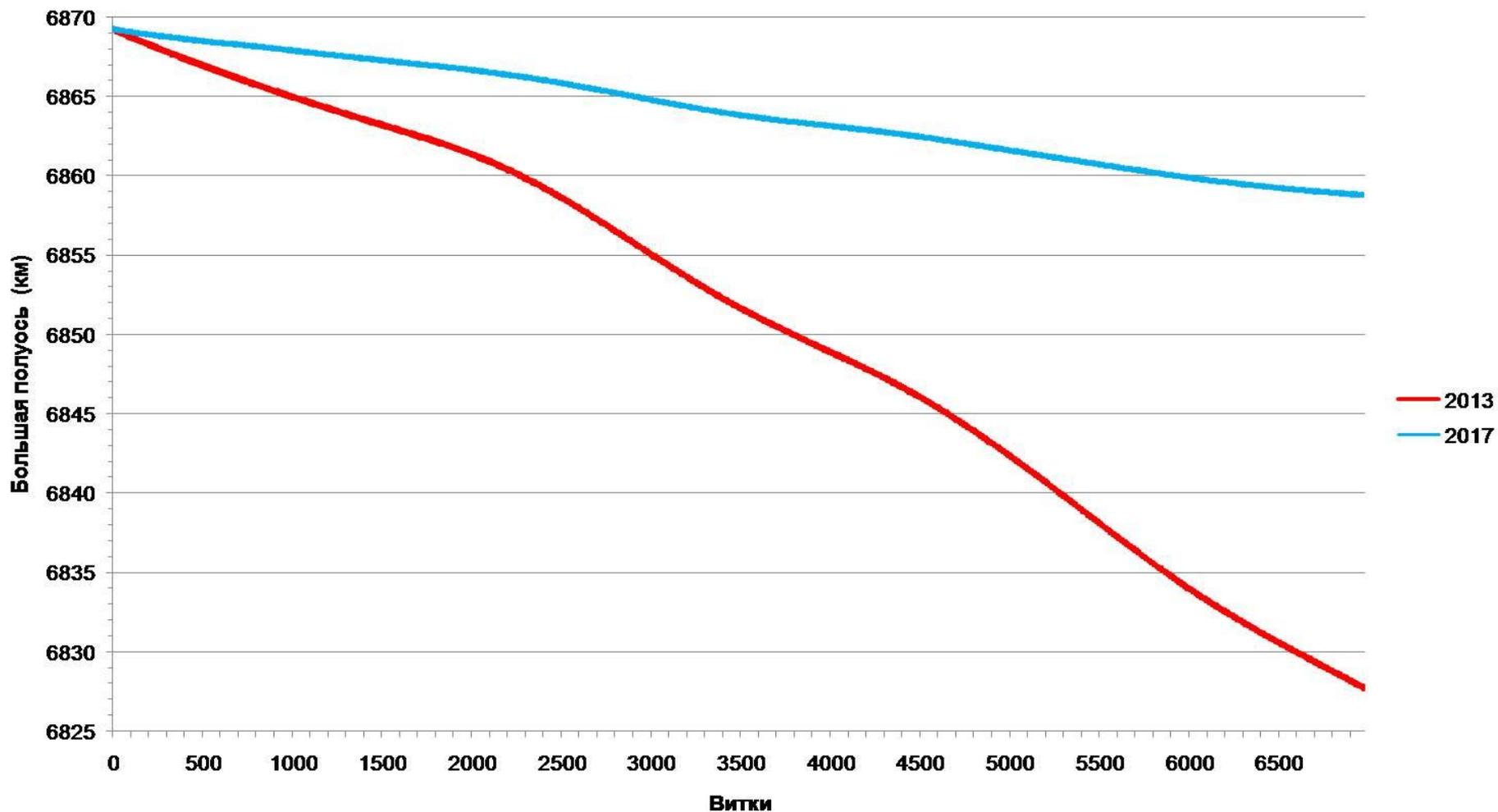


Hathaway/NASA/MSFC

Эволюция ССО для пассивного ИСЗ



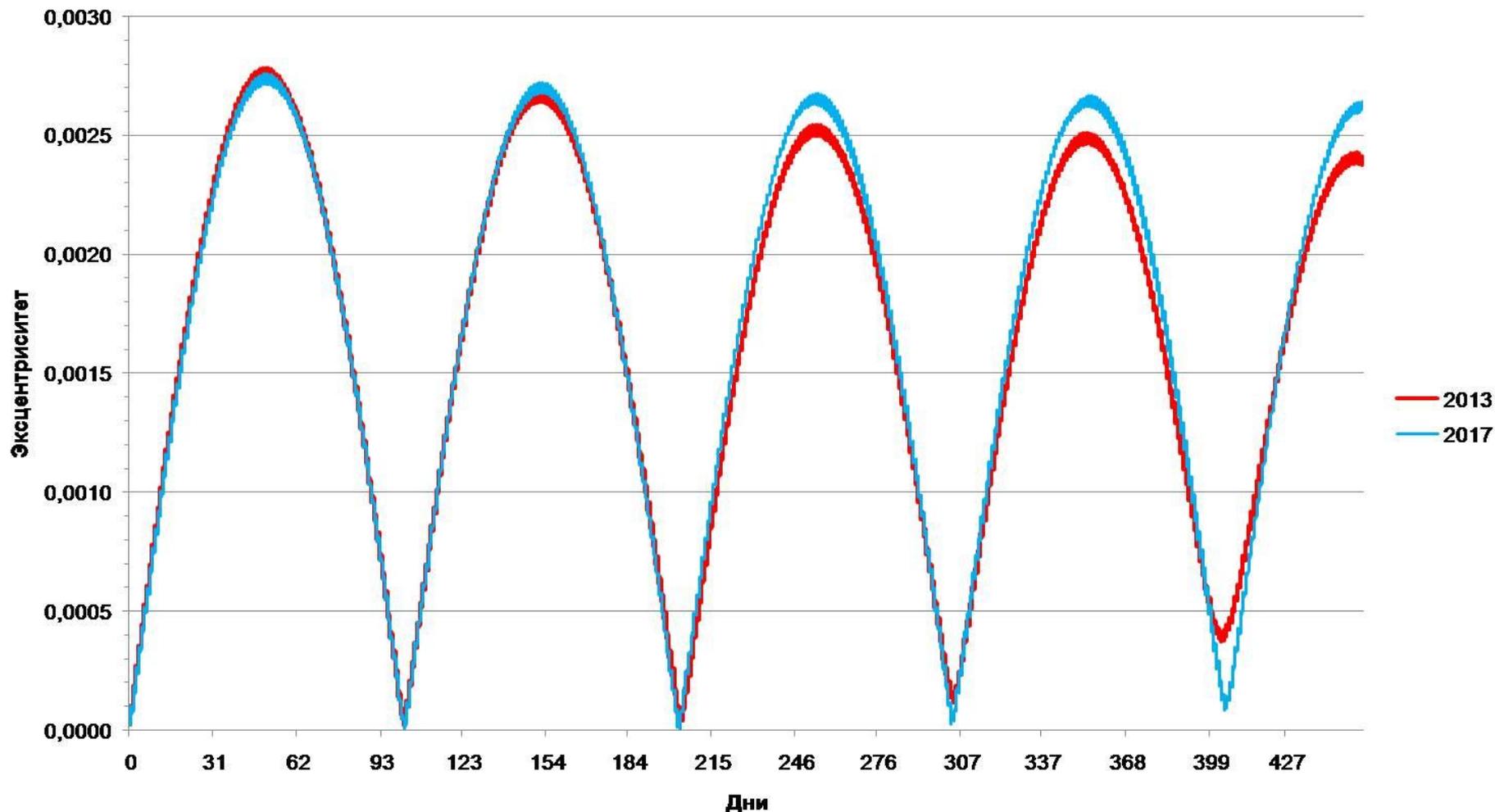
Большая полуось



Эволюция ССО для пассивного ИСЗ



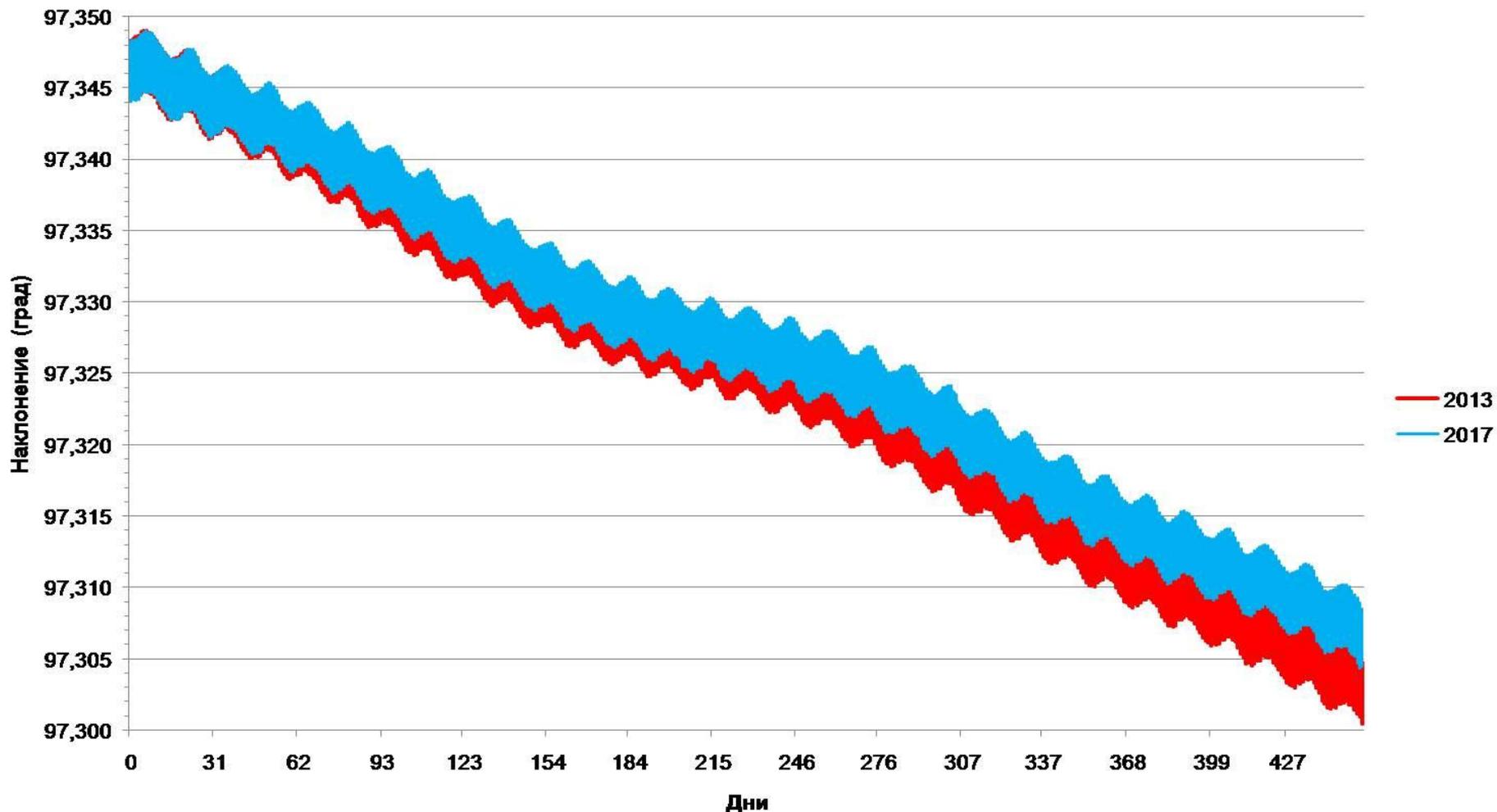
Эксцентриситет



Эволюция ССО для пассивного ИСЗ



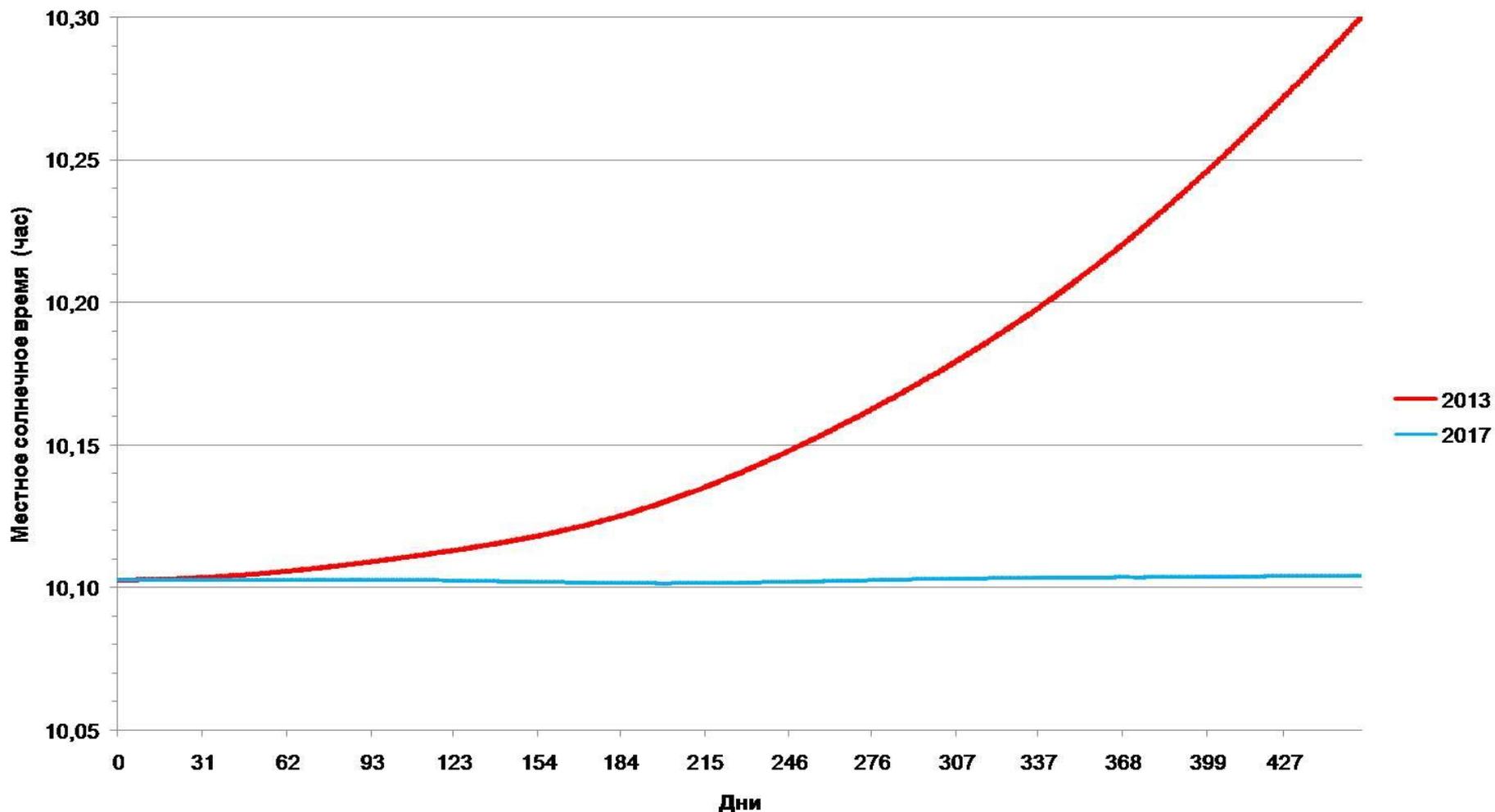
Наклонение



Эволюция ССО для пассивного ИСЗ



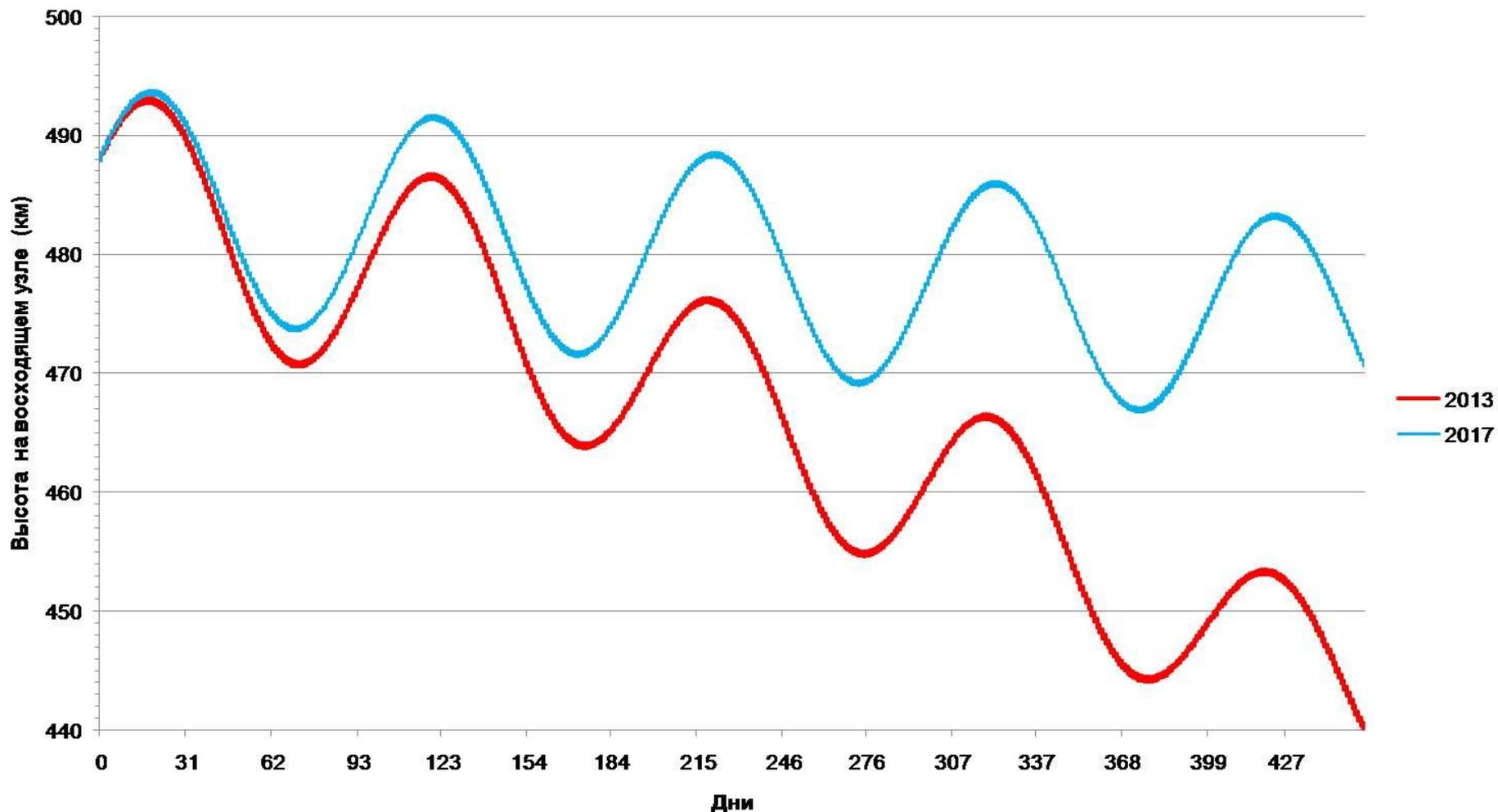
Местное солнечное время



Эволюция ССО для пассивного ИСЗ



Высота в восходящем узле орбиты



Поддержание орбиты ССО



✓ **Поддержание высоты орбиты**

Выбор, формирование и поддержание параметров устойчивой солнечно-синхронной орбиты КА дистанционного зондирования Земли

Н.С. Лысов, Е.А. Давыдов, К.В. Кисленко

4 ЦНИИ Минобороны России

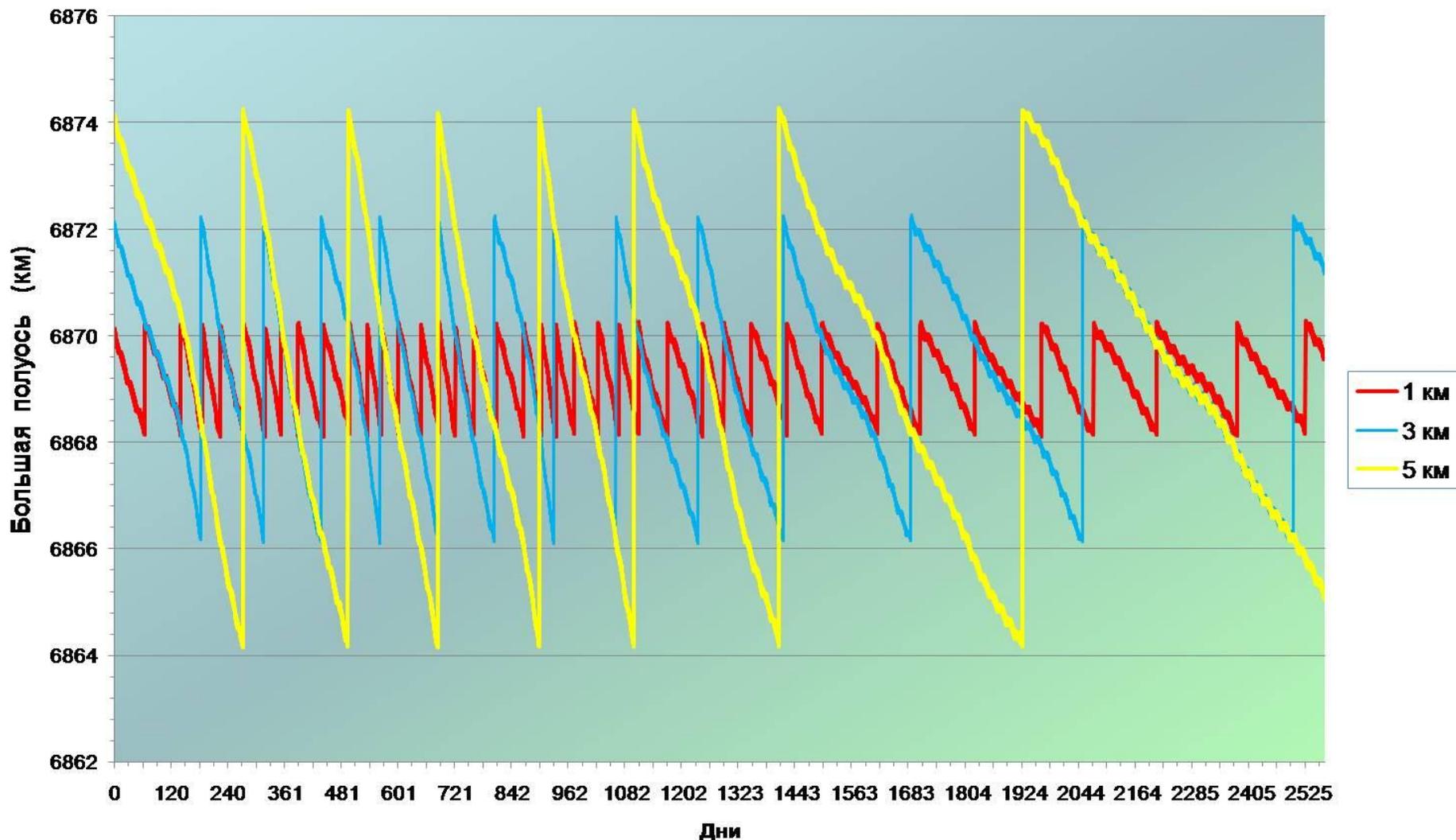
Интернет-конференция МАИ «Авиация и космонавтика»

Форум «Баллистика, динамика и управление движением»

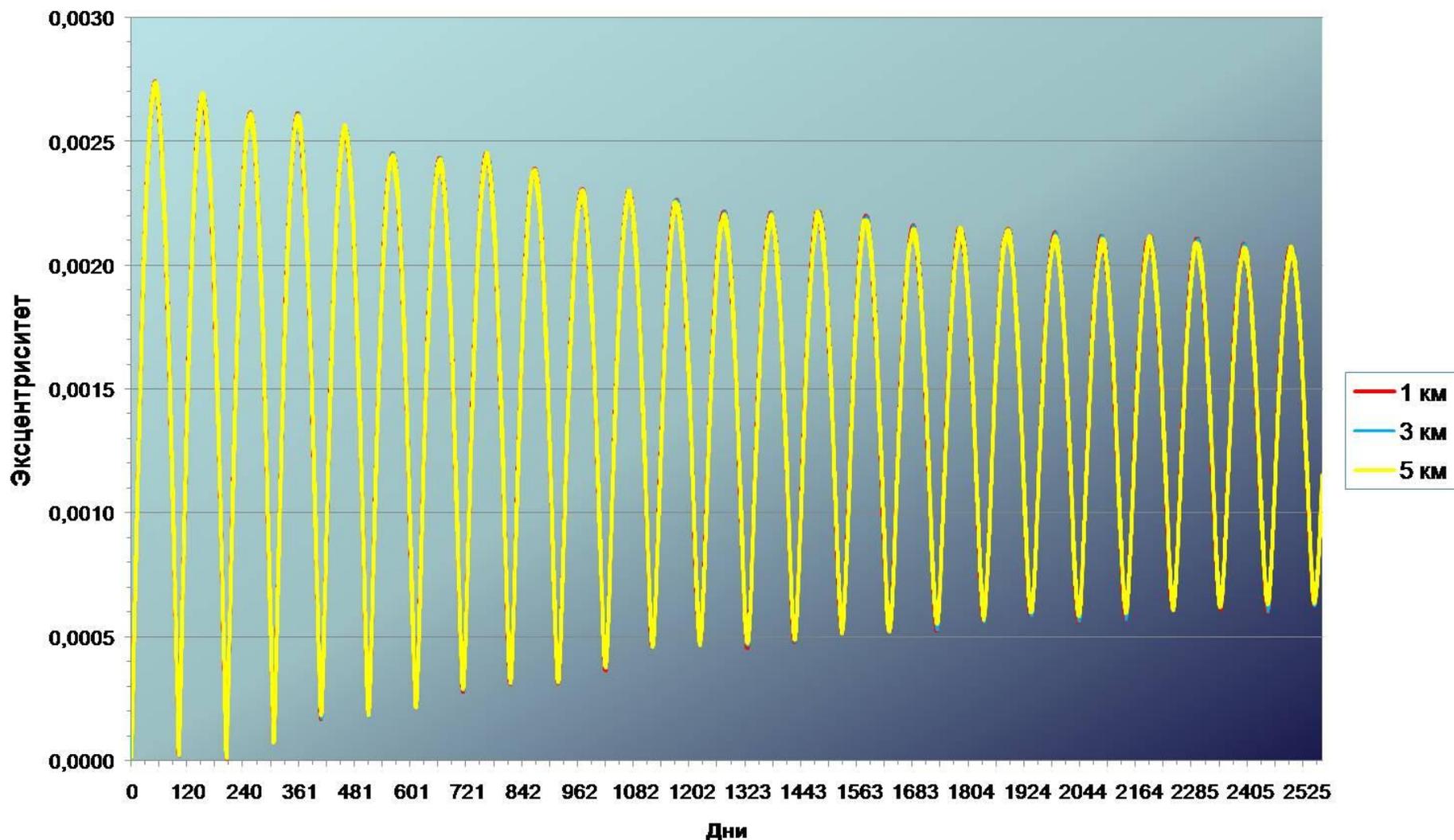
Добавлено 22 октября 2006 года

✓ **Поддержание высоты орбиты с периодической корректировкой наклона**

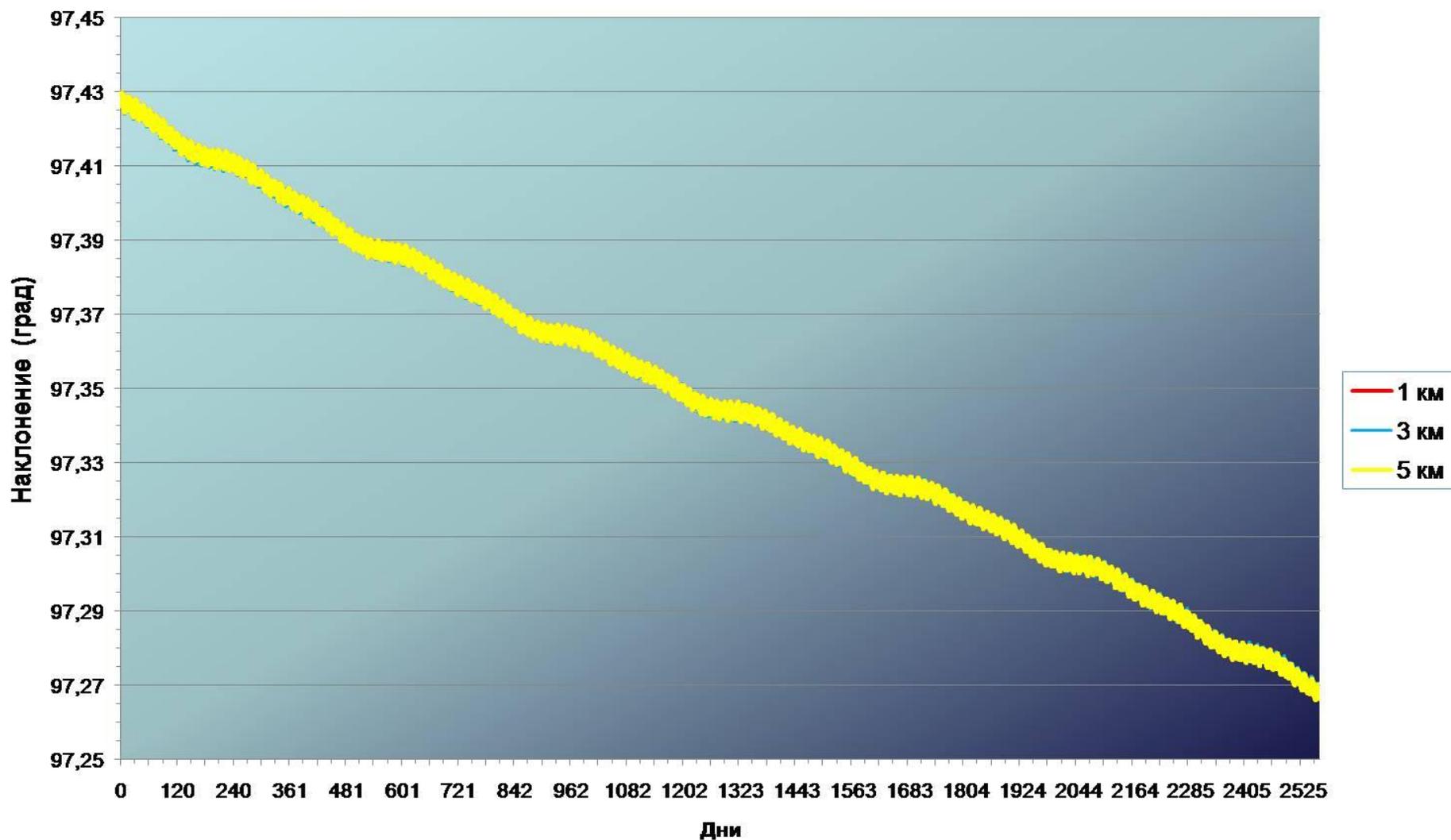
Большая полуось (ССО)



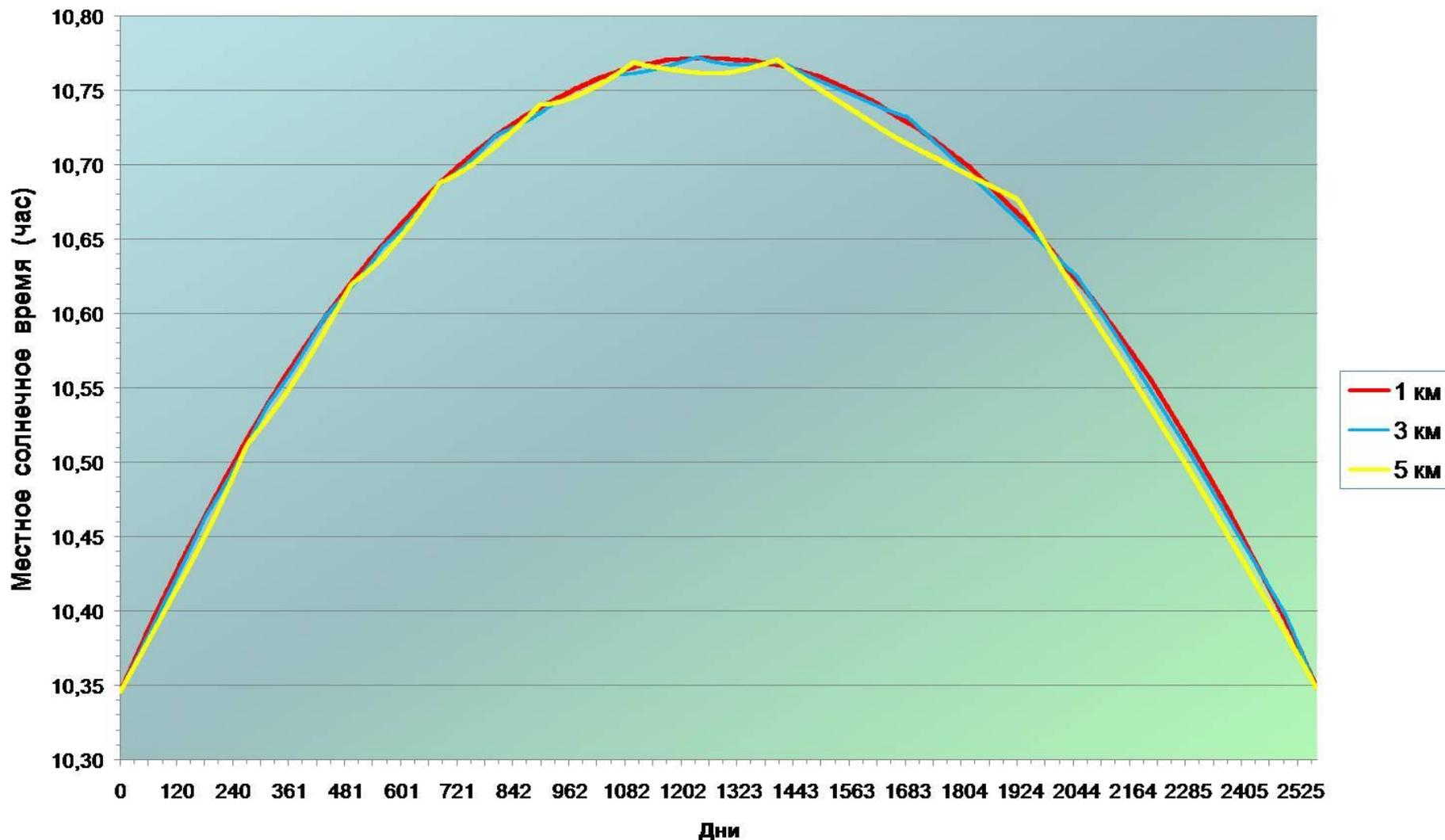
Эксцентриситет (ССО)



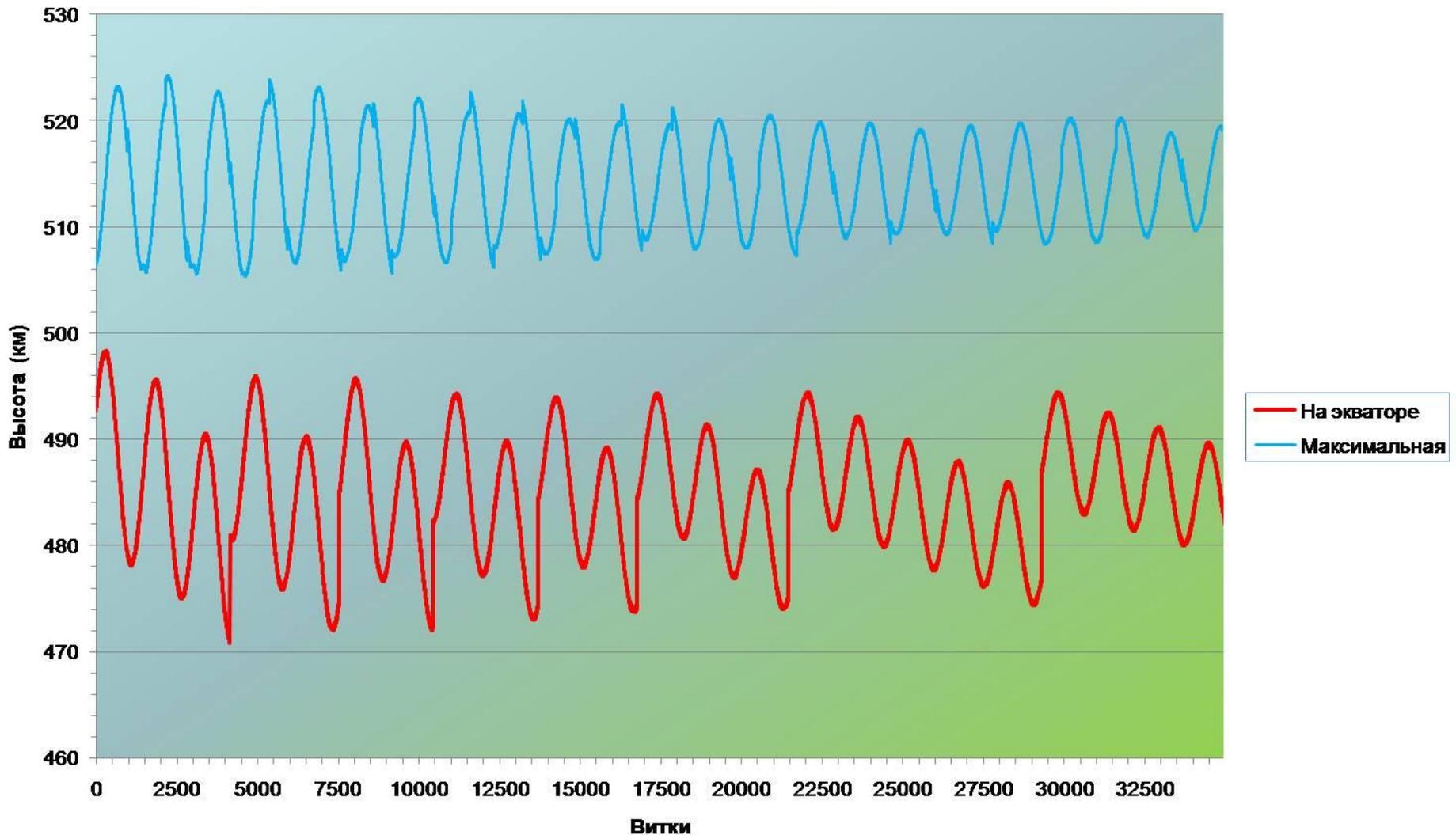
Наклонение (ССО)



Местное солнечное время (ССО)



Высота (ССО)



Контакты



Алексей Роальдович Голиков

Институт прикладной математики
им. М.В.Келдыша,
Российская Академия наук

Golikov@keldysh.ru

Golikov@kiam1.rssi.ru

Основные принципы THEONA



- Промежуточная орбита (с эйлеровыми элементами q_i) основывается на точном решении (в квадратурах) Обобщённой задачи 2^x неподвижных центров (GP2FC) [Е.П.Аксёнов, Е.А.Гребеников, В.Г.Дёмин]

- “Повитковое” аналитическое интегрирование:

$$q_i^{(\text{step}+1)} = q_i^{(\text{step})} + \Delta q_i^{(\text{step})}$$

- Возмущения $\Delta q_i^{(\text{step})}$ оскулирующих эйлеровых элементов внутри каждого шага вычисляются аналитически
- Аналитические “возмущённые” интегралы используют специальные функции от орбитальных элементов

Специальные функции



■ Функции косинуса наклона орбиты ($\zeta = \cos i$):

- основные функции (отличаются от функций Kaula множителем):

$$Q_{mk}^n \zeta = \sqrt{\frac{(n+m)! \cdot (n-k)!}{(n-m)! \cdot (n+k)!}} \cdot P_n^k(0) \cdot i^{n-m} P_{mk}^n \zeta$$

- дополнительные функции для включения членов 3^{го} порядка:

$$\bar{Q}_{mk}^n \zeta = \sqrt{\frac{(n+m)! \cdot (n-k)!}{(n-m)! \cdot (n+k)!}} \cdot P_n^{k+1}(0) \cdot i^{n-m} P_{mk}^n \zeta$$

где многочлены Якоби (Jacobi) с интегральным представлением:

$$P_{mk}^n \cos \theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \cdot e^{i\varphi} \right)^{n+k} \left(\cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \cdot e^{-i\varphi} \right)^{n-k} e^{i(m-k)\varphi} d\varphi$$

Специальные функции



- *Функции среднего движения и эксцентриситета:*

$$X_s^n(x, e) = \frac{1 - e^2^{-n/2}}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 + e \cos v)^n \cdot e^{ix(E - v - e \sin E)} \cdot e^{\pm isv} dv$$

- ✓ связь с цилиндрическими функциями Бесселя (Bessel) 1^{го} рода и "гиперболоидными" функциями Якоби (Jacobi):

$$X_s^n(x, e) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} J_{\nu}(xe) \cdot P_{s-x, \nu-x}^n \cdot 1/\sqrt{1-e^2}$$

- ✓ коэффициенты Ганзена (Hansen) являются частным случаем этих функций:

$$X_{n,m}^{(k)} = 1 - e^2 \frac{n+1}{2} \cdot X_{k-m}^{-(n+2)}(k, e)$$

- ✓ теорема сложения для функций, предложенных Голиковым:

$$X_s^{n+m}(x+y, e) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k^n(x, e) \cdot X_{s-k}^m(y, e)$$

Специальные функции



■ "Гиперболоидные" функции Якоби (Jacobi):

$$P_{mk}^n \operatorname{ch} \tau = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \operatorname{ch} \frac{\tau}{2} + \operatorname{sh} \frac{\tau}{2} \cdot e^{i\varphi} \operatorname{ch} \frac{\tau}{2} + \operatorname{sh} \frac{\tau}{2} \cdot e^{-i\varphi} e^{i(m-k)\varphi} d\varphi$$

- ✓ "гиперболоидные" функции Якоби являются матричными элементами унитарных представлений $T_l(u)$ группы $QU(2)$
- ✓ "гиперболоидные" функции Якоби с нулевым нижним индексом соответствуют присоединённым функциям Лежандра (Legendre):

$$P_{m0}^n \operatorname{ch} \tau = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \operatorname{ch} \tau + \operatorname{sh} \tau \cdot \cos \vartheta^n \cdot e^{im\vartheta} d\vartheta = \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+m+1)} \cdot P_n^m \operatorname{ch} \tau$$

- ✓ присоединённые функции Лежандра с нецелыми нижними индексами используются в THEONA при учёте атмосферного торможения КА с высокой точностью изменения шкалы высот и для рассмотрения суточного "атмосферного горба"

Существенные возмущения



- Существенные возмущения вычисляются аналитически:
 - Модель поля тяготения центрального небесного тела (с произвольным набором гармоник)
 - Атмосферное торможение (для различных моделей плотности атмосферы Земли, Марса, Венеры)
 - Гравитационное влияние внешних небесных тел (напр. Луны и Солнца для ИСЗ)
 - Световое давление (с теневыми эффектами)
- Орбитальный прогноз может рассматривать движение как пассивных, так и активных КА

Другие эффекты



- Численно-аналитическая схема THEONA принимает во внимание различные типы манёвров:
 - импульсы
 - продолжительные
 - малой тяги
 - солнечный парус
- и другие коррекции спутникового движения:
 - коррекции орбиты (немоделируемые и т.п.)
 - обновление параметров солнечной активности и геомагнитной возмущённости
 - прецессия, нутация и движение полюса

Интегралы от возмущающих функций



Гравитационное поле центрального небесного тела:

$$\mathbf{J} = \int_{t_1}^{t_2} R dt = \sqrt{\mu p} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{r_e}{p} \right)^n \sum_{m=0}^n \sum_{k=-n}^n Q_{mk}^n \zeta \sum_{s=-\infty}^{\infty} \mathbf{x}_s^{n-1} m\alpha, e \times$$

$$\times \sum_{(\pm)} c_{nm} \mp i d_{nm} \cdot y_s^{(1)} \pm i y_s^{(2)} \cdot \mathbf{e}^{\pm i \left[\left(k - \frac{m\alpha}{1+\nu} \right) \cdot \phi + k \frac{\pi}{2} + m W_0 \right]} \cdot S_{k + \frac{s-m\alpha}{1+\nu}} + \dots$$

Гравитационное влияние внешних небесных тел:

$$\mathbf{J}_{\sigma} = \frac{2\mu' a'}{\sqrt{\mu a}} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{a'} \right)^{n+2} \sum_{m=-n}^n \mathbf{e}^{-im[\Omega - \Omega' + \mu_0 \phi]} \sum_{k=-n}^n Q_{mk}^n \zeta \cdot \mathbf{e}^{-ik\phi} \sum_{l=-n}^n Q_{ml}^n \cos i' \cdot \mathbf{e}^{il\omega'} \times$$

$$\times \sum_{q=-\infty}^{\infty} X_{-(n+1),l}^{(q)} \cdot \mathbf{e}^{iq \left[M'_{\Omega} - \alpha' \cdot \left(M_{\Omega} + \omega - \phi \cdot \frac{1-\lambda}{1+\nu} \right) \right]} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \mathbf{x}_s^{-(n+2)} q\alpha', e \cdot y_s^{(1)} - i y_s^{(2)} \cdot S_{k+m\mu_0 + \frac{s-q\alpha'}{1+\nu}} + \dots$$

Пример точности THEONA

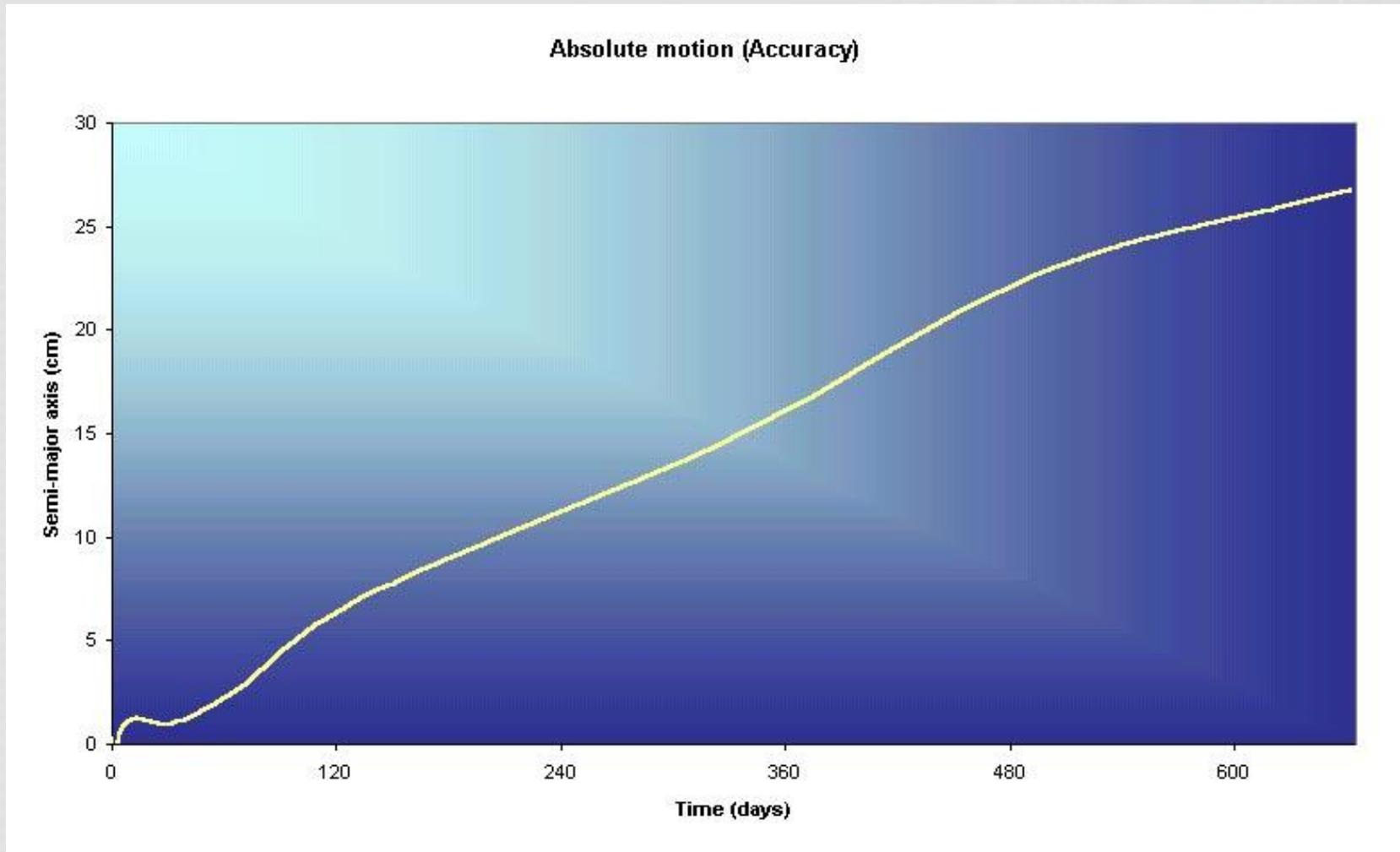


Солнечно-синхронная орбита (ССО):

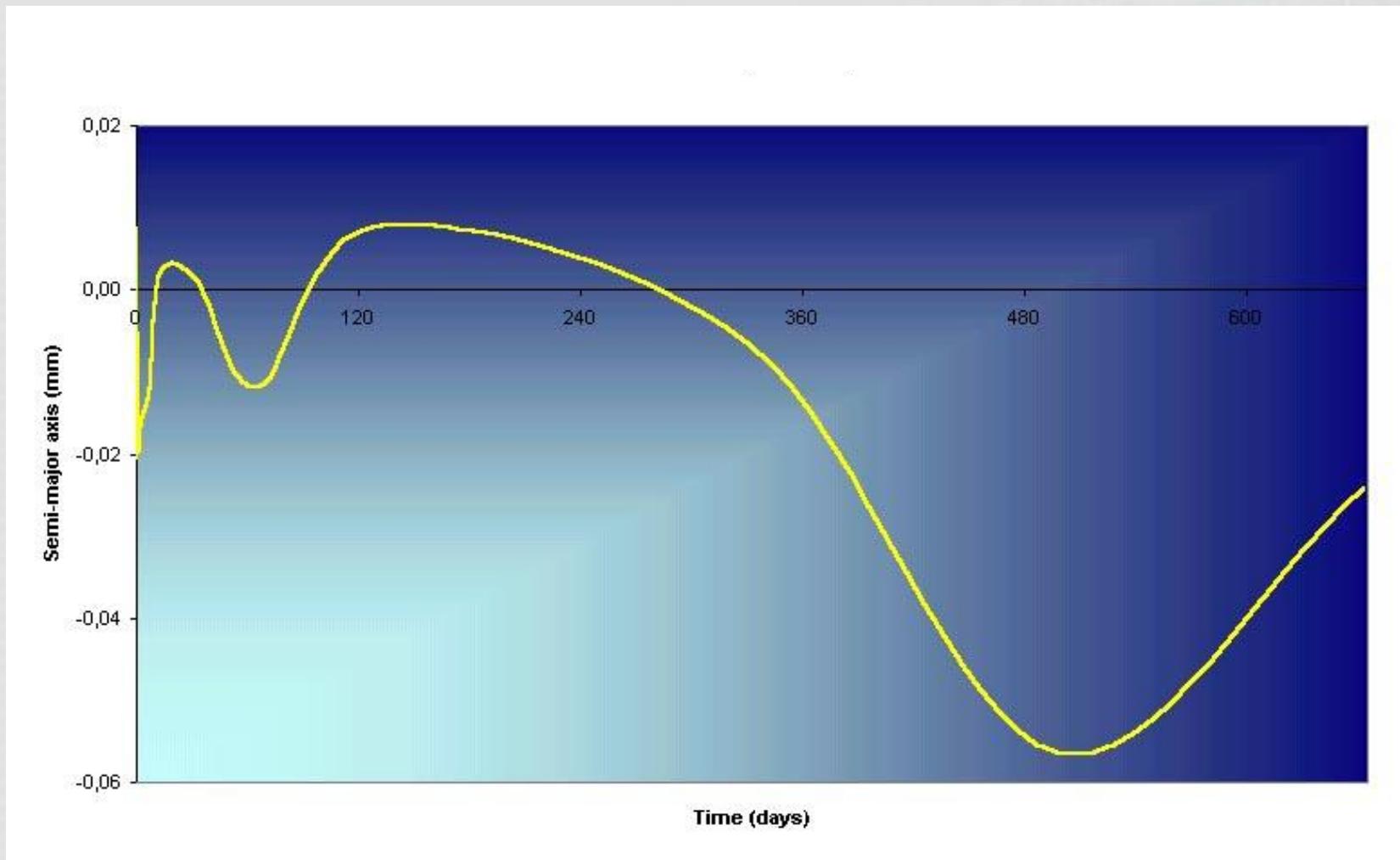
- ✓ На высоте ~ 491 км с наклоном $\sim 97,35$
- ✓ Коэффициент торможения спутника $C_D = 2,0$
- ✓ Коэффициент светового давления $C_R = 1,44$
- ✓ Отношение площади поперечного сечения к массе КА: $A/m = 0,0067$ м²/кг

*Сравнение ведётся с численным интегрированием
Ковелла (12th-order Cowell numerical integration)*

Точность (большая полуось a)



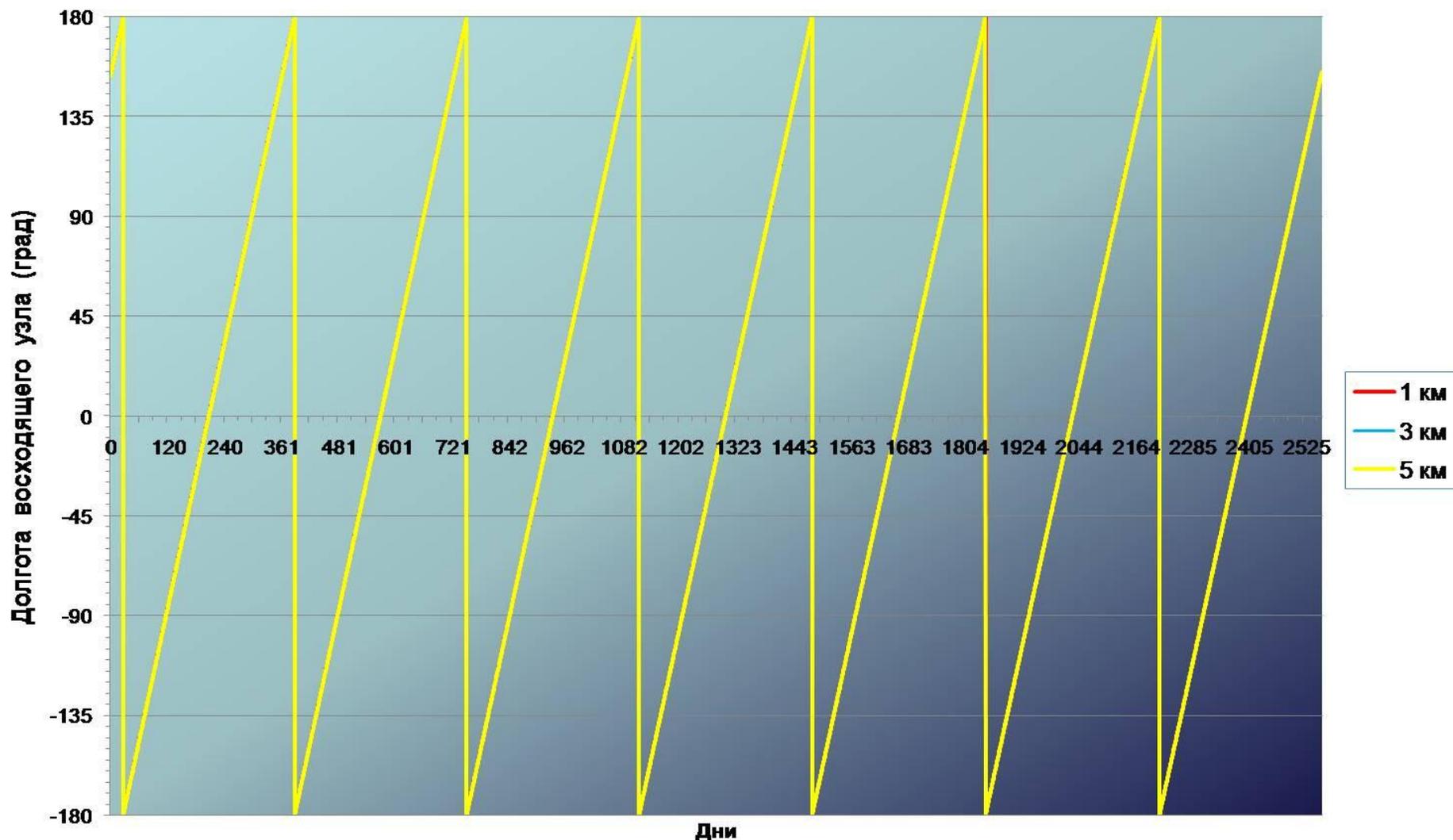
Точность 3^{го} порядка (a)



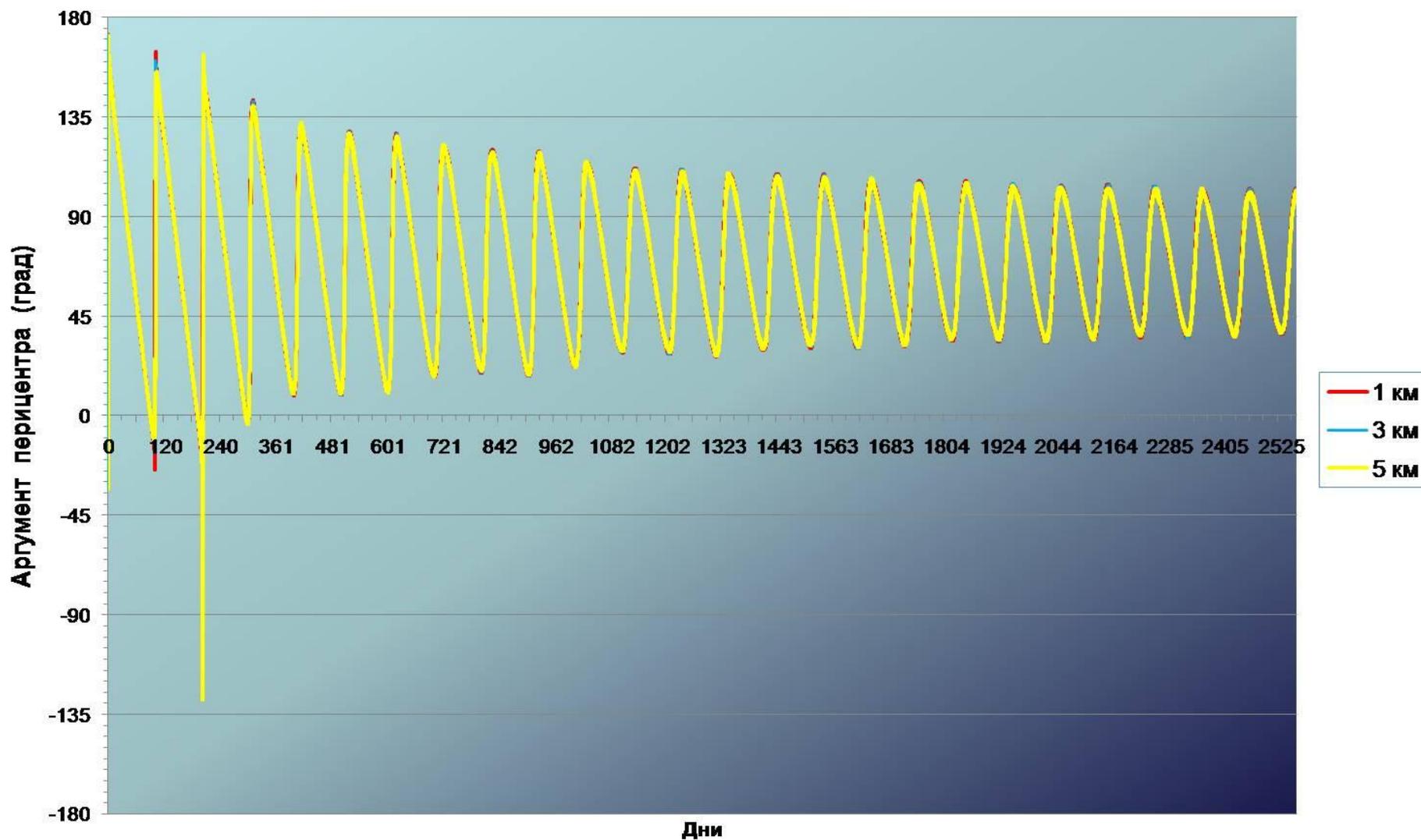
Поддержание орбиты ССО



Долгота восходящего узла (ССО)



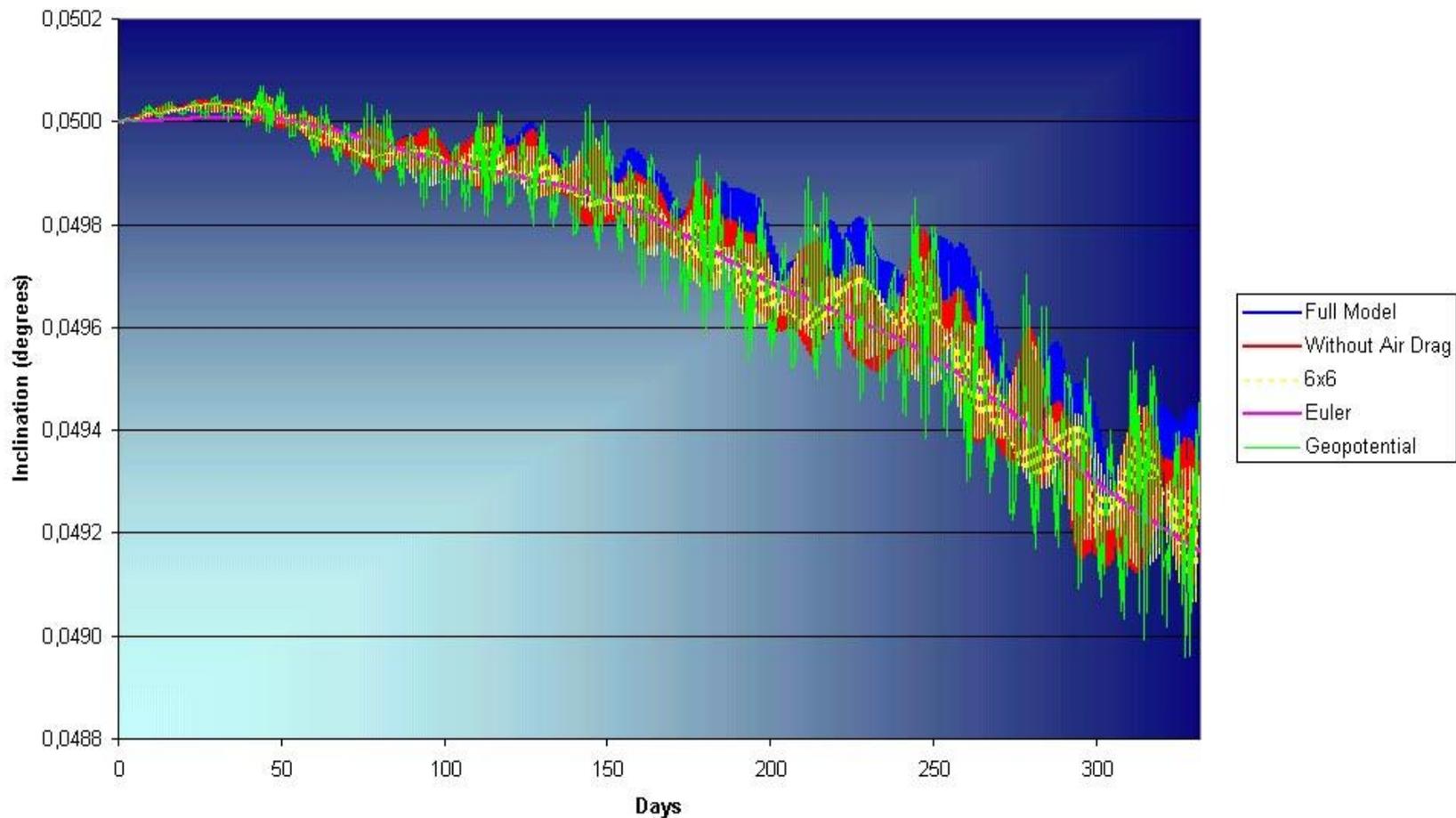
Аргумент перицентра (ССО)



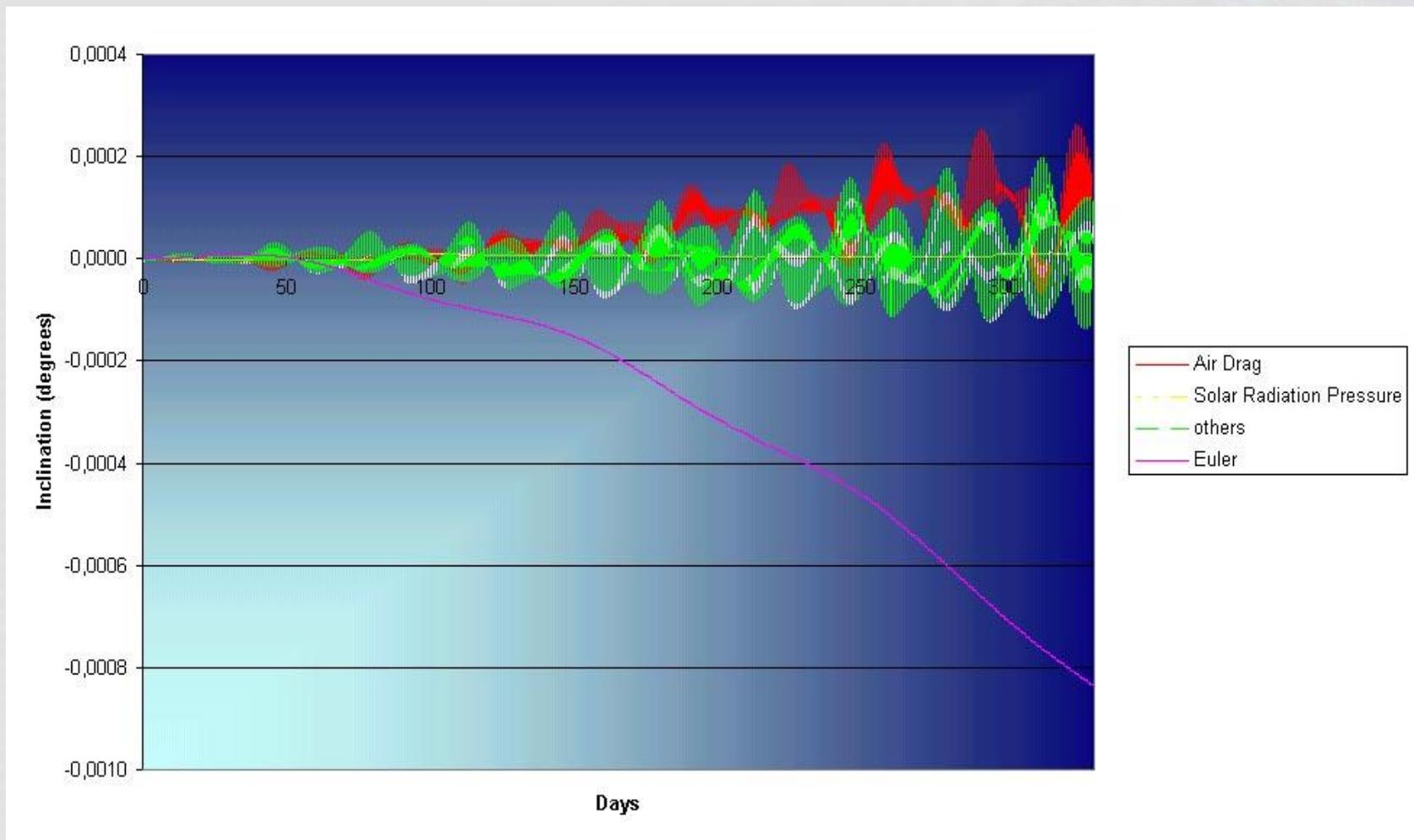
Наклонение (ССО)



Эволюция (наклон орбиты i)



Силовые составляющие в эволюции i



Силовые составляющие в эволюции i

