Маневрирование с помощью ДУ, имеющей постоянную ограниченную тягу.

Андрей Баранов

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

Анатолий Баранов

МГТУ им. Н.Е.Баумана

Обычно для определения параметров оптимального маневрирования с помощью двигателей постоянной ограниченной тяги используются достаточно громоздкие численные методы, в которых проводится минимизация в пространстве многих параметров. Находится довольно сложный закон оптимального управления. Чтобы уйти от таких решений в практической работе часто используется довольно простая, но не оптимальная схема маневрирования, когда отдельно проводятся маневры в плоскости орбиты и маневры, поворачивающие плоскость орбиты. В данной работе рассматриваются компромиссные алгоритмы, которые позволяют находить решения, ΔV которых близка к оптимальной, и в тоже время для реализации этих решений требуется довольно простая система управления.

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ

$$\sum_{i=1}^{N}(\Delta V_{ri}\sin\varphi_i+2\Delta V_{ti}\cos\varphi_i)=\Delta e_x,$$

$$\sum_{i=1}^{N}(-\Delta V_{ri}\cos\varphi_i+2\Delta V_{ti}\sin\varphi_i)=\Delta e_y,$$

$$\sum_{i=1}^{N}2\Delta V_{ti}=\Delta a,$$

$$\sum_{i=1}^{N}\Delta V_{zi}\sin\varphi_i=0,$$

$$\sum_{i=1}^{N}\Delta V_{zi}\cos\varphi_i=\Delta i,$$

$$\Delta e_x=e_f\cos\omega_f-e_0\cos\omega_0,$$

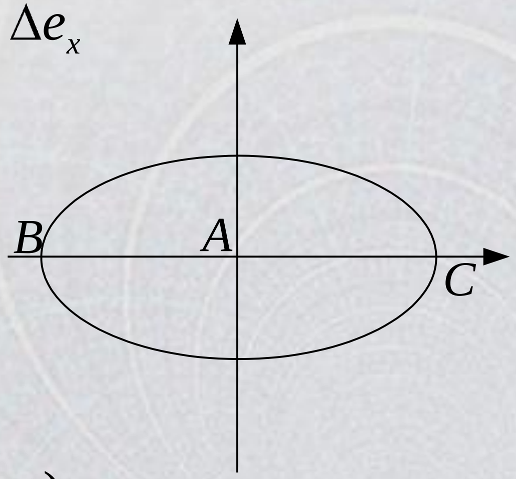
$$\Delta e_y=e_f\sin\omega_f-e_0\sin\omega_0,$$

$$\Delta a=(a_f-a_0)/r_0,$$

$$\Delta V_{ri}=\Delta V_{ri}^{*}/\Delta V_0$$

$$\Delta V_{ti}=\Delta V_{ti}^{*}/\Delta V_0$$

$$\tan\varphi_e=\frac{\Delta e_y}{\Delta e_x}.$$



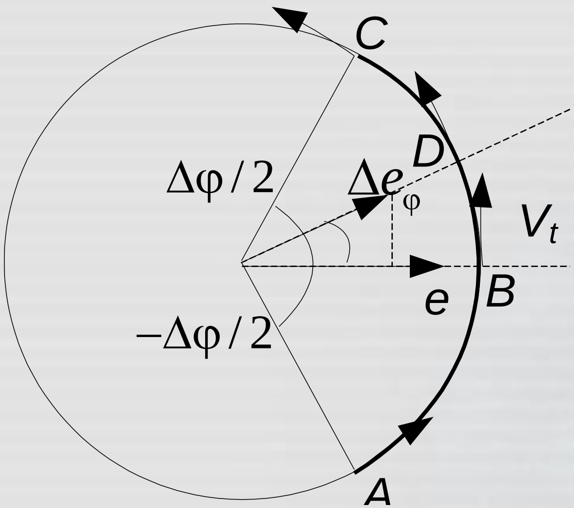
$$\lambda=\sqrt{\lambda_2^2+\lambda_3^2}\sin(\varphi-\varphi_0)$$

$$\mu=2\lambda_1+2\sqrt{\lambda_2^2+\lambda_3^2}\cos(\varphi-\varphi_0)$$

$$\nu=\frac{\lambda_3\lambda_4-\lambda_2\lambda_5}{\sqrt{\lambda_2^2+\lambda_3^2}}\sin(\varphi-\varphi_0)+\frac{\lambda_2\lambda_4+\lambda_3\lambda_5}{\sqrt{\lambda_2^2+\lambda_3^2}}\cos(\varphi-\varphi_0)$$

$$tg\varphi_0=\frac{\lambda_2}{\lambda_3}$$

ФИКСИРОВАННАЯ ОРИЕНТАЦИЯ ДУ В ОРБИТАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ



$$\Delta e = 2\int_{-\Delta\varphi/2}^{\Delta\varphi/2} \frac{\Delta V_t}{\Delta\varphi}\cos\varphi d\varphi = 4\frac{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}{\Delta\varphi}\Delta V_t$$

$$\Delta\varphi = \frac{w_c}{w}\Delta V \qquad w_c = \frac{V_0^2}{r_0} \qquad w = \frac{P}{m}$$

$$\Delta e = 4\frac{w}{w_c}\sin\frac{\Delta\varphi}{2} \qquad \Delta a = 2\Delta V_t = \frac{2w}{w_c}\Delta\varphi$$

$$4\sin\frac{\Delta\varphi_1}{2} - 4\sin\frac{\Delta\varphi_2}{2} = \frac{w_c\Delta e}{w},$$

$$2\Delta\varphi_1 + 2\Delta\varphi_2 = \frac{w_c\Delta a}{w},$$

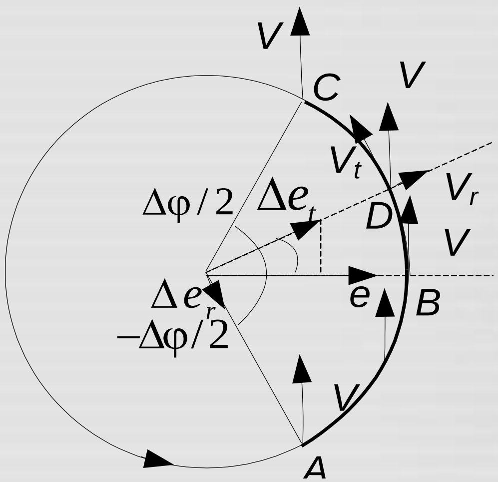
$$\Delta V = \frac{|\Delta a|}{2}$$

$$\Delta\varphi_1 = \frac{w_c\Delta a}{4w} + 2\arcsin\frac{w_c\Delta e}{8w\cos\frac{w_c\Delta a}{8w}},$$

$$\Delta\varphi_2 = \frac{w_c\Delta a}{4w} - 2\arcsin\frac{w_c\Delta e}{8w\cos\frac{w_c\Delta a}{8w}}.$$

ФИКСИРОВАННАЯ ОРИЕНТАЦИЯ ДУ В ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

$$\Delta e = \int_{-\Delta\varphi/2}^{\Delta\varphi/2} \frac{\Delta V}{\Delta\varphi}(2\cos\varphi\cos\varphi + \sin\varphi\sin\varphi)d\varphi = \Delta V(\frac{3}{2} + \frac{\sin\Delta\varphi}{2\Delta\varphi}) = \frac{3w}{2w_c}\Delta\varphi + \frac{w}{2w_c}\sin\Delta\varphi$$

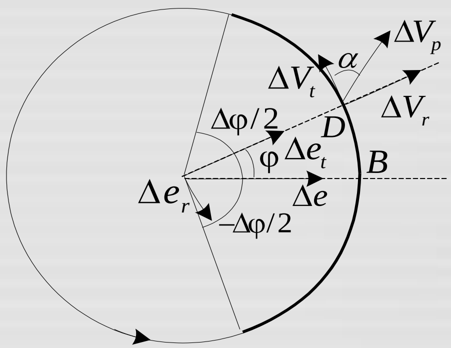


$$\Delta a = 2\int_{-\Delta\varphi/2}^{\Delta\varphi/2} \frac{\Delta V}{\Delta\varphi}\cos\varphi d\varphi = 4\frac{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}{\Delta\varphi}\Delta V = \frac{4w}{w_c}\sin\frac{\Delta\varphi}{2}$$

$$\frac{3}{2}\Delta\varphi_1 + \frac{1}{2}\sin\Delta\varphi_1 - \frac{3}{2}\Delta\varphi_2 - \frac{1}{2}\sin\Delta\varphi_2 = \frac{w_c\Delta e}{w},$$

$$4\sin\frac{\Delta\varphi_1}{2} + 4\sin\frac{\Delta\varphi_2}{2} = \frac{w_c\Delta a}{w},$$

ОРИЕНТАЦИЯ ДУ ОПТИМАЛЬНАЯ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ВЕКТОРА ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА

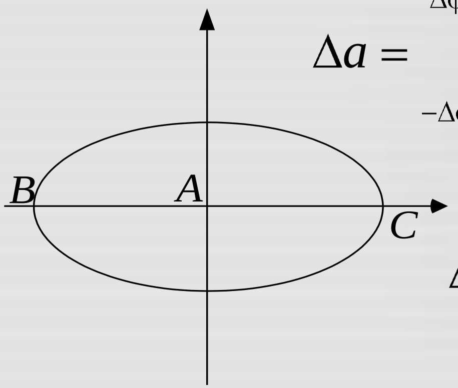


$$\Delta V_t = \Delta V_p \cos\alpha, \qquad \Delta V_r = \Delta V_p \sin\alpha,$$

$$\Delta a(\varphi) = 2\Delta V_p \cos\alpha.$$

$$\Delta e(\varphi) = 2\Delta V_p \cos\alpha\cos\varphi + \Delta V_p \sin\alpha\sin\varphi,$$

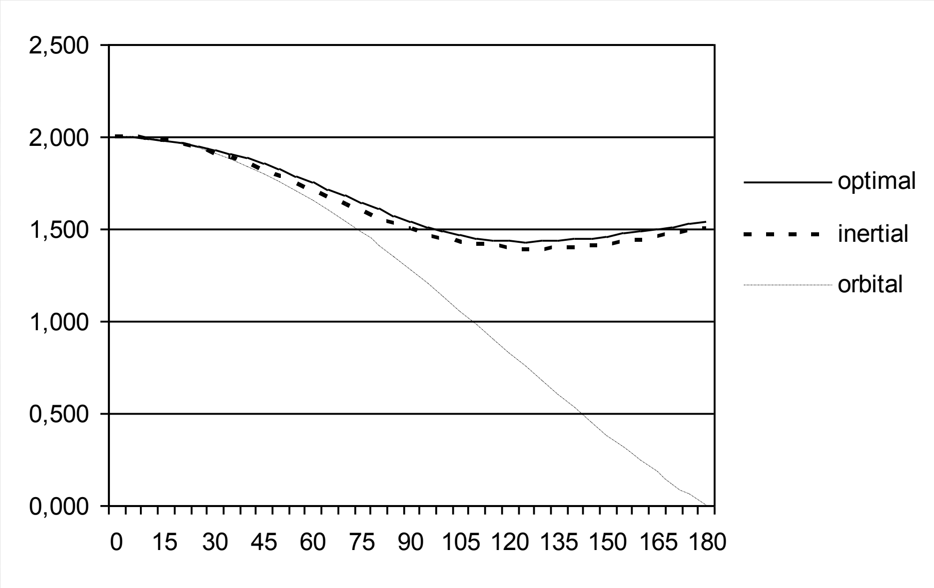
$$\tan\alpha = \frac{1}{2}\tan\varphi \qquad \tan\alpha = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\sin\varphi}{2\cos\varphi} = \frac{1}{2}\tan\varphi$$

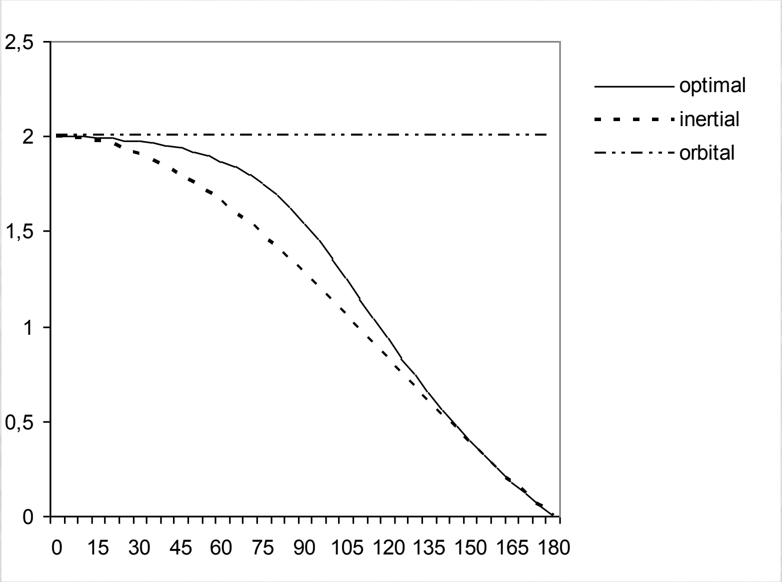


$$\Delta a = \int\limits_{-\Delta\varphi/2}^{\Delta\varphi/2} \frac{4\Delta V\cos\varphi d\varphi}{\Delta\varphi\sqrt{1+3\cos^2\varphi}} = \frac{8\Delta V}{\sqrt{3}\Delta\varphi}\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\frac{\Delta\varphi}{2}\right) = \frac{8w}{\sqrt{3}w_c}\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$

$$\Delta e = \int\limits_{-\Delta\varphi/2}^{\Delta\varphi/2} \frac{\Delta V}{\Delta\varphi}\sqrt{1+3\cos^2\varphi}\, d\varphi = 4\frac{\Delta V}{\Delta\varphi}E\left(\frac{\Delta\varphi}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4\frac{w}{w_c}E\left(\frac{\Delta\varphi}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ ОРИЕНТАЦИИ ВЕКТОРА ТЯГИ



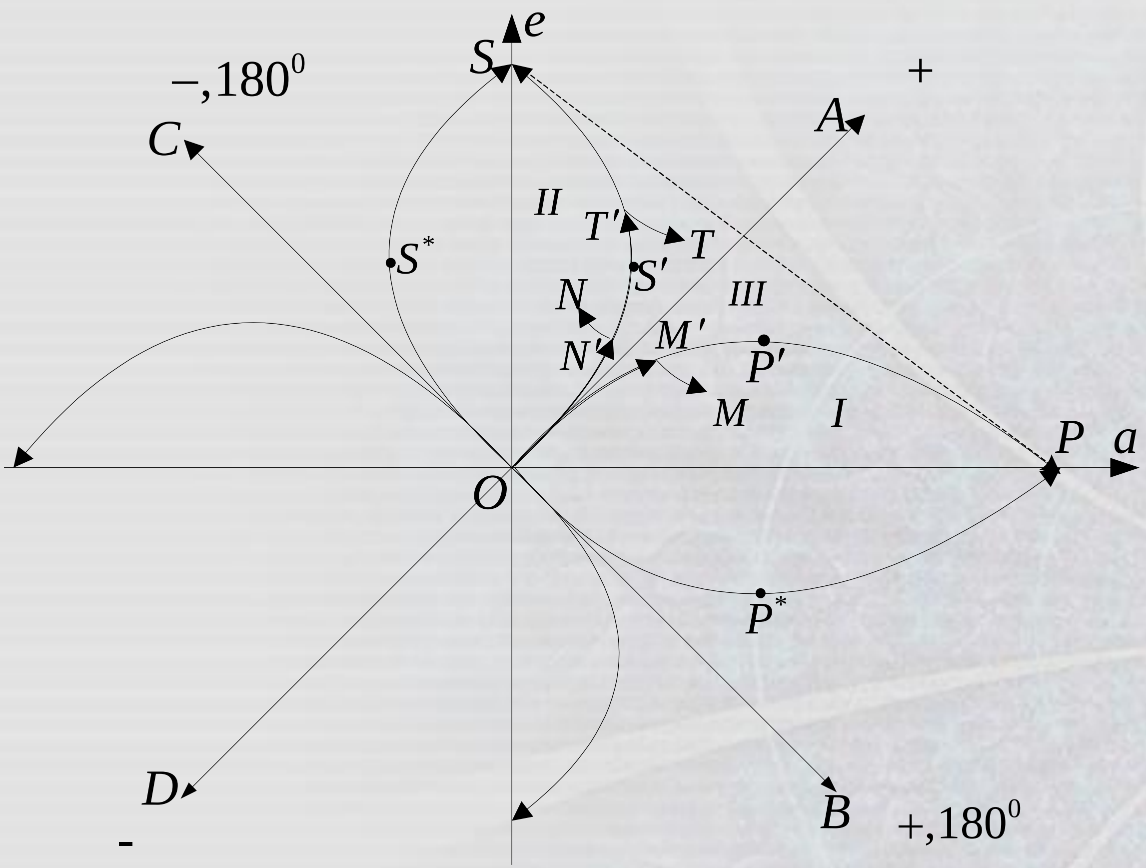


$$\Delta e = \frac{w}{w_c}\left(\frac{3}{2}\Delta\varphi + \frac{1}{2}\sin\Delta\varphi + 0.04\frac{180\Delta\varphi}{100\pi}\right) \qquad \Delta\varphi < 100^\circ$$

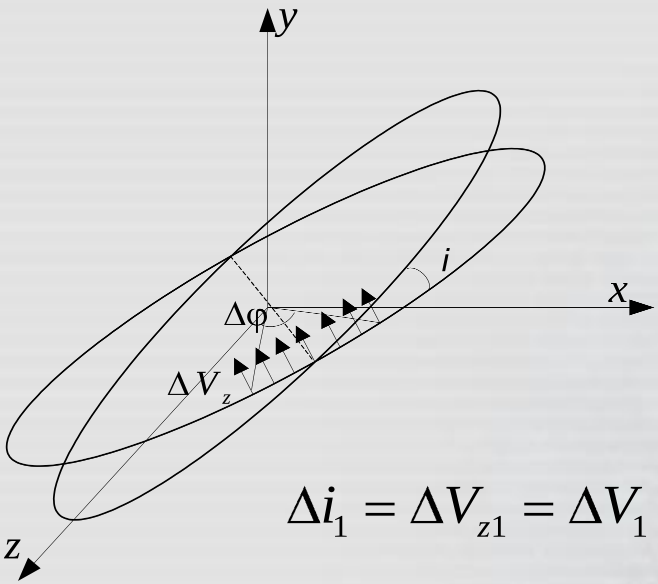
0.5%

$$\Delta e = 1.54\frac{w}{w_c}\Delta\varphi + \frac{w}{2w_c}\sin\Delta\varphi \qquad \Delta\varphi \geq 100^\circ$$

ОБЛАСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ РЕШЕНИЙ РАЗЛИЧНОГО ТИПА



ПЕРЕХОДЫ МЕЖДУ НЕКОМПЛАНАРНЫМИ ОРБИТАМИ



$$\Delta i = \int_{-\Delta\varphi/2}^{\Delta\varphi/2} \frac{\Delta V_z}{\Delta\varphi}\cos\varphi\, d\varphi = 2\frac{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}{\Delta\varphi}\Delta V_z = 2\frac{w}{w_c}\sin(\frac{\Delta\varphi}{2})$$

$\varphi 1, \Delta Vt1,\ \Delta Vz1,\ \varphi 2\ \Delta Vt2,\ \Delta Vz2$

$$\tan\beta_i = \frac{\Delta V_{zi}}{\Delta V_{ti}}$$

$$\Delta i_1 = \Delta V_{z1} = \Delta V_1 \sin\beta_1 = 2\frac{w\sin\beta_1}{w_c}\sin(\frac{\Delta\varphi_1}{2})$$

$$\Delta\varphi_1 = 2\arcsin\frac{w_c \Delta V_1}{2w}$$

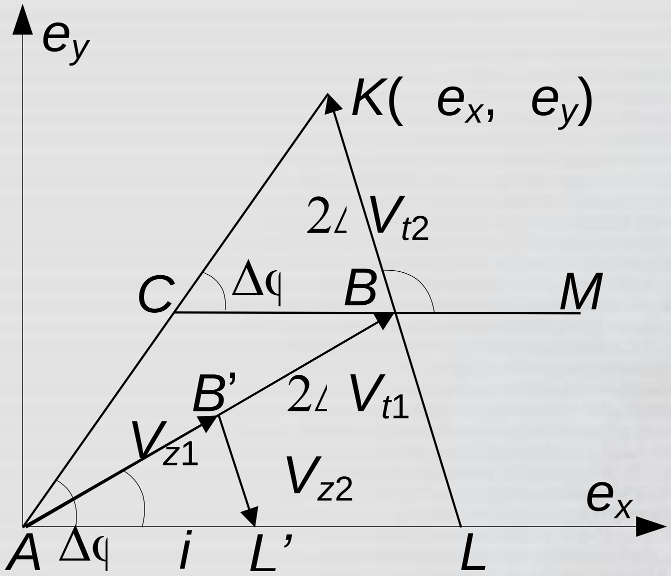
$$\Delta e_1 = 2\Delta V_{t1} = 2\Delta V_1 \cos\beta_1 = 4\frac{w\cos\beta_1}{w_c}\sin(\frac{\Delta\varphi_1}{2})$$

$$\Delta a = \frac{4w}{w_c}\sin\frac{\Delta\varphi}{2}$$

$\Delta a_0 = a_f - a_0$ ($\Delta a_0 > 0$) Δa_0 Δe_{x0}, Δe_{y0}, Δi_0 a_1 ($a_1 > a_f$).

Δa_0 $\Delta a_1 = \Delta a_0 + a_f - a_1$ Δe_{x0}, Δe_{y0}, Δi_0,

$\Delta a_2 = \Delta a_1 + a_f - a_2$ Δe_{x0}, Δe_{y0}, Δi_0, ($a_i \approx a_f$).



$$tg\frac{\varphi_1}{2} = \left(1-\frac{\Delta e}{\Delta a}\right)\left(-ctg\Delta\varphi + \sqrt{ctg^2\Delta\varphi + \frac{\Delta a^2}{\Delta a^2 - \Delta e^2}}\right)$$

$$\Delta V_{t1} = \frac{\Delta e^2 - \Delta a^2}{4(\Delta e_y \sin\varphi_1 + \Delta e_x \cos\varphi_1 - \Delta a)}$$

$$\Delta V_{t2} = \frac{\Delta a}{2} - \Delta V_{t1}$$

$$tg\varphi_2 = \frac{\dfrac{\Delta e_y}{2} - \Delta V_{t1}\sin\varphi_1}{\dfrac{\Delta e_x}{2} - \Delta V_{t1}\cos\varphi_1}$$

ИТЕРАЦИОННАЯ ПРОЦЕДУРА, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ ВЫПОЛНЕНИЕ ТЕРМИНАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ

Определение элементов начальной орбиты $\vec{E}_0$ и элементов конечной орбиты $\vec{E}_f$

Вычисление начального вектора отклонений $\vec{\Delta}_1 = \vec{E}_f - \vec{E}_0$

Определение параметров маневров $\varphi i н$, $\varphi i к$, βi $(i=1,\ldots,N)$ для $\vec{\Delta}_j$

Определение элементов сформированной маневрами орбиты $\vec{E}_j$

Проверка выполнения терминальных условий $\left|\vec{E}_f - \vec{E}_j\right| \le \vec{\varepsilon}$

да

Формирование вектора отклонений для следующей итерации

$$\vec{\Delta}_{j+1} = \vec{\Delta}_j + \vec{E}_f - \vec{E}_j$$

МАНЕВРЫ ДОВЫВЕДЕНИЯ МКА

	НО	КО
H (км)	420	530
i (град)	97.662	97.612
Ω (град)	342.2	17.23
u (град)	93.77	0.1
Дата	20120329	20120501
Время	4 26 01	4 21 12

Nман=58 Nвит=29 Nитер=6

	ΔV м/с	ΔV*пл.*	ΔV*бок*
Ком. реш.	54.16	52.58	12.37
Имп. реш.	53.65	52.58	10.62
Разд. реш.	63.57	52.58	11.08

m=350*кг* S=.0067 P= 0.2н

e_x=-.000004

e_y= .000003

a=-.000351(км)

i= .000001(град)

N ман	N вит	U нач	U кон	ΔT мин	курс	ΔV м/с	Δm кг
1	477	126.9	247.3	31.21	12.89	1.106	.18
2	477	305.5	38.03	23.95	-13.38	0.852	.14
57	506	132.7	241.3	28.65	13.77	1.002	.17
58	506	309.3	32.9	22.13	-13.20	0.770	.13