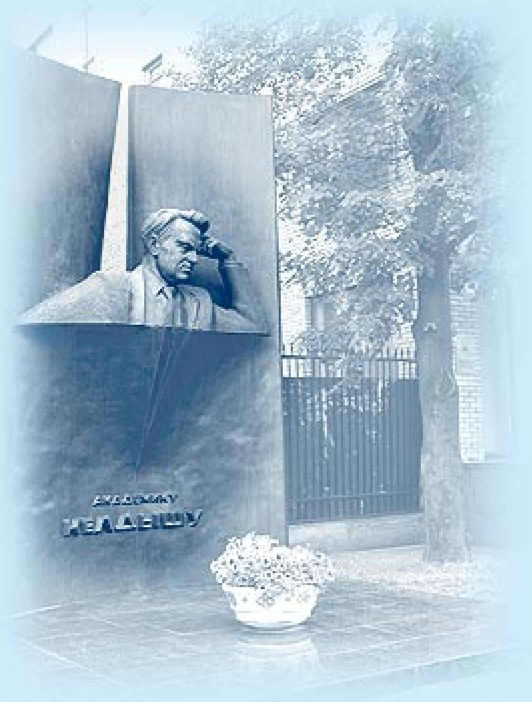
ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 15 за 2024 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

А.В. Колесниченко

Распространение магнитогидродинамических волн и гравитационная неустойчивость в астрофизической анизотропной и теплопроводной плазме

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Колесниченко А.В. Распространение магнитогидродинамических волн и гравитационная неустойчивость в астрофизической анизотропной и теплопроводной плазме // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2024. № 15. 36 с.
https://doi.org/10.20948/prepr-2024-15
https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2024-15

О р д е н а Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Р о с с и й с к о й а к а д е м и и н а у к

А.В. Колесниченко

Распространение магнитогидродинамических волн и гравитационная неустойчивость в астрофизической анизотропной теплопроводной плазме

Москва — 2024

Колесниченко А. В.

Распространение магнитогидродинамических волн и гравитационная неустойчивость в астрофизической анизотропной и теплопроводной плазме.

Аннотация. Гидродинамическая неустойчивость замагниченной самогравитирующей вращающейся анизотропной плазмы анализируется в приближении без столкновений и с учетом вектора теплового потока на базе модифицированных уравнений Чу−Голдбергера−Лоу. Выведено дисперсионное соотношение и обсуждены упрощенные случаи распространения малоамплитудных волн возмущения с получением модифицированных аналитических критериев гидродинамической неустойчивости. В соответствии с общим дисперсионным соотношением конкретно рассмотрены три случая, когда распространение волны возмущения проходит поперек, вдоль и наклонно к вектору магнитного поля. Показано, что анизотропные давление и поток тепла не только изменяют классический критерий неустойчивости Джинса, но и индуцируют новые нестабильные области. Обнаружено, что наличие равномерного вращения плазмы уменьшает критическое волновое число и оказывает стабилизирующее влияние на критерий гравитационной неустойчивости при поперечном распространении волны возмущения и не оказывает влияния в случае ее продольного распространения. Включение тепловых потоков приводит к появлению двух дополнительных волновых мод. Полученные результаты важны для построения эволюционных магнитогидродинамических моделей астрофизической плазмы без столкновений.

Ключевые слова*:* разреженная плазма, модифицированные уравнения Чу-Голдбергера-Лоу, анизотропные давления и потоки тепла, волны неустойчивости, анизотропия, гравитация, вращение.

Aleksandr Vladimirovich Kolesnichenko

Propagation of magnetohydrodynamic waves and gravitational instability in the astrophysical anisotropic and heat conducting plasma.

Annotation. The hydrodynamic instability of a magnetised, self-gravitating rotating anisotropic plasma is analysed in the collisionless approximation and taking into account the heat flux vector on the basis of the modified Chew-Goldberger-Low equations. The dispersion relation is derived and simplified cases of propagation of small-amplitude perturbation waves are discussed, with modified analytical criteria for hydrodynamic instability obtained. In accordance with the general dispersion relation, three cases when the propagation of the perturbation wave passes across, along, and obliquely to the magnetic field vector are specifically considered. It is shown that anisotropic pressure and heat flux not only modify the classical Jeans instability criterion but also induce new unstable regions. It is found that the presence of uniform plasma rotation reduces the critical wave number and has a stabilising effect on the gravitational instability criterion for transverse propagation of the perturbation wave and has no effect in the case of its longitudinal propagation. The inclusion of thermal flows leads to the appearance of two additional wave modes. The results obtained are important for the construction of evolutionary magnetohydrodynamic models of collisionless astrophysical plasma.

Key words: rarefied plasma, modified Chew-Goldberger-Low equations, anisotropic pressures and heat flows, instability waves, anisotropy, gravitation, rotation.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема неустойчивости гравитирующей разреженной плазмы в магнитном поле имеет важное астрофизическое значение. Анизотропия давления и тепловых потоков является специфической характеристикой бесстолкновительной плазмы в сильном магнитном поле и может быть присуща большинству астрофизических систем, таких как спиральные структуры дискообразных галактик, межзвездная среда, звездные (без столкновений) гравитирующие диски, звездный ветер на Солнце и в короне, обтекающий Землю, другие планеты Солнечной системы, планетные магнитосферы и т.д. В частности, анизотропное давление и тепловой поток имеют тенденцию развиваться в магнитооболочке и магнитохвосте Земли, что доказано прямыми измерениями космической плазмы в доступных для космических аппаратов областях. Изучение замагниченной разреженной плазмы важно также при исследованиях плазменных струй и термоядерного синтеза в тороидально равновесных токамаках, вблизи края которых наблюдается плазменный режим без столкновений. В данной работе исследуются свойства гидромагнитных волн возмущения малой амплитуды и неустойчивости в астрофизической замагниченной вращающейся плазме в отсутствие столкновений и при наличии в ней анизотропных давления и потоков тепла.

Для неограниченного межзвездного самогравитирующего однородного облака Джинс (1902) [1] получил критерий гравитационной неустойчивости, согласно которому газовая среда становится неустойчивой при волновых числах $k < k_J$, где $k_J = (4\pi G\rho)^{1/2}/c_s$ – критическая длина Джинса, c_s – скорость звука в газе. В последующих многочисленных публикациях этот результат был распространен и на замагниченную плазменную среду как на основе уравнений МГД для идеальной плазмы, так и для плазмы без столкновений на основе квазигидромагнитных уравнений Чу–Голдбергера–Лоу (CGL) [2] с анизотропным тензором давления и при использовании «двойного адиабатического» предположения (см., например, [3-11]). Важно при этом подчеркнуть, что возможность описания разреженной замагниченной плазмы в рамках анизотропной магнитной гидродинамики объясняется тем, что в сильном магнитном поле функции распределения для каждого вида заряженных частиц цилиндрически симметричны относительно направления магнитного поля, поскольку поле задает четкое направление их движения. Эта асимметрия, или перекос относительно поля функции распределения, приводит к различию перпендикулярного и параллельного давления в замагниченной плазме без столкновений. При этом гидродинамическое описание оказывается возможным в силу того, что воздействие поля на заряженные частицы в ортогональной к нему плоскости по своему характеру вполне аналогично столкновениям. Различие уравнений CGL и МГД состоит в том, что в приближении CGL моментные уравнения кинетического уравнения Власова модифицируются заменой шарового тензора давления $\overleftrightarrow{\mathbf{P}} = p\overleftrightarrow{\mathbf{I}}$ со столкновительным скалярным давлением p на анизотропный тензор теплового давления

$$\overleftrightarrow{\mathbf{P}} = p_{\perp}\overleftrightarrow{\mathbf{I}} + (p_{\parallel} - p_{\perp})\mathbf{nn}, \tag{1}$$

который состоит из компонент $p_{\parallel}$ и $p_{\perp}$ [1)], параллельных и перпендикулярных к направлению вектора магнитной индукции $\mathbf{B}$ соответственно (здесь $\mathbf{n} = \mathbf{B}/|\mathbf{B}|$ – единичный вектор вдоль направления поля $\mathbf{B}$, а $\overleftrightarrow{\mathbf{I}}$ – единичный тензор). Компоненты диагонализированного тензора давления (1) подчиняются в приближении CGL законам двойной адиабаты $p_{\parallel} \propto \rho^3/|\mathbf{B}|^2$, $p_{\perp} \propto \rho|\mathbf{B}|$, которые являются обобщениями обычного уравнения состояния.

[1)] Для простоты в этой работе мы ограничимся только протонным давлением (т.е. $p_{\parallel} = p_{i\parallel}$ и $p_{\perp} = p_{i\perp}$), что оправдано в пределе холодных электронов [23]. Влияние электронов проявляется только через электромагнитные величины.

В цитируемых выше (и во многих других) исследованиях замагниченная по ионам плазма без столкновений, имеющая малый параметр ε (равный величине отношения ларморовского радиуса $\mathrm{r_L}$ вращения заряженной частицы вокруг магнитной силовой линии к характерному размеру течения L), моделировалась системой уравнений CGL в предположении двойной адиабаты, полученной с помощью кинетического уравнения Власова и уравнений Максвелла в нулевом приближении по ε при использовании существенного предположения о равенстве нулю тепловых потоков $q_{\|}$ и $q_{\perp}$ вдоль и поперек магнитного поля $\mathbf{B}$. Однако условие двойной адиабаты не является приемлемым предположением, например, для плазмы солнечного ветра, в которой, по данным космических наблюдений, практически все время присутствуют потоки ионного и электронного тепла $q_{\perp,\|}$ [12]. Эти потоки играют важную роль в энергетическом балансе плазменных систем, подобных плазме солнечного ветра, и приводят к появлению новых волновых мод распространения возмущений. По этой причине возникла необходимость в модификации классических уравнений CGL путем введения в них дополнительных членов, которые появляются в высших моментах кинетического уравнения Власова и соответствуют конечному значению протонного ларморовского радиуса $\mathrm{r_L}$.

Замыкание моментных уравнений для теплопроводной, термически анизотропной плазмы было выполнено Вэнгом [13], который предложил использовать особую форму цилиндрически симметричной функции распределения, позволяющей получить замкнутую систему магнитогидродинамических уравнений для теплопроводной, термически изотропной плазмы. Эта функция распределения обладает важным свойством: ее четвертые моменты могут быть выражены как простые функции других младших моментов. В результате в моментных уравнениях нулевого (уравнение неразрывности), первого (уравнение движения), второго и третьего (уравнения Вэнга для $p_{\perp,\|}$ и $q_{\perp,\|}$) порядков не появляется в явном виде никаких членов высших моментов. Вместе с тем в случае отсутствия вектора теплового потока $\mathbf{q}$ модифицированная система уравнений не сводится к обычным двойным адиабатическим уравнениям CGL. Это связано с тем, что в пределе нулевого теплового потока ($q_{0\perp,\|} = 0$) в полученных уравнениях присутствуют некоторые члены (обусловленные потоком тепла), которые имеют тот же порядок величины, что и другие члены в уравнениях CGL [14].

Уточнением подхода, позволяющим получить замкнутую систему магнитогидродинамических уравнений для бесстолкновительной теплопроводной плазмы путем решения кинетического уравнения Власова, посвящено большое количество работ (см., например, [14-16]). Полученные при этом модифицированные уравнения CGL успешно используются при изучении малоамплитудных гидромагнитных волн возмущения и нахождения эффективных критериев нестабильности в астрофизической многовидовой плазме (усложненной, например, за счет вращения, учета тока Холла, пульсирующего тензора вязких и лучистых напряжений, эффектов радиационной теплопроводности, неоднородности магнитного поля и т.п.), что нашло отражение в целом ряде публикаций астрофизической направленности (см., например, [17-21])).

Вместе с тем следует отметить, что исследования астрофизической многовидовой плазмы, выполненные в рамках набора модифицированных уравнений CGL, проводились зачастую раздельно для гравитирующего и для вращающегося плазменного облака. По этой причине в данной статье проблему распространения малоамплитудных волн возмущения и неустойчивости астрофизической замагниченной плазмы предлагается обсудить для случая совместного влияния самогравитации, равномерного вращения и анизотропии давления и тепловых потоков. В соответствии с выведенным наиболее общим дисперсионным соотношением в работе обсуждаются критерии неустойчивости и распространение магнитогидродинамических волн с разной ориентацией относительно вектора магнитного поля. С целью выявления влияния вращения и самогравитации на косое распространение возмущающей волны в анизотропной плазменной системе был проведен предварительный анализ этого случая, в результате которого получены модифицированные критерии неустойчивостей «пожарный шланг» и «зеркало» с учетом влияния тепловых потоков.

В результате показано, что наличие равномерного вращения плазмы уменьшает критическое волновое число Джинса и оказывает стабилизирующее влияние на критерий гравитационной неустойчивости при поперечном распространении возмущающей волны. Однако для продольного распространения волны возмущения вращение системы не оказывает влияния на критерий неустойчивости. Включение тепловых потоков приводит в случае косого распространения магнитогидродинамических волн к появлению двух дополнительных мод. Фазовая скорость быстрой моды с продольным распространением увеличивается в присутствии тепловых потоков. Полученные результаты сравниваются с результатами, найденными на основе двойной адиабатической теории CGL.

1. ОСНОВНЫЕ МОМЕНТНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ТЕПЛОПРОВОДНОЙ ТЕРМИЧЕСКИ АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЫ

Далее рассматривается пространственно неограниченная бесстолкновительная плазменная система, которая, вращаясь с постоянной угловой скоростью $\mathbf{\Omega}\,(\Omega_x, 0, \Omega_z)$, находится под влиянием сильного магнитного поля $\mathbf{B}$, направленного вдоль оси $\mathbf{i}_z$, $\mathbf{B} = |\mathbf{B}|\mathbf{i}_z = B\mathbf{i}_z$. Для ее описания будем использовать замкнутую систему моментных уравнений кинетического уравнения Власова для бесстолкновительной теплопроводной термически анизотропной плазмы, состоящую из следующих одиннадцати уравнений, включающих модифицированные уравнения CGL, уравнение Пуассона и уравнения Максвелла (в идеальном пределе) [12], [21]:

$$\frac{d}{dt}\rho = -\rho\, div\,\mathbf{v}\,, \tag{3}$$

$$\rho\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -Div\,\overleftrightarrow{\mathbf{P}} + \rho\, grad\psi + \frac{1}{4\pi} rot\mathbf{B}\times\mathbf{B} + 2\rho\left(\mathbf{v}\times\mathbf{\Omega}\right), \tag{4}$$

$$\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} = rot\left(\mathbf{v}\times\mathbf{B}\right), \quad div\,\mathbf{B} = 0\,, \tag{5}$$

$$\Delta\psi = -4\pi G\rho\,, \tag{6}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\left|\mathbf{B}\right|^2 p_{\|}}{\rho^3}\right) = -2\frac{B^3}{\rho^3}\mathbf{n}\cdot grad\left(\frac{q_{\|}}{\left|\mathbf{B}\right|}\right), \tag{7}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{p_{\perp}}{\rho\left|\mathbf{B}\right|}\right) = -\frac{1}{\rho}\mathbf{n}\cdot grad\left(\frac{q_{\perp}}{\left|\mathbf{B}\right|}\right), \tag{8}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\left|\mathbf{B}\right|^3 q_{\|}}{\rho^4}\right) = \frac{3}{2}\frac{\left|\mathbf{B}\right|^2}{\rho^3}\mathbf{n}\cdot\left[\frac{p_{\|}p_{\perp}}{\rho^2} grad\left|\mathbf{B}\right| - \left|\mathbf{B}\right|\frac{p_{\|}}{\rho} grad\left(\frac{p_{\|}}{\rho}\right)\right], \tag{9}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{q_{\perp}}{\rho^2}\right) = \frac{1}{\rho\left|\mathbf{B}\right|}\mathbf{n}\cdot\left[\frac{p_{\perp}^2}{\rho^2} grad\left|\mathbf{B}\right| - \left|\mathbf{B}\right|\frac{p_{\|}}{\rho} grad\left(\frac{p_{\perp}}{\rho}\right)\right]. \tag{10}$$

Здесь $d/dt = \partial/\partial t + (\mathbf{v}\cdot grad)$ – конвективная производная; $\mathbf{v}(\mathbf{r},t) = n^{-1}\langle \mathbf{u} f_0\rangle$ $\rho(\mathbf{r},t) = mn = m\langle f_0\rangle$ – гидродинамическая скорость и массовая плотность потока ионов; $\mathbf{u}$, m и n – истинная скорость, масса и числовая плотность ионов; $\mathbf{c} = (\mathbf{u}-\mathbf{v})$ – хаотическая скорость ионов; ϕ – гравитационный потенциал. $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ – магнитное поле, направленное вдоль оси $\mathbf{i}_z$, $\mathbf{B} = B_0\mathbf{i}_z$. Параметры

$$p_{\|}(\mathbf{r},t) = k_B T_{\|} n = m^{-1}\langle c_{\|}^2 f_0\rangle, \quad p_{\perp}(\mathbf{r},t) = k_B T_{\perp} n = (2m)^{-1}\langle c_{\perp}^2 f_0\rangle,$$

$$q_{\|}(\mathbf{r},t) = (2m^2)^{-1}\langle c_{\|}^3 f_0\rangle, \quad q_{\perp}(\mathbf{r},t) = (2m^2)^{-1}\langle c_{\|} c_{\perp}^2 f_0\rangle \tag{11}$$

являются соответственно продольным и трансверсальным (перпендикулярным к магнитному полю $\mathbf{B}$) давлением и тепловыми потоками ионов[2)]; k_B – постоянная Больцмана; $c_{\|}$ и $c_{\perp}$ – соответственно продольные и трансверсальные составляющие хаотической скорости ионов. Угловые скобки в (11) определяются как

$$\langle \varphi(\mathbf{c}) f \rangle = \int \varphi(\mathbf{c}) f \, d\mathbf{u} = \int \varphi \, f \pi \, dc_{\|} \, dc_{\perp}^2 \,, \tag{12}$$

где $f(\mathbf{c})$ – функция распределения хаотических скоростей ионов, которая в приближении самого низкого порядка является цилиндрически симметричной относительно направления поля $\mathbf{B}$. Для функции распределения f_0 в нулевом приближении по ε в работе [13] предложению следующее выражение:

$$f_0 = f_{BM} \left[1 + \frac{q_{\|} n^2}{3 m p_{\|}^3} c_{\|}^3 + \frac{q_{\perp} n^2}{2 m p_{\|} p_{\perp}^2} c_{\|} c_{\perp}^2 - \frac{n}{p_{\|}} c_{\|} \left(\frac{q_{\|}}{p_{\|}} + \frac{q_{\perp}}{p_{\perp}} \right) \right], \tag{13}$$

где

$$f_{BM} = (2\pi m k_B)^{-3/2} \frac{n}{T_{\|}^{1/2} T_{\perp}} \exp\left[-c_{\|}^2 / (2 m k_B T_{\|}) - c_{\perp}^2 / (2 m k_B T_{\perp}) \right] \tag{14}$$

– бимаксвелловская функция распределения. Это выражение было получено Вэнгом [13] на основе обработки спутниковых данных о протонах плазмы солнечного ветра на расстоянии 1 а.е. от Солнца. Выбор функции распределения ионов в виде (13) позволил получить замкнутую систему уравнений (3)-(10) для

[2)] Заметим, что $q_{\perp}(\mathbf{r},t)$ и $q_{\|}(\mathbf{r},t)$ в (11) в принципе должны быть суммированы по электронам и ионам (с отдельными давлениями для каждого вида частиц), в то время как $\rho(\mathbf{r},t)$ и $\mathbf{v}(\mathbf{r},t)$ (3)-(4) являются плотностью и скоростью потока ионов.

одиннадцати неизвестных величин $\rho(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{v}(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$, $p_{\|}(\mathbf{r},t)$, $p_{\perp}(\mathbf{r},t)$, $q_{\|}(\mathbf{r},t)$ и $q_{\perp}(\mathbf{r},t)$.

Как уже отмечалось выше, система уравнений (8)-(11) без тепловых потоков нулевого порядка $(q_{\|}=q_{\perp}=0)$ не сводится к системе CGL, записанных в предположении двойной адиабаты, поскольку при этом уравнения (10) и (11) не удовлетворяются тождественно. В рамках данной работы полученные из уравнений (10) и (11) соотношения

$$\mathbf{n}\cdot\left[\frac{T_{\perp}^{2}+T_{\|}T_{\perp}}{T_{\|}}grad\left|\mathbf{B}\right|-grad(\left|\mathbf{B}\right|T_{\perp})\right]=0,$$

$$\mathbf{n}\cdot\left[(T_{\perp}+T_{\|})grad\left|\mathbf{B}\right|-grad(\left|\mathbf{B}\right|T_{\|})\right]=0$$

будем считать условиями, при выполнении которых (например, для двумерных движений в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, или при равенстве нулю производных вдоль магнитного поля от $T_{\perp}, T_{\|}$ и $\left|\mathbf{B}\right|$) функция распределения ионов по скоростям является бимаксвелловской.

При учете формул

$$rot\mathbf{B}\times\mathbf{B}=-grad(\left|\mathbf{B}\right|^{2}/2)+(\mathbf{B}\cdot grad)\mathbf{B},\quad Div\overleftrightarrow{\mathbf{P}}=grad\,p_{\perp}+(\mathbf{B}\cdot grad)\frac{p_{\|}-p_{\perp}}{B^{2}}\mathbf{B}$$

уравнению движения (4) можно придать другой используемый в дальнейшем вид:

$$\rho\frac{d\mathbf{v}}{dt}=-grad\left(p_{\perp}+\frac{\left|\mathbf{B}\right|^{2}}{8\pi}\right)-(\mathbf{B}\cdot grad)\frac{\left(p_{\|}-p_{\perp}+\frac{\left|\mathbf{B}\right|^{2}}{4\pi}\right)}{\left|\mathbf{B}\right|^{2}}\mathbf{B}+\rho\,grad\psi+2\rho\left(\mathbf{v}\times\mathbf{\Omega}\right). \tag{15}$$

В настоящей работе на основе уравнений (2)-(10) исследуется распространение магнитогидродинамических волн возмущения с разной ориентацией относительно вектора магнитного поля, а также рассчитываются скорости роста различных неустойчивостей (в частности, неустойчивостей «пожарный шланг» и «зеркало») связанных с учетом влияния тепловых потоков.

2. ЛИНЕАРИЗОВАННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ. ОБЩЕЕ ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

В этом разделе получено дисперсионное соотношение для линеаризованных магнитогидродинамических уравнений для бесстолкновительной теплопроводной плазмы на основе системы уравнений, представленной в разделе 1. Далее будем предполагать, что в начальном равновесном состоянии пространственно неограниченная анизотропная плазма является однородной. Одновременно будем считать, что магнитное поле, плотность плазмы, анизотропные газовые давления и скорость вращения невозмущенной среды являются постоянными величинами. В этом случае можно пренебречь всеми пространственными производными в линеаризованных уравнениях. При их выводе ограничимся также малыми возмущениями (по сравнению с равновесными) каждой физической переменной, для чего запишем их в виде:

$$\rho = \rho_0 + \delta\rho(\mathbf{r},t),\ \mathbf{v} = \mathbf{v}_0(=0) + \delta\mathbf{v}(\mathbf{r},t),\ \overleftrightarrow{\mathbf{P}} = \overleftrightarrow{\mathbf{P}}_0 + \delta\overleftrightarrow{\mathbf{P}}(\mathbf{r},t),$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B} = B_0\mathbf{i}_z + \delta\mathbf{B}(\mathbf{r},t),\ \psi = \psi_0 + \delta\psi(\mathbf{r},t).$$

Здесь слагаемые с индексом «0» описывают невозмущенные равновесные (равномерные как в пространстве, так и во времени) значения структурных параметров среды, а величины $\delta\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$, $\delta\mathbf{v}(\mathbf{r},t)$, $\delta\rho(\mathbf{r},t)$, $\delta\psi(\mathbf{r},t)$ и $\delta\overleftrightarrow{\mathbf{P}}(\mathbf{r},t)$ являются соответственно возмущениями первого порядка равновесных значений магнитного поля, гидродинамической скорости и массовой плотности плазменной жидкости, гравитационного потенциала и тензора давления. В этом случае при выполнении всех необходимых разложений, удержании членов только первого порядка относительно малых возмущений и с учетом сделанных выше упрощающих предположений уравнения (1) и (3)-(10) приводят к следующему набору линейных уравнений для возмущенных величин:

$$\delta\overleftrightarrow{\boldsymbol{P}} = \delta p_\perp \overleftrightarrow{\boldsymbol{I}} + (\delta p_{||} - \delta p_\perp)\boldsymbol{nn} + (p_{||} - p_\perp)(\boldsymbol{n}\,\delta\boldsymbol{n} + \delta\boldsymbol{n}\,\boldsymbol{n}), \tag{16}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta\rho = -\rho_0 div(\delta\mathbf{v}), \tag{17}$$

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t}\delta\mathbf{v} = -Div(\delta\overleftrightarrow{\mathbf{P}}) + \frac{1}{4\pi}(rot\delta\mathbf{B})\times\mathbf{B}_0 + \rho_0 grad(\delta\psi) + 2\rho_0(\delta\mathbf{v}\times\boldsymbol{\Omega}), \tag{18}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta\mathbf{B} = (\mathbf{B}_0\cdot grad)\delta\mathbf{v} - \mathbf{B}_0 div(\delta\mathbf{v}), \quad div(\delta\mathbf{B}) = 0, \tag{19}$$

$$\Delta\delta\psi = -4\pi G\delta\rho, \qquad (20$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\delta p_{||} + \frac{2p_{||0}}{|\mathbf{B}_0|}\delta B_z - \frac{3p_{||0}}{\rho_0}\delta\rho\right] = -2\mathbf{n}\cdot\left[grad(\delta q_{||}) - \frac{q_{||0}}{|\mathbf{B}_0|}grad(\delta B_z)\right], \tag{21}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\delta p_\perp - \frac{p_{\perp 0}}{|\mathbf{B}_0|}\delta B_z - \frac{p_{\perp 0}}{\rho_0}\delta\rho\right] = -\mathbf{n}\cdot\left[grad(\delta q_\perp) - \frac{q_{\perp 0}}{|\mathbf{B}_0|}grad(\delta B_z)\right] \tag{22}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\delta q_{||} + \frac{3q_{||0}}{|\mathbf{B}_0|}\delta B_z - \frac{4q_{||0}}{\rho_0}\delta\rho\right] =$$

$$= \frac{3}{2}\mathbf{n}\cdot\left[\frac{p_{\perp 0}p_{||0}}{\rho_0}grad(\delta B_z) - \frac{p_{||0}}{\rho_0}grad(\delta p_{||}) + \frac{p_{||}^2}{\rho_0}grad(\delta\rho)\right], \tag{23}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\delta q_\perp - \frac{2q_{\perp 0}}{\rho_0}\delta\rho\right] = \mathbf{n}\cdot\left[\frac{p_{\perp 0}^2}{\rho_0|\mathbf{B}_0|}grad(\delta B_z) - \frac{p_{||0}}{\rho_0}grad(\delta p_\perp) + \frac{p_{||0}p_{\perp 0}}{\rho_0^2}grad(\delta\rho)\right],$$

(24)

где

$$\delta\mathbf{n}=\left(\delta\mathbf{B}-\mathbf{n}_0\cdot\delta\mathbf{B}\right)/\left|\mathbf{B}_0\right|. \quad \boldsymbol{n}_0=\boldsymbol{i}_z .$$

$$\left[Div(\delta\overleftrightarrow{\boldsymbol{P}})\right]_x=\left[2p_\perp k_\perp^2-(p_\|-p_\perp)k_\|^2\right]\frac{v_x}{\omega}+p_\perp k_\| k_\perp\frac{v_z}{\omega},$$

$$\left[Div(\delta\overleftrightarrow{\boldsymbol{P}})\right]_y=-(p_\|-p_\perp)k_\|^2\frac{v_y}{\omega}, \quad \left[Div(\delta\overleftrightarrow{\boldsymbol{P}})\right]_я=3p_\|k_\|^2\frac{v_z}{\omega}+p_\perp k_\| k_\perp\frac{v_x}{\omega}. \quad (25)$$

Будем далее предполагать, что все возмущенные величины $\delta w(\mathbf{r},t)$ изменяются по закону гармонических колебаний

$$\delta w(\mathbf{r},t)\sim exp\left(-i\omega t+i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}\right). \quad (26)$$

Здесь δw – независимая от времени и пространства малая амплитуда пульсаций; $\mathbf{k}=k_\perp\mathbf{i}_x+k_\|\mathbf{i}_z$ – действительный волновой вектор , а $k_\perp$ и $k_\|$ – волновые числа соответственно в x и z направлениях, так что $\left|\mathbf{k}\right|^2=k_\perp^2+k_\|^2$; ω – комплексная частота гармонических колебаний. Очевидно, что если частота ω является чисто мнимой величиной, то имеет место растущий со временем режим и система представляет собой не устойчивую конфигурацию.

С учетом предположения (26) линеаризованную систему дифференциальных уравнений (16)-(25) можно привести к следующему виду трех алгебраических уравнений относительно компонент v_x, v_y, v_z пульсирующей скорости:

$$W_{ij}v_j=0, \qquad i,j(=x,y,z), \quad (27)$$

где

$$W_{xx}=(\omega^2-k_\|^2S_\|^2)\left[\omega^2+k_\|^2\Lambda^2-k_\perp^2V_A^2+k_\perp^2(S_\perp^2-S_{\perp G}^2)\right]-$$

$$-k_\perp^2\left(2S_\perp^2\omega^2+k_\| Q_\perp\omega-k_\|^2S_\perp^2(S_\|^2+S_\perp^2)\right),$$

$$W_{yy} = -i2\Omega_{\|}\omega(\omega^2 - k_{\|}^2 S_{\|}^2),$$

$$W_{xz} = k_{\|} k_{\perp}\left[(\omega^2 - k_{\|}^2 S_{\|}^2)(S_{\perp}^2 - S_{\perp G}^2) - S_{\perp}^2\omega^2 - 2k_{\|} Q_{\perp}\omega + k_{\|}^2 S_{\|}^2 S_{\perp}^2\right],$$

$$W_{yx} = i2\Omega_{\|}\omega, \quad W_{yy} = \omega^2 + k_{\|}^2\Lambda^2, \quad W_{yz} = -i2\Omega_{\perp}\omega,$$

$$W_{zx} = k_{\perp} k_{\|}\left[(\omega^2 - 3k_{\|}^2 S_{\|}^2)(S_{\|}^2 - S_{\perp G}^2) - S_{\|}^2\omega^2 + 3k_{\|}^2 S_{\|}^2 (S_{\|}^2 + S_{\perp}^2)\right],$$

$$W_{zy} = i2\Omega_{\perp}\omega(\omega^2 - 3k_{\|}^2 S_{\|}^2),$$

$$W_{zz} = \left[\omega^2 + k_{\|}^2 (S_{\perp}^2 - S_{\perp G}^2)\right](\omega^2 - 3k_{\|}^2 S_{\|}^2) - k_{\|}^2 (3S_{\|}^2\omega^2 - 3S_{\|}^2 k_{\|}^2 + 8k_{\|} Q_{\|}\omega).$$

Здесь и далее использованы следующие обозначения:

$S_{\|,\perp} = \sqrt{p_{\|,\perp}/\rho} = \sqrt{kT_{\|,\perp}/m}$ – скорости звука соответственно в параллельном и перпендикулярном к магнитному полю направлениях; $V_A = \sqrt{|\mathbf{B}_0|^2/4\pi\rho}$ – скорость Альфвена; $Q_{\|,\perp} = \dfrac{q_{\|,\perp}}{\rho}$; $\Lambda^2 = S_{\|}^2 - S_{\perp}^2 - V_A^2$, $S_{\perp G}^2 = S_{\perp}^2 - \dfrac{4\pi G\rho}{|\mathbf{k}|^2}$. Подстрочный индекс «0» у невозмущенных величин далее для простоты формул опущен.

Условием существования нетривиального решения однородной системы уравнений (27) является равенство нулю определителя ее коэффициентов [7, 17]:

$$\left\{\left[\omega^2 + k_{\perp}^2 (S_{\perp}^2 - S_{\perp G}^2) + k_{\|}^2\Lambda^2 - k_{\perp}^2 V_A^2\right](\omega^2 - k_{\|}^2 S_{\|}^2) - k_{\perp}^2\left[2S_{\perp}^2\omega^2 + k_{\|} Q_{\perp}\omega - k_{\|}^2 S_{\perp}^2 (S_{\perp}^2 + S_{\|}^2)\right]\right\}\times$$

$$\times\left\{(\omega^2 + k_{\|}^2\Lambda^2)\left[\left(\omega^2 + k_{\|}^2 (S_{\perp}^2 - S_{\perp G}^2)\right)(\omega^2 - 3k_{\|}^2 S_{\|}^2) - 3k_{\|}^2 S_{\|}^2\left(\omega^2 - k_{\|}^2 S_{\|}^2\right) - 8k_{\|}^3 Q_{\|}\omega\right] - \right.$$

$$-4\Omega_{\perp}^{2}\omega^{2}(\omega^{2}-3k_{\parallel}^{2}S_{\parallel}^{2})\Big\}-4\Omega_{\parallel}(\omega^{2}-k_{\parallel}^{2}S_{\parallel}^{2})\Big\{k_{\parallel}k_{\perp}\Omega_{\perp}\omega^{2}\Big[(S_{\parallel}^{2}-S_{\perp G}^{2})\times$$

$$(\omega^{2}-3k_{\parallel}^{2}S_{\parallel}^{2})-S_{\parallel}^{2}\omega^{2}+3k_{\parallel}^{2}S_{\parallel}^{2}(S_{\perp}^{2}+S_{\parallel}^{2})\Big]+\Omega_{\parallel}\omega^{2}\Big[\Big(\omega^{2}+k_{\parallel}^{2}(S_{\perp}^{2}-S_{\perp G}^{2})\Big)(\omega^{2}-3k_{\parallel}^{2}S_{\parallel}^{2})-$$

$$-k_{\parallel}^{2}\Big(3S_{\parallel}^{2}(\omega^{2}-k_{\parallel}^{2}S_{\parallel}^{2})+8k_{\parallel}Q_{\parallel}\omega\Big)\Big]\Big\}-k_{\parallel}k_{\perp}\Big[(\omega^{2}-k_{\parallel}^{2}S_{\parallel}^{2})S_{\perp G}^{2}+2k_{\parallel}Q_{\perp}\omega\Big]\times$$

$$\times\Big\{-4\Omega_{\parallel}\Omega_{\perp}\omega^{2}(\omega^{2}-3k_{\parallel}^{2}S_{\parallel}^{2})+k_{\parallel}k_{\perp}(\omega^{2}+k_{\parallel}^{2}\Lambda^{2})\Big[(\omega^{2}-3k_{\parallel}^{2}S_{\parallel}^{2})S_{\perp G}^{2}-3k_{\parallel}^{2}S_{\parallel}^{2}S_{\perp}^{2}\Big]\Big\}=0 \quad (28)$$

Дисперсионное соотношение (28), являющееся полиномом десятого порядка относительно частоты ω, в отличие от аналогичного соотношения, выведенного в рамках системы уравнений CGL в предположении двойной адиабаты, учитывает присутствие тепловых потоков нулевого порядка. Это соотношение лежит в основе изучения магнитогидродинамических волн и получения наиболее эффективных критериев грави-ротационной неустойчивости для бесстолкновительной, замагниченной, самогравитирующей и теплопроводной астрофизической плазмы. Аналитически исследовать это сложное дисперсионное соотношение в общем случае произвольного направления распространения волн возмущения затруднительно. Вместе с тем дисперсионное уравнение (28) может быть существенно упрощено в различных предельных случаях, в частности, при рассмотрении по отдельности поперечных, продольных и косых волновых мод.

3. ПОПЕРЕЧНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ВОЗМУЩЕНИЯ

В случае поперечного распространения колебательной волны возмущения, когда $k_{\perp}=|\mathbf{k}|, k_{\parallel}=0$, дисперсионное соотношение (28) принимает более простой вид

$$\Big[\omega^{2}-|\mathbf{k}|^{2}\Big(V_{A}^{2}+2S_{\perp}^{2}\Big)+4\pi G\rho\Big]\Big(\omega^{2}-4\Omega_{\perp}^{2}\Big)-4\Omega_{\parallel}^{2}\omega^{2}=0\,. \quad (29)$$

Проанализируем это соотношение для следующих трех случаев: для случая отсутствия равномерного вращения $\mathbf{\Omega}$ плазменной системы и для случаев расположения оси вращения вдоль и поперек вектора магнитного поля $\mathbf{B}$.

3.1. Вращение астрофизической плазменной системы отсутствует, $\mathbf{\Omega} = 0$

Пори отсутствии вращения дисперсионное соотношение (29) принимает вид уравнения четвертой степени по ω [18]:

$$\omega^4 - \left[|\mathbf{k}|^2 \left(V_A^2 + 2S_\perp^2 \right) + 4\pi G\rho \right] \omega^2 = 0. \tag{30}$$

Это уравнение, отражающее влияние магнитного поля на гравитационную неустойчивость астрофизической плазмы, имеет три корня: нулевой корень $\omega_1 = 0$ и два корня

$$\omega_{2,3} = \pm \left(|\mathbf{k}|^2 \left(2S_\perp^2 + V_A^2 \right) - 4\pi G\rho \right)^{1/2}.$$

Условие существования мнимого корня, соответствующее неустойчивости волновой моды самогравитирующей плазменной системы с анизотропным давлением, имеет вид $|\mathbf{k}|^2 \left(2S_\perp^2 + V_A^2 \right) - 4\pi G\rho < 0$. Отсюда следует модифицированный критерий неустойчивости Джинса

$$|\mathbf{k}| < k_J = \left(\frac{4\pi G\rho}{2S_\perp^2 + V_A^2} \right)^{1/2} = \left(\frac{4\pi G\rho^2}{2p_\perp^2 + |\mathbf{B}|^2 / 4\pi} \right)^{1/2}, \tag{31}$$

который совпадает с полученным в работе [11]. Интересная особенность этого режима заключается в том, что, в отличие от классической неустойчивости Джинса $|\mathbf{k}| < k_J = (4\pi G\rho)^{1/2} / c_s$, возникающей в однородной (и даже вращающейся) магнитоплазме, в рассматриваемом случае критическая длина волны зависит от напряженности магнитного поля и давления плазмы в поперечном направлении, но не зависит от наличия теплопроводности.

3.2. Ось вращения параллельна магнитному полю, $\mathbf{\Omega} \| \mathbf{B}$

Подставляя координаты $\Omega_{\perp} = 0$ и $\Omega_{\|} = \Omega$ вектора угловой скорости вращения в уравнение (29), получим простое алгебраическое уравнение

$$\omega^2 - |\mathbf{k}|^2 \left(V_A^2 + 2S_{\perp}^2 \right) + 4\pi G\rho - 4\Omega_{\|}^2 = 0, \tag{32}$$

описывающее гравитационные моды, зависящие от комбинированных эффектов равномерного вращения и магнитного поля, но также не зависящие от теплового потока. Условие существования мнимого корня уравнения (32), соответствующее неустойчивости волновой моды самогравитирующей плазменной системы с анизотропным давлением, имеет вид

$$|\mathbf{k}|^2 \left(V_A^2 + 2S_{\perp}^2 \right) - 4\pi G\rho + 4\Omega_{\|}^2 < 0. \tag{33}$$

Отсюда получаем модифицированный критерий неустойчивости Джинса

$$|\mathbf{k}| < k_J = \left(\frac{4\pi G\rho - 4\Omega_{\|}^2}{2(p_{\perp}/\rho) + V_A^2} \right)^{1/2}. \tag{34}$$

Из этого критерия можно сделать следующий вывод: в случае поперечного распространения волны возмущения, направленной перпендикулярно к оси вращения плазменного облака ($\mathbf{k} \perp \Omega$), вращение и магнитное поле стабилизируют гравитационную неустойчивость. Заметим, что критерий (34) совпадает с критерием неустойчивости для бесстолкновительной вращающейся плазмы, описываемой в рамках CGL при использовании двойного адиабатического предположения (см., например, [3]).

3.3. Ось вращения перпендикулярна к магнитному полю, $\mathbf{\Omega} \perp \mathbf{B}$

Покажем теперь, что, когда направление распространения волны и ось вращения перпендикулярны магнитному полю, вращательная мода разделяется на две. Действительно, подстановка в дисперсионное соотношение (29) компонент $\Omega_{\|} = 0$ и $\Omega_{\perp} = \Omega$ вектора угловой скорости приводит к режиму распространения волны возмущения, описываемому уравнением

$$\left(\omega^2 - 4\Omega_{\perp}^2\right)\left[\omega^2 - |\mathbf{k}|^2\left(V_A^2 + 2S_{\perp}^2\right) + 4\pi G\rho\right] = 0. \quad (35)$$

Первый сомножитель этого уравнения, приравниваемый к нулю, – $\omega^2 - 4\Omega^2 = 0$ – определяет устойчивые (затухающие) вращательные режимы $\omega_{1,2} = \pm 2\Omega$, не зависящие от магнитного поля, самогравитации системы и теплового потока.

Второй сомножитель уравнения (35) приводит к следующему критерию неустойчивости анизотропной плазмы

$$|\mathbf{k}| < \left[4\pi G\rho / (2(p_{\perp}/\rho) + V_A^2)\right]^{1/2}. \quad (36)$$

Таким образом, когда направление распространения колебательной волны возмущения и ось вращения плазменного облака перпендикулярны магнитному полю ($\mathbf{k} \perp \mathbf{B}, \mathbf{\Omega} \perp \mathbf{B}$), вращение системы не влияет на гравитационный режим неустойчивости плазмы, который зависит от поперечного давления и магнитного поля. В этом случае критическое волновое числа Джинса, имеющее вид:

$$k_J = 2\rho\left[\pi G / \left(2p_{\perp} + |\boldsymbol{B}|^2 / 4\pi\right)\right]^{1/2}, \quad (37)$$

полностью совпадает с волновым числом, полученным в рамках классической системы уравнений CGL для бесстолкновительной плазмы без теплопроводности (см., например, [3]).

4. ПРОДОЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ВОЗМУЩЕНИЯ

В случае продольного распространения мелкомасштабной волны возмущения (когда $k_{\perp}=0$, $k_{\parallel}=|\mathbf{k}|$) дисперсионное соотношение (29) сводится к следующей системе уравнений:

$$\omega^2-|\mathbf{k}|^2 S_{\parallel}^2=0\ , \tag{38}$$

$$\begin{gathered}\left(\omega^2+|\mathbf{k}|^2\Lambda^2\right)\Big\{(\omega^2+|\mathbf{k}|^2\Lambda^2)\Big[\left(\omega^2+4\pi G\rho\right)\left(\omega^2-3|\mathbf{k}|^2 S_{\parallel}^2\right)-\\ -|\mathbf{k}|^2\left(3S_{\parallel}^2\omega^2-3S_{\parallel}^4|\mathbf{k}|^2-8|\mathbf{k}|Q_{\parallel}\omega\right)\Big]-4\Omega_{\perp}^2\omega^2\left(\omega^2-3|\mathbf{k}|^2 S_{\parallel}^2\right)\Big\}-4\Omega_{\parallel}^2\omega^2\times\\ \times\Big[\left(\omega^2+4\pi G\rho\right)(\omega^2-3|\mathbf{k}|^2 S_{\parallel}^2)+k_{\parallel}^2\left(-3S_{\parallel}^2\omega^2+8|\mathbf{k}|Q_{\parallel}\omega+3|\mathbf{k}|^2 S_{\parallel}^4\right)\Big]=0.\end{gathered} \tag{39}$$

Уравнение (38) является дисперсионным соотношением для фазовых скоростей $v_{\phi}=\omega/|\mathbf{k}|$ распространяющихся звуковых волн, модулированных параллельным давлением

$$(v_{\phi})_{1,2}=\pm\sqrt{p_{\parallel}/\rho}\,. \tag{40}$$

Уравнение (39) имеет восьмой порядок по частоте ω, что затрудняет его аналитическое рассмотрение. По этой причине проанализируем далее уравнение (39) для трех возможных особенностей газового облака: для случая отсутствия вращения плазмы и для случая, когда ось вращения направлена вдоль и поперек магнитного поля $\mathbf{B}$.

4.1. Вращение астрофизической плазменной системы отсутствует, $\mathbf{\Omega}=0$

В случае отсутствия вращения дисперсионное соотношение (29) разбивается на следующие два уравнения:

$$\left[\omega^2+|\mathbf{k}|^2\left(S_{\parallel}^2-S_{\perp}^2-V_A^2\right)\right]^2=0\,, \tag{41}$$

$$\omega^4+\left[4\pi G\rho-6|\mathbf{k}|^2 S_{\|}^2\right]\omega^2+8|\mathbf{k}|^3 Q_{\|}\omega+3|\mathbf{k}|^2 S_{\|}^2\left(S_{\|}^2|\mathbf{k}|^2-4\pi G\rho\right)=0. \quad (42)$$

Уравнение (41) описывает неустойчивый, нераспространяющийся режим, называемый неустойчивостью «пожарного шланга» (см., например, [3]). В рассматриваемом случае на критерий неустойчивости шланга

$$p_{\|}^2 > p_{\perp}^2 + |\mathbf{B}_0|^2/4\pi$$

не влияют эффекты гравитации, вращения и переноса тепла.

Физический механизм этой неустойчивости связан с «вмороженностью» силовых линий магнитного поля в бесконечно проводящую плазму. Поскольку в этом случае частицы плазмы привязаны к силовым линиям, то при искривлении силовой линии возникает центробежная сила, пропорциональная энергии продольного движения частиц и стремящаяся увеличить искривление. Если продольное давление велико, то эта сила оказывается больше, чем возвращающие силы, связанные с натяжением силовых линий. В результате силовая линия будет еще больше искривляться по аналогии с поведением шланга, по которому подаётся сильная струя воды.

Волновой режим, описываемый уравнением четвертой степени (42), отражает влияние на распространение звуковой волны продольных компонент давления $p_{\|}$ и вектора теплового потока $Q_{\|}=q_{\|}/\rho$ [18]. В общем случае аналитическое решение уравнения (42) представляет известные трудности. По этой причине рассмотрим здесь два предельных случая этого уравнения. Но перед этим отметим еще раз, что при включении в рассмотрение анизотропного потока тепла модифицированная система уравнений CGL содержит не только члены, непосредственно связанные с тепловым потоком нулевого порядка $q_{\|}$, но и члены, не содержащие его в явном виде. Другими словами, даже в предельном случае, когда $q_{\|,\perp} \approx 0$, дисперсионное соотношение (28) содержит члены, обусловленные возмущенным тепловым потоком $\delta q_{\|,\perp}$. При этом вклад этих членов может быть очень значительным.

Обсудим сначала возможность появления неустойчивости плазменной системы, описываемой уравнением (42), когда тепловой поток нулевого порядка отсутствует, $q_{\|} = 0$. В этом случае уравнение (42) сводится к биквадратному уравнению

$$\left[\omega^4 + \left(4\pi G\rho - 6|\mathbf{k}|^2 S_{\|}^2\right)\omega^2 + 3|\mathbf{k}|^2 S_{\|}^2 \left(S_{\|}^2 |\mathbf{k}|^2 - 4\pi G\rho\right)\right] = 0, \tag{43}$$

решение которого имеет вид

$$(\omega^2)_{1,2} = 3|\mathbf{k}|^2 S_{\|}^2 - 2\pi G\rho \pm \left(4\pi^2 G^2 \rho^2 + 6|\mathbf{k}|^4 S_{\|}^4\right)^{1/2}. \tag{44}$$

Одна из волновых мод, описываемых соотношением (44), может быть монотонно неустойчивой в результате гравитации, если длина волны возмущения $\lambda = 2\pi / |\mathbf{k}|$ достаточно велика. Для пояснения этого утверждения перепишем уравнение (43) в виде:

$$x^2 = y^2 - \tfrac{1}{2} \pm \sqrt{\tfrac{1}{4} + \tfrac{2}{3} y^4}, \tag{45}$$

где $x = \omega / \sqrt{4\pi G\rho}$, $y = |\mathbf{k}| \sqrt{3 p_{\|} / 4\pi G\rho^2}$. Покажем теперь, что случай, соответствующий знаку минус в уравнении (45), может соответствовать неустойчивости. Действительно, если $y^2 - \tfrac{1}{2} < \sqrt{\tfrac{1}{4} + \tfrac{2}{3} y^4}$, то $y < \sqrt{3}$. Отсюда следует условие неустойчивости

$$|\mathbf{k}| < \left(4\pi G\rho\right)^{1/2} / S_{\|}, \tag{46}$$

которое показывает, что из-за «дополнительных условий», вносимых вектором теплового потока в дисперсионное соотношение, гравитационная неустойчивость разреженного анизотропного плазменного облака возникает на сравнительно меньшей длине волны, чем это имеет место в случае классического критерия Джинса.

Рассмотрим теперь, как влияет на неустойчивость плазмы сохранение теплового потока нулевого порядка $q_{||}$ в уравнении (42). Это уравнение может быть решено численно [21], но здесь мы ограничимся аналитической оценкой приближенного изменения скорости роста волнового числа, возникающего из-за наличия вектора $q_{||}$. Отметим, что в случае использования классической системы уравнений CGL для исследования продольного распространения мелкомасштабной волны возмущения, дисперсионное уравнение, соответствующее уравнению (43), имеет вид:

$$\omega^4 + \left(4\pi G\rho - 3|\mathbf{k}|^2 S_{||}^2 \right)\omega^2 = 0. \tag{47}$$

Для этого уравнения волновой режим $\omega^2 = 0$ является вырожденным и соответствует энтропийной волне классической CGL [8].

Однако в присутствии теплового потока нулевого порядка $q_{||}$ в уравнении (42), волновая мода модифицируется возмущением $\delta q_{||}$. Чтобы описать это видоизменение моды запишем ω^2 в виде $\omega^2 = \omega_0^2 + \varepsilon\omega_1^2 + \ldots$, где члены с ε, включающие вклад теплопроводности, предполагаются малыми. В первом приближении модифицированная волновая мода может быть записана как (Singh, Kalra, 1986)

$$\omega^2 = 3S_{||}^2 |\mathbf{k}|^2 \frac{\lambda_J^2/3 - \lambda^2}{\lambda_J^2 - \lambda^2}, \text{ где } \left(\lambda^2 = \frac{2\pi}{k_J}, \; k_J = \rho\sqrt{\frac{4\pi G}{3p_{||}}} \right). \tag{48}$$

Это условие показывает, что неустойчивость в плазменном облаке может возбуждаться на сравнительно короткой длине волны, $\lambda > \lambda_J / \sqrt{3}$. Однако этот волновой режим не остается неустойчивым в том случае, когда $\lambda > \lambda_J$.

Аналогично другая волновая мода, описываемая уравнением (42), модифицируется при наличии потока $q_{\|}$ следующим образом:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{6S_{\|}^4 |\mathbf{k}|^4 \pm 8 |\mathbf{k}|^3 Q_{\|}\omega_0}{\omega_0^2}, \quad \text{где} \quad \left(\omega_0^2 = 3S_{\|}^2 |\mathbf{k}|^2 - 4\pi G\rho\right). \qquad (49)$$

Заметим, что при $\lambda < \lambda_J$ волновой режим устойчив в отсутствие $q_{\|}$, и на его устойчивость не влияет включение в анализ вектора теплового потока нулевого порядка $q_{\|}$. Однако в случае $\lambda > \lambda_J$ этот режим становится неустойчивым, причем его скорость роста, определяемая соотношением

$$\omega^2 = -\omega_{0+}^2 - \frac{6S_{\|}^4 |\mathbf{k}|^4}{\omega_{0+}^2} \pm i \frac{\pm 8 |\mathbf{k}|^3 Q_{\|}}{\omega_{0+}} \quad \left(\text{здесь } \omega_{0+}^2 = 4\pi G\rho - 3S_{\|}^2 |\mathbf{k}|^2\right), \qquad (50)$$

усиливается.

Таким образом, при сохранении потока тепла нулевого порядка $q_{\|}$ в уравнении (42) неустойчивость наступает на более короткой длине волны, а скорость роста увеличивается, как это было обнаружено при сохранении только дополнительных членов (не содержащие $q_{\|}$ в явном виде), которые появились из-за включения $q_{\|}$ в уравнение. Заметим также, что поскольку тепловая анизотропия кратковременна, то она не имеет существенного значения в таком долговременном процессе, как гравитационная неустойчивость, за исключением некоторых случаев, когда она становится значимой в некоторых локальных ситуациях.

4.2. Ось вращения параллельна магнитному полю, $\boldsymbol{\Omega} \| \mathbf{B}$

Подставляя в дисперсионное соотношение (39) величины $\Omega_{\perp} = 0$ и $\Omega_{\|} = \Omega,$, получим в результате следующие два уравнения:

$$\omega^4 + 2|\mathbf{k}|^2 \left[\left(S_{\|}^2 - S_{\perp}^2 - V_A^2 \right) - 2\frac{\Omega^2}{|\mathbf{k}|^2} \right] \omega^2 + \left(S_{\|}^2 - S_{\perp}^2 - V_A^2 \right)^2 |\mathbf{k}|^4 = 0, \quad (51)$$

$$\omega^4 + |\mathbf{k}|^2 \left(\frac{4\pi G\rho}{|\mathbf{k}|^2} - 6S_{\|}^2 \right) \omega^2 + 8Q_{\|} |\mathbf{k}|^3 \omega + 3S_{\|}^2 |\mathbf{k}|^4 \left(S_{\|}^2 - \frac{4\pi G\rho}{|\mathbf{k}|^2} \right) = 0. \quad (52)$$

Эти уравнения описывают распространение продольных волн возмущения для бесстолкновительной плазмы с анизотропными давлением и тепловым потоком в направлении магнитного поля $\mathbf{B}$. При этом соотношение (51) описывает только те волновые моды, на которые влияют вращение, анизотропное давление и магнитное поле, но они не зависят от поправок на гравитацию и тепловой поток. С другой стороны, дисперсионное соотношение (52) описывает гравитационный волновой режим, включающий в себя влияние анизотропного давления и теплового потока, но не магнитного поля $\mathbf{B}$ и вращения.

Дисперсионное соотношение (51) можно переписать в виде биквадратного уравнения для фазовой скорости (так называемых шланговых мод)

$$v_{\phi}^4 + 2\left[2\Omega_{\|}^2 / |\mathbf{k}|^2 + \Lambda^2 \right] v_{\phi}^2 + \Lambda^4 = 0. \quad (53)$$

Это уравнение является дисперсионным уравнением для волн Альфвена с фазовой скоростью $v_{\phi} = \omega / |\mathbf{k}|$, модулированной вращением и анизотропным давлением в различных направлениях. В случае отсутствия вращения оно приводит к простому уравнению $\left(v_{\phi}^2 + \Lambda^2 \right)^2 = 0$, которое имеет решение

$$(v_\phi)_{f,s} = \pm\left(S_\parallel^2 - S_\perp^2 - V_A^2\right)^{1/2} = \pm\frac{1}{\sqrt{\rho}}\left(p_\parallel^2 - p_\perp^2 - |\mathbf{B}|^2/4\pi\right)^{1/2}. \qquad (54)$$

В отличие от изотропного случая ($p_\parallel^2 = p_\perp^2$), фазовая скорость альфвеновских волн определяется не только магнитным полем, но и анизотропным давлением плазмы. Если справедливо неравенство $\Lambda^2 = p_\parallel^2 - p_\perp^2 - |\mathbf{B}|^2/4\pi < 0$, то имеет место распространяющаяся волна Альфвена, представляющая собой колебания упругих силовых нитей линий магнитного поля. Если $\Lambda^2 = 0$, то получается неподвижная мода (резонансный режим, $\omega = 0$), что объясняется абсолютно неупругим возмущением силовых линий поля $\mathbf{B}$. Если справедливо неравенство

$$p_\parallel^2 > p_\perp^2 + |\mathbf{B}|^2/4\pi, \qquad (55)$$

то имеет место нераспространяющийся, неустойчивый режим, рассмотренный в разд. 4.1.

Таким образом, в однородной анизотропной плазме магнитогидродинамическая сдвиговая альфвеновская волна может стать неустойчивой при выполнении условия (55). Заметим, что неустойчивость подобного типа возможна в плазме солнечного ветра [6], [12], [20].

В общем случае корни биквадратного уравнения (51) имеют вид

$$\omega_{1,2}^2 = \left(2\Omega_\parallel^2 - \Lambda^2|\mathbf{k}|^2\right) \pm 2\Omega_\parallel\sqrt{\Omega_\parallel^2 - \Lambda^2|\mathbf{k}|^2}. \qquad (56)$$

Дискриминант этого уравнения всегда положителен, если неустойчивость «шланга» отсутствует (т.е. когда $\Lambda^2 = S_\parallel^2 - S_\perp^2 - V_A^2 < 0$). В этом случае для каждого действительного значения волнового числа имеют место чисто гармонические моды распространения волны.

Обсудим теперь дисперсионное соотношение (52), описывающее волновой режим в плазме без вращения. В отсутствие теплового потока нулевого порядка дисперсионное соотношение (52) приводится к виду (сравни с [22]):

$$\omega^4+\left(4\pi G\rho-6S_{\|}^2|\mathbf{k}|^2\right)\omega^2+3S_{\|}^2|\mathbf{k}|^2\left(S_{\|}^2|\mathbf{k}|^2-4\pi G\rho\right)=0. \qquad (57)$$

Корни этого биквадратного уравнения связаны следующими соотношениями

$$\omega_1^2+\omega_2^2=6S_{\|}^2|\mathbf{k}|^2-4\pi G\rho, \quad \omega_1^2\omega_2^2=3S_{\|}^2|\mathbf{k}|^2\left(S_{\|}^2|\mathbf{k}|^2-4\pi G\rho\right), \qquad (58)$$

из которых следует, что при выполнении неравенства $S_{\|}^2|\mathbf{k}|^2-4\pi G\rho>0$ оба корня ω_1^2 и ω_2^2 являются действительными. Это означает, что при условии $|\mathbf{k}|<k_J\equiv\rho\sqrt{4\pi G/3p_{\|}}$ волновой режим плазменного облака, описываемый уравнением (57), будет неустойчивым [22].

4.3. Ось вращения перпендикулярна к магнитному полю, $\mathbf{\Omega}\perp\mathbf{B}$

Если подставить в дисперсионное соотношение (39) величины $\Omega_{\perp}=\Omega$ и $\Omega_{\|}=0$, то в результате получим следующие два уравнения:

$$\omega^2+|\mathbf{k}|^2\Lambda^2=0 \qquad (59)$$

$$(\omega^2+|\mathbf{k}|^2\Lambda^2)\left[\left(\omega^2+4\pi G\rho\right)\left(\omega^2-3|\mathbf{k}|^2S_{\|}^2\right)-\right.$$
$$\left.-|\mathbf{k}|^2\left(3S_{\|}^2\omega^2-3S_{\|}^4|\mathbf{k}|^2-8|\mathbf{k}|Q_{\|}\omega\right)\right]-4\Omega_{\perp}^2\omega^2\left(\omega^2-3|\mathbf{k}|^2S_{\|}^2\right)=0. \qquad (60)$$

Уравнение (59) описывает неустойчивый нераспространяющийся режим шланговой неустойчивости. В рассматриваемом случае на критерий неустойчивости шланга

$$\Lambda^2 = p_{\|}^2 - p_{\perp}^2 - \left|\mathbf{B}_0\right|^2 / 4\pi > 0 \qquad (61)$$

не влияют эффекты вращения плазмы и анизотропного переноса тепла.

Уравнение (60) описывает гравитационный режим при учете вращения, магнитного поля и теплового потока, направленного вдоль вектора $\mathbf{B}$. Таким образом, режим параллельного распространения волновой моды с осью вращения, перпендикулярной магнитному полю, исключает влияние поперечной компоненты теплового потока. В отсутствие вращения уравнение (60) разделяется на две части: на уравнение (59) и уравнение

$$\left(\omega^2 + 4\pi G\rho\right)\left(\omega^2 - 3\left|\mathbf{k}\right|^2 S_{\|}^2\right) - \left|\mathbf{k}\right|^2\left(3S_{\|}^2\omega^2 - 3S_{\|}^4\left|\mathbf{k}\right|^2 - 8\left|\mathbf{k}\right|Q_{\|}\omega\right) = 0. \qquad (62)$$

Следовательно, только вращение системы объединяет волновые моды, представленные уравнениями (61) и (62).

Если пренебречь в (60) эффектом присутствия теплового потока нулевого порядка, то получим уравнение

$$(\omega^2 + \left|\mathbf{k}\right|^2 \Lambda^2)\left[\left(\omega^2 + 4\pi G\rho\right)\left(\omega^2 - 3\left|\mathbf{k}\right|^2 S_{\|}^2\right) - \right.$$

$$\left. - \left|\mathbf{k}\right|^2\left(3S_{\|}^2\omega^2 - 3S_{\|}^4\left|\mathbf{k}\right|^2\right)\right] - 4\Omega_{\perp}^2\omega^2\left(\omega^2 - 3\left|\mathbf{k}\right|^2 S_{\|}^2\right) = 0, \qquad (63)$$

содержащее при $q_{\|} \cong 0$ несколько (связанных с вариацией $\delta q_{\|}$) «дополнительных членов», вклады от которых того же порядка величины, что и члены уравнения CGL в случае двойного адиабатического предположения. В отсутствие этих членов анализ уравнения (63) приведен в работе Бхатиа [22].

5. КОСОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ВОЗМУЩЕНИЯ

При рассмотрении поперечных и параллельных волн возмущения обращался в нуль последний член в общем дисперсионном соотношении (29), который может играть значительную роль при анализе косого распространения возмущенной волны и неустойчивости плазменной системы.

Пусть θ − угол между волновым вектором $\mathbf{k}$ и вектором магнитного поля $\mathbf{B}$; тогда $k_{\|} = |\mathbf{k}| cos\theta$, $k_{\perp} = |\mathbf{k}| sin\theta$ $Q_{\|} = Qcos\theta$, $Q_{\perp} = Qsin\theta$, где $Q = |\mathbf{Q}| = q/\rho$. Если для простоты предположить, что вращение системы отсутствует ($\mathbf{\Omega} = 0$), то дисперсионное соотношение (28) распадается на следующие два уравнения для фазовой скорости $v_{\phi} = \omega / |\mathbf{k}|$ волновых мод [19]:

$$v_{\phi}^2 + \Lambda^2 cos^2\theta = 0, \tag{64}$$

$$\begin{aligned}
&\left\{\left[v_{\phi}^2 + (S_{\perp}^2 - S_{\perp G}^2) sin^2\theta + cos^2\Lambda^2 - V_A^2 sin^2\theta\right]\left(v_{\phi}^2 - S_{\|}^2 cos^2\right) - \right.\\
&\left. - \left[2S_{\perp}^2 v_{\phi}^2 + Q_{\perp} v_{\phi} cos\theta - S_{\perp}^2 (S_{\perp}^2 + S_{\|}^2) cos^2\theta\right] sin^2\theta\right\} \times \\
&\times\left[\left(v_{\phi}^2 + (S_{\perp}^2 - S_{\perp G}^2) cos^2\right)(v_{\phi}^2 - 3S_{\|}^2 cos^2\theta) - \right.\\
&\left. - 3S_{\|}^2\left(v_{\phi}^2 - S_{\|}^2 cos^2\theta\right) cos^2\theta - 8Q_{\|} v_{\phi} cos^3\theta\right] - \\
&- cos^2\theta sin^2\theta\left[\left(v_{\phi}^2 - S_{\|}^2 cos^2\theta\right) S_{\perp G}^2 + 2Q_{\perp} v_{\phi} cos\theta\right] \times \\
&\times\left[\left(v_{\phi}^2 - 3S_{\|}^2 cos^2\theta\right) S_{\perp G}^2 - 3S_{\|}^2 S_{\perp}^2 cos^2\theta\right] = 0.
\end{aligned} \tag{65}$$

Уравнение (64) представляет собой дисперсионное соотношение для моды Альфвена в теплопроводящей анизотропной плазме. Уравнение (65) описывает сжимающие режимы распространения магнитогидродинамических волн в присутствии тепловых потоков.

Дисперсионное соотношение (64), описывающее неустойчивость «шланга», совпадает (за исключением множителя $cos^2\theta$, описывающего различные промежуточные режимы) с результатом, полученным из уравнений CGL в предположении двойной адиабаты (см., например, [3, 19]). Это означает, что на шланговый режим не влияет наличие теплопроводности плазмы. Решение уравнения (64) для шланговых мод, имеющее вид

$$(v_\phi)_{f,s} = \pm\left(\frac{p_\|^2 - p_\perp^2 - |\boldsymbol{B}|^2/4\pi}{\rho}\right)^{1/2}\cos^2\theta, \tag{66}$$

описывает волны (обозначаемые здесь метками f,s), которые являются прототипами альфвеновских колебаний в обычной изотропной МГД. Если

$$p_\|^2 > p_\perp^2 + |\mathbf{B}|^2/4\pi,$$

то имеется положительный корень уравнения (66) и, следовательно, в этом случае развивается шланговая неустойчивость. Таким образом, критерий неустойчивости бесстолкновительной анизотропной плазменной системы при косом распространении волны возмущения совпадает с критерием (55), справедливым для продольного распространения волны. Вместе с тем решение (66) определяет всевозможные промежуточные режимы (при $\theta \neq 0$) распространения волны для различных значений угла θ. При поперечном режиме распространения волны (когда $\theta = \pi/2$) это решение обращается в нуль. Инкремент неустойчивости имеет максимум при параллельном распространении, когда $\theta = 0$.

5.1. Косое распространение волны возмущения в плазме без тепловых потоков

Если отсутствует тепловой поток нулевого порядка ($q_{\|,\perp} = 0$), то в уравнении (65) содержатся тем не менее члены, связанные с возмущением $\delta q_{\|,\perp}$ потоков тепла. В этом случае уравнение (65) состоит из членов только четного порядка по частоте ω и имеет следующий вид:

$$\Big\{\Big[v_\phi^2+(S_\perp^2-S_{\perp G}^2)sin^2\theta+\Lambda^2cos^2\theta-V_A^2sin^2\theta\Big]\Big(v_\phi^2-S_\parallel^2cos^2\theta\Big)-$$

$$-\Big[2S_\perp^2v_\phi^2-S_\perp^2(S_\perp^2+S_\parallel^2)cos^2\theta\Big]sin^2\theta\Big\}\times$$

$$\times\Big[\Big(v_\phi^2+(S_\perp^2-S_{\perp G}^2)cos^2\theta\Big)(v_\phi^2-3S_\parallel^2cos^2\theta)-3S_\parallel^2\Big(v_\phi^2-S_\parallel^2cos^2\theta\Big)cos^2\theta\Big]-$$

$$-S_{\perp G}^2\Big(v_\phi^2-S_\parallel^2cos^2\theta\Big)\Big[\Big(v_\phi^2-3S_\parallel^2cos^2\theta\Big)S_{\perp G}^2-3S_\parallel^2S_\perp^2cos^2\theta\Big]cos^2\theta sin^2\theta=0. \quad (67)$$

Поскольку уравнение (67) при произвольном угле наклона θ может быть решено только численно, то аналитическое рассмотрение его возможно только в двух предельных случаях. В предельном случае, когда угол $\theta\to 0,$ из (67) следует простое уравнение (ср. с [20])

$$\Big(v_\phi^2+\Lambda^2\Big)\Big(v_\phi^2-S_\parallel^2\Big)\Big[v_\phi^4+\Big(S_\perp^2-S_{\perp G}^2-6S_\parallel^2\Big)v_\phi^2+3S_\parallel^2\Big(S_\parallel^2-S_\perp^2+S_{\perp G}^2\Big)\Big]=0, \quad (68)$$

решением которого являются следующие четыре моды сжатия [19]:

$$v_\phi^2=S_\perp^2-S_\parallel^2+V_A^2=\frac{p_\perp^2}{\rho}-\frac{p_\parallel^2}{\rho}+\frac{|\mathbf{B}|^2}{4\pi\rho}, \quad (69)$$

$$v_\phi^2=p_\parallel^2/\rho, \quad (70)$$

$$(v_\phi^2)_{f,s}=3S_\parallel^2-4\pi G\rho/|\mathbf{k}|^2\pm 2\left[3S_\parallel^4/2+\Big(\pi G\rho/|\mathbf{k}|^2\Big)^2\right]^{1/2}. \quad (71)$$

Волновые моды (69) и (70) совпадают с теми, которые получаются из дисперсионного соотношения, соотнесенного с системой уравнений CGL при использовании закона двойной адиабаты. В присутствии возмущенных тепловых потоков эти две моды превращаются в четыре моды, включая две волны сжатия (71). Очевидно, что учет гравитационного члена в уравнении (68) изменяет аналогичные четыре моды гидромагнитных волн, найденные в работах в [17, 20].

Если угол $\theta \to \pi / 2$, то из уравнения (67) следует конечное решение

$$v_\phi^2 = 2p_\perp^2/\rho + |\mathbf{B}|^2 / 4\pi\rho - 4\pi G\rho / |\mathbf{k}|^2$$

и три нулевых решения. Таким образом, в присутствии возмущенных тепловых потоков четыре волновые моды, описываемые уравнением (67), могут распространяться вдоль магнитного поля, и только одна волновая мода распространяется поперек магнитного поля.

5.2. Зеркальная неустойчивость

Получим теперь критерий неустойчивости зеркала, пренебрегая для простоты эффектом гравитации в дисперсионном соотношении (67). С точностью до членов наименьшего порядка по v_ϕ^2 из (67) получим следующее уравнение:

$$v_\phi^2\left[3V_A^2 + 4S_\perp^2 - \left(S_\perp^2 + 2S_\parallel^2 + S_\perp^4 / 3S_\parallel^2\right)cos^2\theta\right] =$$

$$= S_\parallel^2 cos^2\theta\left[V_A^2 + S_\perp^2 - S_\parallel^2 + \left(S_\parallel^2 - S_\perp^4 / S_\parallel^2\right)sin^2\theta\right]. \qquad (72)$$

Когда величина в скобке левой части (72) положительна (что справедливо, например, для параметров плазмы солнечного ветра [19, 20]), условие неустойчивости определяется следующим образом:

$$V_A^2 + S_\perp^2 - S_\parallel^2 cos^2\theta - (S_\perp^4 / S_\parallel^2) sin^2\theta < 0. \qquad (73)$$

В пределе, когда угол $\theta \to \pi / 2$, получаем следующий критерий зеркальной неустойчивости для плазмы, включающий возмущенные тепловые потоки

$$(S_{\perp}^{4} / S_{\|}^{2}) > V_{A}^{2} + S_{\perp}^{2}, \quad (p_{\perp}^{2} / p_{\|} > p_{\perp} + |\mathbf{B}|^{2} / 4\pi). \tag{74}$$

Это условие неустойчивости зеркала отличается от аналогичного критерия

$$S_{\perp}^{4} / S_{\|}^{2} > 3(V_{A}^{2} + 2S_{\perp}^{2}), \tag{75}$$

полученного из двойных адиабатических уравнений CGL (см., например, [24]), что указывает на существенное влияние тепловых потоков на неустойчивость зеркала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе исследовалась гравитационная неустойчивость Джинса для бесконечной вращающейся намагниченной разреженной плазмы с анизотропным давлением и при наличии поправок на тепловой поток. Общая дисперсионная система уравнений была получена с помощью стандартного модового анализа путем построения линеаризованной системы уравнений. На ее основе обсуждались волновые решения и свойства неустойчивости в трех предельных случаях: для продольного волнового числа, для поперечного волнового числа и для наклонного распространения волновой моды. Распространение волн возмущения рассматривалось также как вдоль, так и поперек оси вращения.

Существование анизотропного давления при учете поправок на тепловые потоки приводит к появлению новых неустойчивых режимов. В частности, было показано, что поправки к тепловому потоку увеличивают критическое число волны Джинса, оказывая дестабилизирующее влияние на плазменную систему. Было также обнаружено, что вектор теплового потока нулевого порядка оказывает влияние на распространение волновой моды в продольном направлении для обоих направлений оси вращения, но не влияет на поперечные волны. Поперечная волновая мода расщепляется, когда ось вращения перпендикулярна магнитному полю; при этом вращение системы также не влияет на гравитационный режим неустойчивости плазмы, который зависит в этом случае только от анизотропного давления и магнитного поля. Однако когда ось вращения направлена вдоль магнитного поля, вращение и магнитное поле стабилизируют гравитационную неустойчивость поперечной волны.

Было установлено, что в случае продольного распространения волны возмущения и оси вращения дисперсионное соотношение разделяется на две уравнения, одно из которых описывает влияние на волновые моды вращения и магнитного поля, в то время как гравитация и тепловой поток на эти моды не влияют, а второе уравнение описывает влияние на волны возмущения самогравитации и теплового потока, но вращение при этом не играет никакой роли. Также установлено, что когда ось вращения направлена перпендикулярно к магнитному полю, дисперсионное соотношение делится на два уравнения: первое уравнение описывает неустойчивый нераспространяющийся режим, который называется шланговой неустойчивостью, в то время как второе уравнение описывает гравитационный режим, учитывающий эффекты вращения и наличия продольной компоненты теплового потока. Однако этот режим устраняет влияние перпендикулярной компонента теплового потока. С целью выявления влияния вращения и самогравитации на наклонное распространение возмущающей волны в анизотропной плазменной системе был проведен предварительный анализ этого случая, в результате которого получены критерии неустойчивостей «пожарный шланг» и «зеркало» с учетом влияния тепловых потоков.

Работа выполнена в рамках Госзадания ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] *Jeans J.H.* The stability of a spherical nebula // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A. Containing Papers of a Mathematical or Physical Character. 1902. V.199. P. 1-53.

[2] *Chew G.F., Goldberger M.L., Low F.E.* 1956 The Boltzmann equation and the one-fluid hydromagnetic equations in the absence of particle collisions // Proc. R. Soc. Lond. A. 1956. V.236. P. 112–118.

[3] *Колесниченко А.В.* Джинсовская гравитационная неустойчивость вращающейся намагниченной плазмы без столкновений с анизотропным давлением // Астрон. вестн., 2023, Т. 57, № 6, С. 595–604

[4] *Bhatia P.K., Chonka R.P.S.* Instability of rotating isotropic and anisotropic plasmas // Astrophys. Space Sci. 1985. V.114 P. 135-149.

[5] *Dzhalilov N.S., Kuznetsov V.D., Staude J.* Wave instabilities in an anisotropic magnetized space plasma // Astronomy & Astrophysics. 2008. V. 489. № 2. P. 769-772.

[6] *Abraham-Shrauner B.* Small amplitude hydromagnetic waves for a plasma with a generalized polytrope law // Plasma Physics. 1973. V 15. № 5.P. 375-385.

[7] *Singh B., Kalra, G.L.* Gravitational instability of thermally anisotropic plasma // Astrophys. J. 1986. V. 304. P. 6-10.

[8] *Abraham-Shrauner B.* Propagation of hydromagnetic waves through an anisotropic plasma // Plasma Physics. 1967. V 1. № 3.P. 361-378.

[9] *Kalra G.L., Hosking R.J., Talwar, S.P.* Effect of self-gravitation or finite ion mass on the stability of anisotropic plasma // Astrophysics and Space Science. 1970. V.9. P.34-79.

[10] *Cherkos A.M., Tessema S.B.* Gravitational instability on propagation of MHD waves in astrophysical plasma // J. Plasma Physics. 2013. V. 79. № 05. P. 805-816.

[11] *Gliddon J.E.C.* 1966 Gravitational instability of anisotropic plasma. Astrophys. J. 145, 583-588.

[12] *Axford W.I.* Observations of the interplanetary plasma // Space Sci. Rev. 1968. V. 8. P. 331-; *Hundhausen A.J.* Composition and dynamics of the solar wind plasma // Rev. Geophys. Space Phys.1970. V.8. P. 729-; *Feldman W.C.* Kinetic processes in the solar wind // In Solar System Plasma Physics (Edited by Kennel C.F., Lanzerotti L.J. and Parker E.N.). 1979. V. 1. P. 321-. North-Holland, New York.

[13] *Whang Y.C.* Higher moment equations and the distribution function of the solar-wind plasma // J. Geophys. Res. 1971.V. A76. №1. P. 7503-7507.

[14] *Namikawa T., Hamabata H.* Propagation of hydromagnetic waves through a collisionless, heat-conducting plasma // J. Plasma Physics.1981. V. 26. № 1. P. 95-121.

[15] *Ораевский В.Н., Коников Ю.В, Хазанов Г.В.* Процессы переноса в анизотропной околоземной плазме. М.- Наука. 1985. 1744 с.

[16] *Шикин И.С.* Сб. Вопросы магнитной гидродинамики плазмы без столкновений в сильном магнитном поле // Москва. Изд.-во МГУ. 1988. С. 5-47.

[17] *Ren H., Ca J., Wu Z., Chu P.K.* Magnetorotational instability in a collisionless plasma with heat flux vector and an isotropic plasma with self-gravitational effect // Physics of Plasmas. 2011. V. 18. № 9. P. 092117 (1-10).

[18] *Singh B., Kalra G.L.* Gravitational instability of thermally anisotropic plasma // Astrophysical Journal, 1986. V. 304: P. 6-10

[19] *Kalra G.L., Singh B., Kathuria S.N.* Firehose and mirror instabilities in a collisionless heat conducting plasma // J. Plasma Physics.1985. V. 34, part 2. P. 313-318.

[20] *Huahg L., Lee L.C., Whang Y.C.* Magnetohydrodynamic waves and instabilities in the heat-conducting solar wind plasma// Planet. Space Sci. 1988. V. 36, No. 8, P. 775-783

[21] *Bora, M.P., Nayyar, N.K.* Gravitational instability of a heat-conducting plasma // J. Astrophys. Space Sci. 1991. V.179, P. 313–320.

[22] *Bhatia P.K.* Gravitational instability of a rotating anisotropic plasma with the inclusion of finite Larmor radius effect // Z. Astrophysik. 1968. V. 69. S. 363-367.

[23] *Sharma P., Quataert E., Hammett G.W., Stone J.M.* Electron heating in hot accretion flows //Astrophys. J. 2007. V. 667. P. 714-723

[24] *Kulsrud R. M.* Plasma Physics for Astrophysics/ Princeton University Press. 2004. 496 p.

ОГЛАВЛЕНИЕ