



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 40 за 2023 г.

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

М.Ш. Поташов, А.В. Юдин

Алгоритм для учёта потерь
на гравитационное излучение
при слиянии нейтронных
звёзд

Статья доступна по лицензии
Creative Commons Attribution 4.0 International



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Поташов М.Ш., Юдин А.В. Алгоритм для учёта потерь на гравитационное излучение при слиянии нейтронных звёзд // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2023. № 40. 17 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2023-40>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2023-40>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.КЕЛДЫША
Российской академии наук**

М. Ш. Поташов, А. В. Юдин

**Алгоритм для учёта потерь
на гравитационное излучение
при слиянии нейтронных звёзд**

Москва – 2023

М. Ш. Поташов, А. В. Юдин

Алгоритм для учёта потерь на гравитационное излучение при слиянии нейтронных звёзд

Модель обдирания в паре тесных двойных нейтронных звёзд является одним из перспективных объяснений коротких гамма-всплесков. Для корректного моделирования стадии обмена массой требуется самосогласованный учёт потери углового момента из-за излучения гравитационных волн. В работе представлен новый алгоритм расчёта силы реакции гравитационного излучения в паре двойных нейтронных звёзд. Расчёт реализован методом сглаженных частиц (SPH).

Ключевые слова: нейтронные звёзды гравитационное излучение, гидродинамика сглаженных частиц

M. Sh. Potashov, A. V. Yudin

Algorithm for taking into account back-reaction of gravitational waves emission during the merger of neutron stars

The stripping model of stripping in a pair of contact binary neutron stars is one of the promising explanations for short gamma-ray bursts. For correct modeling of the mass transfer stage, a self-consistent accounting for the loss of angular momentum due to the emission of gravitational waves is required. The paper presents a new algorithm for calculating the back-reaction force of gravitational radiation in a pair of binary neutron stars. The calculation is implemented by the smoothed-particle hydrodynamics method (SPH).

Keywords: neutron stars, gravitational radiation, smoothed particle hydrodynamics

Оглавление

1	Введение	3
2	Код РНАТОМ	4
3	Уравнение состояния и гидродинамика	5
4	Тензор инерции	8
5	Учёт гравитационного излучения	9
6	Моделирование	10
7	Заключение и благодарности	14

1. Введение

Гамма-всплески разделены на два класса в зависимости от их длительности [1]. Первый класс — долгие гамма-всплески (ДГВ, $t_{90} > 2$ с, где t_{90} — интервал времени, в течение которого поступает 90% потока). Вероятнее всего, ДГВ образуются вследствие коллапса очень массивных звёзд. Результатом коллапса является так называемая “гиперновая” — представитель подгруппы сверхновых типа Ic. Второй класс — короткие гамма-всплески (КГВ, $t_{90} < 2$ с), которые, как считается, образуются при слиянии нейтронных звёзд (НЗ) или, возможно, НЗ и чёрной дыры. Подавляющее большинство моделей описывают процесс возникновения КГВ, используя механизм слияния (merging). Две НЗ сближаются из-за потерь углового момента на излучение гравитационных волн и образуют в результате один объект — сверхмассивную НЗ или чёрную дыру. Однако существует и альтернативный механизм, предложенный в работе [2], а именно модель обдирания (stripping). В ней одна из НЗ, более массивная с массой M_1 , обдирает и поглощает вещество со своего менее массивного компаньона (ММНЗ — маломассивная нейтронная звезда) с массой M_2 . Последний, дойдя до нижнего предела масс НЗ ($M_{\min} \sim 0.1M_{\odot}$, согласно [3]), взрывается, собственно и производя гамма-всплеск. Оставшаяся одиночная более массивная НЗ может в результате аккреции вещества компаньона, в принципе, сколлапсировать и в чёрную дыру. Кроме того, в результате разрыва двойной системы она может приобрести значительную (до 1000 км/сек) пространственную скорость.

В работе [2] не было упоминания о сопутствующем взрыву ММНЗ гамма-всплеске. Этот недостаток был устранен в статье [4]. В последующей работе [5] Д.К. Надёжиным было осуществлено гидродинамическое моделирование процесса взрывного разрушения ММНЗ (источника гамма-всплеска и последующего явления килоновой) и предсказаны многие свойства сопутствующего гамма-всплеска. Гидродинамическое моделирование этого процесса в рамках релятивистской гидродинамики было рассмотрено в статье [6].

Для того чтобы довести ММНЗ до нижнего теоретического предела масс, необходим стабильный режим перетекания вещества. Это коренное отличие механизмов обдирания от быстрого слияния. Вопрос об устойчивости перетекания в тесных двойных НЗ неоднократно исследовался в литературе как аналитически в ньютоновском приближении [7], так и численно [8; 9], в постньютоновском приближении [10—12] и в ОТО [13]. Эти работы исследовали вопрос устойчивости для различных уравнений состояния (УрС) ядерного вещества и их жёсткости, а также различной величины фактора $q' = M_2/M_1$. Но даже в приближении Ньютона при одних и тех же

параметрах задачи у одних исследователей получалась глобальная динамическая неустойчивость, а другие предсказывали устойчивое перетекание вещества на протяжении многих оборотов двойной системы. Таким образом, необходима независимая проверка даже в классическом приближении. Такая проверка была начата в работе [14], но без учёта гравитационного излучения.

Время между началом устойчивого перетекания вещества и взрывом ММНЗ — t_{str} — важнейший параметр в stripping–механизме. С точки зрения наблюдений, t_{str} соответствует времени между пиком гравитационно-волнового сигнала и детектированием КГВ. В самосогласованном расчёте обдирания в системе с $q' < 1$ будет нарастать асимметрия, компаньоны будут разъезжаться вследствие примерного сохранения момента импульса системы, и, казалось бы, перетекание может остановиться. Однако учёт потери момента импульса на излучение гравитационных волн, напротив, будет сближать компоненты, что повлияет и на скорость перетекания и на t_{str} . Поэтому при моделировании процесса обдирания очень важно учитывать влияние потери импульса, уносимого гравитационным излучением.

Для расчёта этого процесса мы используем 3D Код PHANTOM [15; 16]. В текущей открытой реализации PHANTOM влияние потерь на гравитационное излучение учитывается очень приближенно. Сила реакции излучения гравитационных волн, действующая на каждую SPH-частицу в пределах одной звезды, считается одинаковой [16], а в некоторых моделях такой силой вообще пренебрегают [17]. Если для сильно нелинейной стадии слияния, длящейся, как правило, не больше нескольких оборотов, такой подход может быть оправдан, то для stripping-стадии это совсем не так. Излучение гравитационных волн, которое является вековым эффектом, в последнем случае важно учитывать максимально точно.

В этой статье мы описываем новый алгоритм самосогласованного учёта диссипации момента импульса из-за гравитационного излучения, добавленный нами в PHANTOM. В работе приводится проверка работоспособности этого алгоритма пока для простейшей двойной системы без перетекания вещества.

2. Код PHANTOM

3D Код PHANTOM основан на методе гидродинамики сглаженных частиц (Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH) [15; 16]. Это лагранжевый бессеточный метод. Частицы в методе SPH представляют собой объёмные элементы среды заданной формы, которым приписываются физические характеристики: координаты, скорость, масса, плотность, характерный

размер, температура, давление и так далее. В PHANTOM вводится ограничение — все частицы имеют одинаковую массу. Дискретное представление среды в виде сглаженных частиц предполагает замену непрерывных характеристик $f(r)$ на кусочно-постоянные величины f_i , определяемые для каждой частицы i через сумму N величин f_j из частиц окружения j (так называемые SPH-соседи), лежащих вокруг частицы i не дальше, чем $R_{\text{kern}}h$ с использованием весовой (сглаживающей) функции-ядра. Здесь h — длина сглаживания, а R_{kern} — безразмерный радиус обрезания. Аппроксимация пространственных производных в правых частях уравнений законов сохранения в SPH производится через перенос производных в координате частицы на производную от сглаживающей функции-ядра. На основе решений уравнений движения, неразрывности, энергии и т.п. частицы меняют положения, плотность, температуру, для них рассчитывается новое поле давления и так далее.

Для моделирования тесных двойных систем в PHANTOM первоначально строятся две звезды с заданными массами и радиусами, с профилем плотности, зависящим от УрС вещества. Для этого звёзды “собираются” из SPH-частиц и проходят процедуру релаксации, в ходе которой решается полная система динамических уравнений движения самогравитирующих частиц. В PHANTOM единицей измерения времени служит безразмерная величина

$$u_{\text{time}} = \sqrt{\frac{u_{\text{dist}}^3}{Gu_{\text{mass}}}}$$

Здесь G — гравитационная постоянная, u_{dist} — единица измерения расстояния (km), u_{mass} — единица измерения массы ($1 M_{\odot}$). Для рассматриваемых ниже систем $u_{\text{time}} \sim 3 \cdot 10^{-3}$ мс. Авторы кода рекомендуют проводить процедуру релаксации на временах $\sim 10^2 [u_{\text{time}}]$. Затем уже симуляция перезапускается для моделирования поведения полученных равновесных звезд уже на орбите.

3. Уравнение состояния и гидродинамика

Мы моделируем НЗ с помощью простого УрС:

$$P = K\rho^{\gamma} + \rho\frac{\mathcal{R}T}{\mu}, \quad (1)$$

где γ мы берём равной 2, μ — средний молекулярный вес, который можно в случае НЗ взять равным 1, остальные обозначения стандартны. Мы добавили реализацию этого УрС в код PHANTOM. Большинство современных УрС НЗ, удовлетворяющих наблюдательным данным (см., например, [18]), показывают малое изменения радиуса (± 1 км) в области умеренных масс ($1 M_{\odot} - 2 M_{\odot}$).

УрС (1) при $\gamma \sim 2$ приблизительно моделирует поведение таких реалистичных УрС (например, BSk26 [19]) для вещества НЗ в области резкого изменения массы при почти постоянном радиусе на диаграмме масса-радиус. Политропного УрС достаточно для описания стадии обдирания. Действительно, ММНЗ и массивная компонента при таком подходе (если считать, что коэффициент политропы K один для всей системы) будут иметь одинаковые радиусы, но по мере сближения звёзд M_2 первым заполнит свою меньшую полость Роша, и начнётся перетекание на более массивный компаньон M_1 через внутреннюю точку Лагранжа. Помимо этого, процесс срыва внешних слоёв, образования струи и перетекания вещества с ММНЗ на массивную компоненту происходит при плотностях, значительно меньших, чем плотности в недрах НЗ, поэтому при описании этих процессов нет смысла пользоваться точными УрС для сверхплотной ядерной материи.

Однако по мере потери вещества ММНЗ и выхода из области умеренных масс политропное приближение (1) перестанет выполняться, поэтому в будущем мы планируем добавить в PHANTOM более реалистичные УрС. Но уже сейчас анализ моделирования в приближении УрС (1) может дать ответ на вопрос об устойчивости обмена масс на первых десятках–сотнях оборотов, а также проверить применимость нового алгоритма учёта излучения гравитационных волн.

Уравнение движения SPH-частиц в расчёте PHANTOM задаётся уравнением:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \Pi_{\text{shock}} + a(r, t), \quad (2)$$

а закон сохранения энергии — уравнением (первый закон термодинамики):

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{P}{\rho}(\nabla \cdot v) + \Lambda_{\text{shock}}. \quad (3)$$

Здесь v — скорость SPH-частицы, $a(r, t)$ — ускорение частицы, обусловленное самогравитацией или заданными внешними силами, E — внутренняя энергия на единицу массы, Π_{shock} и Λ_{shock} — члены, описывающие изменение движения и энергии из-за диссипации, необходимые для корректного описания роста энтропии на фронте ударной волны. На данном этапе постановки задачи мы не учитываем потери на охлаждение вещества (например, потери на нейтринное излучение) в уравнении (3). В последующих работах мы планируем учесть эти эффекты, связанные с неконсервативностью. В отличие от сеточных методов, где численная вязкость естественным образом появляется в схемах, в методе SPH члены искусственной вязкости должны добавляться явно, так как из-за своей гамильтоновой природы в этом методе при дискретизации численная вязкость

не возникает. Учёт вязкости также позволяет предотвратить взаимное проникновение частиц друг сквозь друга [16; 20; 21]. Мы используем описание, основанное на понятии искусственной вязкости ([16, ур. 39, 42]). Учёт Λ_{shock} в (3) и тепловой части в (1) позволяет исключать нефизичные колебания звезды как целого. В этом случае такие колебания должны затухать. В принципе, в формуле (1) можно было бы использовать истинную зависимость давления от температуры в УрС вырожденного вещества [22]. Но в данном случае целью введения этой добавки было лишь “снятие” акустических механических колебаний звезды и перекачивание их энергии в тепловую часть. Так как энергия этой части много меньше, чем энергия вырожденного вещества, то форма добавки не так важна, и мы остановились на простейшем варианте.

В SPH в случае пренебрежения диссипацией и внешними силами сохраняется гамильтониан системы вдоль решения. Для задач движения по кеплеровским орбитам удобно применять симплектические, симметрические схемы интегрирования (например, схема второго порядка точности – схема Стёрмера-Верле), которые сохраняют гамильтониан, близкий к оригинальному, вдоль приближённого решения (так называемый связанный или модифицированный гамильтониан) [23, стр. 167]. Однако при учёте членов диссипации и работы внешних сил гамильтониан уже не будет сохраняться, сама система перестает быть гамильтоновой, а ускорение частиц будет зависеть от их скорости. В PHANTOM для этого случая используется модификация схемы Стёрмера-Верле, добавляющая итерации, для корректного решения неявной численной схемы, учитывающей зависимость ускорения от скорости. Для учёта внешних сил в PHANTOM в схему добавляются дополнительные итерационные подшаги по методу расщепления по физическим процессам. Такой алгоритм называется reversible reference system propagator algorithm (RESPA). Стоит ещё добавить, что при переменном шаге интегрирования, даже в случае чисто гамильтоновой системы, связанный гамильтониан не будет интегралом и ограниченность ошибки отклонения связанного гамильтониана от истинного не гарантируется [23]. Для эффективного использования симплектических методов необходимо выполнять интегрирование с постоянным шагом. В коде PHANTOM шаг по времени переменный. В общем случае с переменным шагом и учётом диссипаций удаётся достичь сходимости между первым и вторым порядком.

Полная внутренняя энергия на единицу массы выражается уравнением:

$$E = E_{\text{poly}} + E_{\text{therm}}, \quad (4)$$

где энергия политропной части и части идеального газа на единицу массы

записываются как

$$E_{\text{poly}} = K \frac{\rho^{\gamma-1}}{\gamma - 1}, \quad (5)$$

$$E_{\text{therm}} = \frac{3 \mathcal{R} T}{2 \mu}. \quad (6)$$

Так как обычно для всех SPH-частиц $E_{\text{poly}} \gg E_{\text{therm}}$, то прямое численное решение (3) приводит к ошибочной оценке температуры. Мы реализовали другой подход. Вместо (3) решается уравнение непосредственно для температуры

$$\frac{3 \mathcal{R}}{2 \mu} \frac{dT}{dt} = -\frac{\mathcal{R} T}{\mu} (\nabla \cdot v) + \Lambda_{\text{shock}}, \quad (7)$$

Вычисляя численно значение температуры из (7), а значение E_{poly} аналитически из (5) и используя (6) и (4), мы получим искомую полную внутреннюю энергию.

4. Тензор инерции

Определение тензора инерции двойной системы позволит как найти орбитальную угловую скорость вращения пары звёзд, так и указать на способ определения принадлежности частицы к той или иной звезде. Такая “привязка” частицы к одной или другой звезде, что важно в случае перетекания вещества в двойной системе, нужна, например, чтобы определить темп перетекания.

Опишем алгоритм работы с тензором инерции двойной системы. На первом этапе вычисляется тензор инерции системы I_{ik} [24]:

$$I_{ik} = \sum_{\alpha} m_{\alpha} [(r^{\alpha})^2 \delta_{ik} - r_i^{\alpha} r_k^{\alpha}]. \quad (8)$$

Здесь i и k — компоненты тензора, r^{α} — радиус-вектор SPH-частицы α , суммирование ведётся по всем частицам системы. Тензор инерции второго ранга симметричен, а значит, диагонализуем. Тем самым можно найти три главных оси инерции системы (собственные вектора e). Та ось, которая соответствует *минимальному* собственному значению λ , — и есть ось R , соединяющая компоненты двойной системы. Прodelывая то же самое в другой близкий момент времени, мы получаем другое значение $R' = R(t + \Delta t)$ и находим *численно* производную $\frac{dR}{dt}$. Искомый нами вектор эффективной угловой скорости Ω_{orb} находится из соотношения

$$\Omega_{\text{orb}} = \frac{1}{R^2} [R \times \frac{dR}{dt}]. \quad (9)$$

Можно указать и на другой способ получения орбитальной угловой скорости, получаемый из теории возмущения:

$$\Omega_{\text{orb}} = \sum_{j \neq m} \frac{1}{\lambda_j - \lambda_m} \left[\left((\mathbf{e}_j^T \dot{\mathbf{I}} \mathbf{e}_m) \mathbf{e}_j \right) \times \mathbf{e}_m \right]. \quad (10)$$

Здесь \mathbf{e} и λ — собственные вектора и собственные значения \mathbf{I} соответственно. Индекс j пробегает по всем осям кроме оси m , соответствующей минимальному собственному значению λ_m . Даже если звезды приливно не синхронизованы, и их собственные угловые скорости не равны орбитальной, то элементы тензора $\dot{\mathbf{I}}$ всё равно будут выражаться через скорости SPH-частиц. Компоненты скоростей частиц, соответствующие собственному вращению звёзд, не будут давать вклад в скорость изменения тензора инерции. В способе (10) нахождения орбитальной скорости нет необходимости брать численные производные.

Теперь перейдём ко второй части — разделению (несколько условному) компонент системы. Поскольку мы знаем гравитационный потенциал ϕ_G и значение Ω , не составляет труда составить потенциал Роша $\phi_R = \phi_G - \Omega^2 \xi^2 / 2$, где ξ — расстояние от оси вращения Ω (проходящей через центр масс системы) до рассматриваемой точки. Точка Лагранжа L_1 , соответствующая локальному максимуму потенциала, лежит на прямой R . Тогда систему естественно разделить на две части, лежащие по разные стороны от плоскости, проходящей через L_1 и перпендикулярной оси R , проходящей через центры звёзд.

Конечно, в случае когда перетекания вещества нет и звезды разнесены далеко, описанный выше алгоритм деления видится излишним, так как вместо L_1 можно взять центр масс всей системы. Однако в общем случае, с перетеканием, указанный способ позволяет переназначать принадлежность SPH-частицы к той или иной звезде по мере счёта, что важно для расчёта центров масс звёзд, их собственных моментов импульса и определения темпа перетекания.

5. Учёт гравитационного излучения

Опишем наконец способ добавления в расчёт PHANTOM самосогласованного учёта гравитационного излучения.

Сила реакции гравитационного излучения [25], действующая на SPH-частицу системы в точке x , есть:

$$F_i = -\frac{2}{5} \frac{Gm}{c^5} f_{ik}^{(5)} x_k, \quad (11)$$

где m — её масса, а $f_{ik}^{(5)}$ — пятая производная квадрупольного момента системы:

$$f_{ik} = \sum_{\alpha} m_{\alpha} \left[r_i^{\alpha} r_k^{\alpha} - \frac{1}{3} \delta_{ik} (r^{\alpha})^2 \right]. \quad (12)$$

Отметим, что он очень похож на тензор инерции I_{ik} из (8), но не совпадает с ним. Здесь сумма идёт по всем частицам системы, r^{α} — радиус-вектор рассматриваемой частицы α . Будем считать, что все скорости в системе обусловлены только её вращением как целого. Здесь, как и выше, только та часть скорости частицы, которая обусловлена орбитальным вращением, будет давать вклад в изменение квадрупольного момента системы. Здесь мы пренебрегаем такими явлениями, например, как пульсация звезды как целого. Скорость частицы в рассматриваемом приближении есть $v = [\Omega_{\text{orb}} \times r]$, где Ω_{orb} — угловая скорость вращения системы (в тензорной нотации, где мы опускаем индекс orb, это равенство записывается как $v_a = \mathbf{e}_{abc} \Omega_b r_c$, где \mathbf{e}_{abc} — абсолютно антисимметричный тензор Леви-Чивиты). В этом предположении первая производная квадрупольного момента есть:

$$f_{ik}^{(1)} = \sum_{\alpha} m_{\alpha} [r_k^{\alpha} \mathbf{e}_{iab} \Omega_a r_b^{\alpha} + r_i^{\alpha} \mathbf{e}_{kab} \Omega_a r_b^{\alpha}]. \quad (13)$$

Опустив промежуточные шаги, приведём выражение для 5-й производной квадрупольного момента системы:

$$f_{ik}^{(5)} = \sum_{\alpha} m_{\alpha} [\mathbf{e}_{iab} \Omega_a r_b^{\alpha} (16r_k^{\alpha} \Omega^2 - 15\Omega_k (\Omega \cdot r^{\alpha})) \Omega^2 + (i \rightleftharpoons k)], \quad (14)$$

где под $(i \rightleftharpoons k)$ обозначен член, получаемый из приведённого заменой i на k и наоборот.

Ускорение частицы, определяемое силой (11), добавляется в правую часть уравнения (2) и решается совместно с (1,7) в приближении SPH.

6. Моделирование

Рассмотрим следующую постановку задачи: возьмём две НЗ с массами $M_1 = M_2 = 1M_{\odot}$ и радиусами R_1, R_2 . При УрС (1) с $\gamma = 2$ и одним и тем же коэффициентом K для двух звёзд можно считать, что $R_1 = R_2$. Мы будем полагать, что $R_1 = R_2 = 10$ км. Предварительно доведём каждую из звёзд изолированно до гидростатического равновесия.

Положим расстояние между компонентами a_0 , поместив их на круговые кеплеровские орбиты. При большом расстоянии $a_0 \gg R_1$ и при той длительности расчёта, которая представлена ниже (~ 20 оборотов), обмен масс не начнётся. Наша цель — изучить, как поведёт себя система далеко разнесённых НЗ при учёте излучения гравитационных волн.

Определим оптимальное расстояние между компонентами для начальных условий. Для начала запишем аналитическое выражение для зависимости расстояния между двумя точечными массами от времени [26].

$$r^4 = \frac{256 G^3 M M_1 M_2}{5 c^5} (t_0 - t), \quad (15)$$

где $M = M_1 + M_2$. Для малого изменения r получим

$$\epsilon \equiv \left| \frac{\Delta r}{r} \right| = \frac{64 G^3 M M_1 M_2}{5 c^5 r^4} \Delta t. \quad (16)$$

Мы хотим в расчёте увидеть некое заметное изменение параметров орбиты, скажем, $\epsilon = 0.05$. Будем вести расчёт на временах $\Delta t = NT$, где T — орбитальный период системы, а N — число оборотов. Используя кеплеровское соотношение

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}, \quad (17)$$

получим окончательную формулу для оптимального начального расстояния между компонентами системы:

$$a_0 = \frac{G}{c^2} \left(\frac{128\pi N}{5\epsilon} m_1 m_2 \sqrt{M} \right)^{2/5}. \quad (18)$$

Выразив массы звёзд в солнечных, получим:

$$a_0 \approx 8.53 \left(\frac{N}{\epsilon} \right)^{2/5} (M M_1^2 M_2^2)^{1/5} \text{ км}. \quad (19)$$

Так, для $M_1 = M_2 = 1$, $N = 17$ и $\epsilon = 0.05$ получим $a_0 \approx 100$ км.

Как показано в работе [27], даже если донор до начала перетекания обладал большим собственным моментом импульса, то в ходе обдирания этот момент быстро теряется. Поэтому можно в этой постановке полагать, что звёзды первоначально находятся в режиме коротации.

Сначала рассмотрим систему без учёта гравитационного излучения. Первоначально звёзды, будучи помещёнными на кеплеровские орбиты, резко меняют свою эллиптичность в поле приливных сил (см. Рис. 1). Затем эллиптичность остаётся почти постоянной, поэтому вклад в изменение квадрупольного момента (и момента инерции) системы вносит в основном орбитальное движение частиц, о чём мы упоминали ранее. На Рис. 2 показаны нормированные на начальные значения кинетическая E_{kin} , потенциальная E_{pot}

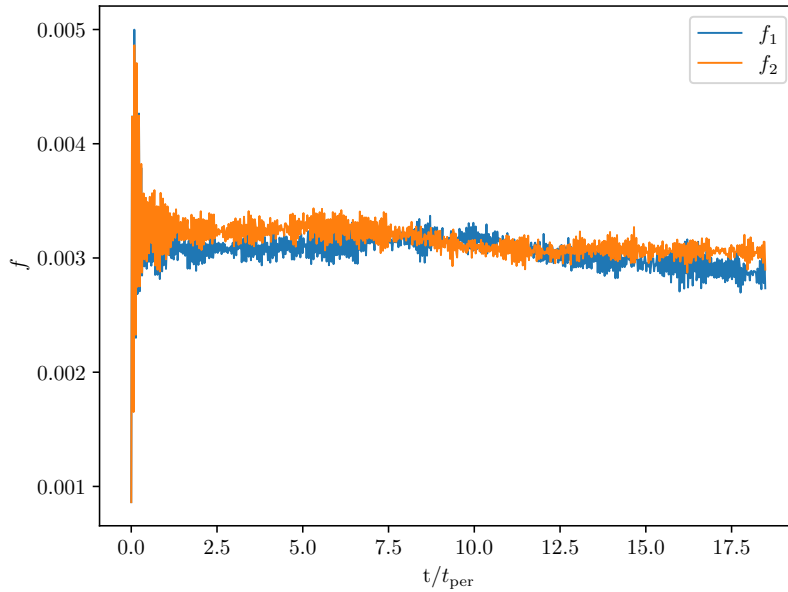


Рис. 1. Сплюснутость звёзд $\frac{b-c}{b}$, где b и c – большая и малая полуоси эллипсоидов звезд как функция времени.

энергия системы. Видно, как высокочастотные колебания потенциальной энергии звёзд постепенно затухают и звёзды релаксируют. Колебания с большой частотой соответствуют собственной частоте звёзд. Колебания малой частоты связаны с орбитальным вращением. Отобразим также расстояние

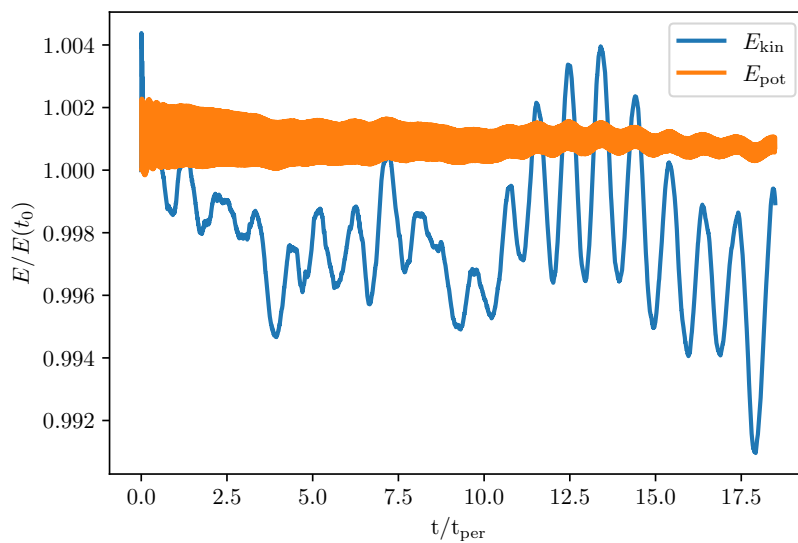


Рис. 2. Потенциальная и кинетическая энергия системы, нормированные на начальное значение для УрС (1) как функция времени.

между звёздами от времени (см. Рис. 3)

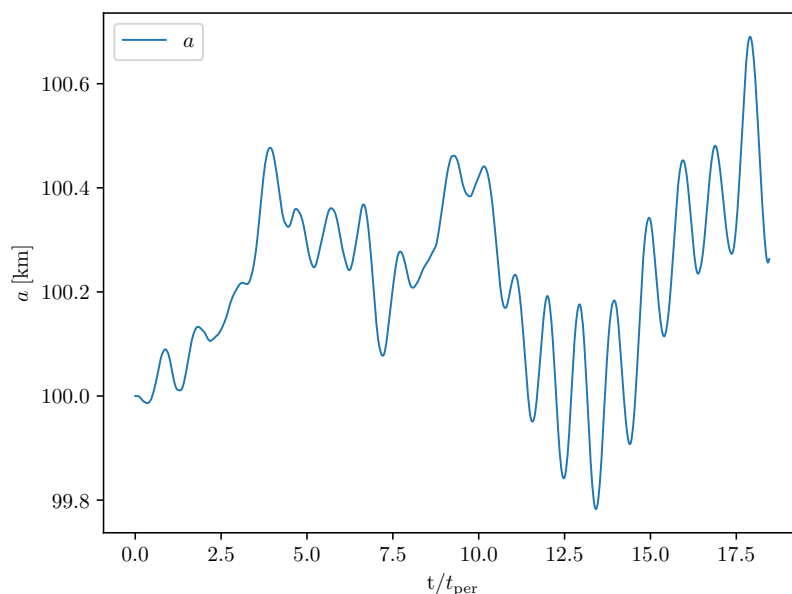


Рис. 3. Расстояние между звёздами, рассчитанное без учёта силы реакции гравитационного излучения, как функция времени.

Вывод, который можно сделать из моделирования этой системы, — важно научиться правильно доводить до равновесного состояния расположения SPH-частиц в нейтронных звездах, прежде чем моделировать процессы слияния и обдирания. Даже для далеко разнесенных звёзд не сразу получается достичь полной приливной синхронизации. Начальные условия сильно влияют на процессы слияния и обдирания (см. далее, а также в [10; 28]).

Теперь с полученными уже отрелаксированными на орбитах звёздами мы промоделируем их движения, но уже с учётом силы реакции гравитационного излучения (11). Мы демонстрируем изменение расстояния от времени при включённом учёте гравитационного излучения на Рис. 4. Так как звёзды значительно разнесены, мы можем сравнивать расстояния между ними с аналитической формулой для точечных масс (15). Показанное моделирование даёт неплохое согласие.

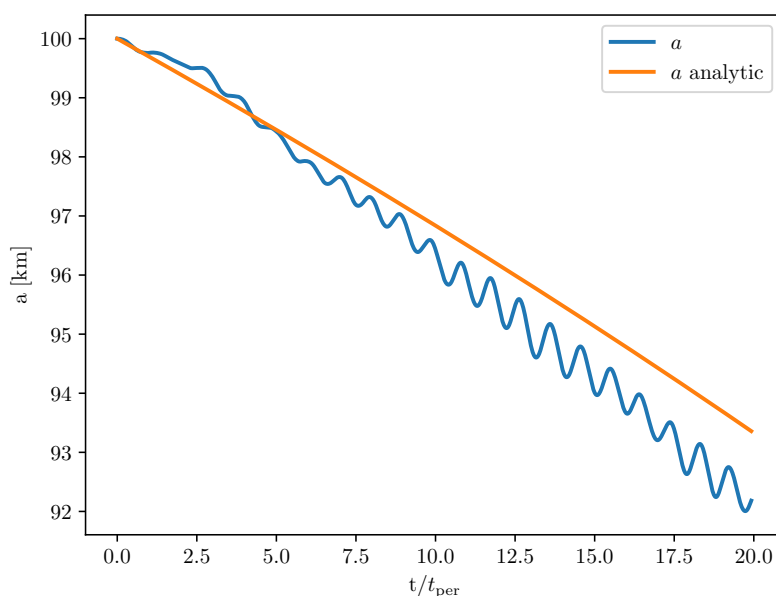


Рис. 4. Расстояние между звёздами, рассчитанное с учётом силы реакции гравитационного излучения, как функция времени. Оранжевая линия — аналитическое расстояние для точечных масс.

7. Заключение и благодарности

Представленное моделирование двойной системы содержит только начальное обсуждение некоторых её аспектов. Многие параметры всё ещё нуждаются в уточнении и разработке. Используемое УрС сверхплотного вещества не учитывает изменение радиуса звёзд по мере обмена массами. Текущее моделирование пока не может ответить на вопрос об устойчивости обмена масс на большом количестве оборотов. В данной работе расчёт был нацелен на проверку нового представленного алгоритма самосогласованного учёта силы реакции гравитационного излучения. Алгоритм был реализован в открытом SPH-коде PHANTOM.

Авторы благодарны С.И. Блинникову и В.А. Гасилову за полезные обсуждения и важные замечания.

Список литературы

1. *Kouveliotou C., Meegan C. A., Fishman G. J.* [и др.]. Identification of Two Classes of Gamma-Ray Bursts // *The Astrophysical Journal Letters*. — 1993. — Август. — Т. 413. — С. L101. — DOI: [10.1086/186969](https://doi.org/10.1086/186969). — (Цит. на с. 3).
2. *Clark J. P. A., Eardley D. M.* Evolution of close neutron star binaries. // *The Astrophysical Journal*. — 1977. — Июль. — Т. 215, вып. 9. — С. 311—322. — DOI: [10.1086/155360](https://doi.org/10.1086/155360). — (Цит. на с. 3).

3. *Haensel P., Potekhin A. Y., Yakovlev D. G.* Neutron Stars 1 : Equation of State and Structure. Т. 326. — 2007. — (Цит. на с. 3).
4. *Блинников С. И., Новиков И. Д., Переводчикова Т. В., Полнарев А. Г.* О возможности взрыва нейтронной звезды в тесной двойной системе // Письма в Астрон. журн. — 1984. — Июнь. — Т. 10. — С. 422—428. — (Цит. на с. 3).
5. *Blinnikov S. I., Imshennik V. S., Nadezhin D. K.* [и др.]. Explosion of a Low-Mass Neutron Star // *Sov. Astron.* — 1990. — Дек. — Т. 34. — С. 595. — (Цит. на с. 3).
6. *Юдин А. В.* ВЗРЫВ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ МИНИМАЛЬНОЙ МАССЫ В РАМКАХ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ГИДРОДИНАМИКИ // Письма в Астрон. журн. — 2022. — Т. 48, вып. 6. — С. 393—402. — DOI: [10.31857/S0320010822060079](https://doi.org/10.31857/S0320010822060079). — (Цит. на с. 3).
7. *Lai D., Rasio F. A., Shapiro S. L.* Hydrodynamic instability and coalescence of binary neutron stars // *The Astrophysical Journal*. — 1994. — Янв. — Т. 420. — С. 811. — DOI: [10.1086/173606](https://doi.org/10.1086/173606). — arXiv: [9304027 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/9304027). — (Цит. на с. 3).
8. *New K. C. B., Tohline J. E.* The Relative Stability against Merger of Close, Compact Binaries // *The Astrophysical Journal*. — 1997. — Ноябрь. — Т. 490, вып. 1. — С. 311—327. — DOI: [10.1086/304861](https://doi.org/10.1086/304861). — (Цит. на с. 3).
9. *Motl P. M., Frank J., Staff J.* [и др.]. A Comparison of Grid-based and SPH Binary Mass-transfer and Merger Simulations // *The Astrophysical Journal Supplement Series*. — 2017. — Март. — Т. 229, вып. 2. — С. 27. — DOI: [10.3847/1538-4365/aa5bde](https://doi.org/10.3847/1538-4365/aa5bde). — (Цит. на с. 3).
10. *Faber J. A., Rasio F. A.* Post-Newtonian SPH calculations of binary neutron star coalescence: Method and first results // *Phys. Rev. D*. — 2000. — Авг. — Т. 62, № 6. — С. 064012. — DOI: [10.1103/PhysRevD.62.064012](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.62.064012). — (Цит. на с. 3, 13).
11. *Faber J. A., Rasio F. A., Manor J. B.* Post-Newtonian smoothed particle hydrodynamics calculations of binary neutron star coalescence. II. Binary mass ratio, equation of state, and spin dependence // *Phys. Rev. D*. — 2001. — Янв. — Т. 63, вып. 4. — С. 044012. — DOI: [10.1103/PhysRevD.63.044012](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.63.044012). — (Цит. на с. 3).
12. *Faber J. A., Rasio F. A.* Post-Newtonian SPH calculations of binary neutron star coalescence. III. Irrotational systems and gravitational wave spectra // *Phys. Rev. D*. — 2002. — Апр. — Т. 65, вып. 8. — С. 084042. — DOI: [10.1103/PhysRevD.65.084042](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.65.084042). — (Цит. на с. 3).

13. *Dietrich T., Ujevic M., Tichy W.* [и др.]. Gravitational waves and mass ejecta from binary neutron star mergers: Effect of the mass ratio // *Phys. Rev. D.* — 2017. — Янв. — Т. 95, № 2. — С. 024029. — DOI: [10.1103/PhysRevD.95.024029](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.95.024029). — arXiv: [1607.06636 \[gr-qc\]](https://arxiv.org/abs/1607.06636). — (Цит. на с. 3).
14. *Blinnikov S. I., Yudin A., Kramarev N., Potashov M.* Stripping Model for Short Gamma-Ray Bursts in Neutron Star Mergers // *Particles.* — 2022. — Июнь. — Т. 5, вып. 2. — С. 198—209. — DOI: [10.3390/particles5020018](https://doi.org/10.3390/particles5020018). — (Цит. на с. 4).
15. *Price D. J.* Smoothed particle hydrodynamics and magnetohydrodynamics // *Journal of Computational Physics.* — 2012. — Февр. — Т. 231, вып. 3, № 3. — С. 759—794. — DOI: [10.1016/j.jcp.2010.12.011](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2010.12.011). — arXiv: [1012.1885](https://arxiv.org/abs/1012.1885). — (Цит. на с. 4).
16. *Price D. J., Wurster J., Tricco T. S.* [и др.]. Phantom : A Smoothed Particle Hydrodynamics and Magnetohydrodynamics Code for Astrophysics // *Publications of the Astronomical Society of Australia.* — 2018. — Сент. — Т. 35, вып. 2018, № 2018. — e031. — DOI: [10.1017/pasa.2018.25](https://doi.org/10.1017/pasa.2018.25). — arXiv: [1702.03930](https://arxiv.org/abs/1702.03930). — (Цит. на с. 4, 7).
17. *Toscani M., Lodato G., Price D. J., Liptai D.* Gravitational waves from tidal disruption events: an open and comprehensive catalog // *Mon. Notices Royal Astron. Soc.* — 2022. — Февр. — Т. 510, вып. 1, № 1. — С. 992—1001. — DOI: [10.1093/mnras/stab3384](https://doi.org/10.1093/mnras/stab3384). — arXiv: [2111.05145 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/2111.05145). — (Цит. на с. 4).
18. *Raaijmakers G., Greif S. K., Riley T. E.* [и др.]. Constraining the Dense Matter Equation of State with Joint Analysis of NICER and LIGO/Virgo Measurements // *The Astrophysical Journal Letters.* — 2020. — Апр. — Т. 893, № 1. — С. L21. — DOI: [10.3847/2041-8213/ab822f](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab822f). — (Цит. на с. 5).
19. *Pearson J. M., Chamel N., Potekhin A. Y., Fantina A. F.* [и др.]. Unified equations of state for cold non-accreting neutron stars with Brussels-Montreal functionals - I. Role of symmetry energy // *Mon. Notices Royal Astron. Soc.* — 2018. — Дек. — Т. 481, № 3. — С. 2994—3026. — DOI: [10.1093/mnras/sty2413](https://doi.org/10.1093/mnras/sty2413). — arXiv: [1903.04981 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1903.04981). — (Цит. на с. 6).
20. *Monaghan J.* On the problem of penetration in particle methods // *Journal of Computational Physics.* — 1989. — Май. — Т. 82, вып. 1. — С. 1—15. — DOI: [10.1016/0021-9991\(89\)90032-6](https://doi.org/10.1016/0021-9991(89)90032-6). — (Цит. на с. 7).

21. *Stoyanovskaya O. P., Snytnikov V. N.* Особенности sph-метода решения газодинамических уравнений при моделировании нелинейных волн в двухфазной гравитирующей среде // МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ. — 2010. — Т. 22, вып. 5. — С. 29—44. — (Цит. на с. 7).
22. *Blinnikov S. I., Dunina-Barkovskaya N. V., Nadyozhin D. K.* Equation of State of a Fermi Gas: Approximations for Various Degrees of Relativism and Degeneracy // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 1996. — Сент. — Т. 106. — С. 171. — DOI: [10.1086/192334](https://doi.org/10.1086/192334). — (Цит. на с. 7).
23. *Avdyushev V. A.* Numerical orbit simulation. — 2010. — (Цит. на с. 7).
24. *Ландау Л., Лифшиц Е.* Теоретическая физика. Том 1. Механика. — ЛитРес, 2022. — (Цит. на с. 8).
25. *Мизнер Ч., Торн К., Уилер Д.* Гравитация. — Рипол Классик. — (Цит. на с. 9).
26. *Lightman A. P., Press W. H., Price R. H., Teukolsky S. A.* Problem Book in Relativity and Gravitation. — Princeton University Press, 09.2017. — DOI: [10.2307/j.ctvc774vf](https://doi.org/10.2307/j.ctvc774vf). — (Цит. на с. 11).
27. *Yudin A. V., Razinkova T. L., Blinnikov S. I.* Low-Mass Neutron Stars with Rotation // Astronomy Letters. — 2020. — Апр. — Т. 45, № 12. — С. 847—854. — DOI: [10.1134/S1063773719120077](https://doi.org/10.1134/S1063773719120077). — arXiv: [2005.04428](https://arxiv.org/abs/2005.04428) [[astro-ph.HE](https://arxiv.org/abs/2005.04428)]. — (Цит. на с. 11).
28. *Dan M., Rosswog S., Guillochon J., Ramirez-Ruiz E.* Prelude to A Double Degenerate Merger: The Onset of Mass Transfer and Its Impact on Gravitational Waves and Surface Detonations // The Astrophysical Journal. — 2011. — Авг. — Т. 737, № 2. — С. 89. — DOI: [10.1088/0004-637X/737/2/89](https://doi.org/10.1088/0004-637X/737/2/89). — arXiv: [1101.5132](https://arxiv.org/abs/1101.5132) [[astro-ph.HE](https://arxiv.org/abs/1101.5132)]. — (Цит. на с. 13).