ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 15 за 2023 г.

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

В.Э. Войцехович, Г.Г. Малинецкий

Логика. Математика. Рационализм: От Парменида к Гераклиту

Статья доступна по лицензии
Creative Commons Attribution 4.0 International

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Войцехович В.Э., Малинецкий Г.Г. Логика. Математика. Рационализм: От Парменида к Гераклиту // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2023. № 15. 44 с. https://doi.org/10.20948/prepr-2023-15
https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2023-15

О р д е н а Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Р о с с и й с к о й а к а д е м и и н а у к

В.Э.Войцехович, Г.Г.Малинецкий

Логика. Математика. Рационализм: От Парменида к Гераклиту

Москва — 2024

В.Э. Войцехович, Г.Г. Малинецкий

Логика. Математика. Рационализм: От Парменида к Гераклиту

Современный кризис научного познания проявляется в сверхдифференциации знания, потере единой картины мира, тупиках в развитии различных наук. Выход из кризиса возможен при освоении учеными синергетического стиля мышления, т.е. мышления «движущимися мыслеформами». Принятая в научном мышлении парадигма Парменида постепенно сменяется парадигмой Гераклита. Тезис «Единое в сущности неподвижно» вытесняется тезисом «Всё есть движение». Новый рационализм потребует пересмотра многих устаревших традиций научного познания. В работе эти проблемы рассматриваются в контексте развития логики и прикладной математики. Показано, что в изменении парадигмы науки ключевую роль играют прикладная математика и превращение этой области в отрасль промышленности, имеющую стратегическое значение.

Ключевые слова: научное мышление, покой, движение, движущаяся форма, обобщённый закон тождества, математическая метафора, самоорганизация, синергетика, Парменид, Гераклит, от существующего к возникающему, философия математики, проблемы Гильберта, плитки Пенроуза, революция в сфере искусственного интеллекта

V.E.Voytsekhovich, G.G.Malinetskiy

Logics. Mathematics. Rationalism: From Parmenides to Heraclitus

The modern crisis of scientific knowledge is manifested in the overdifferentiation of knowledge, the loss of a unified picture of the world, dead ends in the development of various sciences. A way out of the crisis is possible when scientists master the synergetic style of thinking, i.e. thinking in “moving thought forms”. The paradigm of Parmenides, accepted in scientific thinking, is gradually being replaced by the paradigm of Heraclitus. The thesis “The One is essentially motionless” is replaced by the thesis “Everything is movement”. The new rationalism will require a revision of many outdated traditions of scientific knowledge. We consider these problems in the context of the development of logic and applied mathematics. Applied mathematics and its transformation into an industry of strategic importance are playing a key role in changing the paradigm of science.

Key words: scientific thinking, rest, movement, moving form, generalized law of identity, mathematical metaphor, self-organization, synergetics, Parmenides, Heraclitus, from existing to emerging, philosophy of mathematics, Hilbert problems, Penrose tiles, revolution in the field of artificial intelligence

Проблема

Наука движется от Парменида к Гераклиту.

Илья Пригожин

Современная наука (как и цивилизация в целом) находится в состоянии кризиса. Кризис науки проявляется в сверхдифференциации знания, потере единой картины мира, тупике в развитии научного знания.

Сверхдифференциация. ВАК России рассматривает более 20 тыс. научных направлений. Науковеды Запада насчитывают более 73 тыс. направлений. Из них 90% не связаны друг с другом. И это плохо, т.к. именно при установлении связей между отдалёнными частями научного знания и происходят великие открытия. Междисциплинарность – огромный резерв современного познания.

Потеря единой целостной картины мира. Есть физическая научная картина мира, химическая, биологическая, даже социальная, но нет целостной картины. Дифференциация «разбила» единую когда-то науку на мелкие кусочки. Каждый учёный подобно кроту копает свою «ямку», не зная почти ничего даже о соседней «ямке». Что же говорить об отдалённых направлениях? Например, связаны ли теория психотипов и теория элементарных частиц? Или землетрясения и народные волнения? Для их описания используются схожие математические модели, но, возможно, связи между различными областями знания еще глубже. Последними интеграторами отдалённых областей знания были представители русского космизма – В.И.Вернадский, А.Л.Чижевский. Попытки создать «единую теорию поля» даже в физике пока не увенчались успехом.

Тупики в развитии современной науки. Они давно отмечены в математике, психологии, лингвистике, исторической науке, юриспруденции. Противоречия, диалектика плохо укладываются в формальные схемы. «Он закона ищет в беззаконии», – писал Николай Гумилёв о мудрецах.

Математика. Один из выдающихся математиков современности М.Л.Громов пишет о том, что доказательства важных теорем достигли объема в тысячу страниц сложнейшего текста. Кто их сможет прочитать и проверить? Найдутся лишь несколько специалистов, способных на это. Но и проверка чужой работы займёт годы. Не помогут и машинные доказательства. Они в несколько раз длиннее человеческих. Предположим, компьютер выдал текст в десять тысяч страниц. Можно ли верить такому «доказательству»? Программы несовершенны, компьютер – физический прибор и может делать ошибки. А главное, компьютерные доказательства непонятны человеку. Нет ясности. Что делать? [1].

Психология. З.Фрейд, К.Юнг и другие открыли некоторые важные теоретические схемы, объясняющие часть поступков человека. Но не все поступки. Нет и схем, надёжно предсказывающих вероятное поведение человека в будущем. Давно, начиная с К.Маркса, предполагают, что будущая целостная наука – психофизика, соединяющая внутреннее с внешним (относительно человека).

Очевидна связь психологии с химией, с биологией, с лингвистикой. Но глубоких закономерностей в психологии не открыто. Отсюда вопрос: является ли современная психология наукой? Или это скорее искусство и творение мифов?

Лингвистика. В середине XX в. Н.Хомский открыл универсальную грамматику и порождающие грамматики, действующие как алгоритмы. Позже было установлено, что грамматики являются частным случаем математического исчисления А.Туэ, изобретенного за полстолетия до грамматик Хомского[1]. Это последнее фундаментальное открытие в лингвистике. Однако ряд глубоких вопросов ещё ждет решения: сводится ли лингвистика к универсальной грамматике? А если «да», тогда вся лингвистика формально сводится к исчислению Туэ и ее коммуникативная функция несущественна. В чём тогда сущность языка? Известное изречение Г.Галилея о математике как языке природы подводит к гипотезе о математике как языке гораздо более широкой части бытия – человеко-природной части, которую можно выразить через информацию. Но тогда и математика должна быть оперированием движущимися мыслеформами. Возникают и следующие вопросы. Является ли язык универсальным средством коммуникации между разумными существами? Сводится ли он к математике или нет? Появится ли единый мировой язык на планете Земля в результате самоорганизации? Если «да», то каким он будет?

Историческая наука. Остаются неразрешёнными философские вопросы: 1) об общих закономерностях исторического процесса, о возможности высоковероятных прогнозов развития той или иной страны, об универсальной теории эволюции социальных систем; 2) о возможности «объективной» истории, не зависящей от системы ценностей того или иного историка, т.е. научная история, общая для всех; 3) возможна ли социальная история в контексте эволюции планеты, Солнечной системы, галактики Млечный путь и т.д., т.е. теория единой социально-космической эволюции?

Юриспруденция. Известны фундаментальные вопросы, поставленные, но не решенные. Такие как 1) возможно ли «Абсолютное право», догадки о котором есть у И.Канта, Г.Гегеля и других; 2) можно ли обеспечить независимость права от власти в той или иной стране; 3) можно ли найти гармонию между государством и личностью, обеспечить ее правовым путем и т.п. Либо в этих областях мы имеем удобный инструмент социального регулирования, меняющийся от эпохи к эпохе?

Изменение взгляда на математику

Пифагор считал, что «все вещи суть числа». Платон придавал огромное значение геометрии. На двери платоновской Академии, просуществовавшей 1 000 лет, было начертано «Не геометр да не войдет». В Академии преподавали математику настолько детально и глубоко, насколько тогда было возможно.

[1] en.wikipedia.org/wiki/MacTutor_History_of_Mathematics_archive, en.wikipedia.org/wiki/Edmund_F._Robertson, mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Thue, en.wikipedia.org/wiki/University_of_St_Andrews

«Математическое знание казалось определенным, точным, применимым к реальному миру, более того, казалось, что это знание получается, исходя из чистого размышления, не прибегая к наблюдению. Поэтому стали думать, что оно дает нам идеал знания, по сравнению с которым будничное эмпирическое знание несостоятельно. На основе математики было сделано предположение, что мысль выше чувств, интуиция выше наблюдения», – пишет Б.Рассел [2: 74]. Платон полагал, что Бог является геометром, а Джеймс Джонс считал, что Бог предается арифметическим занятиям. Отсюда возникает и отношение к законам природы, которые мыслились как аксиомы, из которых вытекают следствия, своеобразные «теоремы». Такой взгляд на вечность и незыблемость математики выражает знаменитая фраза Карла Гаусса: «Математика – царица всех наук, а арифметика – царица математики».

Выдающийся физик XX в. Ричард Фейнман делил всех физиков на *вавилонян* и *греков*: «Вавилоняне сделали великие шаги к пониманию чисел, уравнений и геометрии. Однако Фалес, Пифагор и Евклид создали математику, ввели представление о теореме и доказательстве, потребовали, чтобы утверждение считалось истинным только в случае точного соответствия принятым аксиомам и допущениям в соответствии с принятыми законами логики. Попросту говоря, вавилоняне сосредотачивались на явлениях, а греки – на внутреннем порядке, обуславливающем эти явления…» [3: 38,39]. Фейнман считал себя вавилонянином. Он доверял своему пониманию природы, чтобы оно вело его, куда захочет.

Сейчас, когда мы знаем множество геометрий, опирающихся на разные системы аксиом, и множество «математик», греческий подход требует своеобразной метафизики – определения, в какую игру следует играть или какую игру здесь и сейчас выбрал Бог, и методов, позволяющих выбирать эту возможность из многих. Ещё Д'Аламбер писал: «Строго говоря, нет науки, которая не имела бы своей метафизики, если под этим понимать всеобщие принципы, на которых строится определенное учение и которые являются зародышами всех истин, содержащихся в этом учении и излагаемых в ней». [4: 9]. Именно с этим выбором и возникает проблема, лежащая на границе между философией и математикой.

Вавилонский подход, подробно обсуждаемый Ю.И.Маниным, рассматривает математику как *метафору реальности*: «Математическая *метафора*, в тех случаях, когда она претендует на статус инструмента познания, постулирует, что некоторый сложный набор явлений можно сравнить с какой-то математической конструкцией… Математическая теория – это приглашение к построению работающих моделей. Математическая *метафора* – это приглашение к размышлению о том, что мы знаем». [5: 100]. Но и здесь возникает не менее сложный вопрос о переходе от единства к множественности, от науки к искусству…

Проблема пропасти двух культур

Осмысливая мир, мы рассматриваем Природу, Общество и Человека. Успехи в осмыслении законов Природы и их математическом описании оче-

видны. Удивительно, что известные нам физические законы мы можем изложить на нескольких тетрадных листах. Тем не менее понимание Общества и Человека не менее важны. Огромная философская традиция, начиная с Сократа, выдвигает на первый план отношения людей, этику, отторгая описание природы как дело опасное и бесполезное. И успехи математики в описании «человеческих» сущностей значительно скромнее, чем в рассмотрении природных явлений.

Среди множества объяснений этого обратим внимание на одно, данное в 1956 году британским писателем и физиком Чарльзом Сноу: «Мне кажется, что духовный мир западной интеллигенции всё явственнее поляризуется, всё явственнее раскалывается на две противоположные части. Говоря о духовном мире, я в значительной мере включаю в него и нашу практическую деятельность, так как отношусь к тем, кто убежден, что, по существу, эти стороны жизни нераздельны. А сейчас о двух противоположных частях. На одном полюсе **художественная интеллигенция**, которая случайно, пользуясь тем, что никто этого вовремя не заметил, стала называть себя просто интеллигенцией, как будто никакой другой интеллигенции вообще не существует… Итак, на одном полюсе – **художественная интеллигенция**, на другом – **учёные**, и как наиболее яркие представители этой группы – физики. Их разделяет стена непонимания, а иногда – особенно среди молодежи – антипатии и вражды… У обеих групп странное, извращенное представление друг о друге. Они настолько по-разному относятся к одним и тем же вещам, что не могут найти общего языка даже в плане эмоций». [6]

И действительно возникает острая проблема отсутствия общего языка.

Естественнонаучная культура, как правило, имеет дело с повторяющимися явлениями, объективными закономерностями, формализованными математическими описаниями, авторитеты для неё несущественны. Она отвечает на вопрос «Как?», ориентируется на будущее, а её результаты часто воплощаются в технологиях.

Гуманитарная культура обращена зачастую в прошлое, во многих случаях она имеет дело с редкими или уникальными явлениями. Мнение классиков и авторитетов для этой научной традиции очень важно. Она обычно имеет дело с вербальными, а не с формализованными описаниями, со смыслами, ценностями, стратегиями, видением будущего, и должна отвечать на вопрос «Что?».

Разрыв между этими культурами, об опасности которого писал Сноу, разрушает всё научное пространство. Как можно опираться на научное знание, если представители разных культур дают противоположные ответы на один и тот же вопрос? Это особенно остро проявляется, когда приходится выбирать между плохим и худшим…

Проблема описания взаимодействия

С XVII в. – столетия взлета науки и технологий, которое началось Галилеем и Декартом, а закончилось Ньютоном и Лейбницем, – важнейшим методологическим принципом стал *редукционизм*. В соответствии с ним сложные явления могут быть полностью объяснены с помощью законов, свойственных более простым явлениям. Это привело к стремлению выделить и описать простейшие элементарные сущности и на основе знания об этих частях восстановить свойства целого. В качестве примера можно выделить понятие материальной точки в механике, клетки в биологии, элемента в химии, товара в экономике, элементарной частицы в физике, бесконечно малой величины в высшей математике.

История науки показывает, что введение таких величин требовало большой интуиции и готовности тем или иным способом разрешать диалектические противоречия. В качестве примера можно привести понятие бесконечно малых величин – ключевых при определении производных

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

При этом бесконечно малая величина Δx может умножаться на любое число c и при этом оставаться бесконечно малой того же порядка. Но на числовой оси нет таких чисел.

Ньютон рассуждал о приращении текущих величин «в самом начале их зарождения или исчезновения». Философ и богослов Джордж Беркли в памфлете «Аналитик», опубликованном в 1734 г., писал о приращениях: «это ни конечные величины, ни бесконечно малые, ни даже ничто. Не могли бы мы их назвать призраками почивших величин? ... И как вообще можно говорить об отношении между вещами, не имеющими величины». Интересно, что только в середине XX в. было показано, что математический анализ можно построить не только стандартно (через потенциальную бесконечность, трактуя бесконечно малые как предел по О.Коши), но и нестандартно (через актуальную бесконечность – бесконечно малые по А.Робинсону в духе Г.Лейбница).

К середине XX в. стало ясно, что на первый план выдвигается *проблема системных свойств* – исследование свойств, качеств, стратегий целого, которых нет ни у одной из его частей. Именно описание взаимодействий и находится сейчас в центре внимания многих научных дисциплин. Развитие, формирование нового, самоорганизация, революции и эволюции не укладываются в парадигму Парменида, имеющую дело с законченным, состоявшимся, постоянным и не допускающим развития миром. Ученые понимают, что Екклесиаст, утверждая: «Что было, то и будет, и что делалось, то и будет делаться, и нет ничего нового под солнцем», был неправ, что взаимодействия определяют перемены и развитие. Осталось разобраться, как это происходит.

Проблема взаимодействия и элементарных сущностей, и более сложных структур, выяснение законов самоорганизации и организации является ключевой в современной науке. Дело в том, что форм и типов организации может быть очень много. Достаточно вспомнить гидродинамику и газовую динамику – волны, вихри, тайфуны, турбулентность, акустика, погода и климат. Несмотря на наличие одних и тех же уравнений, описывающих эти явления, пространство возможностей здесь огромно.

Взаимодействие открывает путь к *коллективным явлениям* и *самоорганизации* – появлению новых свойств, качеств, динамики, упорядочения в результате проявления внутренних свойств системы без управляющих воздействий извне.

Понятие «самоорганизация» в научном мировоззрении XXI в., по-видимому, станет таким же общим и значимым, как концепции «движения», «сознания», «информации». Заметим, что все эти сущности неразрывно связаны с понятием взаимодействия. Богатство микромира, существование ядер и химических элементов определяются взаимодействием частиц, отличающихся своим спином, – фермионов и бозонов. Ещё более удивительно разнообразие типов самоорганизации в системах, связанных с Обществом и Человеком.

У целого появляются свойства, которыми не обладают части. При этом, в отличие от концепции Парменида, одни и те же элементы в ходе взаимодействия могут приводить к разным типам структур, упорядоченности или хаоса. В системах возможны *бифуркации* – всевозможные качественные метаморфозы различных объектов при изменении параметров, краевых и начальных условий, траектории, пройденной системой. Это делает «конструктор» нашей реальности гораздо более сложным и многообразным, чем мир из одинаковых и неизменных кубиков.

Возможности организации, связанные с принятием и исполнением решений отдельных людей или небольших коллективов, весьма ограничены. Человек, принимая решение, может учесть не более 5÷7 факторов; активно, творчески он может взаимодействовать не более, чем с 5÷7 людьми, – с остальными или стандартно, или опосредованно.

Будущее развитие науки связано с описанием и пониманием взаимодействий и законов самоорганизации в системах различной природы. Отсюда понятен интерес к *теории самоорганизации,* или *синергетике.* Этот междисциплинарный и трансдисциплинарный (позволяющий связывать не только смежные научные дисциплины, но и достаточно далекие области науки) подход лежит на пересечении *предметного знания, математического моделирования* и *философской рефлексии* [7]. Это взаимодействие является очень активным – в каждой из этих сфер есть свои глубокие проблемы, и в решения многих из них синергетика вносит свой взгляд, постановку задач, своё в*и*дение.

Известный специалист в области философии науки В.С.Стёпин считал, что именно синергетика станет ядром научной картины мира в XXI в. Он также выделял три типа научной рациональности – *классический*, *неклассический* и

постнеклассический в зависимости от особенностей взаимодействия между *субъектом*, *средством* и *объектом* исследования [8].

Названия этих типов отражают ожидания от развития различных научных парадигм, сложившиеся около полувека назад. Прошедшее время заставляет изменить эти названия в зависимости от того, оправдались ли надежды ученых и философов или нет. Классический тип рациональности делал акцент на области исследования, не считая принципиальными используемые инструменты и императивы субъекта. Второй тип, ранее называвшийся неклассическим, естественно назвать *обсервационным* (наблюдательным). Его представителями являются квантовая теория и теория относительности. Взаимодействия между применяемыми инструментами и объектами исследования в этих фундаментальных физических теориях играют принципиальную роль. В первом случае возможность (или невозможность) наблюдения, во втором – скорость и координата наблюдателя меняют результаты измерений. Принципиальных подходов, сравнимых с этими ключевыми, противоречащими друг другу теориями, в физике XX в. предложено не было. Эксперименты по квантовой связи и квантовым вычислениям показывают их значение и необходимость в описании реальности с их помощью и огромную роль противоречий между ними, разрешение которых связывают с развитием физической науки в этом столетии.

Наше понимание мира во многом сейчас определяется математикой и опытом моделирования различных систем. В конце XIX – начале XX вв. была создана *статистическая физика*. Выбор подхода и получаемые ответы зависят от вопросов, которые задает исследователь, и от доступных ему экспериментов.

Приведем простейший пример. В теории диффузии одной из элементарных проблем является «задача о пьяном». Представим себе пьяного, двигающегося по прямой. Каждую секунду он может совершить с вероятностью ½ один шаг влево или вправо. На каком расстоянии от начальной точки $x = 0$ он окажется через N секунд? По сути, это задача о бросании монеты – движение вправо соответствует, например, орлу, влево – решке. Мы не можем сказать, какой будет траектория для данного «конкретного пьяного». Можно представить, что при бросании монеты будут выпадать только «орлы» и пьяный будет равномерно двигаться вправо «как трезвый». Но вероятность того, что это произойдет после 30 бросаний, меньше одной миллиардной… И математика здесь бессильна – число траекторий через N шагов растет как 2^N, и сказать, где будет «данный пьяный», мы не можем.

Однако задачу можно переформулировать. Представим себе, что мы рассматриваем не одного пьяного, а целое их множество, ансамбль, выходящих из точки $x = 0$. И тогда можно спросить, на каком расстоянии от начала координат окажется типичный, «средний» пьяный. И тогда окажется, что в «среднем» он будет через N шагов на расстоянии $\sqrt{N}$ от своей начальной точки, что возвращаться туда, откуда вышел, он будет бесконечно много раз… Это совсем другой вопрос и иное предсказание.

Если мы предположим, что время, через которое бросается монетка, и размер шага по определенному закону стремятся к нулю, и нам известно начальное распределение по пространству числа пьяных $u(x,0)$, то мы сможем определить, каково будет распределение $u(x,t)$ в момент t, решая уравнение диффузии

$$u_t = Du_{xx}.$$

Другими словами, хаос на одном уровне может приводить к определенности и упорядоченности на другом. Ответ на «вопрос о пьяном» зависит от возможности наблюдения и цели данного ученого.

Эта ситуация типична для физики атмосферы – предсказывать климатические явления на тысячи лет сравнительно легко, а погоду на неделю трудно. Так же дело обстоит в социологии, медицине, экономике, теории биологической эволюции.

Парменид, Ньютон, Гегель и многие другие смотрели на мир с точки зрения всезнающего Бога и наших безграничных возможностей получить ответы на заданные вопросы. Однако наука развивается, и в XX в. открылись пределы познания, связанные с движением и самоорганизацией.

Термин «синергетика» самым тесным образом связан с понятием взаимодействия. Вводя его, немецкий физик-теоретик Герман Хакен [9] использовал греческие слова, означающие «совместное действие». Поясняя этот термин, он полагал, что это междисциплинарный подход, описывающий появление новых качеств, свойств, стратегий у целого, возникающих в результате взаимодействия частей. Кроме того, развитие этого подхода требует совместных усилий естественников, гуманитариев, математиков, инженеров, представителей многих научных дисциплин.

Взаимодействие приводит к тому, что возникает иерархическая картина различных видов упорядоченности, структур, хаоса на разных масштабах. Каждый из этих видов заслуживает внимания, своих средств анализа, понятий, описывающих рассматриваемые сущности. *Иерархичность* приводит к вопросу, как формируется данный уровень на основе объектов предыдущего уровня, каким образом он может привести к структурам более высокого порядка.

Типичный пример самоорганизующейся системы, связанный со взаимодействием и образующий иерархию, – язык. Картина здесь очевидна: *звуки – буквы – слова – предложения – абзацы – тексты – художественные произведения*. При этом понимание закономерностей, характерных для одного уровня, может дать ключ для описания упорядоченности на следующем. Простота и универсальность на одном уровне может быть предпосылкой для сложности, возникающей на другом. Характерный пример – алфавит. Несмотря на универсальность и единство набора букв, на высоком уровне иерархии можно писать прекрасные произведения. Другой пример – генетический код, определяющий

тексты, содержащие информацию о наследственности практически всех живых организмов.

Наличие иерархии, обусловленной взаимодействием и самоорганизацией, является основой для математического моделирования. Гораздо проще описать и дать прогноз на одном уровне иерархии, чем рассмотреть систему в целом. Выдающийся математик и философ Никита Николаевич Моисеев последовательно проводил идею об *иерархии упрощенных математических моделей*, как о ключевом инструменте исследования во многих научных дисциплинах. [10] Наличие таких иерархий является индикатором зрелости той или иной науки. Подобная иерархия построена в физике. Проблемой является ситуация, в которой из модели микроуровня не удается построить модели мезоуровня, а из последних моделей – макроуровня. Такова ситуация в современной экономике.

Задача описания взаимодействия и связанной с ним самоорганизации, формирования подходов, понятий и категорий, позволяющих делать это, является ключевой проблемой науки XXI в.

Эти и подобные проблемы остаются неразрешёнными десятилетиями и столетиями, из-за чего развитие науки, общества, человека замедлено, т.к. большинство учёных, инженеров, предпринимателей, политиков предпочитает заниматься мелкими, сиюминутными вопросами, оставляя «проклятые» общие проблемы «на потом». Однако уход от целого, *погружение науки в частности даёт только поверхностное знание, частные решения, иллюзию прогресса*.

Решение проблемы

Чтобы преодолеть барьеры в развитии науки, необходимо обратиться к знанию целого, к мудрости, к философии. Тогда могут открыться наиболее общие заблуждения, ошибки, невидимые и не осознанные пока барьеры мышления.

Целое раскрывают понятия и образы человека – образы бытия, сознания, мышления.

Метафора бытия как «всего существующего» раскрыта Парменидом в VI в. до н.э. в афоризмах «Бытие есть. Небытия нет», «Бытие в сущности есть Единое», «Единое неподвижно». Защиту и развитие, углубление этих мыслей учителя продолжил Зенон Элейский, выдвинувший 45 антиномий, в которых обосновывал противоречивость понятий «движение», «пространство», «время» и т.д.

Гераклит выступал против парадигмы Парменида и выдвинул тезисы «Всё течёт», «Нельзя дважды войти в одну и ту же реку. Воды каждый раз новые», «Всё есть движение».

Отрицающие друг друга парадигма покоя и парадигма движения легли в основу развития всего западного познания на 2,5 тыс. лет.

Парадигма Парменида породила логику Аристотеля, в особенности главный закон – закон тождества: смысл понятия должен быть одним и тем же от

начала до конца рассуждения, т.е. понятие должно быть «неподвижным», покоящимся. Остальные законы классической логики – это проекции первого закона на мышление в целом. Такая парадигма закрепилась в науке и сегодня продолжает работать по инерции – как оперирование неподвижными образами-понятиями.

Парадигма Гераклита использовалась в философии и искусстве. Она породила диалектику. Она близка к «плавающему» переживанию-мышлению в музыке, театре, живописи, поэзии, даже в гуманитаристике. Но она не проникла в математику и естествознание, где господствует закон тождества. Гераклитовский подход в анализе неустойчивостей плазмы, в химической кинетике, в глобальной демографии в Институте прикладной математики активно развивал один из основоположников синергетики Сергей Павлович Курдюмов [11]. Он видел общее будущее в таком взгляде на мир. Структуры он рассматривал как *процессы*, как результат неустойчивости. Такой взгляд не всегда находил понимание.

Однако интуитивно ясно, что **покой является крайним, вырожденным случаем движения**, когда человеку кажется, что вещь не движется, а в действительности в ней как бы неизменны одни свойства, но изменяются другие (частицы вещи «дрожат», координаты незаметно «плывут» и т.п.).

Поэтому парадигма Парменида постепенно поглощается парадигмой Гераклита. Это и происходит в XX-XXI столетиях. Появились квантово-релятивистская парадигма, представление о развитии физической вселенной. Появилась синергетическая (постнеклассическая) наука (анализ мультиверсума, теория самоорганизации, виртуалистика, теория сложности). Один из основателей синергетики И.Пригожин выразил эту тенденцию словами: «Наука движется от Парменида к Гераклиту» [12].

Это центральный момент, имеющий ключевое значение для самого существования науки. Поэтому его стоит рассмотреть более подробно.

Суть концепции Парменида (540-470 гг. до н.э.) выражает его афоризм «Есть только бытие». Этот философ исходит из языка, считая очевидным тождество бытия и мышления. «Когда вы думаете о *чем-либо*, когда вы употребляете какое-нибудь название, то это должно быть название *чего-либо.* Следовательно, и мышление, и речь требуют объектов вне себя. И поскольку вы можете мыслить вещь или говорить о ней в любое время то всё, что может быть мыслимо или высказано, должно существовать всегда. Поэтому не может быть изменения, поскольку оно состоит в том, что вещи возникают или умножаются», – комментирует его взгляды Б.Рассел [2]

На этом основании он отрицает такие понятия, как «ничто» или «небытие». Отсюда следует, что бытие неподвижно и однородно. Но если оно неизменно, то никакого прошлого *уже* не существует, точно так же *нет* и будущего. Иными словами, бытие находится вне времени.

Почему же мы находимся в потоке изменений? Парменид считает, что это видимость для нашего несовершенного разума, не способного воспринять ис-

тинное бытие. Последователь Парменида – Зенон Элейский – предложил массу парадоксов – «апорий», доказывающих противоречивость понятия движения и несостоятельность представлений об изменениях. Особенно популярным стало суждение, показывающее, что стремительно двигающийся Ахиллес никогда не догонит черепаху, как бы медленно она ни ползла.

Греческая математика во многом подтверждает этот взгляд. Из набора постоянных, «идущих от Бога» аксиом вытекали на основе «очевидных» правил логики теоремы. Последние являются абсолютной истиной в рамках принятой системы. Задачи, связанные с движением, переводились на геометрический язык.

Прошло много веков, прежде чем ученые решили описывать движение на ином, негеометрическом языке. Леонардо Пизанский (1170–1250), известный под прозвищем Фибоначчи, предложил задачу о размножении кроликов.

Пользуясь современным языком, можно сказать, что речь идет о последовательности $\{F_n\}$, порождаемой динамической системой

$$F_{n+1} = F_n + F_{n-1}\,,\ F_1 = a\,,\ F_2 = b\,.$$

Революция, определившая успехи естествознания, во многом связана с книгой И. Ньютона «Математические начала натуральной философии» (1687).

Она определила схему описания реальности, лежащую в основе математического моделирования и теоретической физики. Эта схема состоит из трех шагов:

– введение *фазовых переменных* $\vec{x} = (x_1, \ldots x_p)$, полностью характеризующих состояние системы;

– анализ *фазового пространства* G, характеризующего все возможные состояния изучаемого объекта;

– составление и решение дифференциального уравнения, связывающего скорости изменения фазовых переменных со значениями этих переменных в момент t

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{f}(\vec{x}),\ \vec{x}(0) = \vec{x}_0\,,\ 0 < t < \infty\,.$$

При этом связь с реальностью, которую описываем, определяет функция $\vec{f}$ и начальные данные $\vec{x}_0$.

Казалось бы, концепция Парменида была полностью преодолена уже в XVIII в. и, тем более, в настоящее время. По-видимому, это не так.

В самом деле, недостаточно иметь возможность описывать движение с помощью динамических систем. Слишком большое разнообразие возможностей приводит к хаосу и к утрате общего языка. Должно быть понимание, какие модели и связанные с ними уравнения следует изучить в первую очередь. Что следует выяснить, рассматривая эти уравнения? Очевидно, всегда за рассмот-

рением уравнений должны измениться понятия, концепции, представления о цели исследования, мировоззрение.

Следует сказать несколько слов в защиту концепции Парменида, декларирующей постоянство. Во многом образование, технологии и наука опираются именно на неё. Следуя терминам прикладной математики, можно сказать, что она делает акцент на «медленных переменных», а ими нельзя пренебрегать.

В самом деле, осваивая школьную геометрию, ученики «проходят» именно то, что сделал Евклид и его предшественники. Именно аристотелева логика кажется нам простой и привычной. Для большинства инженеров достаточно знаний физики, которые были известны век назад. Небольшой набор «базовых знаний, умений, навыков» позволяет создавать технологии и готовить людей, которые могут их применять. Время, которое может быть уделено учебе, и запас знаний, который может быть освоен, весьма ограничены. Поэтому очень важна самоорганизация в пространстве знаний, формирование мировоззрения, ясное понимание того, что мы знаем и на что можем опираться, и представления о том, что нам неизвестно.

Универсальные общие модели, отражающие наиболее важные причинно-следственные связи, ученые отнесли к *законам природы*. Математик, физик и астроном наполеоновской эпохи П.С.Лаплас считал, что законы Ньютона и закон всемирного тяготения дают полное описание реальности. Он полагал, что ум, достаточно мощный, чтобы учесть координаты и скорости всех частиц во вселенной, может заглянуть как угодно далеко в будущее и прошлое. В течение многих веков философы и ученые искали первоосновы мира, оставшиеся неизменными, которые в ходе дальнейшего анализа либо оказывались достаточно сложными сущностями, либо их введение не позволяло двигаться дальше в исследовании реальности.

Лаплас был неправ. Законов природы существенно больше. Синергетика и нелинейная динамика показывают, что для многих систем существует *горизонт прогноза* – характерное время, до которого мы можем прогнозировать состояние объекта, а после которого вынуждены обращаться к статистике, опыту или здравому смыслу [13]. Ньютон и Лаплас полагали, что исследование модели должно приводить к формуле, определяющей $\vec{x}(t)$ для любого момента времени, или к ряду, позволяющему с определенной точностью оценить $\vec{x}(t)$. К сожалению, возможности современной науки, несмотря на наличие компьютеров, значительно скромнее. Ее путь связан с построением различных математических моделей, согласующихся с результатами наблюдений и экспериментов и позволяющих ответить на поставленные вопросы. Наука во всё большей мере приобретает практический характер. Поэтому очень часто становится необходим философский анализ предложенных проектов и решений.

Стремительные изменения и большая роль «быстрых переменных» заставляет обратиться к анализу и прогнозу перемен, к управлению ими. Основоположником такого взгляда на бытие является Гераклит (544–483 гг. до н.э.). Набор его цитат, дошедший до нас, отражает суть его учения: «Все течет, всё

изменяется…», «Этот космос, один и тот же для всего существующего, не создал никакой бог и никакой человек, но всегда он был, есть и будет вечно живым огнем, мерами загорающимся и мерами потухающим…», «Следует знать, что война всеобща», «Правда – борьба», «Гомер был не прав, говоря: "Да исчезнет война среди людей и богов!". Он не понимал, что молится за погибель Вселенной, ибо если бы его молитва была бы услышана, все вещи исчезли бы». «Доктрина вечного потока, которую проповедовал Гераклит, мучительна, но наука, как мы видим, не может её опровергнуть», – комментирует Рассел концепцию Гераклита [2: 94]. Кроме того, Лаплас упустил рефлексивный аспект своего мысленного эксперимента. «Лапласовская машина», будь она создана, принципиально изменила бы мир. Научные фантасты не раз обыгрывали такой сюжет.

Рассматривая изменение понятий и концепций, описывающих реальность, естественно обратиться к представлениям теории эволюции. В своё время выдающийся математик и мыслитель Н.Н.Моисеев разрабатывал концепцию, называемую *универсальным эволюционизмом* [14].

В соответствии с этой концепцией дарвиновская триада *наследственность – изменчивость – отбор* является универсальным сценарием развития сложных систем. Парменид делает акцент на наследственности, игнорируя новизну и считая её иллюзией. Гераклит во главу угла ставит перемены, преображающие систему. В предложенной им синергетической картине мира Н.Н.Моисеев выделяет «дарвиновские механизмы» отбора, предполагающие естественное, детерминированное изменение системы в ответ на вариацию внешних условий и бифуркационные процессы. В этом случае воздействия таковы, что «количество переходит в качество», появляется неоднозначность: «В этом случае принципы отбора допускают целое множество возможных состояний. А в какое из них перейдет система – будет зависеть от тех случайных факторов, которые будут действовать на неё в момент, когда нагрузка достигнет критического значения. Поскольку величины случайных факторов неизвестны в принципе, то мы не только не в состоянии оценить тенденции постбифуркационного развития, но даже определить тот «канал эволюции», в котором оно будет происходить…

Само собой разумеется, что бифуркационные механизмы в биологии и социальных системах проявляются не в таком рафинированном виде, как в физике, но тем не менее сохраняют свою основную особенность – непредсказуемость исхода. Знание механизмов дарвиновского типа позволяет человеку планировать свои действия, обеспечивать возможность целенаправленного развития. Что касается бифуркационных механизмов, то их познание позволяет избегать непредсказуемых и опасных ситуаций» [14: 8].

При этом принципиальна *рефлексия* – отражение наших подходов и понятий, закономерностей и самих объектов, и способов их исследования. И очень важны ситуации выбора, бифуркации, которые делались в процессе познания.

Правила логики Аристотеля, аксиомы Евклида, законы Ньютона представляют собой «мгновенный снимок», сделанный на определенной стадии познания. Однако не менее важен и весь «фильм», показывающий, как мы пришли к нынешней картине. В таком фильме «движущимися» будут сами понятия и способы их использования (мыслеформы). *Принцип соответствия*, согласно которому предсказания «новой теории» должны совпадать с предсказаниями «старой теории» в пределах её применимости, гарантирует, что мы получим «фильм», а не набор не связанных друг с другом фрагментов.

Анализ точек бифуркации и выборов, которые сделали ученые, позволяет увидеть другие «фильмы», отражающие различные пути понимания реальности.

Нечто похожее происходит в ряде научных дисциплин, в которых разные школы осмысливают пройденный путь и заглядывают в будущее на основе разных «фильмов». Другим результатом такого подхода может служить более ясное и глубокое понимание прежних результатов и определение перспективы.

Примером может быть Эрлангенская программа Феликса Клейна, доложенная в 1895 г. Клейн на новом уровне повторил открытие Декарта – с позиций алгебры взглянул на различные геометрические теории. К середине XIX в. разрабатывались евклидова, сферическая, гиперболическая, проективная, аффинная и ряд других геометрий. После доклада Клейна к ним добавились топология и псевдоевклидова геометрия. Клейн показал, что один раздел геометрии отличается от другого тем, что им соответствуют разные группы преобразований пространства, а объектами исследования выступают инварианты таких преобразований.

По сути, Клейн начертил карту геометрического мира. Само изучение геометрии может быть представлено как просмотр этого удивительного «фильма» [15].

Парадигму последнего максимально развил Г.Гегель в своей диалектике. Вероятно, могут быть созданы и другие варианты концепции всеобщего движения, отличающиеся от гегелевского.

На время стоит обратить особое внимание. Его осмысление и понимание по-прежнему остается одной из ключевых проблем современного естествознания.

Христианство, многие другие религии, философия Гегеля определяют финал развития мира и человечества, шаги к которому и представляет всемирная история. Гегель вдохновляется идеями логики и постулирует единство понятия и реальности. «Абсолютная идея имеет содержанием себя самое как бесконечную форму, ибо она вечно полагает себя как другого и опять снимает различие в тождестве полагающего и полагаемого», – утверждает Гегель[2]. Дух, познав самого себя, завершает мировую историю.

---

[2] https://ru.wikipedia.org/wiki/Гегель,_Георг_Вильгельм_Фридрих

Позиция Гераклита намного радикальнее – она мыслит историю как последовательность взлетов и спадов. Наука, понимаемая с точки зрения общества как инструмент для обеспечения более благополучного и безопасного существования, как средство социальной и интеллектуальной самоорганизации общества, неотделима от социальной реальности.

Современная математика строится и мыслится в пифагорейском духе как инструмент, позволяющий открывать вечные и универсальные истины. Пифагор объяснял ученикам, что общается с богами. Евклид и Платон, рассматривая правильные многогранники, считали, что осмысливают основы реальности, сопоставляя их со средами, из которых состоит мир.

Влияние математической классики древних греков трудно переоценить. Аксиоматический метод и необходимость доказательств формулируемых утверждений во многом определили взлет естествознания, начавшийся в XVIII в. Французская группа математиков Бурбаки формулирует: «Со времен древних греков "математика" значит "доказательство"». Доказательство оказалось среди прочего эффективным средством социальной организации, позволяющим убеждать и друзей и врагов в справедливости определенных утверждений. Кроме того, это путь к свободе – можно не верить учителю, а самому, опираясь на набор доказанных утверждений, разбираться, что верно, а что нет.

Вместе с тем от пифагорейского императива, трактующего математику как царицу наук, разумно перейти к более реалистичному взгляду. Заметим, что в китайской, индийской, шумерской цивилизации вычисления использовались для сбора налогов, уточнения календарей, нумерологии (можно вспомнить квадрат Пифагора), астрологии. В Древнем Риме математика была не в почете. В Средние века в Европе узнали о достижениях греков на основе перевода арабских рукописей…

На неразрывную связь математических идей с приложениями и временем, в которое ставились масштабные задачи, указывал выдающийся математик В.И.Арнольд: «Вся математика делится на три части: криптография (оплачиваемая ЦРУ, КГБ и им подобными), гидродинамика (поддерживаемая производителями атомных подводных лодок) и небесная механика (финансируемая военными и другими организациями типа НАСА, имеющими отношение к ракетам). Криптография привела к созданию теории чисел, алгебраической геометрии над конечными полями, алгебры, комбинаторики и компьютеров.[3] Гидродинамика породила комплексный анализ, уравнения в частных производных, теорию групп и алгебр Ли, теорию когомологий и методы вычислений. Небесная механика дала начало теории динамических систем, линейной алгебре, топологии, вариационному исчислению и симплектической геометрии» [16].

Математика живет во времени, стремясь ответить на все вопросы, волнующие людей в переменчивую эпоху. Большинство ее инструментов и результатов относятся к XX в. В зависимости от масштаба времени, на котором мы ана-

[3] Создатель современной алгебры Виет был криптографом короля Генриха IV во Франции.

лизируем события, наиболее важными становятся различные причинно-следственные связи.

Важность этого для истории осознал французский исследователь, представитель школы «Анналов», Фернан Бродель. Он разделил «исторические времена» на несколько уровней.

– *короткое время*, связанное со сменой текущих событий, политикой;

– *среднюю продолжительность,* или циклическое время, описывающее циклы подъемов и спадов социальных и культурных процессов (экономических, миграционных, демографических и др.);

– *длительную продолжительность*, характеризующую крупные структуры совместного существования людей, которые поддерживают целостность больших социокультурных образований, в частности цивилизаций.

Наука в целом и математика в частности стали стратегическим ресурсом, определяющим безопасность и развитие в течение XX в., в долгом времени. Глубокие, принципиальные изменения продолжают происходить. Каково их направление?

В одном фантастическом романе сформулирован важный императив: «Понять значит упростить». Или, говоря языком синергетики, выделить *параметры порядка*, которые определяют развитие. Естественно таким же образом взглянуть на мировую историю. Если в качестве такого параметра рассматривать собственность на средства производства и связанную с ними классовую структуру, то возникает исторический материализм с его общественно-историческими формациями.

Однако содержательной может быть и другая проекция мировой истории. Прошедшее столетие можно назвать «золотым веком», в котором ключевую роль сыграли науки и технологии. Продолжительность и качество жизни является важнейшим индикатором жизни общества. За прошедший век численность человечества увеличилась почти вчетверо. Средняя ожидаемая продолжительность жизни в большинстве стран увеличилась вдвое. Ученые сделали мечту Фауста о второй молодости реальностью.

Поэтому естественно в качестве параметра порядка выбрать роль и место науки как источника развития общества. Эта работа была проведена более полувека назад американским социологом Дэниелом Беллом в его теории постиндустриального развития. В течение многих лет она была одной из конкурирующих социальных теорий. Однако тотальная компьютеризация, активное использование более 6,2 млрд компьютеров в мире, глобальные проекты, рассматривающие их использование в качестве социального регулятора, выдвинули этот подход на первый план.

Результаты проведенного исследования Д.Белл определяет следующим образом: «На протяжении большей части человеческой истории *реальностью была природа*: и в поэзии, и в воображении люди пытались соотнести своё «я» с окружающим миром. Затем *реальностью стала техника*, инструменты и предметы, сделанные человеком, однако получившие независимое существование

вне его «я», в овеществленном мире. В настоящее время *реальность является, в первую очередь, социальным миром* – не природным, не вещественным, а исключительно человеческим – воспринимаемым через отражение своего «я» в других людях… Человек может быть переделан или освобожден, его поведение – запрограммировано, а сознание изменено. Ограничители прошлого исчезли вместе с концом эры природы и вещей» [17: 663].

При таком подходе деление мировой истории оказывается иным – *традиционное общество* (до XX в.), *индустриальное* (XX в.) и *постиндустриальное* (в которое мир входит сейчас). Императивом первого было познание и покорение природы. Императивом второго – замена человека машинами. И главные среди них – компьютеры. Во главу угла третьего ставятся человек и общество. Преобразования кардинальны – речь идет даже не о процессах большой длительности в терминологии Броделя, а о разных фазах развития цивилизации.

«Заказчиком» математики в традиционном обществе были физики, механики и инженеры. Именно тогда создавался и оттачивался язык, на котором формулировались законы природы.

Стремительное развитие наук привело к тому, что математику начали активно использовать в химии, биологии, экономике, в логистике, в системах массового обслуживания, в ряде других дисциплин. Необходимость быстро разобраться в различных сущностях привела к стремительному росту числа научных дисциплин и формированию междисциплинарных подходов (кибернетики и синергетики). Мы застали то время, когда на диссертации по вычислительным алгоритмам смотрели снисходительно, считая, что это «не совсем математика». Позже такое же отношение было к работам по системному программированию. Но положение дело быстро стало иным.

Сейчас ситуация вновь кардинально меняется – среди важнейших заказчиков математических исследований – социология, медицина, психология, география, история, теория управления, робототехника и множество других дисциплин, связанных с человеком. Это будет означать переход к совсем другой математике. Важнейшим свойством человека является *рефлексия*. В теории рефлексивного управления сейчас делаются только первые шаги [7]. Человек живет в рациональном, эмоциональном и интуитивном пространствах. По сути, у нас нет математических инструментов для описания этих сфер. Результатом самоорганизации является язык. Совершенствование компьютерных переводчиков показывает, что и здесь прикладываются большие усилия ученых и инженеров.

Кроме того, и индивидуальные, и социальные структуры и системы имеют возможности для стремительного развития. Переход от Парменида к Гераклиту, от существующего к возникающему здесь является необходимостью.

Конечно, о новых сущностях приходится пока говорить на старом математическом языке. Ситуацию точно охарактеризовал Фауст:

Нет подходящих соответствий,
И нет достаточных имен,

Все дело в чувстве, а названье
Лишь дым, которым блеск сияния
Без надобности затемнен.

Наука находится в точке бифуркации, и здесь образы, концепции, мыслеформы могут меняться парадоксальным образом, воспроизводя идеи философов на другом, более конкретном и определенном уровне. Например, в современной теоретической физике во главу угла ставятся законы сохранения и связанные с ними группы. Илья Пригожин считает, что процессы становления и рассеяния, диссипации не менее фундаментальны и должны проявляться не только на макро-, но и на микроуровне. По его мысли, целостная квантово-механическая теория должна содержать оператор времени, а следующее из соотношения неопределенности неравенство

$$\Delta E \Delta t \approx \hbar ,$$

где ΔE – неопределенность энергии микрочастицы, Δt – время измерения, $\hbar$ – постоянная Планка, требует переосмысления.

В историю философии вошла трактовка Канта, рассматривающего пространство и время не как объективные сущности, а как априорные формы созерцания, позволяющие нам упорядочить происходящие в мире события, своеобразный результат субъективной самоорганизации каждого человека: «Время есть абсолютно первый *формальный принцип чувственно воспринимаемого мира*. Ведь все без исключения чувственно воспринимаемые предметы можно мыслить или вместе, или расположенными друг после друга, притом они как бы включаются в течение единого времени и определенным образом относятся друг к другу, так что через это понятие, первоначальное для всего чувственного, необходимого возникает формальное целое, которое не есть часть чего-то другого, т.е. мир феноменов», – пишет Кант в своей диссертации[4].

У этого взгляда есть ещё и более глубокие корни: «Теперь мы видим, что учение о феноменальности времени позволяет Канту отстоять точку зрения, близкую древним элеатам и Платону, согласно которым подлинное бытие вневременно и неизменно. Однако теоретическому разуму и создаваемой с его помощью метафизики Кант отказывает в возможности постигнуть вневременность бытие, т.е. вещи в себе. Лишь моральный закон, по словам Канта, позволяет нам «Заглянуть и то мельком, в царство сверхчувственного», – пишет П.П.Гайденко [18: 150].

Кант допускал существование множества миров, предполагал, что мы не можем общаться с их обитателями из-за ограниченности наших возможностей. Этот сюжет активно обыгрывался в научно-фантастической литературе XX в. Будучи прекрасно знакомым с работами математиков, физиков и философов своего времени, Кант следовал логике Парменида в отношении пространства и времени.

---

[4] Кант. Сочинения. Т2, с.402.

Нужно ли время, чтобы описывать множество изменений, которые мы наблюдаем? Это вопрос, которой продолжает активно обсуждаться. В историю вошло письмо Альберта Эйнштейна, написанное незадолго до смерти: «Для людей вроде нас, тех, кто верит в физику, различие между прошлым, настоящим и будущим – всего лишь неизжитая иллюзия» [19: 181].

«И мы имеем дело с иным взглядом на мир, состоящий из вещей. Или *субстанций.* Или *сущностей.* Чего-то такого, что существует, есть. Пребывает. А можно думать, что мир состоит из *событий. Происшествий.* Чего-то такого, что *случается.* Не длится, а постоянно трансформируется», – пишет К.Ровелли, разрабатывающий конформную теорию гравитации [19: 95]. В этой теории время не входит в фундаментальные уравнения. Время, длительность, динамика возникают как удобный способ описания вечной и неизменной реальности. Конечно, это взгляд Парменида.

Иными словами, сейчас происходит переход к логике Гераклита (ведь что-то случается), но без абсолютного и единого времени. По мысли Пригожина, именно увеличение энтропии объясняет необратимость происходящих процессов, стрелу времени. Но, может быть, дело в том, что в иных уголках вселенной дело обстоит иначе? Или просто мы воспринимаем только часть переменных, характеризующих реальность, и поэтому имеем дело с необратимостью?

«Энтропия всего мира не зависит *только* от конфигурации самого мира, она зависит *также* от того, как именно размыта картина мира для нас, а значит – от того, каковы те переменные, посредством которых *мы, как части мира,* участвуем во взаимодействиях… Низкая энтропия Вселенной в момент ее рождения, а потому и стрела времени, обязана своим происхождением *нам*, а не Вселенной», – пишет К.Ровелли [19: 135,136]. В этой картине мира и само время является результатом самоорганизации.

Насколько оправдан такой парадоксальный взгляд? Не является ли это ни к чему не обязывающей игрой ума? Ответ на этот вопрос должны дать физические эксперименты. Очевидно, можно говорить о самоорганизации в пространстве наук и о практике как о критерии истины. Этого мнения придерживаются и многие выдающиеся математики: «Вопреки мнению большинства современных математиков, я, вслед за Пуанкаре, считаю математику частью физики, то есть экспериментальной наукой. Слово «математика» означает «точное знание» и соответствующие открытия были получены из наблюдений явлений природы» [20: 3].

Новый рационализм

Если принять тезис Пригожина в качестве догадки, а затем прорастить её до обоснованной гипотезы, то последняя должна обладать описательной, объяснительной и предсказательной функциями. Это уже сегодня происходит.

Превращая общенаучную догадку в конкретно-научные гипотезы, мы

должны получить предсказание – гипотезу о «движущихся» понятиях как в формальных науках (логике, математике), так и в содержательных науках (естествознании, техникознании, гуманитаристике).

Логика. Как обобщить логику Аристотеля (науку об оперировании неподвижными понятиями) до мышления движущимися понятиями, которые могут изменяться в процессе рассуждения? С традиционной (парменидовской) точки зрения это уже не логика. С пригожинской (гераклитовской) точки зрения это НОВАЯ, более общая логика, поглощающая старую логику как частный случай.

В данной трансформации удобно использовать (вслед за многими авторами) модель планеты как шара, ядро которого как бы «неподвижно», а оболочка быстро меняется. Этим же приёмом пользовался И.Лакатос [21].

В этом случае ментальная модель вещи – это единство ядра и оболочки:

1) есть внутреннее неподвижное ядро (**сущность вещи**),
2) есть его оболочка – внешние образы (**явления**), в которых выделяются изменяющиеся **свойства** и **отношения.**

Каждая диалектическая пара категорий выражается через другие пары. Пара «сущность – явление» отражается в категориях 1) небытие и бытие, 2) потенциальное и актуальное (реализация возможностей), 3) движение и покой, 4) пространство и время, 5) часть и целое, а также элемент, структура, система, 6) причина и следствие ...

Подход «сущность – явление» реализуется и в других мировоззренческих учениях. Так, согласно христианской традиции человек – это триединство духа, психики (души) и тела. Ядро человека (сущность) – это вечный дух. Его аналоги в истории – у древних египтян это «Ах» (освободившийся от телесной оболочки чистый дух, живущий в загробном мире), у брахманистов – Атман, у Г.Лейбница – монада. «Оболочка» – это множество конечных, преходящих явлений (психика, тело, социальные отношения, алгоритм развития человека от первичной клетки до взрослого состояния и смерти).

Отсюда возможность более общего закона.

Закон обобщённого тождества

Мыслеформа (образ, понятие), описывающая вещь, объект в процессе рассуждения, 1) остаётся тождественной самой себе, если эта мыслеформа выражает ***сущность*** *вещи, 2) может изменяться, если мыслеформа относится к* ***явлению, описывающему*** *внешние свойства и отношения вещи.*

В то же время переход от сущности к явлению (от постоянного к переменному) и обратно непрерывен.

Закон обобщенного тождества является началом новой *структурно-диалектической логики* (СДЛ) – логики «покоя–движения».

Если сопоставить сущности бесконечное, а явлению конечное, то математически переход выражается функциями, переводящими бесконечное в конеч-

ное и обратно, что известно в математике и сделано в исчислении R-функций В.И.Моисеева [22].

В качестве примера сравним дедуктивное умозаключение в классической логике Аристотеля (КЛ) и структурно-диалектической логике (СДЛ).

КЛ. Посылки. Сократ – человек. Все люди смертны. → Вывод: Сократ смертен.

СДЛ. Посылки.

Сократ есть сущность (дух) + её проявления (свойства и отношения психики и тела).

Дух вечен. Свойства и отношения временны, преходящи.

Сократ обладает свойством: входить в класс людей (быть человеком).

Все люди обладают свойством: их тело смертно.

→ Вывод: Сократ и смертен (как явление, тело, психика, совокупность социальных отношений), и бессмертен (как вечный дух, как сущность человека).

С позиций КЛ здесь нет противоречия: Сократ смертен в одном отношении (телом), вечен в другом (духом). Преемственность эволюции логики сохраняется. СДЛ обобщает КЛ: КЛ включено в СДЛ, как это обозначают в матлогике $A \subset B$.

Если принять ЗОТ в качестве основы мышления, то отсюда следуют радикальные изменения в научном мышлении. Вместо «истины» КЛ – «истина сущности» и «истина отношения» (СДЛ), высшая и низшая, постулируемая и проверяемая внешним образом («эмпирически»). В то же время переход между ними непрерывен – отсюда логика с «плавающим» значением истинности.

Приведенный вариант рассуждений опровергает точку зрения Парменида, приводящую к отрицанию прошлого и будущего. Однако если рассматривать математику как экспериментальную науку, то множество логик будет гораздо шире.

В самом деле, в основе логики Аристотеля

– *закон тождества: A=A*, фиксирующий утверждение и не позволяющий сменить тезис;
– *закон противоречия*: если верно А, значит, неверно не А, если верно не А, значит, неверно А.
– *закон исключения третьего:* верно А или не А.

Неаристотелевы логики можно сравнить с «воображаемой геометрией», построенной Н.И.Лобачевским, с введением более широкого круга понятий. В традиционной геометрии, построенной Евклидом, фигурирует пятый постулат, и все линии делятся на два класса: они пересекаются (А) или параллельны (не А).

В геометрии Лобачевского пространство шире. В ней есть *сводные линии* (когда они пересекаются), *разводные* (когда они не пересекаются); *параллельные линии* (представляющие границу, отделяющую сводные линии от разводных).

Многие исследователи (включая Омара Хайяма) постоянно пытались вывести пятый постулат из остальных аксиом геометрии, пользуясь доказательством от противного и надеясь найти противоречия, демонстрирующие невозможность такой теории. Величие Н.И.Лобачевского связано с тем, что он показал, что утверждение о двух параллельных позволяет построить глубокую непротиворечивую теорию.

В 1920 г. польский логик Ян Лукасевич построил трехзначную логику, в которой есть три истинностных значения: 1 (истинно); ½ (неопределенно); 0 (ложно). В построенной им логике выполняется закон тождества, но не выполняются закон противоречия и закон исключенного третьего. Позже было построено несколько других трехзначных логик.

Именно они в совокупности с идеями синергетики позволяют моделировать процессы принятия решения лечащим врачом. В самом деле, судя по медицинским руководствам, диагностика ряда заболеваний требует учета 300÷800 признаков, результатов анализов и т.д. Это находится за гранью человеческих возможностей: по оценкам психологов, принимая решение, человек может учесть лишь 5÷7 факторов. Поэтому возникает задача выделения параметров порядка, наиболее существенных переменных, на разных этапах течения болезни. С другой стороны, во множестве случаев трудно дать окончательный ответ «да» или «нет» – ситуация является неопределенной или необходимая информация отсутствует. В ряде случаев такие задачи успешно решаются, что позволяет уменьшить смертность от соответствующих болезней в несколько раз [23].

Отсюда следует и ещё одно важное направление в области моделирования и развития технологий – формализация профессионального опыта ведущих специалистов и создание на этой основе «компьютерных помощников». Доступное сегодня немногим специалистам завтра может стать достоянием всех.

В нечеткой логике значение истинности может быть любым числом, от 0 до 1, и не действует закон исключенного третьего.

В квантовых вычислениях, в нейронных сетях машины в ходе расчетов «вырабатывают» ответ, меняя в процессе работы значение истинности утверждения, которое пользователь хочет проверить. По сути, здесь в пригожинском стиле происходит переход «от существующего к возникающему» – от «дано» к тому, «что и требовалось доказать».

Сдвиг в направлении к «мышлению движущимися формами» наметился или может обнаружиться в самых различных науках, особенно в математике и логике, информатике, физике, биологии и даже в мировоззренческих учениях.

Новый рационализм с его обобщением и переосмыслением используемых категорий позволяет перейти к анализу двух важных проблем современной науки.

Первую из них обозначил Анри Пуанкаре, рассуждая о будущем математики. Он поставил вопрос не о том, как многократно возрастет объем сделанного многими поколениями учёных, а о том, что будет наиболее важным и иссле-

дованным, а что окажется забытым или переместится в архив редко используемых знаний. Ещё более остро поставил эту проблему один из создателей квантовой механики Евгений Вигнер. Если путь к переднему краю науки окажется слишком длинным, то пройти его смогут очень немногие. Отсюда застой в развитии фундаментальной науки, а затем технологий и экономики со всеми вытекающими последствиями. Поэтому учить надо лучше, насколько это возможно, быстрее и именно тому, что нужно и перспективно. Иначе время перемен кончится и начнется совсем другая реальность… Новый рационализм, исходя из этого, будет «редактировать» пространство нашего знания и выделять ключевые направления научных поисков.

Кроме того, у науки во всё большей мере появляется *конструктивный характер* – мы стремимся делать именно то, что достаточно хорошо понимаем. Как говорит Фейнман: «Понять – это привыкнуть и научиться пользоваться».

Один пример здесь может многое прояснить. В отличие от Ньютона, считавшего решением дифференциального уравнения, определяющего модель, функцию $\vec{x}(t)$ для любого момента времени, Пуанкаре призывал сосредоточиться на асимптотике $\vec{x}(t)$ при $t \to \infty$. Иными словами, важен результат, цель, а не динамика, описываемая моделью. При этом такое упрощение стало возможно и продуктивно для систем, в которых значимы диссипативные процессы, а фазовый объем убывает. Говоря языком физики, это открытые системы, в которых есть стоки и источники. Тогда можно говорить об *аттракторах* – притягивающих множествах в фазовом пространстве. «Наивное» определение аттрактора А таково (см. рис. 1)

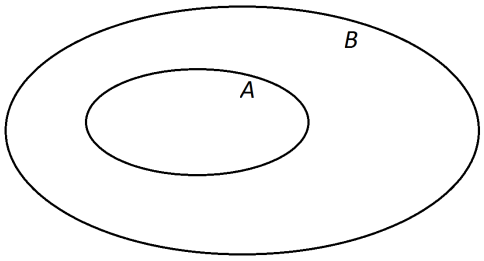


Рис. 1. Аттрактор А и область притяжения аттрактора В

Инвариантность: если $\vec{x}(0) \in A$, то $\vec{x}(t) \in A$ для любого t.

Наличие области притяжения: существует область притяжения $B \supset A$, такая, что если $\vec{x}(0) \in B$, то $\vec{x}(t) \in A$ при $t > T(\vec{x}_0)$.

Очевидно, что именно аттракторы представляют наибольший интерес, если нас интересуют не переходные режимы, а поведение системы на больших характерных временах.

Такой взгляд очень многое упростил. Например, если $\vec{x}(t)$ не вектор, а скалярная функция времени $x(t)$ и она ограничена, то *единственным* типом аттрактора является особая точка x^*: $f(x^*) = 0$.

Если $\vec{x}$ – двухкомпонентная функция $\vec{x} = (x, y)$ и динамическую систему можно записать в виде

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y), \ \frac{dy}{dt} = g(x, y),$$

то может быть только два типа аттракторов. Это особая *точка* или *предельный цикл*

$$x(t) \underset{при\ t\to\infty}{\to} \tilde{x}(t),\ y(t) \underset{при\ t\to\infty}{\to} \tilde{y}(t),\ \tilde{x}(t)\to\tilde{x}(t+T),\ \ \tilde{y}(t)\to\tilde{y}(t+T),$$

где T – период.

В системах двух уравнений мы имеем *только два типа аттракторов*. За огромным множеством различных функций g и f скрывается глубокое внутреннее единство в установившихся на больших временах типах поведения, в асимптотиках. Теория колебаний, радиотехника, биология, химическая кинетика, экология в течение многих лет опирались на это представление и связанное с ним понимание.

При этом такие системы «забывают» детали начальных данных, стремясь к одному и тому же аттрактору. Последние можно считать *целью развития* и говорить об *аттрактивном управлении*, направленном на то, чтобы система оказалась в области притяжения желаемого аттрактора. Такое поведение в полной мере реализует пригожинский принцип – «от существующего к возникающему».

Ещё одна черта, объединяющая многие области современной науки, – исследование пространства систем, зависящих от параметра – замена $\vec{f}(\vec{x})$ на $\vec{f}(\vec{x},\vec{\lambda})$. Это позволяет описывать *бифуркации* – изменения числа и/или устойчивости решений определенного типа при вариации параметра $\vec{\lambda}$. Естественно, выясняется вопрос, каков механизм перехода от одного аттрактора к другому. Это позволило выяснить, как происходит переход от упорядоченных, ламинарных к хаотическим, турбулентным режимам движения – каковы сценарии возникновения хаоса. Оказалось, что и бифуркаций, встречающихся в большинстве изучаемых систем, очень мало, и сценариев возникновения турбулентности всего несколько [13].

Вторая проблема, к анализу которой позволяет перейти современный рационализм, связана с очерчиванием карты нашего незнания, тех принципиальных вопросов, решение которых позволило бы двигаться дальше.

«Коллекционирование», «создание зоопарка» определенных объектов является излюбленной стратегией математики. Однако проблемы начинаются уже «за порогом»: если при $\vec{x}=(x_1,x_2)$ аттракторами являются лишь особая точка и предельный цикл и есть несколько простейших бифуркаций, то при $\vec{x}=(x_1,x_2,x_3)$ такая классификация невозможна. Мы не можем «перечислить» все аттракторы таких систем и бифуркации, приводящие к их изменениям. Отчасти это понятно – в трехмерном фазовом пространстве возможны хаотические аттракторы. В отсутствие классификации таких систем исследование каждой новой становится скорее искусством, а не наукой, и может приносить много неожиданностей. Естественно, здесь хотелось бы добиться более глубокого понимания.

В течение ряда лет была популярна теория катастроф. Ее основы были заложены Ренэ Томом, моделировавшим морфогенез. Под *катастрофами* понимаются конечные, скачкообразные изменения переменных при бесконечно малых изменениях параметров. Эта теория имеет дело с динамическими системами вида

$$\dot{\vec{x}} = -\frac{\partial U(\vec{x},\vec{\lambda})}{\partial x}.$$

Оказывается, когда размерность вектора $\vec{\lambda}$ не больше пяти, то есть семь универсальных катастроф. В случае большей размерности «зоопарк» создать не удается – появляется зависимость от непрерывного параметра, и мы вновь от науки переходим к искусству.

Стоит обратить внимание на два серьезных барьера, связанных с чувствительностью относительно параметров, показывающих необходимость новых подходов. С ними столкнулись, рассматривая гамильтоновы системы либо другие объекты, для которых характерны законы сохранения и которые могут при этом демонстрировать сложную динамику. В качестве примера можно рассмотреть двумерное отображение, возникающее в социологии при анализе динамики поколений [24]

$$R_{t+1} = k_c q_t R_t + k_{mb}(1-q)R_t;\ q_{t+1} = q_t^{R_{t+1}},\ t = 1, 2...\ \ q_1 = \tilde{q},\ R_1 = \tilde{R}.$$

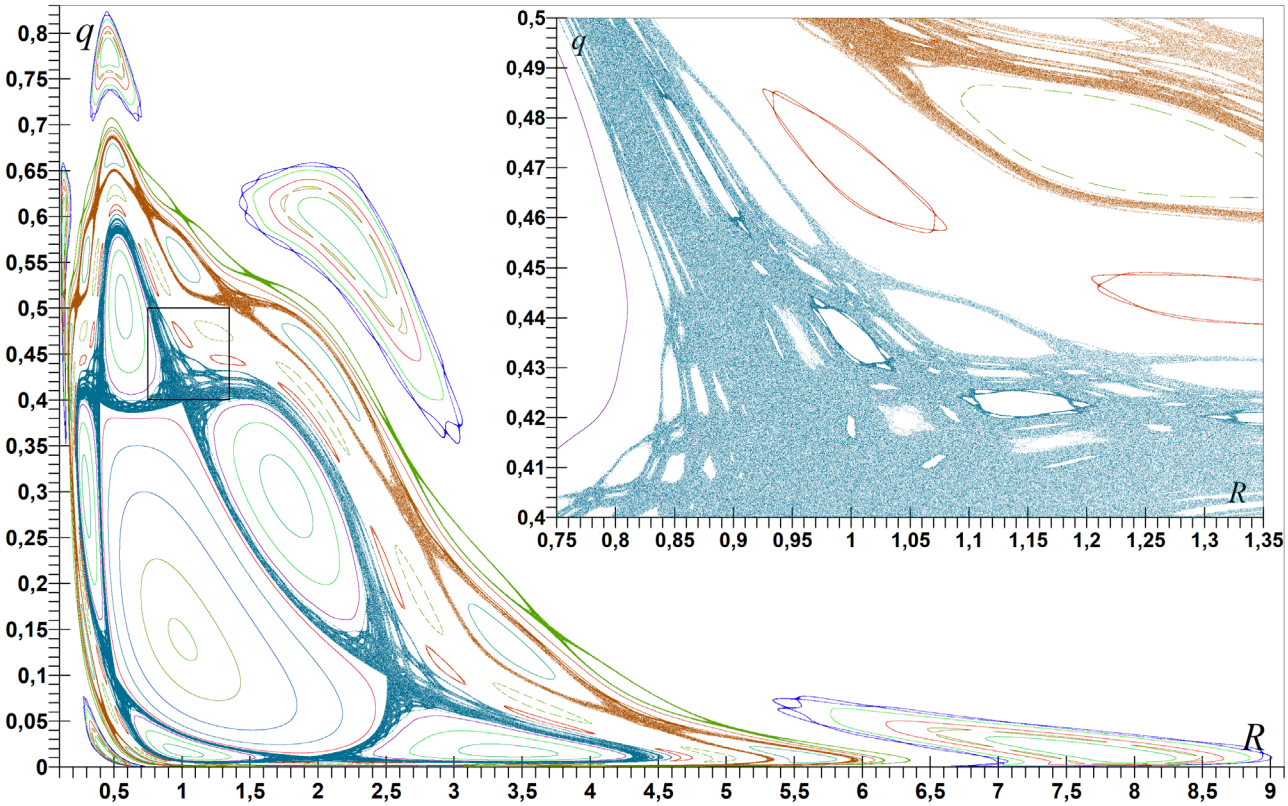


Рис. 2. Траектории двумерного отображения при различных значениях начальных данных

Динамика этой системы при различных значениях параметров представлена на рис. 2. Система здесь не «забывает» начальные данные. Их малые вариации могут приводить к существенно отличающейся друг от друга хаотической или квазипериодической динамике.

Схожее поведение, связанное с критической зависимостью от параметров, может иметь место и для гамильтоновых систем небольшой размерности [25].

Чувствительность к параметрам мы видим и в простейших динамических системах:

$$x_{n+1} = \lambda x_n (1 - x_n),\ 0 < x_1 < 1,\ n = 1,2...,\ 0 < \lambda \le 4.$$

В свое время Я.Б.Песиным было доказано, что сколько угодно близко по параметру λ к каждому хаотическому аттрактору есть цикл (порядок), но если мы наугад выберем параметр λ, то есть положительная вероятность оказаться при значении параметра, при котором имеет место хаос.

В начале XX в. Ж.Адамар ввел понятие *корректности* задач математической физики, потребовав, чтобы решение задачи

– *существовало*;
– *было единственным*;
– *было устойчиво относительно вариации входящих параметров*.

Оглядываясь назад, на XX в., можно сказать, что огромную роль в прошлом столетии сыграло изучение и решение *некорректных задач*. Именно оно определило развитие ряда направлений.

Исследование решений дифференциальных уравнений, не существующих в целом при $0 < t < \infty$, а только на ограниченном интервале $0 < t < t_f$, привело к развитию *теории режимов с обострением*. Такие режимы оказались асимптотикой многих процессов в системах с сильной положительной обратной связью [11].

Неединственность решений задач теории дифракции, в конечном счете, показала возможность создания материалов с отрицательным показателем преломления, позволяющим в принципе создать «мантию-невидимку» или «шапку-невидимку».

Исследование неустойчивости решений динамических систем позволило обнаружить *динамический хаос*. Это один из ключевых результатов естествознания XX в.

Попытки использовать решения неединственных и неустойчивых задач привели к созданию метода регуляризации. Вероятно, создание именно таких алгоритмов станет важным направлением нового рационализма.

В течение трех веков именно «непрерывная математика», анализ бесконечно малых были на авансцене исследований. Действительное число трактовалось как бесконечная последовательность цифр. Но это удивительно далеко от экспериментов в естественных и гуманитарных науках, где нам в лучшем случае известен десяток значащих цифр.

Герман Вейль писал: «Математика – это наука о бесконечном». Однако сегодня стало ясно, что конечное и бесконечное – относительные понятия. В одной системе координат исследуемый объект конечен, в другой бесконечен. Добавим, то же относится и к подобной диалектической паре «дискретное–непрерывное». Они относительны.

Наиболее общее, современное определение математике дал один из создателей математической теории категорий Сандерс Маклейн: «**Математика – это теория всех возможных форм**» [26]. Маклейн был аспирантом Вейля, пропитался духом школы Давида Гильберта, отличавшейся близостью к философии, особенно И. Канту – любимому философу Гильберта. В XVIII в. Кант вслед за Аристотелем глубоко развил учение о категориях (всеобщих понятиях), поэтому Маклейн (вместе с Сэмуэлем Эйленбергом) создал в 1945 г. наиболее общее основание всей математики – теорию математических категорий (категорий множества, алгебраических, топологических, порядковых и других).

В определении Маклейна под формой (в духе Аристотеля) понимается любое начало, организующее материю или субстанцию, лежащую в основе данной области. Форма может быть неподвижной, неизменной или мобильной, движущейся, также дискретной или континуальной, конечной или бесконечной.

В различные эпохи познание использует то одни категории, то другие. В XX-XXI вв. на первый план вышла категория дискретности. Отсюда дискретная математика, компьютерный мир, работа с конечными множествами. Они востребованы активным развитием техники, необходимой в эпоху преобразований. Но в следующую эпоху на первый план может выйти категория, дополнительная к дискретности, – категория непрерывности.

Новый рационализм, мышление «движущимися формами» охватывает и дискретность, и непрерывность, подобно тому, как движение может быть и скачкообразным, разрывным, и континуальным, непрерывным.

Стоит обратить внимание ещё на один важный момент, связанный с понятием «информация». Неустойчивые системы могут генерировать информацию, усиливая очень малые изменения до конечных пределов. Но этого недостаточно. Следует тем или иным способом «запомнить» величину, которая может быть использована в дальнейшем. В синергетике и кибернетике часто используется определение информации, данное Г.Кастлером: «Информация есть случайный и запомненный выбор одного варианта из нескольких возможных и равноправных». В соответствии с этим взглядом именно диссипативные, «запоминающие» системы благодаря выходу решения на аттрактор особенно удобны для того, чтобы моделировать «возникающее». Некоторый механизм, связанный с динамическим хаосом или некоторой случайностью, генерирует несколько вариантов, а «запоминающая» часть системы (один из аттракторов) некоторым образом выбирает и сохраняет один из вариантов.

Физик, биолог, экономист и один из создателей синергетики Д.С.Чернавский в качестве простейшего варианта такой системы рассматривал

рулетку или китайский биллиард [27]. Последняя система представляет биллиард со множеством препятствий и лабиринтов, с несколькими лузами, в которые может попасть шарик, который случайным образом выбрасывает пружина. Здесь, как и в рулетке, малые причины имеют большие следствия.

По-видимому, именно такие системы «с памятью» будут в ближайшие десятилетия в центре внимания теории самоорганизации и математического моделирования.

Математика и логика. Движущиеся формы используются в топологии, интуиционизме, нечёткой логике, паранепротиворечивой логике и ряде других неклассических логических исчислений. Во всех видах формальной логики остро проявляется проблема противоречий на границе нашего мышления, где язык и логика заходят на пределы своей «власти». Концепция диалетизма пытается разрешить проблему пограничных противоречий путём признания их истинности [28]. Она является частным случаем мышления «движущимися понятиями».

Здесь как бы вновь повторяется дискуссия между Парменидом и Гераклитом. С позиций Парменида движение порождает противоречия. Диалетизм же объявляет их истинными. Это шаг в направлении к мышлению движущимися формами.

Современным примером «движущихся понятий» в математике является доказательство Г.Перельманом фундаментальной теоремы А.Пуанкаре. В доказательстве используется «поток Риччи с хирургией», т.е. деформация многообразия с вырезанием сингулярностей и их заменой шарами [29]. При таком отображении объект замещается на эквивалентный (в выделенном отношении). В процессе трансформаций главное свойство объекта остается неизменным. Логика такого рассуждения повторяет изложенный выше закон обобщённого тождества.

Вероятно, и в других областях могут произойти подобные трансформации предмета науки в «синергетическом» направлении – к признанию движения и развития её объектов.

Информатика. Дискретная единица информации «бит» (условно, пара (0,1)) может быть обобщена до дискретно-непрерывного понятия, которое синтезирует дискретное и континуальное, т.е. бит и его вероятностное распределение в информационной среде. В квантовых вычислениях используется кубит (quantum bit). Как и бит, он допускает два собственных состояния $|0\rangle$ и $1\rangle$, но может находиться и в их суперпозиции $A|0\rangle + B|0\rangle$, $A^2 + B^2 = 1$. И в этом смысле кубит можно рассматривать как непрерывный аналог бита.

Физика. Современная космомикрофизика – область, возникшая на границе между астрофизикой и физикой элементарных частиц, дает идеальный пример движущихся мыслеформ и поиска языка, на котором можно говорить о происходящем. Чтобы объяснить скорости вращения галактик, надо признать, что 84,5% Вселенной составляет темная материя, которая участвует в гравита-

ционном взаимодействии и не проявляет себя иначе. Либо надо предполагать, что эйнштейновская теория гравитации имеет ограниченную область применимости… На роль темной материи «пробуются» гипотетические ВИМПы (Weakly Interacting Massive Particle – WIMP), аксионы, массивные правые нейтрино. Интенсивные экспериментальные поиски этих экзотических для земных условий частиц пока не дали результатов. Понятие «темная сила», ранее фигурировавшее в анекдотах, вошло в тексты серьезных научных статей.

Биология. Здесь наиболее явно учёные пользуются движущимися понятиями, т.к. «Жизнь – это движение генов» (А.В.Марков). Синергетика как теория движения развивающихся систем имеет своими предшественниками биологические модели взаимодействия видов. Кроме того, в биологии ощущается стремление к целостному мышлению, которое возможно лишь на базе «противоречивой» логики движущихся форм. Так, в биологии заметно сближение с психологией, в том числе к признанию биоэволюции как движения в направлении к мышлению и далее к духовному аттрактору. Подобная траектория эволюции жизни намечена В.И.Вернадским, Тейяром де Шарденом и другими.

Большую популярность получила концепция Ричарда Докинза, обсуждаемая им в книге «Эгоистичный ген», выпущенной в 1976 г. [30] В ней он обсуждает *геноцентричный взгляд на эволюцию.* По его мысли, эволюция рассматривается как соперничество и взаимодействие генов, а естественный отбор на уровне особей или популяций менее значим, чем отбор на уровне генов. В основе эволюции лежит увеличение способности генов копироваться. Гены можно сравнить с гребцами на лодках (которую представляют организмы). Успешные «команды» получают шанс далее участвовать в «соревнованиях», неудачники выбывают из игры.

В той же книге введено понятие «мема» – элемента культурной революции, аналогичного гену в биологии. «Эгоистичная» репликация может быть отнесена к элементам культуры – идеям, технологиям, религиям, стилям моды и т.д. Возможности человека и общества ограничены, поэтому очень часто «победитель получает всё».

Ряд учёных и философов, осваивая синергетический стиль мышления [7], приближается к признанию универсальности мыслеформы «высший гармонический ХАОСОПОРЯДОК», как синтез традиционных понятий «порядок» и «хаос», как аттрактор эволюции бытия.

Наиболее явно «движущиеся мыслеформы» используются в искусстве, где господствуют интуитивные озарения, скачки качества, «безумные» фантазии, свободное творчество. В XXI в. примером «мышления движения» стал наметившийся синтез науки и искусства, выразившийся в движении art-science [31].

Теология и философия. Здесь также пробивается тенденция объединения мировоззренческих учений с наукой и искусством на основе движения к аттрактору Абсолюта (аналога Брахмы, Дао, Бога, Аллаха…), т.е. высшему невыразимому мыслью первоначалу бытия, причине самого себя. Впрочем, здесь

также можно вспомнить Фейнмана: «Бог был изобретен для объяснения чудес. Его вечно изобретают для объяснения тех вещей, которые мы не понимаем».

В ходе развития религий люди стремились найти высшие силы, отвечающие за *духовное, идеальное и материальное начала,* и в конце концов пришли к монотеистическим религиям. По схожему пути сейчас идет физика, имевшая в начале XX в. триалистическую парадигму с тремя сущностями – *пространство-время – частицы – поля переносчиков взаимодействий.*

Физика XX в. развивала дуалистические подходы: «таким образом, в физике XX в. оказались представленными теории (программы) из разных физических (а точнее метафизических) парадигм, опирающихся на разные категории и принципы. Можно утверждать, что …исследования фактически представляли собой попытки опереться не на три, а на меньшее число из названных или обобщенных метафизических категорий. Естественно, что главным образом изучались возможности построения физической картины мира на основе **двух** метафизических категорий: обобщенной, объединяющей в себе две категории, и оставшейся» [32: 19,20]. Усилия ряда теоретиков направлены на построение геометрофизики, опирающейся на все **три** категории.

Homo sapiens. За тысячи лет эволюции познания мыслители всё более определённо осознают аттрактор «ВСЁ», притягивающий человека, т.е. стремление охватить мыслью ВСЁ бытие (как внешнее, так и внутреннее), создать «всеобщую науку». За последние четыре столетия об этом писали Р.Декарт, Г.Лейбниц, И.Кант, Г.Гегель, Ф.Шеллинг, В.С.Соловьёв. С конца XX в. среди философов возобновился проект «Интегральная философия» (К.Уилбер, В.И.Моисеев, С.А.Борчиков, В.Э.Войцехович и другие). Движение к аттрактору «ВСЁ» делает возможным достижение будущим человеком Абсолюта. При движении по траектории всё больших обобщений (в науке, философии, религии, искусстве) возможно преодоление границы относительного и слияние с абсолютным [33].

Таким образом, главная фундаментальная проблема современной науки – познание на основе переменных, движущихся мыслеформ.

Математическая метафора

Эйнштейн считал, что реальность является воплощением простейших математических элементов. Очевидно, на пути от Парменида к Гераклиту элементы, которые мы находим в реальности, будут изменяться, либо появятся новые фрагменты, помогающие осознать существующие. Подходящим жанром для того, чтобы заглянуть в будущее или связать желаемое с достигнутым, является метафора. Примером такого подхода является книга Ю.И.Манина «Математика как метафора», к которой мы не раз будем обращаться. [5]

Уточним этот жанр: «Чтобы понять, как именно математика применяется к пониманию реального мира, удобно рассмотреть её в трех модальностях как *модель, теорию, метафору.*

Математическая модель описывает (количественно или качественно) определенный класс явлений, но ни на что большее предпочитает не претендовать…

Теорию (имеется в виду математически сформулированная теория) от модели отличают в первую очередь б*о*льшие притязания… Та сила, что побуждает все время создавать теории – это концепция реальности, существующей независимо от материального мира и возвышающейся над ним, реальности, которую можно познать только с помощью математических инструментов…

Математическая *метафора*, в тех случаях, когда она претендует на статус инструмента познания, постулирует, что некоторый сложный набор явлений можно сравнить с какой-то математической конструкцией…

Математическая теория – это приглашение к построению работающих моделей. Математическая метафора – это приглашение к размышлению о том, что знаем» [5: 33-35].

Имея в виду междисциплинарность синергетики, естественно иметь в виду не только физические теории.

Последнее столетие позволяет осмыслить основную тенденцию – путь от существующего к возникающему. Это дорога от исследовательской программы Гильберта к направлению, развивавшемуся Пуанкаре, от чистой математики к прикладной, к «математическому экспериментариуму».

В 1900 г. на Математическом конгрессе в Париже выдающийся математик Давид Гильберт поставил 23 проблемы, решение которых должно было существенно продвинуть математику начавшегося века. Представление об этой программе дает таблица ниже. В ней есть много глубоких интересных проблем. В течение всего века исследователи трудились над решением большинства из них. Тем не менее многие из них являются внутренними теоретическими вопросами, связь которых со многими другими областями знания совсем не очевидна. Исключением является 6-я проблема, связанная с аксиоматизацией теоретической физики. На нынешний взгляд, физика в её современном понимании тогда, в 1900 г., ещё и не начала создаваться…

Таблица. Проблемы Гильберта

№	Статус	Краткая формулировка	Результат	Годы
1	решена	Проблема Кантора о мощности континуума (Континуум-гипотеза)	Доказано, что проблема неразрешима в ZFC. Нет единого мнения относительно того, является ли это решением проблемы.	1940, 1963
2	нет консенсуса	Непротиворечивость аксиом арифметики.	Требует уточнения формулировки	
3	решена	Равносоставленность равновеликих многогранников	Опровергнута	1900

№	Статус	Краткая формулировка	Результат	Годы
4	слишком расплывчатая	Перечислить метрики, в которых прямые являются геодезическими	Требует уточнения формулировки	
5	решена	Все ли непрерывные группы являются группами Ли?	Да	1953
6	частично решена	Математическое исследование аксиом физики	Зависит от интерпретации исходной постановки проблемы	
7	решена	Является ли число $2^{\sqrt{2}}$ трансцендентным (или хотя бы иррациональным)	Да	1934
8	есть прогресс	Проблема простых чисел (гипотеза Римана и проблема Гольдбаха)	Доказана тернарная гипотеза Гольдбаха.	
9	частично решена	Доказательство наиболее общего закона взаимности в любом числовом поле	Доказана для абелевого случая	
10	решена	Есть ли универсальный алгоритм решения диофантовых уравнений?	Нет	1970
11	частично решена	Исследование квадратичных форм с произвольными алгебраическими числовыми коэффициентами		
12	не решена	Распространение теоремы Кронекера об абелевых полях на произвольную алгебраическую область рациональности		
13	решена	Можно ли решить общее уравнение седьмой степени с помощью функций, зависящих только от двух переменных?	Да	1957
14	решена	Доказательство конечной порождённости алгебры инвариантов линейной алгебраической группы	Опровергнута	1959
15	частично решена	Строгое обоснование исчислительной геометрии Шуберта		
16	частично решена	Топология алгебраических кривых и поверхностей		
17	решена	Представимы ли определённые формы в виде суммы квадратов?	Да	1927
18	решена	Конечно ли число кристаллографических групп?	Да	1911
		Существуют ли нерегулярные заполнения пространства конгруэнтными многогранниками?	Да	1928
		Являются ли гексагональная и кубическая гранецентрированная упаковки шаров наиболее плотными?	Да	1998

№	Статус	Краткая формулировка	Результат	Годы
19	решена	Всегда ли решения регулярной вариационной задачи Лагранжа являются аналитическими?	Да	1957
20	решена	Все ли регулярные вариационные задачи с определёнными граничными условиями имеют решения, если в случае необходимости самому понятию решения придать расширенное толкование?	Да	1937–1962
21	решена	Доказательство существования линейных дифференциальных уравнений с заданной группой монодромии	Существуют или нет, зависит от более точных формулировок задачи	1992
22	частично решена	Униформизация аналитических зависимостей с помощью автоморфных функций		
23	есть прогресс	Развитие методов вариационного исчисления	Требует уточнения формулировки	

Иными словами, программа Гильберта была направлена на прояснение ряда вопросов, на повышение строгости доказательств, на то, чтобы эта область исследований осталась «наукой в себе».

Не вдаваясь в подробности пройденного пути, приведем цитату Р. Херша из книги «Что такое математика на самом деле»: «В момент возникновения Науки математика и религия были партнерами. От их союза произошли два отпрыска – Платонизм и Основания с притязаниями на знатность. (Математические истины суть вечные истины в уме Бога, интуиция, способность человека взаимодействовать с этими истинами может дать неоспоримые основания). После Канта этот союз распался, и религия была изгнана из страны Науки. Одна из главных защитниц Оснований, Евклидова геометрия, была вытеснена своими молодыми кузенами – Неевклидовыми геометриями, и была ущемлена Анализом и Арифметизацией. Их дитя Множество, обещало защитить отпрысков, но не смогло по причине своей нетвердости. Вопреки усилиям трех защитников – Лог(изцизма), Инт(уиционизма) и Форм(ализма) – Основания умерли. Платонизм выжил, и несмотря на то, что его теологические претензии гражданами государства Науки были преданы анафеме, доминирующая философия продолжала предоставлять ему убежище» [34: 15].

Невостребованность в последние десятилетия книг «Начала математики» группы выдающихся французских математиков Бурбаки, взявшихся строго построить предмет, опираясь на понятие множества, показывает серьезность проблемы традиционного взгляда на математическое знание.

Видимо, будущее этой дисциплины окажется связано со взглядами Пуанкаре, Эйнштейна и Арнольда, видевших в ней «мастерскую», создающую «образцы», которые будут находиться в разных сферах реальности. Пуанкаре был не только математиком, но и выдающимся физиком и философом. Его «геомет-

рический взгляд» на осмысление реальности оказался не менее глубоким, чем гильбертовская программа, делавшая акцент на алгебре.

Понятые математические структуры вновь и вновь продолжают находиться в разных областях науки. В самом деле, открытие странных аттракторов заставило определять *горизонт прогноза* во множестве моделей и коренным образом изменило алгоритмы обработки данных [13].

Блестящий математик Эрмит в конце XIX в. писал своему коллеге Стилтьесу о примере, построенном Вейерштрассом: «С омерзением и ужасом отворачиваюсь от этой зловредной язвы – непрерывных функций, нигде не имеющих производных». Однако эти функции – не что иное как объекты, обладающие *масштабной инвариантностью*.

В разных масштабах они выглядят одинаково или схожим образом. Осознание Бенуа Мандельбротом общности этого свойства в теории фракталов привело к тому, что исследователи начали искать и находить такие объекты всюду [35]. Естественно, это дало мощный стимул и для развития фрактальной геометрии.

Британским физиком и математиком Роджером Пенроузом были построены удивительные плитки (двух типов), *которыми можно заполнить плоскость только непериодическим образом*. Этот результат помог открыть квазикристаллы, обладающие симметрией, запрещенной в классической кристаллографии, и имеющие дальний порядок. По рентгенограммам кажется, что они обладают осью симметрии пятого порядка, что невозможно. Такие объекты были впервые обнаружены Д.Шехтманом в быстроохлажденном сплаве Al_6Mn. Эта работа была удостоена Нобелевской премии по химии в 1982 г. Позже подобные объекты были найдены в природных минералах.

И подобный список, демонстрирующий роль математики как «мастерской», можно продолжать и продолжать.

Среди метафор, которые заслуживают осмысления и могут определить дальнейшие направления поисков, стоит выделить три.

Первая метафора связана с революцией, которая произошла в области *искусственного интеллекта* (ИИ). В этой области можно выделить *нисходящий* (чистый) и *восходящий* (грязный) ИИ. В рамках первого направления предполагается, что есть сложная логическая система, позволяющая имитировать интеллектуальную деятельность человека. Второе направление имитирует установленные нейробиологические принципы работы мозга, алгоритмы установления связи между нейронами.

В своё время один из основоположников теории самоорганизации Сергей Павлович Курдюмов часто говорил ученикам: «Подождите десяток-другой лет и вы увидите революцию – синергетика преобразит мир». Он полагал, что это произойдет при исследовании природы, при пересмотре квантово-механического описания реальности. Однако революция оказалась связана с компьютерными системами и искусственным интеллектом.

Ведущим направлением нейробиологии сейчас является *коннекционизм*. Наши навыки и сознание, исходя из этого подхода, определяются самоорганизацией, происходящей в области взаимодействия нейронов. Связи между нейронами меняются в ходе их функционирования. Можно сказать, что наш мозг в жизни развивается, совершенствуя свои мыслеформы. Были созданы алгоритмы, позволяющие решать задачи распознавания образов в огромных массивах информации. Если раньше речь шла о сотнях нейронов и трех слоях, в которые они объединены, то сейчас создаются системы с миллиардами сенсоров и сотнями слоёв обработки информации. *Алгоритм обратного распространения ошибки* позволяет таким программам учиться, имея набор образов, и осуществлять самоорганизацию связей между нейронами (меняя их веса) в соответствии с заданной обучающей выборкой и опытом работы. Стратегическим ресурсом становятся уже не сами такие системы, а объем информации, доступный им. Китай и США становятся сверхдержавами ИИ, меняющего методы социального управления, производственную и военную сферы.

Соотношение систем с «грязным» и «чистым» ИИ представлено на рис. 3. Видно, что первые имеют значительное преимущество и обогнали вторые, превзойдя возможности человека во многих сферах.

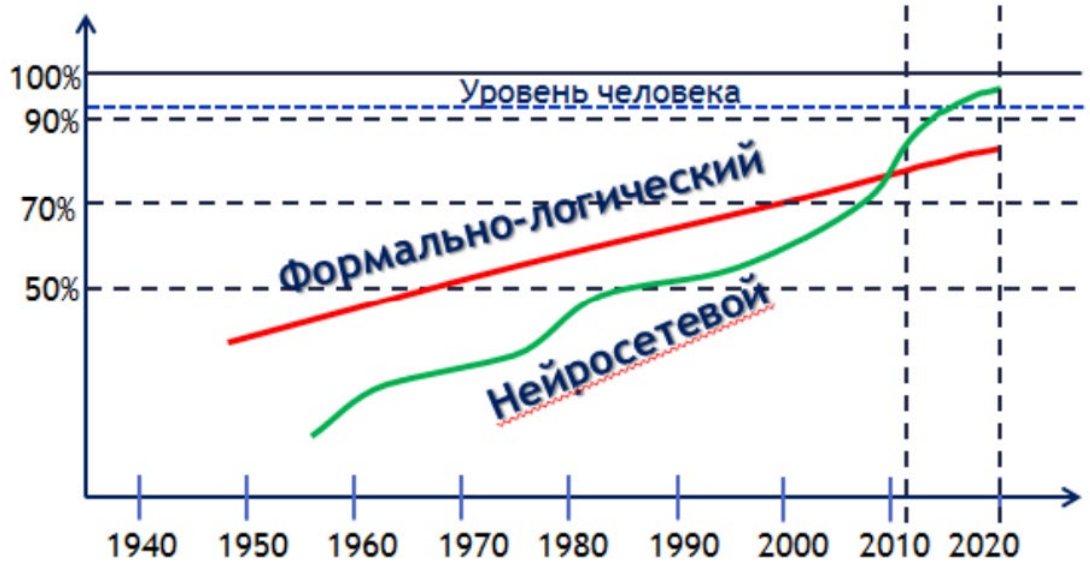


Рис. 3. Развитие формально-логических и нейросетевых систем искусственного интеллекта с течением времени

Происходящее может определить судьбу программирования. «Самообучение» машин происходит на много порядков быстрее, чем написание соответствующих программ человеком. Важной вехой стало «самообучение» игре в го программы AlphaGo. Первый вариант этой системы AlphaGo Lee выиграл у чемпиона мира по игре в го Ли Седоля со счетом 4:1. Следующие варианты программы уже не оставили людям никаких шансов. Причем версия AlphaGo Zero обучалась сама. Ей были сообщены только правила игры без какой-либо информации о партиях, сыгранных людьми. Две «части» машины играли друг с

другом, совершенствуя свои стратегии путем изменения связей между соответствующими нейронами. Развитие этого направления может преобразить научное пространство и саму реальность, многократно изменив возможности людей.

Возможности систем ИИ сейчас во многом определяются параметрами используемых суперкомпьютеров и, соответственно, огромными затратами энергии. Хотелось бы повысить их эффективность. Алгоритм обратного распространения ошибки, по сути, реализует метод Ньютона решения алгебраических уравнений. Возможно, есть другие, более эффективные схемы обучения системы нейронов.

Вторая метафора связана с выяснением возможностей человека. Огромное влияние на математику и информатику оказало создание машины Тьюринга – универсального механизма, позволяющего осуществить все известные алгоритмы. Созданные по классической схеме компьютеры представляют собой несовершенные воплощения этой машины. В течение многих лет психологи стремились рассматривать и наше сознание в качестве такой машины.

Поэтому особого внимания заслуживают проблемы, которые не могут быть решены с помощью такой машины, но которые, тем не менее, решают люди. Такие задачи важны тем, что они позволяют осмыслить принципиальные отличия сознания от машин и механизмов, дающие нам «дополнительные возможности» [36].

Одной из таких задач является поиск плиток, которыми можно заполнить плоскость только непериодическим образом.

Эта задача была решена Роджером Пенроузом с помощью двух плиток (см. рис. 4), решение этой задачи привело к формулировке множества интересных идей относительно сущности и механизмов работы нашего сознания [37].

Эти плитки получаются в результате разрезания параллелограмма с углами 36° и 144° на части, называемые «дротиком» и «воздушным змеем». Однако заполнять плоскость нужно только так, чтобы красные линии непрерывно соединялись с красными, а зеленые с зелеными. Пример части заполнения плоскости показан внизу. Здесь тонкие и толстые красные линии непрерывно продолжают друг друга. Отношение числа «дротиков» к числу «змеев» при заполнении всей плоскости стремится к иррациональному числу.

Здесь есть и ещё один важный момент – возможность кардинально изменить экспериментальные базы психологии. Приведем пример кардиологии. Искусство чтения кардиограмм, снятых в течение нескольких минут, – важное искусство, которым владеют специалисты. Однако возможность следить за сердечной активностью в течение суток, которую дала современная электроника, кардинально меняет ситуацию. Возникает другая, гораздо более полная и глубокая информация, а также возможность прогнозировать и предупреждать многие опасные болезни…

Системы ИИ, которые могут постоянно быть с человеком, фиксировать его действия, сообщения, приходящую к нему информацию, могут стать основой новой психологии.

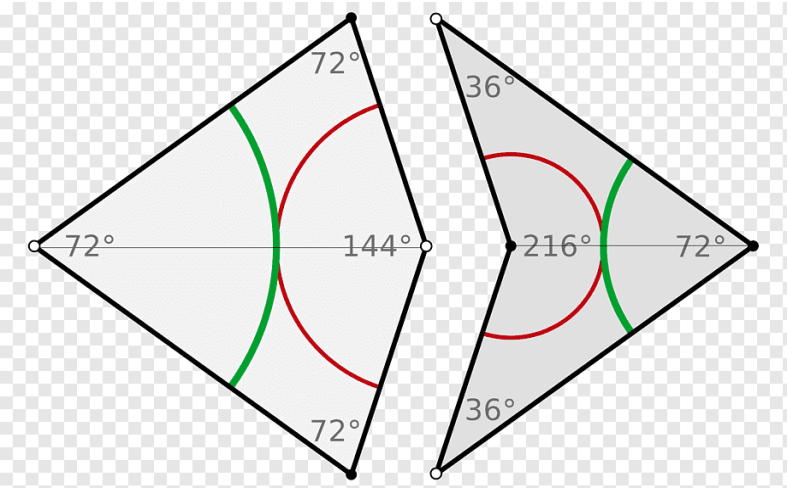


Рис. 4. Плитки Пенроуза, которыми можно заполнить плоскость только непериодическим образом

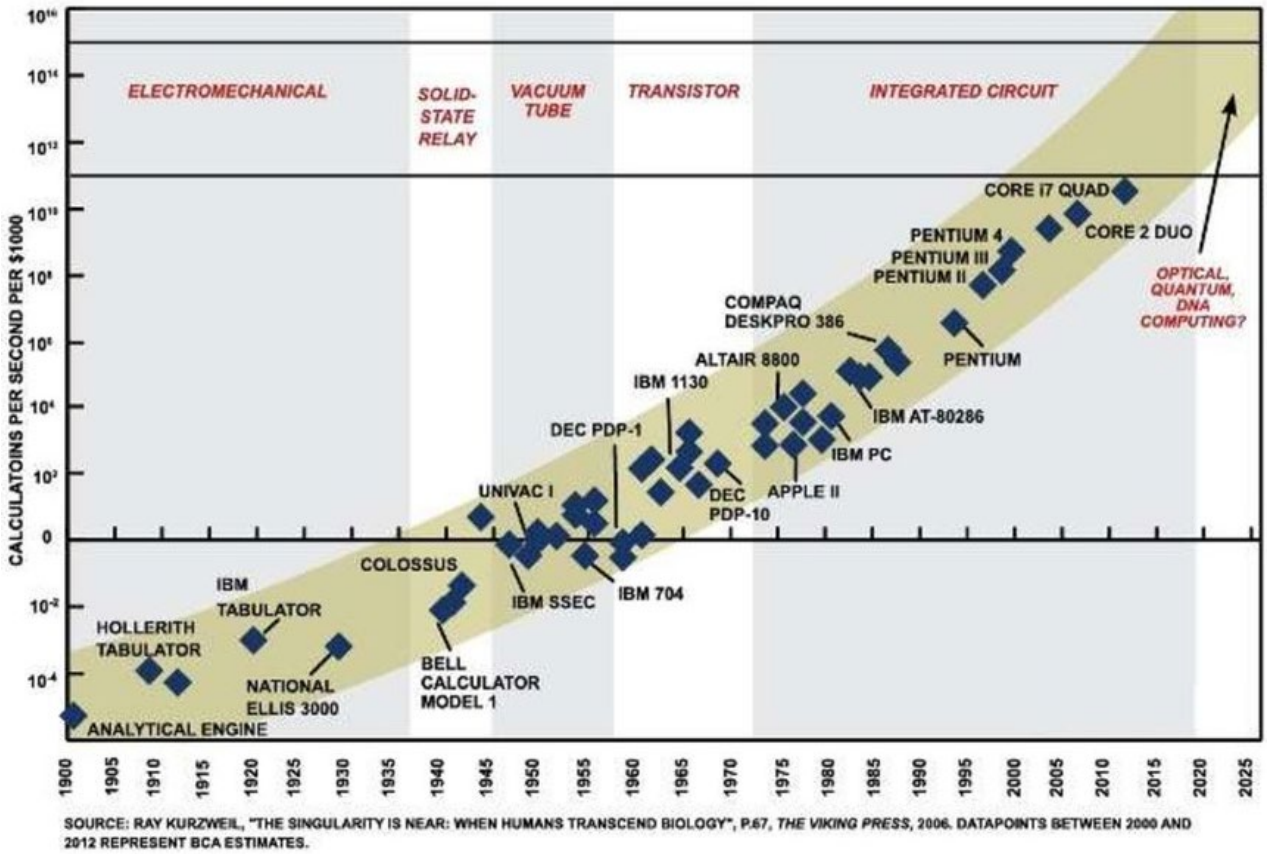
Третья метафора, пожалуй, связана с фразой из романа Курта Воннегута: «Над чем бы ученые ни работали, у них всё равно получается оружие». Математика, в течение многих веков являвшаяся предметом занятий немногих увлеченных людей и важным школьным предметом, превратилась в отрасль промышленности, имеющую стратегическое значение. Более полувека действует закон Мура – степень интеграции элементов на кристалле, а с ним и быстродействие вычислительных машин Q удваивается каждые 2 года: $Q \sim 2^{t/2}$.

Ныне в мире работает 6,2 млрд компьютеров, а быстродействие современных суперкомпьютеров в 10^{18} раз больше, чем первых образцов (см. рис. 5). Более того, проведение каждой операции становится всё дешевле (см. рис. 6).

Очевидно, что количество должно перейти в качество. Обычно лошадь ставится впереди телеги – сначала осознается и ставится проблема, а затем создаются инструменты для решения. С компьютерной техникой произошло наоборот – ни одна отрасль не развивалась с подобной скоростью.

Влияние на экономику, на научную сферу и военные технологии оказалось совсем не таким большим, как ожидалось. Хотя, конечно, влияние современных вычислительных алгоритмов на многие отрасли, связанные с математикой, и на саму математику оказалось огромным.

Тем не менее произошедший «вычислительный взрыв» («мегабитовая бомба») поставил общество в состояние бифуркации, от которой кардинальным образом зависит его будущее. Выделим только три ключевых направления.



SOURCE: RAY KURZWEIL, "THE SINGULARITY IS NEAR: WHEN HUMANS TRANSCEND BIOLOGY", P.67, *THE VIKING PRESS*, 2006. DATAPOINTS BETWEEN 2000 AND 2012 REPRESENT BCA ESTIMATES.

Рис. 5. Быстродействие калькуляторов в ходе развития вычислительной техники

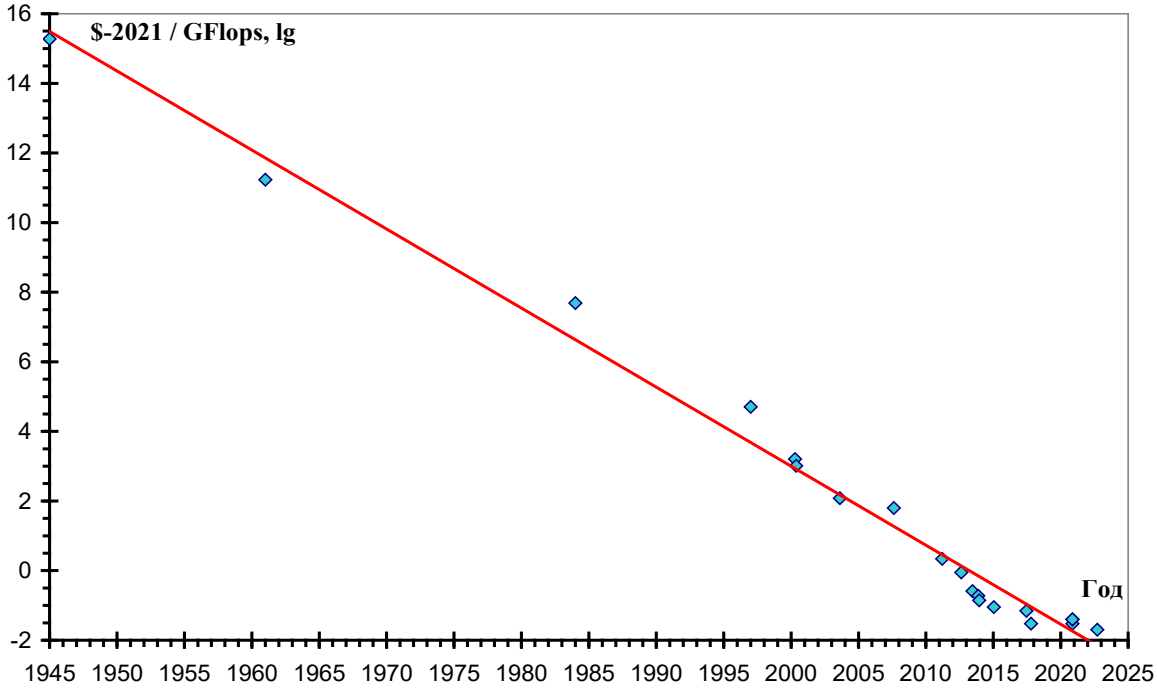


Рис. 6. Стоимость вычислений (по данным https://en.wikipedia.org/wiki/FLOPS)

Прозрачный мир. Интернет, социальные сети, мобильные телефоны, датчики на улицах делают жизнь каждого человека наблюдаемой, прозрачной. Кант считал, что в ходе своего развития человечество идет ко всё большей свободе. Компьютерные технологии ломают эту тенденцию. Пандемия COVID-19 показала возможность эффективного социального контроля за всем обществом.

Компьютерная реальность становится важнейшим инструментом социального управления. Именно этот путь развития предлагают рекомендации Давосского экономического форума. В книге «Четвертая промышленная революция» основатель этого форума Клаус Шваб перечислил 21 веху развития, которые должны быть пройдены до 2025 г. Среди них «90% людей имеют возможность неограниченного и бесплатного (поддерживаемого рекламой) хранения данных; 1 триллион датчиков, подключенных к сети Интернет; Первый имеющийся в продаже имплантируемый мобильный телефон; 90% населения используют смартфоны, 90% населения имеют регулярный доступ к сети Интернет» [38: 39].

Такой уровень наблюдаемости общества, ставший возможным благодаря используемым компьютерным инструментам, приведет к новому уровню его управляемости, к новой эпохе, которую французский социолог Жак Аттали назвал *эрой гиперконтроля*: «*Наблюдение* – модное словечко грядущих времен. Наступит время гиперконтроля. С помощью новейших технологий можно будет узнать всё о происхождении продукции и передвижении людей, что в далеком будущем станут использовать для военных целей… Ничего не удастся держать в секрете, больше не останется причин для скромности и скрытности. Все будут знать все обо всех. У людей исчезнет чувство стыда и одновременно увеличится толерантность» [39: 177,178].

Естественно, меч рождает щит. Конечно, не все захотят жить в этом дивном новом мире гиперконтроля. Очевидно, стремительно будут развиваться инструменты защиты и сокрытия информации и возникать альтернативные социальные структуры.

Второе направление связано с созданием инструментов для анализа биологических систем. В геноме человека около 3 млрд оснований. Жизнь человека невелика – он не может затратить хотя бы секунду на анализ каждого основания в своем геноме. Цена секвенирования генома за 10 лет уменьшилась в 20 тыс. раз (см. рис. 7). Прогресс представляется удивительно быстрым. Пока мы не умеем эффективно «читать» эту информацию, но это дело обозримого будущего. Очевидно, этим будут заниматься компьютерные системы. Биолог Дж. Уотсон – один из ученых, открывших двойную спираль, – предсказывает, что ещё когда ребенок будет в утробе матери, мы сможем прочесть его геном и узнать, кто придет в это мир – выдающийся математик, спортсмен, маньяк и т.д. Это, с одной стороны, позволит учить людей именно тому, к чему у них есть способности. С другой стороны, это может кардинально изменить социальную структуру, о чем не раз писали фантасты. Здесь также придется делать выбор.

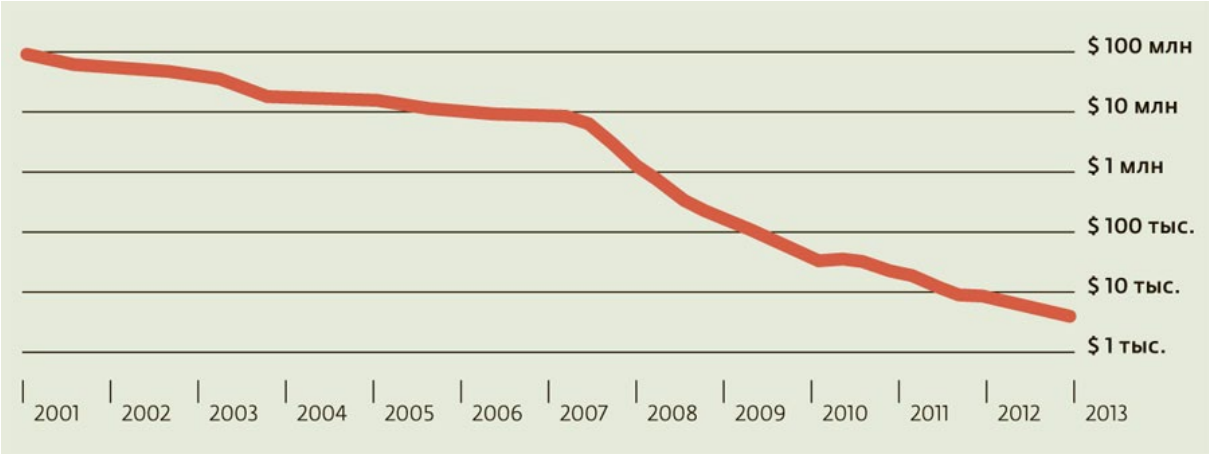


Рис. 7. Изменение стоимости секвенирования генома человека в зависимости от времени

Третье направление напрямую связано с эволюцией. Несколько лет назад исследовательницы Дудна и Шарпантье получили Нобелевскую премию по химии 2020 г. за разработку технологии CRISPR/Cas9, которая позволяет редактировать геном. До этого мы имели дело с *вертикальной эволюцией* – сложным, долгим процессом, в течение тысячелетий формировавшим биосферу Земли. Данная технология открывает путь для *горизонтальной эволюции* – созданию растений, животных, микроорганизмов, людей с желаемыми свойствами. Американский социолог Фрэнсис Фукуяма полагал, что применение таких технологий приведет к катастрофе для человечества [40]. Очевидно, и здесь пришло время выбора.

Будем надеяться, что точки бифуркации, которые ждут человечество на пути от существующего к возникающему, от Парменида к Гераклиту, будут пройдены успешно.

Литература

1. *Громов М.* Кольцо тайн: Вселенная, математика, мысль. – М.: МЦНМО, 2017. – 335 с.
2. *Рассел Б.* История западной философии [В 2 т.]. ТI. [Кн.1,2]. / Пер. с англ. В.В.Целищев. – М.: АСТ, 2017. – 768 с. – (Эксклюзивная классика)
3. *Млодинов Л.* Радуга Фейнмана: Поиск красоты в физике и в жизни / Пер. с англ. Ш.Мартыновой. – М.: Livebook, 2015. – 240 с.
4. *Владимиров Ю.С.* Метафизика / 2-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. – 568 с.
5. *Манин Ю.И.* Математика как метафора/ 2-е изд. – М.: МЦНМО, 2010. – 424 с.
6. *Сноу Ч.П.* Две культуры и научная революция // Портреты и размышления: Эссе. Интервью. Выступления / Пер. с англ. Д.М.Урнов, М.П.Тугушева. – М.: Прогресс, 1985. С. 195-226.
7. *Малинецкий Г.Г.* Синергетика – новый стиль мышления: Предметное знание, математическое моделирование и философская рефлексия в новой реальности. – М.: Ленанд, 2022. – 288 с.
8. *Стёпин В.С.* Человек. Деятельность. Культура. – СПб.: СПбГУП, 2018. – 800 с. – (Почетные доктора Университета)
9. *Хакен Г.* Синергетика / Пер. с англ. В.И.Емельяновой под ред. Ю.Л.Климонтовича, С.М.Осовца. – М.: Мир, 1980. – 480 с.
10. *Моисеев Н.Н.* Математика ставит эксперимент. О построении математических моделей / Изд. 2. – М.: URSS, 2021. – 232 с.
11. Мне нужно быть: Памяти Сергея Павловича Курдюмова / Ред. З.Е.Журавлёва. – М.: Красанд, 2010. – 480 с.
12. *Пригожин И., Стенгерс И.* Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой. – М.: Прогресс, 1986. – 432 с.
13. *Ахромеева Т.С., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Самарский А.А.* Структуры и хаос в нелинейных средах. – М.: Физматлит, 2007. – 488 с.
14. *Моисеев Н.Н.* Универсальный эволюционизм. (Позиция и следствия) / Вопросы философии. 1991, №3, 3-28.
15. *Кокстер Г.С.М.* Введение в геометрию. – М.: Наука, 1966. – 648 с.
16. *Арнольд В.И.* Политматематика: Является ли математика единой наукой или набором ремесел / Математика: границы и перспективы. https://knigogid.ru/books/1957539-matematika-granicy-i-perspektivy/toread/
17. *Белл Д.* Грядущее постиндустриальное общество: Опыт социального прогнозирования/ Изд. 2-е. – М.: Academia, 2004. – 944 с.
18. *Гайденко П.П.* Проблема времени у Канта: Время как априорная форма чувственности и вневременности вещей в себе // Вопросы философии. 2003, №9, с.134-150.
19. *Ровелли К.* Срок времени / Пер. с итал. Д.Балона. – М.: АСТ, CORPUS, 2020. – 224 с. (Библиотека фонда «Траектория»)
20. *Арнольд В.И.* Экспериментальная математика. – М.: ФАЗИС, 2005. – 63 с.
21. *Лакатос И.* Фальсификация и методология научно-исследовательских программ. – М.: Медиум, 1995. – 236 с.
22. *Моисеев В.И.* Логика открытого синтеза – Т.1: Структура, Природа и Душа – Кн.1. – СПб: Миръ, 2010. – 744 с.
23. *Котов Ю.Б.* Новые математические подходы к задачам медицинской диагностики. – М.: Эдиториал УРСС, 2004. – 328 с. – (Синергетика: от прошлого к будущему. №17)
24. *Колесников А.В.* Нелинейная социодинамика конкурентных социотипов молекулярного и космического человека / Проектирование будущего. Проблемы цифровой реальности / Под ред. Г. Г. Малинецкого. – М.: ИПМ им. М.В.Келдыша, 2021. С.209-219.

25. *Заславский Г.М.* Физика хаоса в гамильтоновых системах. / Пер. с англ. Т.Н.Драгунова, А.Д.Морозова. – М. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 288 с.

26. *Маклейн С.* Категории для работающего математика. – М.: Физматлит, 2004. – 352 с.

27. *Чернавский Д.С.* Синергетика и информация: Динамическая теория информации/ Изд. 5-е. – М.: Ленанд, 2017. – 304 с. – (Синергетика: от прошлого к будущему. №13)

28. *Прист Г.* За пределами мысли. – М.: Канон+ РООИ «Реабилитация», 2022. – 464 с.

29. *Бессьер Л., Бессон Ж., Буало М.* Доказательство гипотезы Пуанкаре (по работам Г. Перельмана) // Математическое просвещение 3(24), 53-69 (2019).

30. *Докинз К.Р.* Эгоистичный ген / Пер. с англ. Н. Фоминой. – М.: АСТ: Corpus, 2013. – 512 с.

31. *Малинецкий Г.Г., Войцехович В.Э., Вольнов И.Н., Колесников А.В., Скиба И.Р., Сорокo Э.М.* Красота и гармония в цифровую эпоху: Математика – искусство – искусственный интеллект. Будущее и гуманитарная революция. – М.: Ленанд, 2021. – 240 с.

32. *Владимиров Ю.С.* Метафизика. – М.: Бином. Лаборатория Знаний, 2002. – 550 с.

33. *Войцехович В.Э.* Единое: От онтологии к гносеологии // Теория и практика общественного развития. 2012, №6. 23-26.

34. *Целищев В.В.* Философия математики на переломе тысячелетий: Смена парадигм / Изд. 2-е. – М.: Ленанд, 2021. – 224 с.

35. *Мандельброт Б.Б.* Фрактальная геометрия природы / Пер. с англ. А.Р.Логунов. – М.: ИКИ, 2010. – 656 с.

36. *Пенроуз Р.* Новый ум короля: О компьютерах, мышлении и законах физики / Пер. с англ. под общ. ред. В.О.Малышенко / Предисл. Г. Г. Малинецкого / Изд.4. – М.: ЛКИ, 2011. – 400 с. – (Синергетика: от прошлого к будущему. №7)

37. *Пенроуз Р.* Тени разума. В поисках науки о сознании / Пер. с англ. А. Р. Логунова, Н. А. Зубченко. – М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 658 с.

38. *Шваб К.* Четвертая промышленная революция. – М.: Издательство «Э», 2017. – 208 с. – (Top Business Awards)

39. *Аттали Ж.* Краткая история будущего / Пер. с франц. Е.Пантелеевой. – СПб: Питер, 2014. – 288 с.

40. *Фукуяма Ф.* Наше постчеловеческое будущее: Последствия биотехнологической революции / Пер. с англ. М.Б.Левина. – М.: ООО «Издательство АСТ»; ОАО «ЛЮКС», 2004. – 349 с. – (Philosophy)

Содержание

Проблема 3
Изменение взгляда на математику 4
Проблема пропасти двух культур 5
Проблема описания взаимодействия 7
Решение проблемы 11
Новый рационализм 21
Закон обобщённого тождества 22
Математическая метафора 32