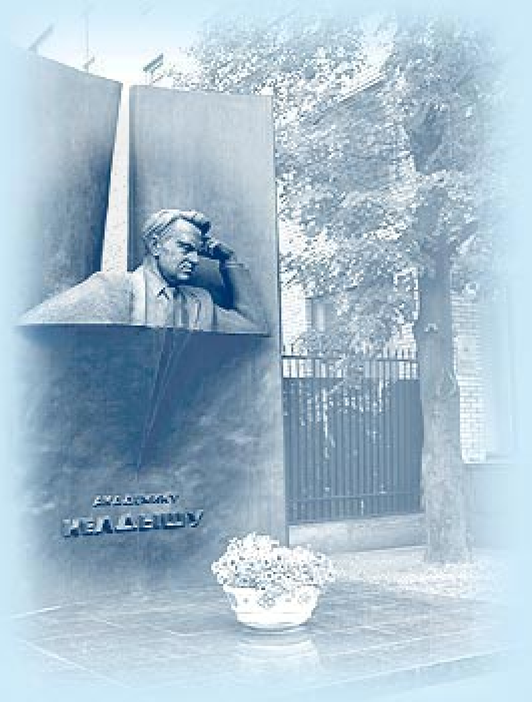
[ИПМ им.М.В.Келдыша РАН](https://keldysh.ru) • [Электронная библиотека](https://library.keldysh.ru)

[Препринты ИПМ](https://library.keldysh.ru/prep_qf.asp) • [Препринт № 56 за 2022 г.](https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2022-56)



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

В.О. Цветкова

Численное моделирование турбулентного обтекания неподвижного винта дрона с использованием метода погруженных границ

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Цветкова В.О. Численное моделирование турбулентного обтекания неподвижного винта дрона с использованием метода погруженных границ // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2022. № 56. 24 с.
https://doi.org/10.20948/prepr-2022-56
https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2022-56

О р д е н а   Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Р о с с и й с к о й   а к а д е м и и   н а у к

В.О. Цветкова

Численное моделирование турбулентного обтекания неподвижного винта дрона с использованием метода погруженных границ

Москва — 2022

Цветкова В.О.

Численное моделирование турбулентного обтекания неподвижного винта дрона с использованием метода погруженных границ

В предложенной работе исследуется возможность моделирования течения близи винта дрона на односвязной сетке с использованием метода погруженной границы. Важной частью методики является адаптация подвижной, сохраняющей свою топологию сетки к поверхности обтекаемого тела. Положение и форма тела задаются интерполяционной решеткой, на которой хранится функция расстояния до поверхности тела, а также ряд параметров геометрии. Метод, описанный в данной работе, как правило, применяется для моделирования течения вблизи подвижных тел, но здесь рассматривается стационарная постановка для оценки возможностей применения предложенного метода для моделирования течения вблизи тел сложной формы, где присутствуют участки высокой кривизны и тонкие кромки. Для предложенной постановки задачи приводятся результаты расчета, проведенного классическим методом на сетке, согласованной с телом, и результаты моделирования, полученные с использованием метода погруженных границ на односвязной сетке. В работе анализируется сравнение результатов данных подходов, оценивается возможность применения метода погруженной границы в комбинации с сеточной адаптацией для моделирования обтекания тел сложной формы и обозначаются слабые места предложенного подхода.

Ключевые слова: адаптация сетки, метод прогруженных границ, турбулентное обтекание, неструктурированные сетки

Valeriia Olegovna Tsvetkova

Turbulent flow simulation near fixed drone propeller using immersed boundary method

Current paper investigates the possibility of modeling the flow near the drone propeller on a simply connected mesh using the immersed boundary method and calculating its aerodynamic characteristics. An important part of the technique is the moving mesh adaptation to the surface of a streamlined body that retains its topology. The position and shape of the body are given by an interpolation grid, which stores the function of the distance to the body surface, as well as a number of geometry parameters. The method described in this paper is usually used to simulate flow near moving bodies, but here a stationary formulation is considered to assess the possibilities of using the proposed method for modeling flow near bodies of complex shapes where there are areas of high curvature and thin edges. For the proposed formulation of the problem, the results of the calculation carried out by the classical method on a body-fitted mesh and the results of modeling obtained using the method of immersed boundaries on a simply connected mesh are presented. The paper compares the results of these approaches, evaluates the possibility of using the immersed boundary method in combination with mesh adaptation to simulate the flow around bodies of complex shapes, and identifies the weaknesses of the proposed approach.

Key words: mesh adaptation, immersed boundary method, turbulent flow, unstructured meshes

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 20-31-90052

Оглавление

1. Введение

Задача обтекания подвижных тел имеет исключительно важное значение для современной вычислительной аэродинамики. Моделирование турбулентного потока в присутствии одного или нескольких подвижных тел или вблизи тела с подвижными элементами конструкции требует особых техник в работе с геометрией и расчетной сеткой, а также стимулирует развитие специальных подходов к моделированию. Данная работа посвящена тестированию разрабатываемой методики моделирования обтекания подвижных тел с использованием метода погруженной границы и анизотропной сеточной адаптации.

В данной работе используется метод штрафных функций Бринкмана [1], в рамках которого наличие границы тела моделируется внесением дополнительных источниковых членов в расчетные уравнения. Источники определяют тело как среду с высокой степенью непроницаемости, их величины отличны от нуля только в точках, лежащих внутри геометрического положения движущегося объекта. В общем случае для моделирования обтекания подвижного тела пришлось бы использовать расчетную сетку с размером элементов, соответствующим разрешению в пристеночной области, по всей предполагаемой области движения. Вместо работы с однородными подробными сетками большой размерности, обеспечивающими необходимый для пограничных слоев шаг по пространству во всей расчетной области, предлагается использовать сетку умеренных размеров с ее динамической адаптацией к поверхности «погруженного» в сетку тела. Примененная к относительно грубой сетке адаптация перераспределяет вершины таким образом, чтобы лучше аппроксимировать форму подвижной геометрии. Согласно такому подходу, главным входным параметром для адаптации выступает функция расстояния. Важной особенностью используемого метода является неизменность сеточной топологии, что сохраняет структуру алгоритма и, в частности, сильно упрощает реализацию параллельной версии.

Управление адаптацией осуществляется с использованием нескольких параметров, определенных формой тела. Главными входными параметрами алгоритма адаптации выступают функция расстояния со знаком и ее градиент. Для лучшего учета особенностей геометрии могут использоваться поверхностные параметры геометрии, такие как нормальные кривизны и расстояния до медиальных осей. Важную роль в представленной методике играет скорость вычисления расстояния в узлах сетки. Тело постоянно перемещается, а значит, требуется эффективный метод пересчета расстояний для использования на каждой итерации по времени. Для минимизации вычислительной стоимости этой процедуры на этапе подготовки геометрии по заданной триангуляции строится восьмеричное дерево, называемое далее интерполяционной решеткой. В вершинах интерполяционной решетки хранятся значения функции расстояния со знаком, компоненты ее градиента и дополнительные параметры формы, экстраполированные с поверхности тела. Заданная в виде восьмеричного дерева решетка движется вместе с телом и позволяет вычислить новое расстояние в любой точке расчетной области за конечное время.

Для решения задачи обтекания вращающегося винта квадрокоптера представленный метод прошел серию тестирований на двумерных модельных задачах [2], а сейчас проходит тестирование на трехмерной постановке. Основная цель данной работы – показать возможность использования предложенного подхода для решения задачи обтекания винта в упрощенной постановке. Исследование позволяет не только рассмотреть особенности применения метода погруженной границы для обтекания сложных трехмерных тел, но и создает основу для дальнейшего использования описанного подхода для моделирования винта в более сложных постановках, таких как обтекание вращающегося винта и обтекание нескольких вращающихся близко расположенных винтов в присутствии неподвижного фюзеляжа дрона.

В работе приведены результаты моделирования обтекания винта дрона двумя методами: классическим методом с применением согласованной с границей сетки и методом погруженных границ. Полученные результаты сопоставлялись между собой и показали хорошее согласование.

2. Математическая модель и численный метод

2.1 Математическая модель

В реальных авиационных приложениях требуется решать задачи, характеризуемые столь большими числами Рейнольдса и высокими скоростями, что корректное численное решение уравнения Навье-Стокса требует недостижимого пока сеточного разрешения по пространству и времени. Поэтому для расчета внешнего обтекания потоком газа в таких задачах используется система осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса для вязкого сжимаемого газа. В данной работе в качестве замыкания этой системы будем использовать модель турбулентности Спаларта-Аллмараса [3]. Для записи системы осреднённых уравнений Навье-Стокса в виде законов сохранения введем вектор консервативных переменных

$$\mathbf{Q} = (\rho, \rho \boldsymbol{u}, E, \rho\tilde{\nu})^T,$$

где $\boldsymbol{u} = (u_1, u_2, u_3)$ – вектор скорости, ρ – плотность, $E = \rho \boldsymbol{u}^2 / 2 + \rho\varepsilon$ – полная энергия, ε – удельная внутренняя энергия, связанная с давлением p уравнением состояния совершенного газа – $p = \rho\varepsilon(\gamma - 1)$, $\gamma = 1.4$ – показатель адиабаты. Величина $\tilde{\nu}$ – эволюционная переменная, через которую, согласно модели Спаларта-Аллмараса, определяется коэффициент турбулентной вязкости μ_T:

$$\mu_T = \rho\tilde{\nu}\frac{\chi^3}{\chi^3 + 357.911},\ \chi = \frac{\rho\tilde{\nu}}{\mu},$$

где μ – коэффициент динамической молекулярной вязкости.

Тогда систему осреднённых уравнений Навье-Стокса можно записать в следующем векторном виде:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}+\nabla\cdot(\mathcal{F}^C(\mathbf{Q})-\mathcal{F}^D(\mathbf{Q},\nabla\mathbf{Q}))=\boldsymbol{S}(\mathbf{Q},\nabla\mathbf{Q}). \qquad (1)$$

В системе (1) введены составные вектора $\mathcal{F}^C$, $\mathcal{F}^D$, каждая компонента которых $\mathbf{F}_i^C$ и $\mathbf{F}_i^D$ в координатном направлении $x_i (i=1,2,3)$ представляет собой вектор потока конвективного переноса и вектор потока диффузии соответственно.

Вектор потоков конвективного переноса задается как функция физических переменных $\rho, \mathbf{u}, p, \tilde{\nu}$ следующим образом:

$$\mathbf{F}_i^C\left(\mathbf{Q}\right)=(\rho u_i,\ \rho u_i\mathbf{u}+p\mathbf{I},\ (E+p)u_i,\ \rho\tilde{\nu}u_i)^T, \qquad (2)$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица. Вектор потоков диффузии определяется как функция физических переменных и их градиентов по формуле:

$$\mathbf{F}_i^D\left(\mathbf{Q},\nabla\mathbf{Q}\right)=\left(0,\ \tau_{i1},\ \tau_{i2},\ \tau_{i3},\ \tau_{ij}u_j+q_i,\ \frac{3}{2}\left(\mu+\rho\tilde{\nu}\right)\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_i}\right)^T, \qquad (3)$$

где компоненты вязкого тензора вязких напряжений τ_{ij} и вектора теплового потока q_i имеют вид:

$$\tau_{ij}=\left(\mu+\mu_T\right)\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\right),\ q_i=\left(\frac{\mu}{\Pr}+\frac{\mu_T}{\Pr_T}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}, \quad (4)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера, μ – коэффициент молекулярной вязкости, $\Pr=0.72$, $\Pr_T=1$ – молекулярное и турбулентное число Прандтля.

Вектор $\mathbf{S}\left(\mathbf{Q},\nabla\mathbf{Q}\right)$ представляет собой источниковый член, описывающий влияние вешних сил, не связанных с процессами переноса искомых переменных $\mathbf{Q}$:

$$\mathbf{S}\left(\mathbf{Q},\nabla\mathbf{Q}\right)=\left(0,\ 0,\ 0,\ P_\nu\left(\mathbf{Q},\nabla\mathbf{Q}\right)-Y_\nu\left(\mathbf{Q},\nabla\mathbf{Q}\right)+0.992\nabla\tilde{\nu}\cdot\nabla\tilde{\nu}\right)^T. \qquad (5)$$

Вид членов $P_\nu(\mathbf{Q},\nabla\mathbf{Q})$, $Y_\nu(\mathbf{Q},\nabla\mathbf{Q})$, описывающих, соответственно, генерацию и дисперсию турбулентности, приведены в статье [3].

На границе между твердым телом Ω_B и средой Ω_f стоит условие прилипания:

$$\mathbf{u}\,|_{\partial\Omega_B} = \mathbf{u}_B . \quad (6)$$

В настоящей работе условие (6) на погруженной границе тела выполняется за счет применения метода штрафных функций Бринкмана. Использование этого метода модифицирует математическую модель путем добавления дополнительных источниковых членов в осредненные уравнения Навье-Стокса, которые действуют только в области расположения обтекаемого твердого тела. Модифицированный вектор источниковых членов согласно методу Бринкмана выглядит следующим образом:

$$\mathbf{S}^{penal}(\mathbf{Q},\nabla\mathbf{Q}) = \mathbf{S}(\mathbf{Q},\nabla\mathbf{Q}) + \left(0,\ \frac{\chi}{\eta}\rho(u_i - u_{Bi}),\ \frac{\chi}{\eta}\rho u_i(u_i - u_{Bi}),\ \frac{\chi}{\eta}\rho\nu\right), \quad (7)$$

где функция $\chi(t)$ определяет положение тела в каждый момент времени:

$$\chi(t) = \begin{cases} 1,\ x \in \overline{\Omega_B}(t) \\ 0,\ x \in \Omega_f(t). \end{cases} \quad (8)$$

Малый параметр η (параметр пенализации) определяет скорость релаксации скорости потока к скорости движущегося тела $\mathbf{u}_B$. В рассматриваемой задаче параметр пенализации был равен 10^{-4}.

2.2 Численный метод

Численный метод решения системы (1) основан на следующих методах. Конвективные потоки аппроксимированы при помощи EBR (Edge-Based Reconstruction) схемы, основанной на квазиодномерной реконструкции переменных на расширенном, ориентированном вдоль сеточного ребра шаблоне [4]. EBR схема относится к вершинно-центрированным методам, предполагающим, что неизвестные физические и консервативные переменные определены в вершинах сетки, вокруг которой построены расчетные ячейки дуальной сетки. Для аппроксимации конвективных потоков в уравнении Навье-Стокса используется метод конечных объёмов, где в качестве конечных объемов выступают ячейки дуальной сетки. Вязкие члены аппроксимированы с помощью конечно-элементного метода с линейными базисными функциями. Для интегрирования по времени используется неявная схема второго порядка и итерации Ньютона для линеаризованной системы уравнений, дискретизированной по пространству. На каждой ньютоновской итерации соответствующая система линейных уравнений решается с помощью стабилизированного метода бисопряжённых градиентов.

2.3 Метод адаптации подвижной неструктурированной сетки

Расчетная сетка рассматривается как упругий материал, который подвергается сжатию вблизи границы движущегося тела. Упругая деформация, зависящая от времени, задается d-мерным отображением $x(\xi,t): R^d \times R \to R^d \times R$.

Пусть C обозначает матрицу Якоби отображения $x(\xi,.)$, где $c_{ij} = \dfrac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$. Пусть $x^n(\xi)$ - отображение исходной сетки в сетку на момент времени t^n.

Чтобы сформулировать вариационную задачу для сеточной адаптации на дифференциальном уровне, нужно ввести предположение, что $x^n(\xi)$ – квазиизометрический диффеоморфизм. Деформация на момент времени t^{n+1} определяется решением вариационной задачи [5]

$$F(x(\xi,t), x^n(\xi)) = \int_{\Omega_\xi} W(Q(x^n,t)\nabla_\xi x(\xi,t)H(\xi)^{-1})\det H d\xi. \quad (9)$$

Мы рассматриваем отображение треугольника с координатами вершин (h_0,h_1,h_2) в лагранжевой системе координат в области Ω_ξ на треугольник с координатами вершин (p_0,p_1,p_2) в эйлеровой системе координат в области Ω_x. Лагранжевы координаты вморожены в начальную сетку, а эйлеровы являются декартовыми координатами в расчётной области. В данном случае области $\Omega = \Omega_x = \Omega_\xi$. $H = (p_1 - p_0, p_2 - p_0)$. Матрица $G_x(x,t) = Q^T Q$ определяет метрический тензор в эйлеровых координатах. В функционале (9) функция $W(C)$ обозначает поливыпуклый упругий потенциал (внутреннюю энергию), которая является взвешенной суммой меры искажения формы и меры искажения объема:

$$W(C) = (1-\theta)\frac{\left(\frac{1}{d}\operatorname{tr}(C^T C)\right)}{\det C^{2/d}} + \frac{1}{2}\theta\left(\frac{1}{\det C} + \det C\right). \quad (10)$$

В большинстве случаев $\theta = 4/5$. Упругий потенциал достигает минимума, когда деформация изометрична, то есть когда допустимы только поворот и параллельный перенос.

Пусть граница подвижного деформируемого тела в момент времени t задается как нулевая изоповерхность скалярной функции $u(x,t)$. Предполагается, что $u(x,t)$ близка к функции расстояния со знаком от границы тела, поскольку в реальных задачах вычисление точной функции расстояния, как правило, не имеет смысла, а используются ее различные приближенные варианты.

Метрический тензор G_x может быть записан как $G_x = U\Sigma^2 U^T$, где столбцы U являются собственными векторами G_x, а Σ^2 – диагональная матрица с элементами на диагонали σ_i^2, т.е. собственными значениями G_x. В каждой точке расчетной области можно задать локально оптимальные координаты с помощью аффинного преобразования с матрицей $Q = \Sigma U^T$. Говорят, что расчетная сетка оптимальна (изометрична), если после применения данного аффинного преобразования к ячейкам полученной сетки получится начальная сетка, или

$$Q\nabla_\xi x H^{-1} = V,$$

где V – произвольная ортогональная матрица.

Метрика адаптации $G = G_x$ требует задания нормального и тангенциального направлений в каждой точке p (столбцы матрицы U), которые в свою очередь определяются изоповерхностью функции $u(x,t)$, проходящей через p , а также коэффициентов растяжения σ_i вдоль этих направлений. Чем больше значение σ_i , тем меньше размер ячейки в направлении столбца u_i. Соотношение $\max_{i,j} \sigma_i / \sigma_j - 1$ определяет степень анизотропии. Функция $\sigma_1 = \sigma_{normal}(x,t)$ определяет растяжение сетки вдоль направления нормального к телу, а $\sigma_2 = \sigma_{tangential}(x,t)$ ($\sigma_{2,3}$ в 3D) определяет пространственное распределение анизотропии. В узком слое на границе тела анизотропия максимальна и стремится к нулю вдали от тела.

Очень часто некорректно построенная метрика может приводить к резкому росту константы квазиизометрии, скачкам размеров ячеек и визуальным «разрывам» в сетке. Оптимальная метрика, которая дает наименьшую константу квазиизометрии, неизвестна даже для простых тел. В данной работе используются некоторые эвристические правила задания метрики, когда растяжение σ_1 принимается константой в слое на границе тела и убывает по гиперболе при отдалении от него, а тангенциальное растяжение определяется кривизной поверхности и постепенно уменьшает свое влияние вдали от границы. Для тела задается некоторое пятно радиуса D, за пределами которого метрика G_x равна единичной матрице.

Метрика изотропной адаптации определяется соотношением

$$G(x,t) = \sigma_1^2 I, \qquad (11)$$

где $\sigma_1(x,t) = \phi(u(x,t))$ – сеточная плотность. В данном случае степень анизотропии равна нулю. Одномерная функция $\phi(\cdot): R^1 \to R^1$ представляет собой гиперболу и определяет закон убывания для сеточной плотности. Этот закон зависит от параметра роста, заданного пользователем, и позволяет ограничить соотношение линейного размера соседних сеточных элементов в нормальном направлении показателем в примерно 1.2 раза. Подробнее этот механизм описан в [6].

Использование изотропной метрики во всей расчетной области возможно только для небольших значений σ_1, так как решением вариационной задачи в этом случае является отображение, при котором прообраз тела почти в σ_1 раз больше размера тела в эйлеровой системе координат. Это приводит к стягиванию внутрь тела большого числа точек расчетной области.

Анизотропная версия метрического тензора определяется соотношением

$$G(x,t) = \sigma_1^2 I + (\sigma_2^2 - \sigma_1^2)\nabla_x u \nabla_x u^T \frac{1}{|\nabla_x u|^2}. \qquad (12)$$

На участках большой кривизны границы или около острых углов управление адаптации стремится достичь соотношения $\sigma_2 = \sigma_1$, в остальной части границы справедливо соотношение $\sigma_2 = \sigma_1 / K$, где $K > 1$ - степень анизотропии. При отдалении от тела σ_2 приближается к σ_1, а дальше они оба стремятся к единице.

Если σ_1 является функцией исключительно расстояния и, принимая максимальное значение в пристеночной области, убывает по нормали от тела, то σ_2 и σ_3 зависит также от параметров поверхности: нормальных кривизн, расстояния до медиальных осей. Подробно задание σ_2 и σ_3 описано в работе [6].

К функционалу (9) применяется стандартная конечно-элементная дискретизация. Метрический тензор G хранится в узлах сетки, что критично для стабильности тонких и сильно сжатых сеточных слоев. Для решения задачи оптимизации на каждом шаге по времени применяется техника градиентного спуска с предобуславливателем [7], где направление минимизации определяется приближенным решением линейной системы с усеченной матрицей Гессе функционала (9), в которой отброшены члены, потенциально приводящие к потере положительной определенности. Итоговое смещение вдоль направления минимизации находится одномерным поиском.

Эффективная методика построения управляющей метрики основана на использовании интерполяционной решетки. Интерполяционная решетка представляет собой восьмидерево, в вершинах которого хранится ряд параметров, определяемых геометрией тела. Решетка строится на подготовительном этапе до начала счета по триангуляции поверхности тела. Алгоритм построения восьмидерева описан в [8]. В вершинах восьмидерева хранятся точное расстояние до триангуляции, примерные градиенты функции расстояния, а также экстраполированные поверхностные параметры: нормальные кривизны, нормальные направления и расстояние до медиальных осей. Расчет параметров поверхности описан в [6].

3 Физическая постановка задачи

В качестве основной задачи о винте рассматривается одна из геометрий маломасштабных винтов БПЛА, исследованных J.B. Brandt в 2005 году [9]. Согласно работе [9] радиус винта $R = 0.127$ м.

Винт фиксирован в положении 45 градусов, как показано на рис. 1. Скорость внешнего потока $U_0 = 53.17$ м/с.

При численном решении системы осредненных уравнений Навье-Стокса (1) все переменные полагаются безразмерными. В качестве характерных параметров обезразмеривания выбираются скорость внешнего обтекания U_0, хорда лопасти $R_h = 0.226R$, плотность ρ_0 и динамическая вязкость воздуха μ_0 невозмущённого потока при температуре $T_0 = 20°\text{C}$ – $\rho_0 = 1.293$ кг/м^3, $\mu_0 = 1.717 \cdot 10^{-5}$ Н·с/м^2. При таких значениях характерных параметров число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \rho_0 U_0 R_h / \mu_0$, определяющее вязкое течение, принимало значение $1 \cdot 10^5$. Число Маха внешнего потока $\mathrm{M}_0 = U_0 \big/ \sqrt{\gamma \mathcal{R} T_0} = 0.156$.

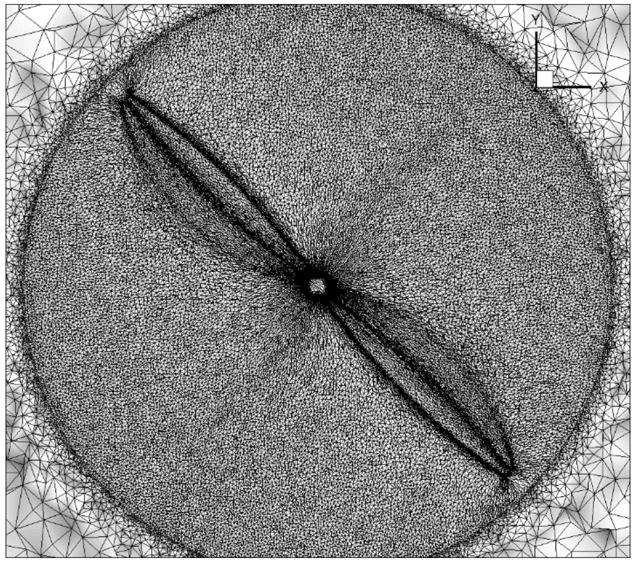


Рис. 1. Сечение $z=0$ адаптивной сетки.

5. Результаты численного моделирования

5.1. Динамическая адаптация сетки к форме винта

Для подготовки адаптивной сетки предварительно были проведены расчеты поверхностных параметров. Были найдены приближения медиальных осей отдельно для внутренней и внешней областей винта (рис. 2 и 3) и соответствующие расстояния для точек триангуляции поверхности (рис. 4 и 5). Для каждой точки поверхности были найдены приближенные значения главных кривизн и главных направлений. Все полученные данные были перенесены на интерполяционную решетку.

Рис. 2. Приближение внутренних медиальных осей для поверхности винта.

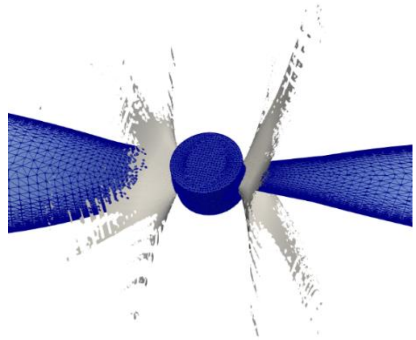


Рис. 3. Приближение внешних медиальных осей для поверхности винта.

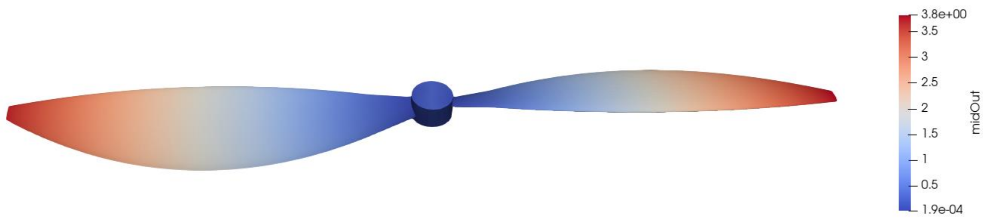


Рис. 4. Расстояние до внешних медиальных осей для точек поверхностной триангуляции.

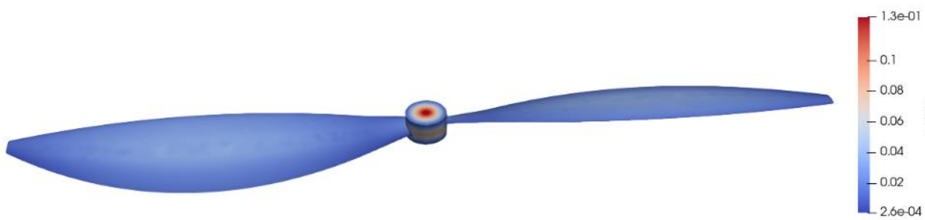


Рис. 5. Расстояние до внутренних медиальных осей для точек поверхностной триангуляции.

Начальная сетка представляет собой цилиндр высотой $150R_h$ и радиусом $45R_h$, заполненный тетраэдрами таким образом, чтобы в области положения винта было сконцентрировано большое число вершин. Общий размер сетки - 4.4 миллиона вершин. Такой размер обусловлен тем, что сетка учитывает возможность винта вращаться в дальнейшем, то есть вершины сконцентрированы в некотором цилиндре, где будут проходить лопасти винта при повороте.

Геометрию винта особенно сложно корректно воспроизвести на односвязной сетке, поскольку разрешение тонких кромок лопастей требует существенного сеточного сгущения во всей области, где предположительно может находиться тело. Например, начальная равномерная сетка без использования адаптации слабо воспроизводит форму винта (рис. 6).

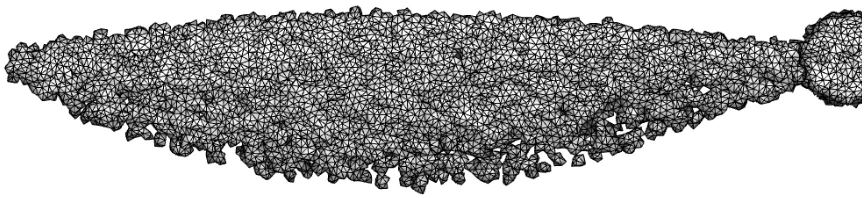


Рис. 6. Для фрагмента винта отображены ячейки, где хотя бы одна вершина принадлежит телу.

К равномерной сетке применяется адаптация для достижения сгущения порядка 10 раз относительно начального сеточного размера. На рис. 7 приведен фрагмент адаптивной сетки в сечении $y = 0$, а рис. 8 приводит более детальное изображение сложных участков геометрии: хаб и его соединение с лопастью и окончание лопасти. Рис. 9 приводит поперечный срез адаптивной сетки на расстоянии $3R_h$ от центра винта. На представленных рисунках красным контуром обведены все точки, принадлежащие телу. Сеточные элементы учитывают форму тела: сетка более изотропная вблизи углов и сильно скривленных участков. Однако применение адаптации осложнено наличием тонких кромок. Расстояние между стенками лопасти крайне мало, поэтому сгущение в этой области, по сути, представляет собой единый слой без разгрубления внутрь тела.

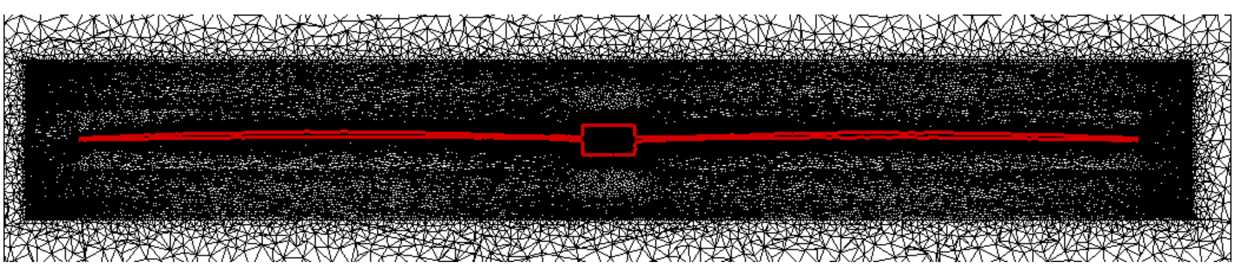


Рис. 7. Расчетная сетка в плоскости $y = 0$ вблизи винта.

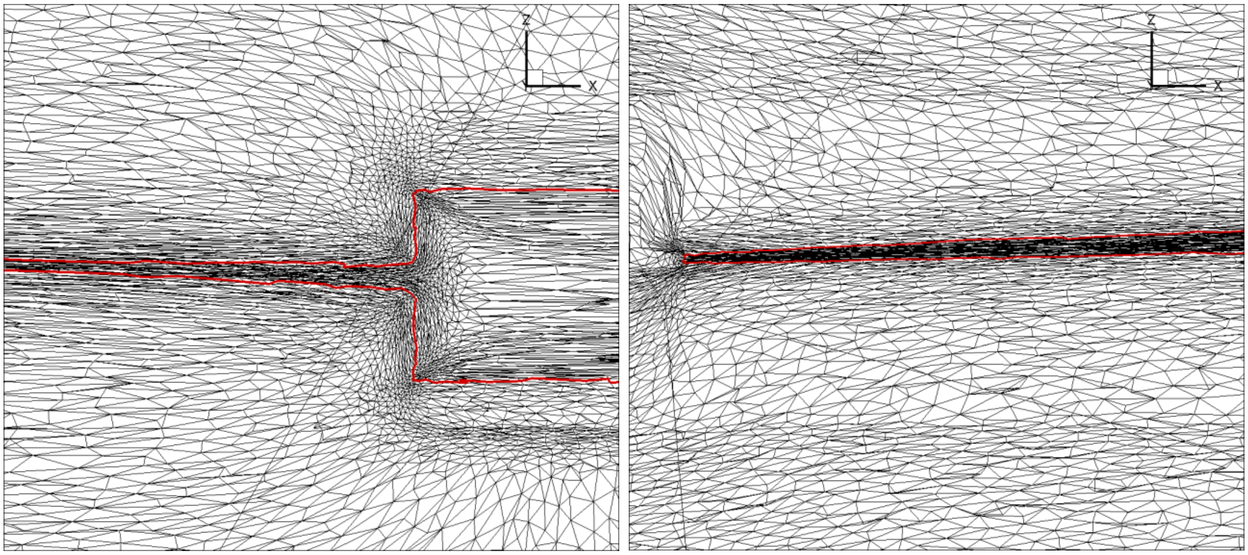


Рис. 8. Детальное изображение сетки в области хаба и на конце лопасти.

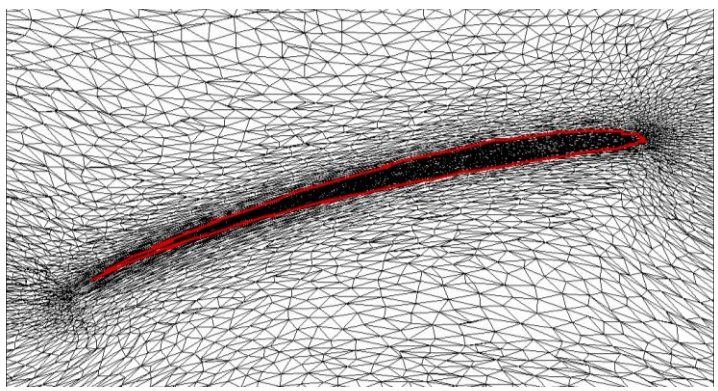


Рис. 9. Расчетная сетка в поперечном сечении лопасти.

5.2. Турбулентное обтекание неподвижного винта

Задача обтекания винта моделировалась с использованием двух подходов: классическим методом на сетке, границы которой согласованы с границами тела, а в граничных точках задано условие прилипания, и на односвязной сетке, где присутствие тела моделировалось с использованием метода погруженной границы. Согласованная сетка (рис. 10) представляет собой цилиндр высотой $130R_h$ и радиусом $45R_h$ и насчитывает 1.9 миллиона вершин.

Результаты расчетов рассматривались по достижении стационарного режима. В качестве критерия выхода на стационар рассматривался выход на постоянное значение физических величин в контрольных точках. Например, установление значения компоненты скорости в контрольной точке $(0,\ 4.5R_h,\ 0)$ приведено на рис. 11. Здесь и далее обозначение IBM (Immersed Boundary Method) соответствует методу погруженной границы, а BF (body-fitted) – классическому подходу на сетке, согласованной с телом.

Для анализа полученных результатов рассматривались поля усредненных физических величин в поперечных сечениях, а также для набора сечений, соответствующих плоскостям $z=0$, $z=-0.21R_h$, $z=0.21R_h$.

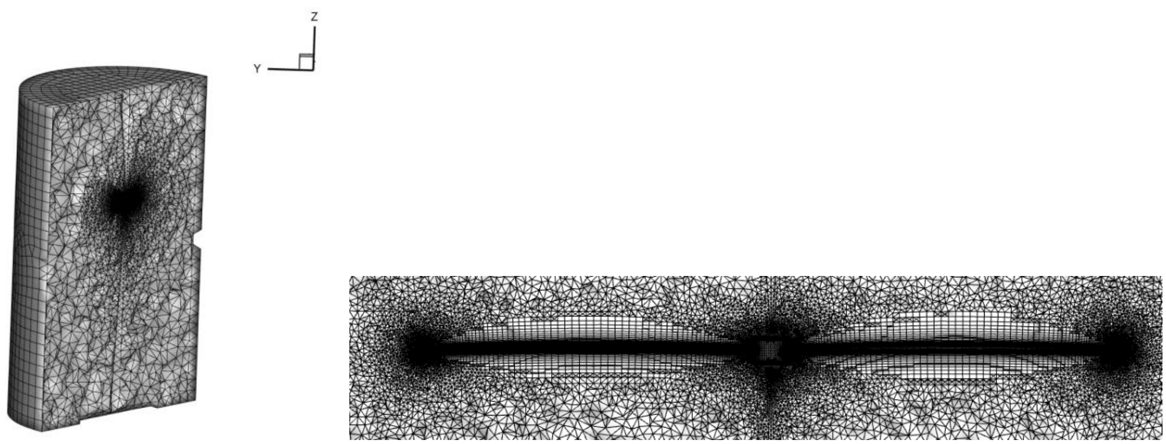


Рис. 10. Разрез сетки, согласованной с телом, и приближение области с винтом.

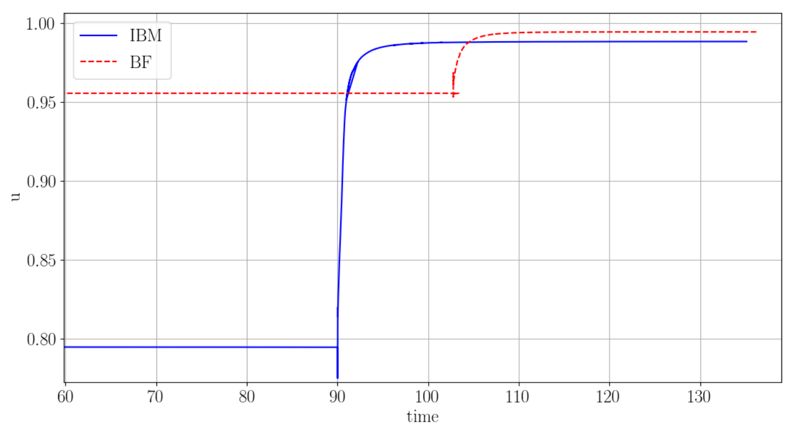
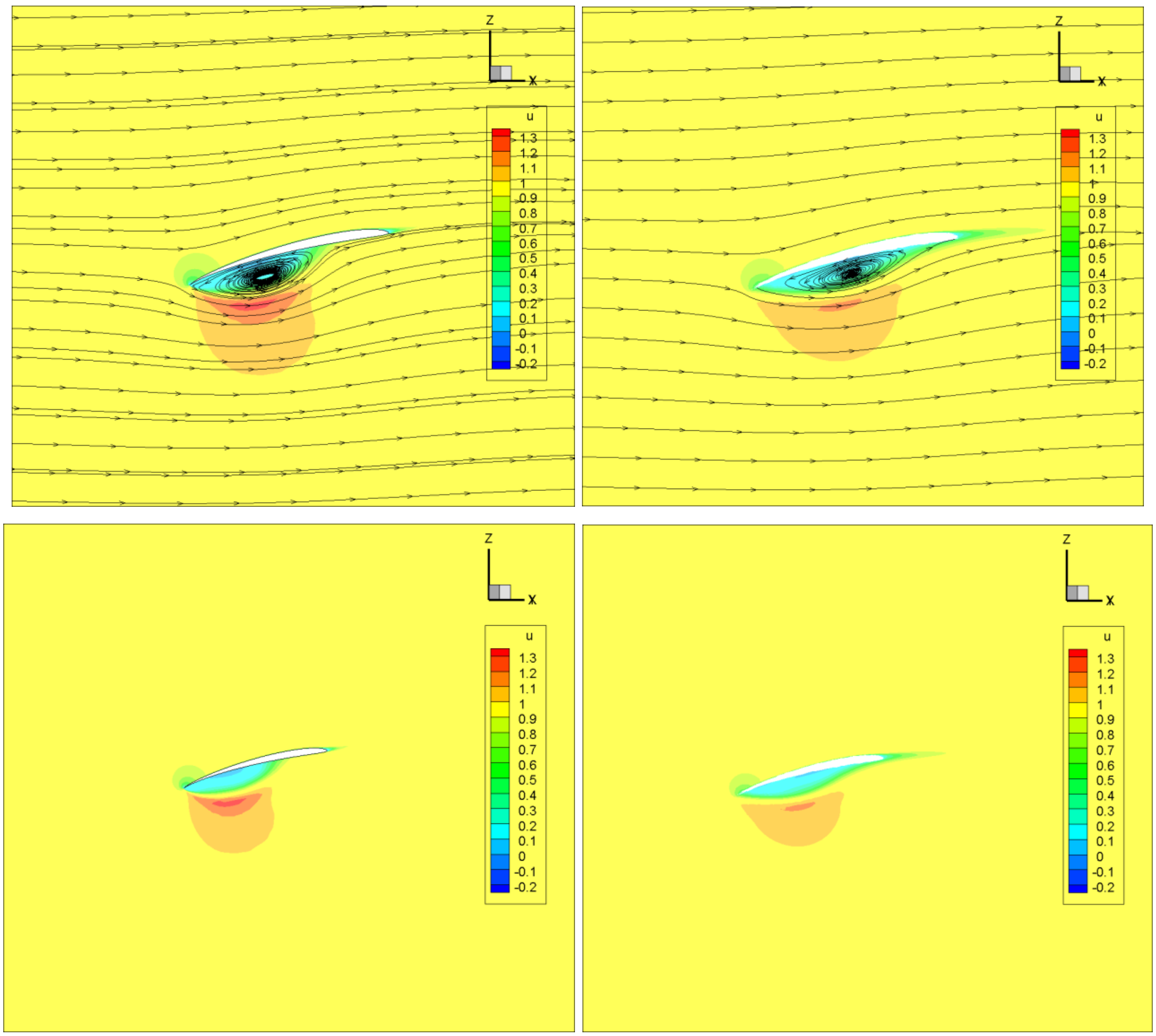


Рис. 11. Установление значения компоненты скорости в контрольной точке.

Рис. 12-13 приводят поля компонент скорости и давления в поперечном сечении на расстоянии $3R_h$ от центра винта и в сечениях, параллельных плоскости xOy. Рисунки слева соответствуют результату расчета, проведенного на сетке, согласованной с телом, а рисунки справа – результату расчета, полученному с помощью метода погруженной границы. Наблюдаются некоторые различия в рассматриваемых полях, но картины течения согласуются между собой. Предположительно, в первую очередь различия обусловлены недостаточным разрешением на границе тела. Но важен не только размер сеточных элементов вблизи границы тела, но и качество приближения поверхности.



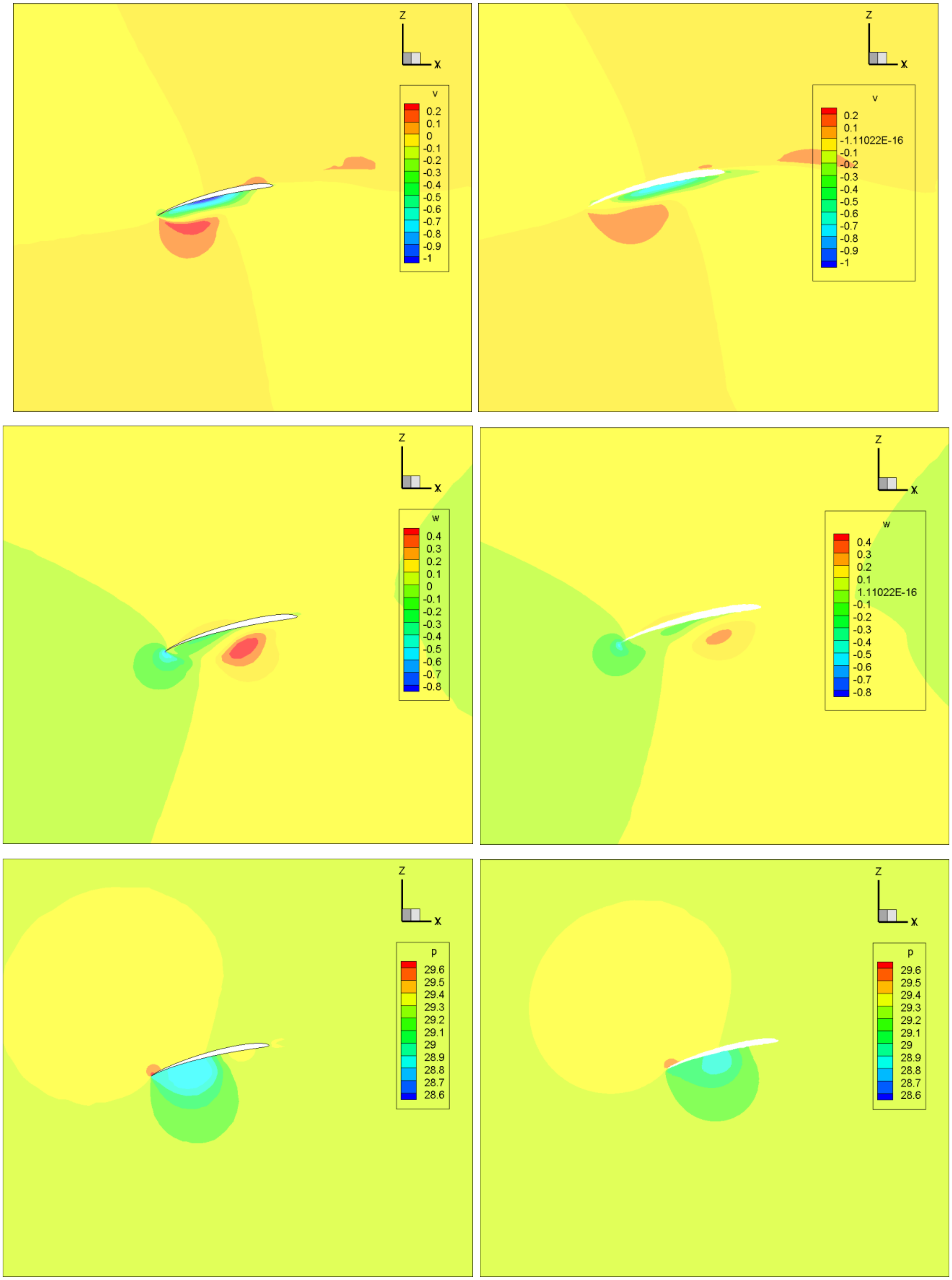


Рис. 12. Поле компонент скорости, а также поле давления.

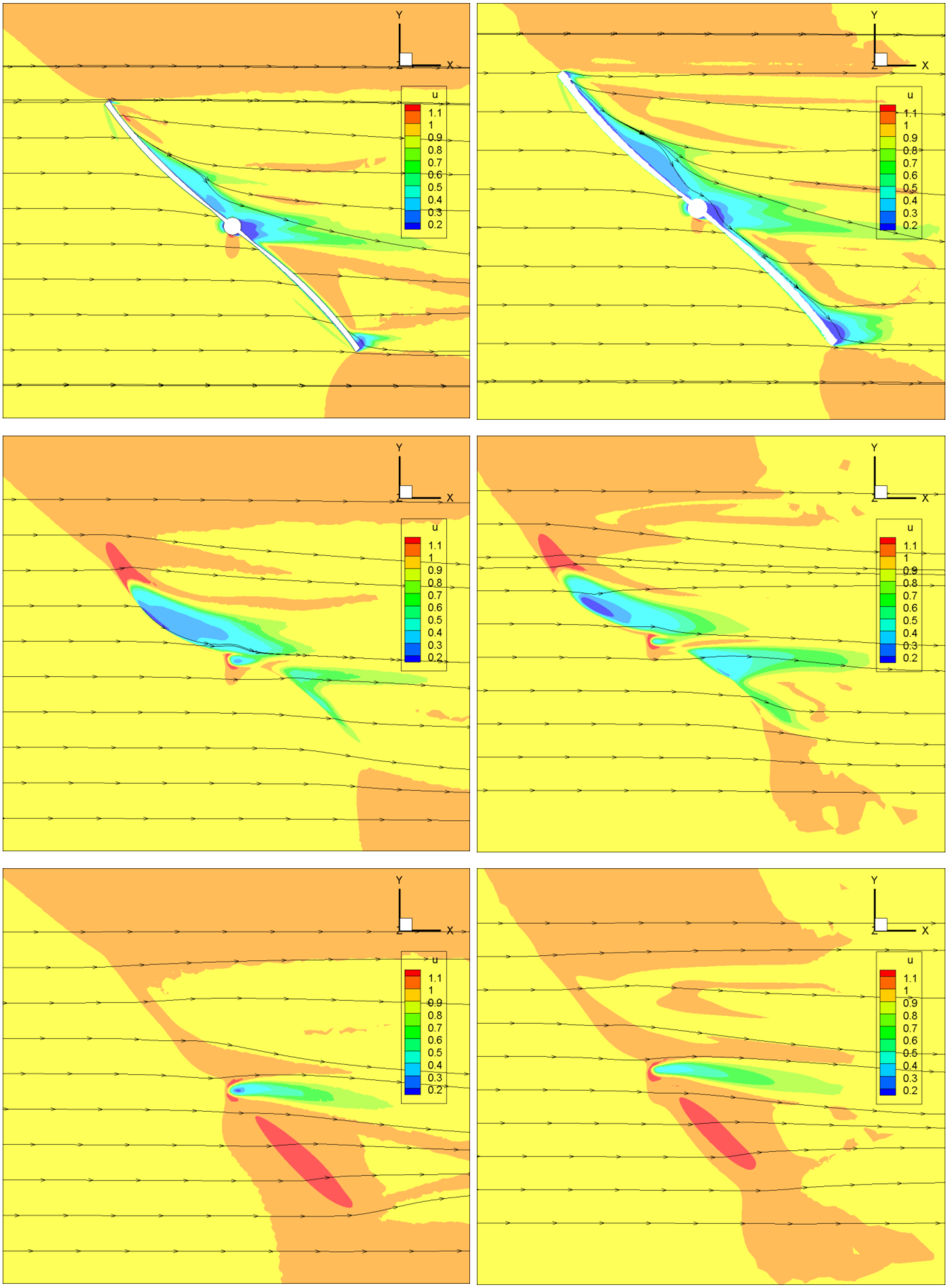


Рис. 13. Поле компоненты скорости u в сечениях, параллельных xOy.

6. Заключение

В работе рассмотрена задача моделирования обтекания винта APC. Численное решение получено с применением двух математических моделей, которые отличаются способом задания граничных условий на поверхности раздела двух сред: использование условия прилипания на границе сетки, согласованной с телом, или метода погруженной границы на односвязной сетке. Сопоставление результатов расчетов показало их приемлемое согласование друг с другом.

Для достижения лучшего результата требуется дальнейшее совершенствование адаптации, чтобы обеспечить лучшее приближение поверхности тела в области кромки лопасти. Также, поскольку достижение требуемого сеточного разрешения за счет адаптации затруднительно для данной задачи, применение методов пристеночного моделирования, например пристеночных функций, позволило бы улучшить качество моделирования.

В целом полученные результаты говорят о возможности применения представленной методики для моделирования задачи обтекания тел сложной формы. В дальнейшем планируется проведение численного расчета для вращающегося винта без внешнего обтекания, а также будет рассмотрена задача, где будут присутствовать фюзеляж дрона и несколько вращающихся винтов, и будет рассмотрено их взаимовлияние.

Библиографический список

1. Ph. Angot, C.-H. Bruneau, P. Fabrie, A penalization method to take into account obstacles in incompressible viscous flows. // Numer.Math.81(4) (1999), 497–520.

2. В. О. Цветкова, И. В. Абалакин, В. Г. Бобков, Н. С. Жданова, Т. К. Козубская, Л. Н. Кудрявцева, Моделирование обтекания винта на адаптивной неструктурированной сетке с использованием метода погруженных границ // Матем. моделирование, 33:8 (2021), 59–82.

3. P. R. Spalart, S. R. Allmaras, A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Aerospace Sciences Meetings. — AIAA Paper 1992-0439.
4. I. Abalakin, P. Bakhvalov, T. Kozubskaya, Edge-based reconstruction schemes for unstructured tetrahedral meshes // International Journal for Numerical Methods in Fluids, 81(6) (2016) 331-356.
5. V. Garanzha, L. Kudryavtseva, Hypoelastic Stabilization of Variational Algorithm for Construction of Moving Deforming Meshes // In: Evtushenko Y., Jacimovic M., Khachay M., Kochetov Y., Malkova V., Posypkin M. (eds) Optimization and Applications. OPTIMA 2018. Communications in Computer and Information Science, 974 (2019) 497-511.
6. Т. К. Козубская, Л. Н. Кудрявцева, В. О. Цветкова, Анизотропная адаптация подвижной неструктурированной сетки к телам сложной формы, заданным интерполяционным восьмеричным деревом // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 62:10 (2022), 1620–1631.
7. I.E. Kaporin, O.Yu. Milyukova, MPI+OpenMP implementation of the BiCGStab method with explicit preconditioning for the numerical solution of sparse linear systems // Numerical methods and programming, 20 (2019) 516-527.
8. S.A. Soukov, Combined signed distance calculation algorithm for numerical simulation of physical processes and visualization of solid bodies movement // Scientific Visualization, 2020, Vol.12, № 5, P. 86-101.
9. J. B. Brandt, Small-scale propeller performance at low speeds : дис. – University of Illinois at Urbana-Champaign (2005).