ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 51 за 2021 г.

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

В.В. Валько, О.П. Образ,
В.А. Гасилов, В.С. Соловьёва,
Н.О. Савенко

Уравнения состояния продуктов детонации взрывчатых веществ

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Уравнения состояния продуктов детонации взрывчатых веществ / В.В. Валько [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2021. № 51. 38 с. https://doi.org/10.20948/prepr-2021-51
https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2021-51

О р д е н а Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Р о с с и й с к о й а к а д е м и и н а у к

В.В. Валько, О.П. Образ, В.А. Гасилов, В.С. Соловьёва, Н.О. Савенко

Уравнения состояния продуктов детонации взрывчатых веществ

Москва — 2021

В.В. Валько, О.П. Образ, В.А. Гасилов, В.С. Соловьёва, Н.О. Савенко

Уравнения состояния продуктов детонации взрывчатых веществ

Приведен сравнительный анализ уравнений состояния продуктов детонации конденсированных взрывчатых веществ, наиболее часто используемых при решении задач о механическом действии взрыва. Для самого распространенного (цитируемого) уравнения состояния продуктов взрыва в форме JWL предложены способы и алгоритмы определения корректности задания коэффициентов, входящих в это уравнение. Для решения радиационно-газодинамических задач, включая и многокомпонентные смеси, предложен вариант термического уравнения состояния продуктов взрыва в форме JWL, рекомендован константный набор для наиболее распространенных взрывчатых веществ.

Ключевые слова: детонация, уравнения состояния, продукты детонации, уравнения состояния JWL, JWL, термические уравнения состояния, калорические уравнения состояния.

Valko Viktor Vasilievich, Obraz Oleg Petrovich, Gasilov Vladimir Anatolyevich, Solovyova Valentina Sergeevna, Savenko Nikita Olegovych

Equations of state for detonation products of explosives

A comparative analysis of the equations of state for the detonation products of condensed explosives, which are most used in solving problems of the mechanical action of an explosion, is presented. For the most widespread (cited) equations of state of explosion products in the form of JWL, methods and algorithms are proposed for determining the correctness of specifying the coefficients included in this equation. To solve radiation-gasdynamic problems, including multicomponent mixtures, a version of the thermal equation of state of explosion products in the form of JWL is proposed, and a constant set for the most common explosives is recommended.

Key words: detonation, equations state, detonation products, JWL equation state, JWL, thermal equations state, caloric equations state.

Оглавление

Введение 3
1 Анализ наиболее используемых уравнений состояния продуктов детонации ВВ 4
1.1 Упрощенное уравнение состояния продуктов взрыва Зубарева 5
1.2 Исходное уравнение состояния продуктов взрыва Зубарева 8
1.3 Уравнение состояния продуктов взрыва Куропатенко 8
1.4 Уравнение состояния продуктов взрыва Дэвиса 10
1.6 Уравнение состояния продуктов взрыва Кузнецова 16
1.7 Калорическое уравнение состояния продуктов взрыва JWL 18
2 Способы определения корректности задания коэффициентов уравнения состояния продуктов взрыва в форме JWL 21
3 Термическое уравнение состояния продуктов взрыва в форме JWL 27
3.1 Построение уравнения состояния 27
3.2 Алгоритм расчета 28
3.3 Определение температуры и теплоемкости продуктов детонации 28
Заключение 36
Библиографический список 37

Введение

В работе проведен анализ уравнений состояния, наиболее употребимых при проведении газодинамических расчетов процессов детонации химических взрывчатых веществ (ВВ). Основное внимание уделено эмпирическим уравениям состояния (УРС) продуктов взрыва. Их преимуществом является относительная простота и легкость использования при проведении многомерного численного моделирования. Как показывает опыт соответствующих расчетов, непосредственное использование сложных термохимических уравнений состояния, например, BKW(Беккер-Кистяковский-Вильсон) или VLWR [1, 2] в расчетах нерационально, особенно в тех случаях, когда определяются параметры ВУВ на расстояниях, превышающих несколько характерных размеров заряда.

Обсуждаемые УРС предполагается использовать в составе комплекса прикладных программ (КПП) Собрат, разработка которого выполнена в период 2011-2013 гг. на программной платформе MARPLE (ИПМ им.М.В. Келдыша РАН, [3]). КПП Собрат разработан как специализированное математическое и программное обеспечение, предназначеное для трехмерного компьютерного моделирования термомеханического действия ударной волны в воздухе. Собрат спроектирован в парадигме распределенных вычислений и может

использоваться на многопроцессорных суперкомпьютерных системах с производительностью порядка сотен терафлопс и выше. С целью расширения предметной области задач, решаемых данным КПП, в него инкорпорируются расчетные методики, позволяющие моделировать формирование ударной волны в результате детонации в ВВ, изначально находящемся в конденсированном состоянии. Для решения поставленной задачи КПП необходимо оснастить уравнениями состояния (УРС) продуктов детонации (ПД) химических взрывчатых веществ.

Для реализации в КПП Собрат рекомендовано уравнение JWL, как наиболее цитируемое и самое распространенное УРС продуктов взрыва. Уравнение построено на теоретически обоснованной форме опорной кривой в форме изэнтропы, проходящей через точку Чепмена-Жуге (Ч-Ж). При сравнительной простоте оно обладает удовлетворительной точностью. Для уравнения существует обширный банк коэффициентов для различных типов ВВ и их плотностей, проверенных на экспериментах по разлету цилиндрических оболочек. В работе предложены способы определения корректности задания коэффициентов уравнения состояния продуктов взрыва в форме JWL.

Базовое УРС в форме JWL является калорическим уравнением состояния вида $P = P(V, E)$. Однако при решении задач радиационной газодинамики возникает необходимость в использовании также термических уравнений состояния продуктов взрыва вида $T = T(V, E)$. Это может быть связано с расчетом потоков тепла, непрозрачности среды и т.п. В работе предложен один из вариантов термического уравнения состояния продуктов взрыва в форме JWL, алгоритмы расчета и определения температуры и теплоемкости продуктов детонации.

1 Анализ наиболее используемых уравнений состояния продуктов детонации ВВ

Продукты взрыва (ПВ) за фронтом детонационных волн в конденсированных ВВ представляют смесь плотных газов, способных к химическим реакциям. При возникающих в условиях детонации температурах и давлениях существенно как тепловое движение молекул ПВ, так и их упругое взаимодействие. Составляющие давления и энергии, соответствующие этим факторам, при детонации плотных ВВ одного порядка, и при построении уравнения состояния (УРС) продуктов взрыва необходимо учитывать обе составляющие. Если принять энергию, выделяющуюся при химическом разложении ВВ ~ 6 МДж/кг, а коэффициент Грюнайзена $\gamma = 0.9$ (ТНТ), то тепловое давление $P_T = \gamma \cdot \rho \cdot E_T \approx 9$ ГПа, тогда как полное давление (давление детонации) $P \approx 20$ ГПа. Эти оценки показывают, что при выборе УРС плотных реагирующих газов в области детонационных давлений нельзя пренебрегать ни упругим взаимодействием, ни тепловым движением молекул.

При построении современных УРС ПВ предполагается, что время химических реакций много меньше характерного времени расширения продуктов. Таким образом, предположение о равновесности ПВ за фронтом приводит к модели, в которой химическая зона находится непосредственно во фронте. Последний в соответствующем пространственном и временном масштабе задается как разрыв.

Особое место при исследовании УРС ПВ занимает их адиабата расширения из состояния в точке Чепмена-Жуге (Ч-Ж). При измерении давления за фронтом детонационной волны благодаря условию касания определяется не только точка в плоскости *P*-*V*, но и изэнтропическая производная, которая в точке Жуге является общей для адиабат: расширения, ударной и повторного сжатия.

1.1 Упрощенное уравнение состояния продуктов взрыва Зубарева

В работе [4] предложена упрощенная (по сравнению с рассмотренной в работе [5]) зависимость давления от удельного объема *V* на опорной изэнтропе $P_S(V)$

$$P_s = A \cdot e^{-k \cdot V} + C \cdot V^{-m}. \tag{1}$$

Тогда полное УРС ПВ можно записать в форме Ми-Грюнайзена

$$P = P_s + \frac{\gamma(V)}{V} \cdot (E - E_s). \tag{2}$$

В таблице 1 приведены параметры УРС для двух типов ВВ.

Таблица 1

Параметры УРС

ВВ	ρ_0, г/см^3	*A*, ГПа	*C*, ГПа	*k*, г/см^3	*m*
Тротил	1.63	521.7	1.762	7.876	1.6
ТГ 50/50	1.67	453.9	1.940	7.281	1.6

Параметр Грюнайзена считается постоянным $\gamma = 0.9$, тогда для оценки температуры на изэнтропе $T_S(V)$ можно использовать термодинамическое тождество

$$\gamma = -\frac{\partial \ln T_S}{\partial \ln V_S}. \tag{3}$$

Из него следует простая формула

$$T_S = T_{CJ} \cdot \left(\frac{V_{CJ}}{V}\right)^{\gamma}.$$

Индексом *CJ* здесь и далее обозначены параметры в точке Ч-Ж.

В прикладных расчетах часто используют приближенную зависимость давления от удельного объема на опорной изэнтропе (адиабата Ландау-Станюковича)

$$P_S = P_{CJ} \cdot \left(\frac{V_{CJ}}{V} \right)^3 . \qquad (4)$$

На основе формул (1-4) построена программа расчета давления P, скорости звука C_S, температуры T, массовой скорости U для продуктов детонации. В таблице 2 представлено сравнение расчетных и заданных параметров детонации указанных ВВ.

Таблица 2

Параметры детонации ВВ

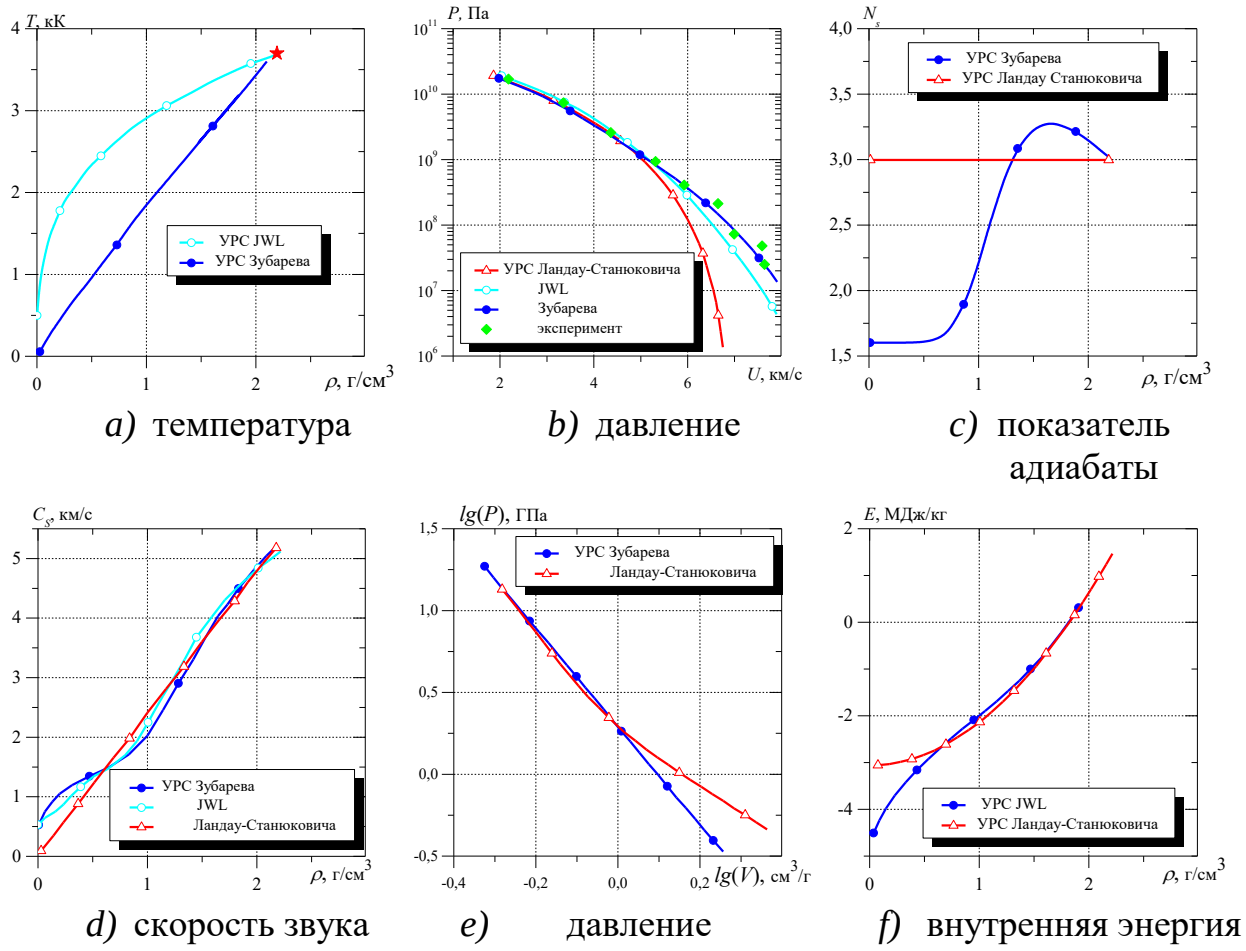
ВВ	ρ_{CJ}, г/см^3	D, км/с	C_S+U_{CJ}, км/с	U_{CJ}, км/с	P_{CJ}, ГПа
Тротил, эксперимент		7.00		1.740	19.9
Тротил, расчет	2.169	7.009	6999.4	1.744	19.899
ТГ 50/50, эксперимент		7.61			25.8
ТГ 50/50, расчет	2.277	7.61	7.61	2.030	25.79

На рисунке 1 *a*) показано падение температуры с расширением при T_{CJ} = 3778 К (выбор этого значения будет обоснован ниже в разделе 3.3). Звездочкой обозначено состояние в точке Чепмена-Жуге. Здесь же для примера приведен расчет по УРС JWL (см. раздел 1.7). На рисунке 1 *b*) показана зависимость давления от массовой скорости, получаемая по разным УРС и из эксперимента. Видно, что с давления ≈ 1 ГПа приближенная формула (4) дает сильное отличие от экспериментальных значений.

На рисунке 1 *c*) представлено поведение показателя адиабаты N_s в зависимости от плотности для разных подходов.

$$N_S = \frac{\partial \ln P_S}{\partial \ln \rho_S} . \qquad (5)$$

Отмечается сильная немонотонность данной функции. Такая немонотонность проявляется в зависимости скорости звука от плотности (рисунок 1 *d*)) и логарифма давления от логарифма удельного объема (рисунок 1 *e*)). На рисунке 1 *f*) представлена зависимость удельной внутренней энергии от плотности на изэнтропе. Начало отсчета энергии принято от удельной энергии сжатия на фронте детонационной волны, т.е. без вклада химической энергии разложения ВВ.



a) температура *b)* давление *c)* показатель адиабаты

d) скорость звука *e)* давление *f)* внутренняя энергия

Рис. 1. Зависимости термодинамических параметров на изэнтропе ПВ тротила

Для расчета температуры вне изэнтропы следует задать значение удельной теплоемкости C_v. Из термодинамического тождества на изэнтропе

$$\frac{V}{T \cdot C_V^2} \cdot \frac{\partial C_V}{\partial V} = \frac{\partial \gamma}{\partial E} \tag{6}$$

следует, что если коэффициент Грюнайзена не зависит от энергии, то теплоемкость на каждой изэнтропе постоянна. В приближении, что теплоемкость одинакова для всех изэнтроп, получаем формулу для оценки температуры

$$T(V,E) = T_S(V) + \frac{E - E_S(V)}{C_V}. \tag{7}$$

Вопрос о выборе значений теплоемкости ПВ будет рассмотрен ниже в разделе 3.3.

1.2 Исходное уравнение состояния продуктов взрыва Зубарева

В работе [5] продукты взрыва описываются более сложным УРС. Задается холодная энергия

$$E_x = a \cdot e^{-k/\rho} - b \cdot \rho^m + A \cdot \left[\left(\rho - \rho_{CJ} \right)^3 + B \right] \cdot e^{-\alpha \cdot (\rho - \rho_{CJ})^2}. \quad (8)$$

Холодное давление находится из зависимости

$$P_x = -\frac{\partial E_x}{\partial V}. \quad (9)$$

Коэффициент Грюнайзена в отличие от упрощенной версии этого УРС (раздел 1.1) уже зависит от объема

$$\gamma = \gamma_0 + \frac{l}{\rho} \cdot e^{-k/\rho}.$$

Тогда суммарное давление находится в виде суммы холодного и теплового слагаемых

$$P = P_x + \frac{\gamma(V)}{V} \cdot \left(E - E_x \right).$$

Температура определяется из соотношения

$$T(V, E) = \frac{E - E_x(V)}{C_V}. \quad (10)$$

В коде «Эгида» [6] данный УРС был еще более усложнен. Появился дополнительный член следующего вида

$$E_x = a \cdot e^{-k/\rho} + c \cdot \rho^{-g/\rho} - b \cdot \rho^m + A \cdot \left[\left(\rho - \rho_{CJ} \right)^3 + B \right] \cdot e^{-\alpha \cdot (\rho - \rho_{CJ})^2}.$$

Для такого УРС уже надо 16 констант, которые имеются в коде только для двух ВВ: продуктов взрыва ТГ 25/75 и ТГ 50/50. К сожалению, определить из кода значения этих констант не удалось.

1.3 Уравнение состояния продуктов взрыва Куропатенко

В работе [7] для описания продуктов взрыва предложен УРС, основанный на единственной характеристике взрывчатого состава: зависимости скорости детонации от его исходной плотности. Такой подход требует задания всего двух констант: кристаллической плотности ρ_K и соответствующей ей скорости детонации D_K. Тогда давление продуктов детонации представляется в виде

$$P = \left[N(\rho) - 1 \right] \cdot \rho \cdot E + \varphi(\rho). \quad (11)$$

Здесь $\gamma(\rho) = N(\rho) - 1$ – аналог коэффициента Грюнайзена, $\varphi(\rho)$ имеет смысл холодного давления. На основе анализа экспериментальных данных получены их аппроксимации

$$N = N_\infty \qquad \text{при } X > 1,$$

$$N = N_\infty + \left(N_\infty - N_0 \right) \cdot X \cdot \left(3 - 3 \cdot X + X^2 \right) \qquad \text{при } X \le 1,$$

$$\varphi = 0 \qquad \text{при } X > 1,$$

$$\varphi = 0.1533 \cdot \rho_K \cdot D_K^2 \cdot \left(\delta - \delta_* \right)_m \qquad \text{при } X \le 1.$$

Здесь $\delta = \rho/\rho_K$, $X = \delta/\delta_*$, $\delta_* = 0.35$, $m = 2.284$, $N_\infty = 1.67$, $N_0 = 1.375$. Параметры кристаллического состояния для ряда ВВ приведены в таблице 3.

Таблица 3

Параметры детонации кристаллического ВВ

ВВ	гексоген	тротил	ТГ 50/50	ТГ 40/60	Composition B	ТЭН	Тетрил
ρ_K, г/см^3	1.820	1.663	1.735	1.750	1.77	1.77	1.73
D_K, км/с	8.80	7.15	7.83	8.11	8.23	8.35	7.74

Нами выполнено дополнительное исследование точности результатов УРС путем сравнения с новыми экспериментальными и теоретическими данными, появившимися после его создания. Так, на рисунках 2 и 3 представлена зависимость скорости детонации и давления в состоянии Чепмена-Жуге для трех ВВ в зависимости от их начальной плотности. Экспериментальные точки, которые показаны отдельными маркерами соответствующего цвета, взяты из [1, 8, 9]. Зависимость логарифма давления от массовой скорости при разгрузке из состояния Чепмена-Жуге для тротила начальной плотности 1.64 г/см^3 показана на рисунке 4 *а*. Представлены экспериментальные данные из работы [8] и расчетные зависимости давления по УРС продуктов взрыва на основе модифицированной модели Ван-дер-Ваальса [8] и по УРС Куропатенко.

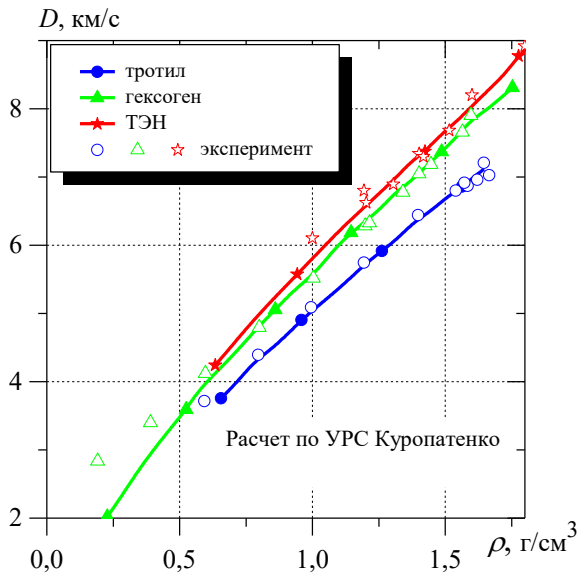


Рис. 2. Зависимость скорости детонации от начальной плотности ВВ

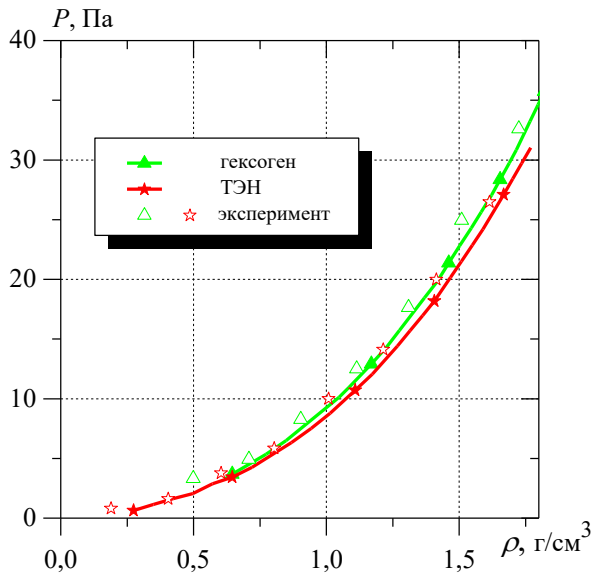
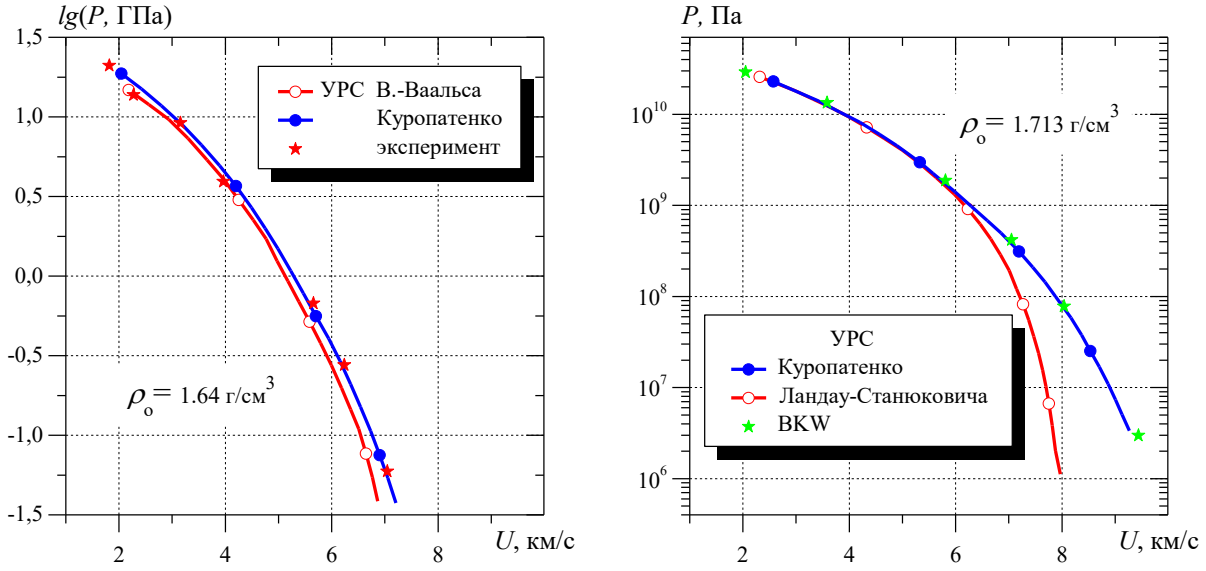


Рис. 3. Зависимость давления детонации от начальной плотности ВВ

Зависимость давления от массовой скорости при разгрузке из состояния Чепмена-Жуге для Composition B (гексоген/тротил 64/36) начальной плотности 1.713 г/см^3 показана на рисунке 4 *b*. Представлены расчетные зависимости, полученные по УРС Куропатенко и BKW [1], а также по УРС продуктов взрыва Ландау-Станюковича (4).



a) тротил *b*) Composition B

Рис. 4. Зависимость давления от массовой скорости при разгрузке из состояния Чепмена-Жуге

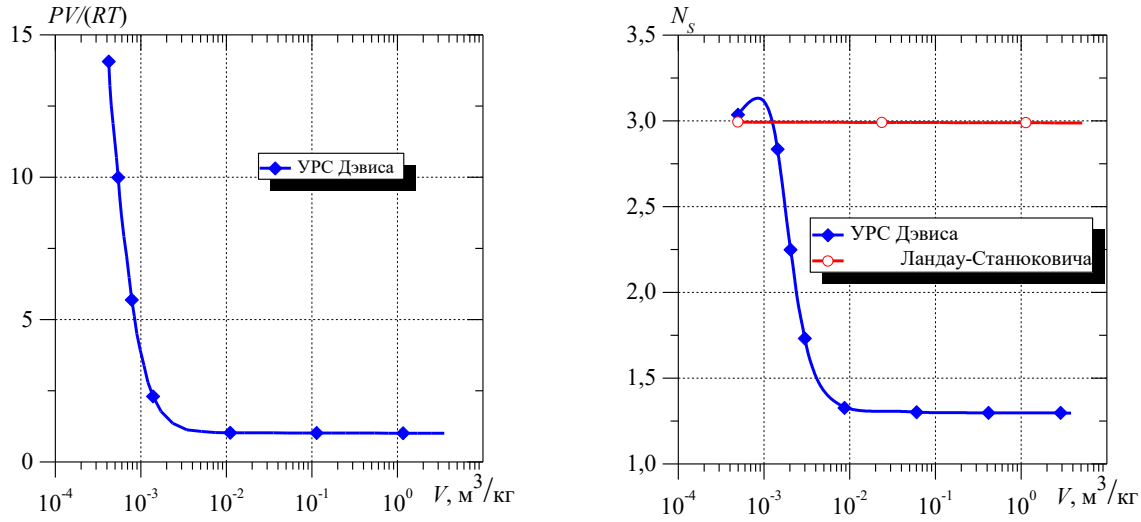
1.4 Уравнение состояния продуктов взрыва Дэвиса

Сравнительно простым полуэмпиричеким УРС ПВ является уравнение Дэвиса [10, 11]. Как общепринято для продуктов взрыва, УРС записывается в форме Ми-Грюнайзена с опорной изэнтропой, проходящей через точку Чепмена-Жуге. Коэффициент Грюнайзена является функцией только объема, следовательно, по условию (6) теплоемкость – постоянная величина. Подгонка шести коэффициентов уравнения состояния производится из знания состояния Чепмена-Жуге и опытных данных по расширению медной трубки с исследуемым ВВ.

Степень неидеальности продуктов детонации можно характеризовать отклонением отношения $P{\cdot}V/(R{\cdot}T)$ от единицы. Эта величина для продуктов взрыва ВВ PBX-9404 (94% октогена + связка) начальной плотностью 1.844 г/см^3 при расширении из состояния Ч-Ж показана на рисунке 5 *a*. Кривая начинается при удельном объеме $4.064{\cdot}10^{-4}$ м^3/кг, давлении 35.7 ГПа, температуре 3787 К, заканчивается при удельном объеме 0.716 м^3/кг, давлении 1 атм, температуре 273 К. Изменение очень сильное: от почти 15 до единицы.

Второй важной характеристикой продуктов взрыва является показатель адиабаты N_s (5). Его немонотонное поведение, представленное на рисунке 5 *b*,

показывает уменьшение от величины ≈ 3 (значение показателя адиабаты Ландау-Станюковича (4)) до значения идеального газа 1.4.



a) степень неидеальности *b*) показатель адиабаты

Рис. 5. Параметры продуктов взрыва на изэнтропе PBX 9404

Зависимость коэффициента Грюнайзена от плотности показана на рисунке 6, давления от массовой скорости на опорной изэнтропе – на рисунке 7, температуры, скорости звука, удельной внутренней энергии от плотности – на рисунках 8–10. Представлены расчетные зависимости по УРС Дэвиса, Ландау-Станюковича (4) и по УРС JWL (его описание представлено в разделе 1.7).

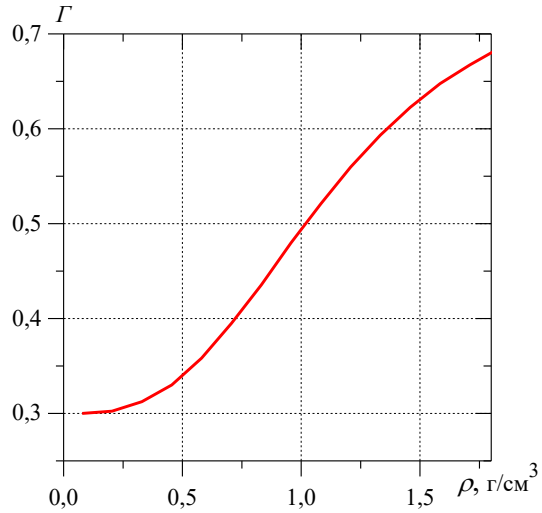


Рис. 6. Зависимость коэффициента Грюнайзена от плотности PBX 9404

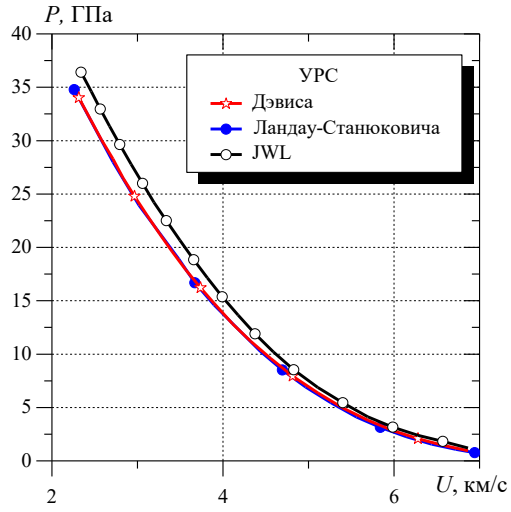


Рис. 7. Зависимость давления от массовой скорости на изэнтропе PBX 9404

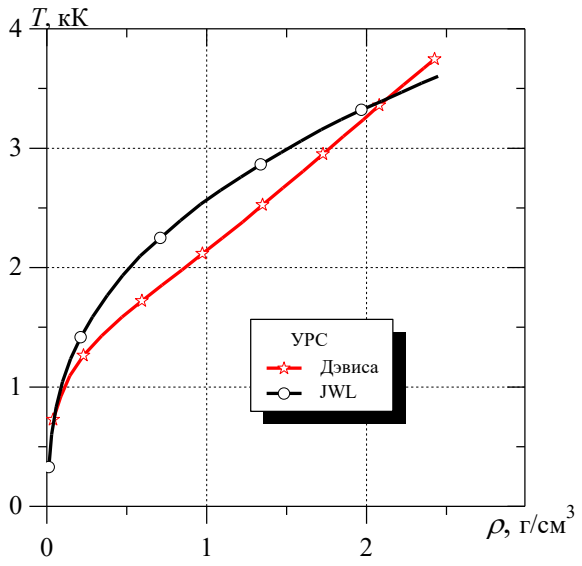


Рис. 8. Зависимость температуры от плотности на изэнтропе PBX 9404

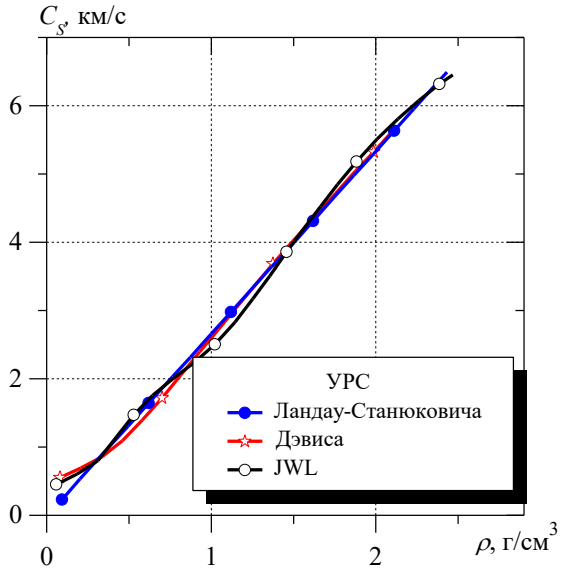


Рис. 9. Зависимость скорости звука от плотности на изэнтропе PBX 9404

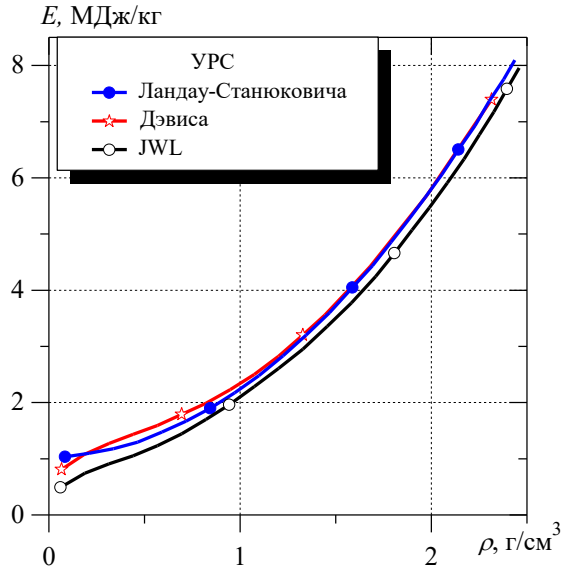


Рис. 10. Зависимость удельной внутренней энергии от плотности на изэнтропе PBX 9404

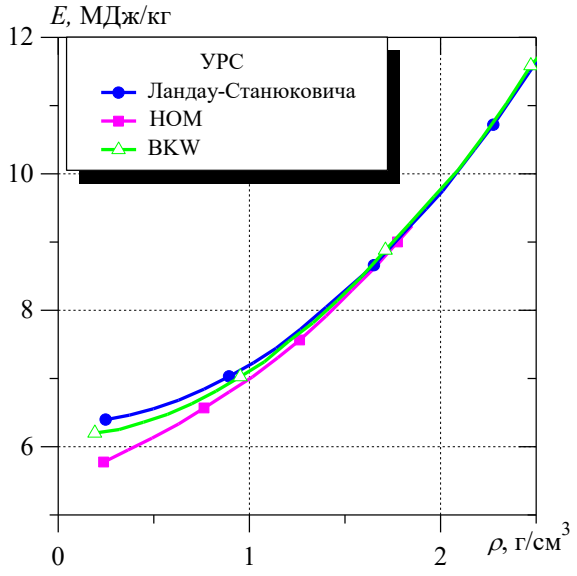


Рис. 11. Зависимость удельной внутренней энергии от плотности на изэнтропе PBX 9502

1.5 Уравнение состояния продуктов взрыва НОМ Мейдера

До сих пор рассматривались эмпирические УРС продуктов взрыва. Их преимуществом является относительная простота и легкость использования при проведении многомерного численного моделирования. Однако имеются сложные термохимические уравнения состояния, например, BKW (Беккер-Кистяковский-Вильсон) или VLWR [1, 2]. Непосредственное использование таких УРС в расчетах нерационально. Мейдером [1] предложено аппроксимировать таблицы BKW зависимостями давления, внутренней энергии и температуры на опорной изэнтропе, проходящей через точку Чепмена-Жуге

$$\begin{aligned} &\ln(P_S) = A + B\cdot\ln(V) + C\cdot\ln^2(V) + D\cdot\ln^3(V) + E\cdot\ln^4(V),\\ &\ln(E_S) = K + L\cdot\ln(P_S) + M\cdot\ln^2(P_S) + N\cdot\ln^3(P_S) + O\cdot\ln^4(P_S),\\ &\ln(T_S) = Q + R\cdot\ln(V) + S\cdot\ln^2(V) + T\cdot\ln^3(V) + U\cdot\ln^4(V). \end{aligned} \tag{12}$$

Давление вне опорной изэнтропы находится в приближении Ми-Грюнайзена

$$\begin{aligned} &P = P_S + (E - E_S)/(\beta\cdot V),\\ &T = T_S + (E - E_S)/C_V. \end{aligned} \tag{13}$$

Здесь $1/\beta$ – аналог коэффициента Грюнайзена, C_V – удельная теплоемкость. В работе [1] опубликованы необходимые константы для ряда продуктов детонации. В таблице 4 представлено сравнение расчетных параметров детонации УРС НОМ и BKW для ВВ на основе ТАТВ PBX-9502 начальной плотностью 1.894 г/см^3. Отметим заметное отклонение правила Жуге при хорошем совпадении давления детонации.

Таблица 4

Параметры детонации PBX 9502

УРС	T_{CJ}, К	ρ_{CJ}, г/см^3	D, км/с	C_S+U_{CJ}, км/с	U_{CJ}, км/с	P_{CJ}, ГПа
BKW			7.707		1.952	28.5
НОМ	2051	2.548	7.658	7.560	1.964	28.5

На рисунке 11 показано изменение внутренней энергии от плотности на изэнтропе (для УРС НОМ, BKW и Ландау-Станюковича). Поведение температуры, давления, массовой скорости, показателя адиабаты от плотности представлены на рисунках 12 и 13. Отметим, что современные оценки температуры ПВ для этого ВВ (см. таблицу 19) дают более высокое значение $T_{CJ} \approx 2878\ldots3196$ К.

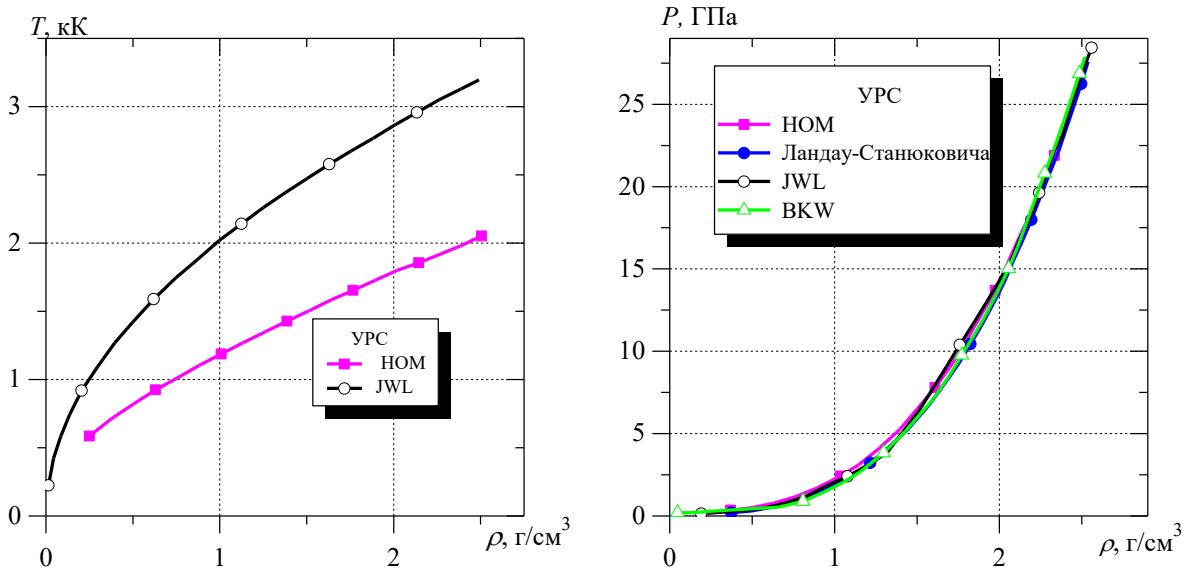


Рис. 12. Зависимости температуры и давления от плотности на изэнтропе PBX 9502

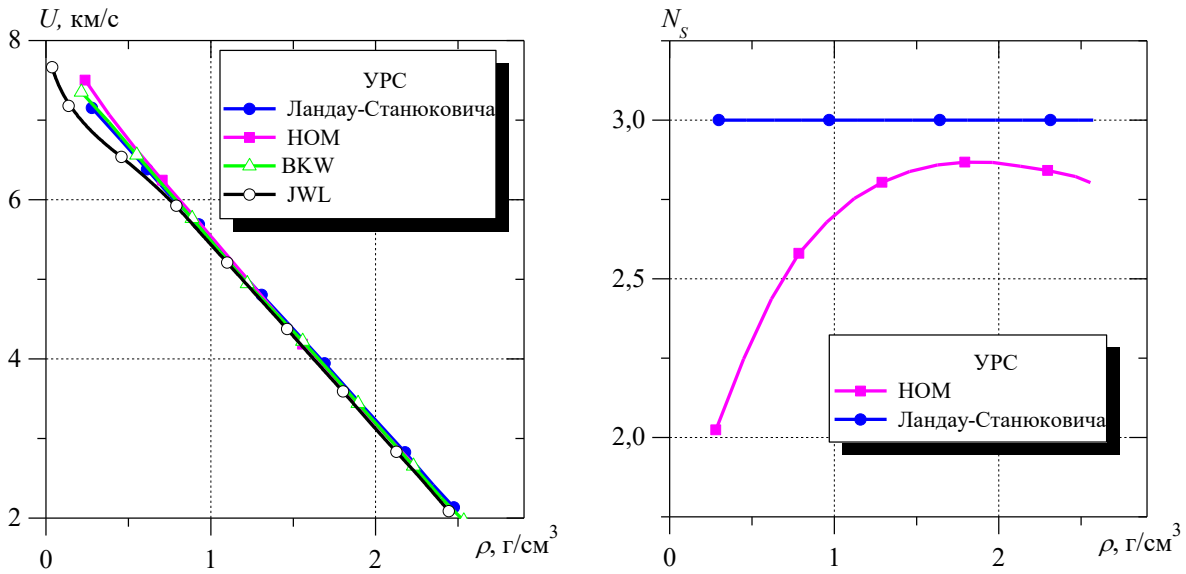


Рис. 13. Зависимость массовой скорости и показателя адиабаты от плотности при разгрузке для PBX 9502

Температура в УРС НОМ является независимым параметром, поэтому можно проверить термодинамическую согласованность уравнения

$$P = T \cdot \left(\partial P / \partial T\right)_V - \left(\partial E / \partial V\right)_T . \qquad (14)$$

На рисунке 14 представлен анализ выполнения термодинамической согласованности УРС НОМ для PBX 9502, из которого следует термодинамически согласованность УРС НОМ.

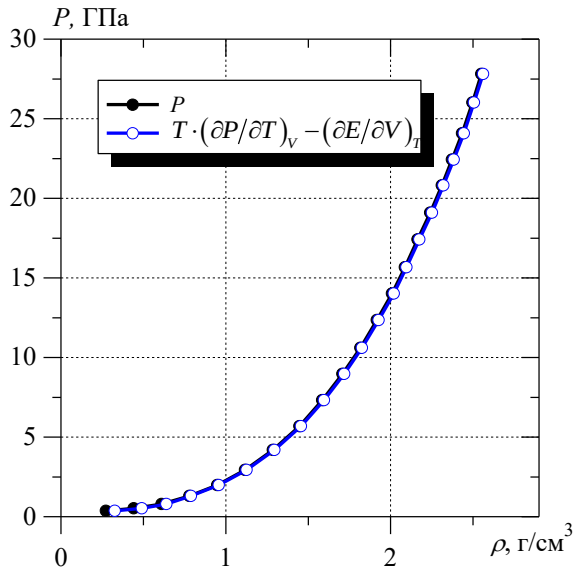


Рис. 14. Выполнение термодинамической согласованности УРС НОМ для PBX 9502

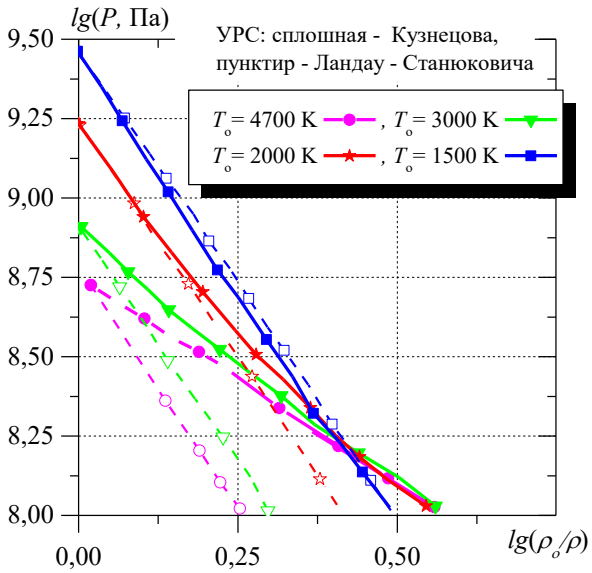


Рис. 15. Зависимость давления от плотности при изэнтропической разгрузке. Продукты взрыва аммотола. Начальные состояния $E_0 \cdot \rho_0$=2 ГДж/м^3

Сравним расчетные по УРС НОМ и УРС BKW параметры детонации для ТЭНа с начальной плотностью 1.775 г/см^3 (таблица 5) и тетрила с плотностью 1.70 г/см^3 (таблица 6).

Таблица 5

Параметры детонации ТЭНа

УРС	T_{CJ}, K	ρ_{CJ}, г/см^3	D, км/с	C_S+U_{CJ}, км/с	U_{CJ}, км/с	P_{CJ}, ГПа
BKW	2832		8.422			31.9
НОМ	2797	2.375	8.434	8.392	2.130	31.9

Таблица 6

Параметры детонации тетрила

УРС	T_{CJ}, K	ρ_{CJ}, г/см^3	D, км/с	C_S+U_{CJ}, км/с	U_{CJ}, км/с	P_{CJ}, ГПа
BKW	2917		7.629			25.15
НОМ	2902	2.285	7.601	7.722	1.946	25.15

1.6 Уравнение состояния продуктов взрыва Кузнецова

Другим примером теоретического подхода к построению УРС продуктов взрыва является уравнение Н.М. Кузнецова [12, 13]. Известно, что взаимодействие молекул при больших сжатиях и высоких температурах определяется короткодействующими силами отталкивания. Основным параметром, характеризующим такое взаимодействие, является эффективный диаметр молекул. Продукты детонации большинства ВВ, применяющихся на практике, состоят в основном из воды, двуокиси и окиси углерода, азота и кислорода. Для этих компонентов имеет место степенная зависимость молярной энергии от температуры в диапазоне $500 \le T \le 4700$ К и сравнительно небольшое различие в эффективных диаметрах молекул. Кроме того, это различие сглаживается в силу высокой плотности газов. Это дает возможность написать единое УРС продуктов детонации в виде

$$\begin{aligned} &P(\rho,T) = R\cdot T\cdot\rho\cdot\varphi/\mu + P_X(\rho),\\ &E(\rho,T) = a\cdot T^{\alpha}/\mu + 0.3\cdot(\varphi-1)\cdot R\cdot T/\mu + E_X(\rho),\\ &\varphi = \varphi(\rho,T). \end{aligned} \tag{15}$$

Здесь R – газовая постоянная, μ – средний молекулярный вес продуктов детонации, φ – функция плотности и температуры, $P_X(\rho)$, $E_X(\rho)$ – холодные составляющие давления и энергии, связанные зависимостью (9). Выражения для указанных функций приведены в [12, 13].

На рисунке 15 показана зависимость давления от плотности на изэнтропе ПВ аммотола 80/20 для различных значений начальной температуры. Соответствующие значения исходных величин плотности и энергии связаны условием $\rho_0 \cdot E_0 = 2$ ГДж/м^3. Представлены расчетные зависимости, полученные по УРС Кузнецова и Ландау-Станюковича. Видно, что для высоких значений температур и сильного разрежения имеет место ощутимое отличие от идеальности. Это видно также на рисунке 16 из значительного отклонения текущего показателя адиабаты N_s (5) ПВ гексогена $\rho_0 = 2$ г/см^3 от его «идеального» значения $N_s = 3$.

На рисунке 17 представлена зависимость давления от массовой скорости, на рисунке 18 – зависимости давления и скорости звука от плотности, на рисунке 19 – зависимость внутренней энергии от плотности. Кривые получены при различных начальных температурах ПВ. Пунктиром на графиках показаны расчеты по УРС Ландау-Станюковича (4).

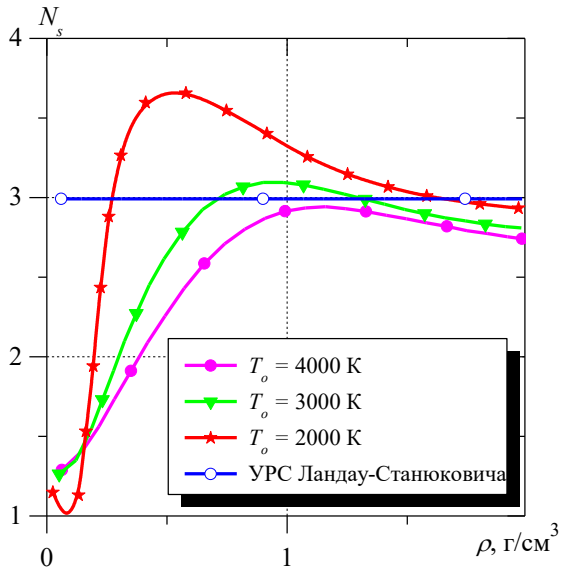


Рис. 16. Зависимость показателя адиабаты от плотности на изэнтропе ПВ гексогена по УРС Кузнецова

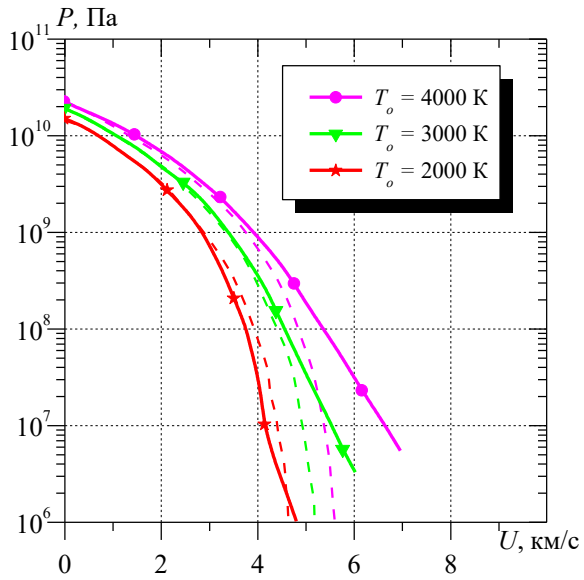
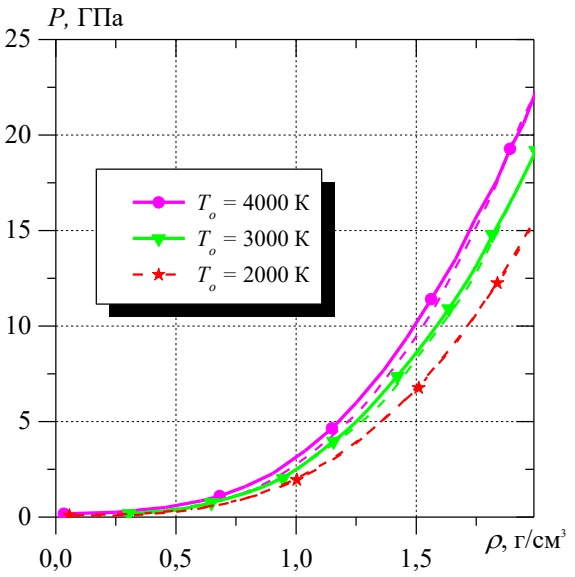


Рис. 17. Зависимость давления от массовой скорости при изэнтропической разгрузке продуктов взрыва гексогена



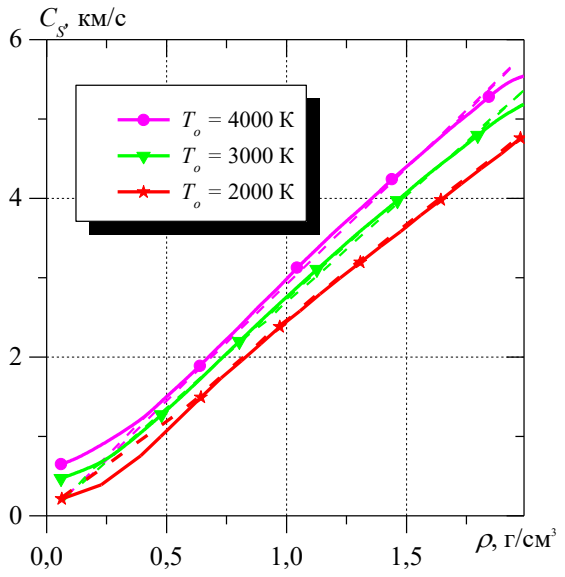


Рис. 18. Зависимости давления и скорости звука от плотности на изэнтропе ПВ гексогена

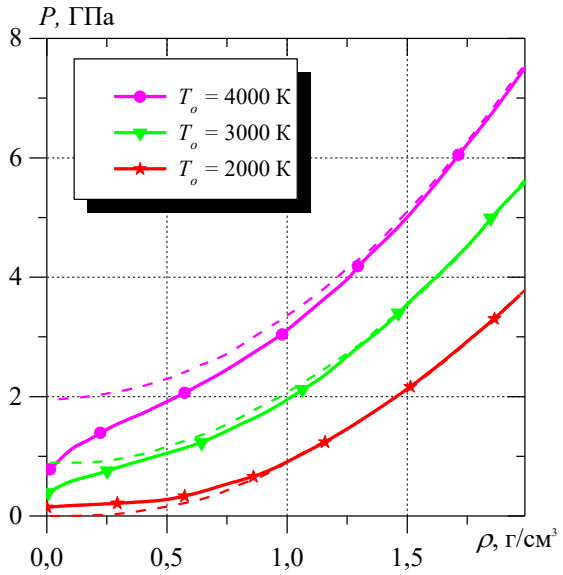


Рис. 19. Зависимость внутренней энергии от плотности на изэнтропе ПД гексогена. Пунктир – УРС Ландау-Станюковича

Можно сделать вывод, что для умеренных значений плотности совпадение УРС Кузнецова с УРС Ландау-Станюковича вполне удовлетворительное.

Проверка термодинамической согласованности УРС Кузнецова показала хорошее выполнение условия (14).

1.7 Калорическое уравнение состояния продуктов взрыва JWL

Это самое распространенное УРС продуктов взрыва [14]. Большая часть расчетов по формированию воздушных ударных волн, взрывов в воде и грунте, разгону фрагментов и т.п. выполнена именно с этим уравнением. Данное уравнение – «рабочая лошадка» в расчетах детонационных процессов во всех коммерческих пакетах (ABAQUS, LS-DYNA, AUTODYN, IMPETUS, DYSMAS, MSC/DYTRAN и др.). Изначальная термическая форма уравнения была предложена Джонсом и Миллером в 1948 г.

$$P(V,T) = A \cdot e^{-R_1 \cdot W} - B + C \cdot T.$$

Здесь и далее $W = \dfrac{V}{V_0}$ – относительный удельный объем, $V_0 = \dfrac{1}{\rho_0}$, ρ_0 – начальная плотность ВВ, T – температура, A, B, C, R_1 – параметры данного ВВ. Затем Уилкинс в 1964 г. модифицировал УРС к калорическому виду

$$P(V,E) = \frac{\alpha}{W^{\beta}} + B \cdot \left(1 - \frac{\omega}{W \cdot R_2}\right) \cdot e^{-R_2 \cdot W} + \frac{\omega \cdot \rho_0 \cdot E}{W}.$$

И, наконец, Ли в 1968г. получил современную форму уравнения [14].

Рассмотрим два способа построения этого уравнения состояния, принадлежащего к уравнениям типа Ми-Грюнайзена. Напомним, что в

уравнениях этого типа сначала выбирается опорная кривая, а затем добавляются «тепловые» компоненты.

В первом подходе за опорную кривую выберем изэнтропу, проходящую через точку Чэпмена-Жуге

$$P_s = A \cdot e^{-R_1 \cdot W} + B \cdot e^{-R_2 \cdot W} + C \cdot W^{-1-\omega}. \qquad (16)$$

Представление в форме (16) имеет глубокий физический смысл. Оно получено из следующих соображений. Обширный накопленный экспериментальный материал указывает на наличие универсальной зависимости скорости детонации от массовой скорости в виде

$$\frac{D}{D_{CJ}} = a \cdot \left(\frac{u}{u_{CJ}}\right)^{-1} + b + c \cdot \left(\frac{u}{u_{CJ}}\right).$$

Тогда для зависимости давления в детонационной волне от массовой скорости можно записать

$$\frac{P}{P_{CJ}} = a + b \cdot \left(\frac{u}{u_{CJ}}\right)^{1} + c \cdot \left(\frac{u}{u_{CJ}}\right)^{2}.$$

В точке Чепмена-Жуге имеет место касание ударной адиабаты и изэнтропы. Поэтому

$$\frac{u_{CJ}}{P_{CJ}} \cdot \frac{dP_s}{du} = b + 2 \cdot c \cdot \left(\frac{u}{u_{CJ}}\right).$$

С учетом соотношения на изэнтропе

$$\left(\frac{dP}{du}\right)_s^2 = (\rho \cdot c)^2 = -\left(\frac{dP}{dV}\right)_s$$

можно получить дифференциальное уравнение для зависимости давления от удельного объема на изэнтропе, проинтегрировав которое получим решение в общем виде

$$P(V)_s = H \cdot \exp\left(-L \cdot \frac{V}{V_0}\right) + G,$$

где H, L, G – константы интегрирования.

Это выражение совпадает по форме с первым членом в формуле (16), который описывает быстрое падение давления при небольших расширениях от точки Чэпмена-Жуге. Второй член в (16) имеет тоже экспоненциальный вид и обеспечивает подгонку к экспериментальной изэнтропе при средних расширениях. Третий член описывает большие расширения – как расширения идеального газа с эффективным показателем адиабаты 1+ω.

Из (16) легко получить выражение для удельной внутренней энергии на изэнтропе

$$E_s = \left(A/R_1 \cdot e^{-R_1 \cdot W} + B/R_2 \cdot e^{-R_2 \cdot W} + C/\omega \cdot W^{-\omega}\right)/\rho_0.$$

Тогда для любого состояния вне опорной изэнтропы

$$P(V,E) = P_s(V) + \omega/V \cdot \left(E - E_s(V)\right) = A \cdot \left(1 - \frac{\omega}{W \cdot R_1}\right) \cdot e^{-R_1 \cdot W} + B \cdot \left(1 - \frac{\omega}{W \cdot R_2}\right) \cdot e^{-R_2 \cdot W} + \frac{\omega \cdot \rho_0 \cdot E}{W}. \qquad (17)$$

Во втором подходе за опорную кривую выберем холодное давление

$$P_x = A \cdot e^{-R_1 \cdot W} + B \cdot e^{-R_2 \cdot W}.$$

Тогда соответствуюшая холодная энергия

$$E_x = \left(A/R_1 \cdot e^{-R_1 \cdot W} + B/R_2 \cdot e^{-R_2 \cdot W} \right) / \rho_0 .$$

Калорическое УРС записывается в виде

$$P(V,E) = P_x(V) + \frac{\omega}{V} \cdot \left(E - E_x(V) \right). \qquad (18)$$

Итоговая форма калорического УРС (18) совпадает с (17). Сделаем замечание об отсчете внутренней энергии. Значение внутренней энергии при сильном расширении $V = \infty$, $E_S = E_X = 0$. При расчете состояния в точке Ч-Ж $E_{CJ} = E_0 + 0.5 \cdot V_0 \cdot P_{CJ} \cdot (1 - W_{CJ})$. Здесь E_0 – запасенная в веществе энергия взрывчатого превращения, новая неизвестная, характеризующая ВВ.

Условий сохранения

$$P_{CJ} = P(V_{CJ}, E_{CJ}); \quad E_{CJ} = E_0 + U_{CJ}^2/2; \quad D_{CJ} = U_{CJ} + C_{CJ}.$$

недостаточно для определения констант A, B, C, R_1, R_2, ω, E_0. Поэтому привлекаются дополнительные способы – в основном эмпирические на основе цилиндр-тестов [15-17].

Рассмотрим в качестве ВВ тротил $\rho_0 = 1.63$ г/см^3, $D = 6.93$ км/с, $P_{CJ} = 21$ ГПа, $E_0 = 4.2944$ МДж/кг ($\rho_0 \cdot E_0 = 7.0$ ГПа). В таблице 7 даны константы уравнения, полученные по разным источникам. Отметим неоднозначность уравнения JWL: одни и те же параметры детонации достигаются разными наборами коэффициентов.

Таблица 7

Константы опорной изэнтропы тротила

Источник	A, ГПа	B, ГПа	C, ГПа	R_1	R_2	ω	C_{SCJ}, км/с	U_{CJ}, км/с
[18]	371.21	3.2306	1.0453	4.15	0.95	0.30	5.070	1.859
[16]	366.42	2.6983	1.1480	4.1245	0.9436	0.3135	5.070	1.859

На рисунке 20 показано изменение объемной плотности внутренней энергии $E^* = E \cdot \rho_0$ от приведенного объема $W = V/V_0 = \rho_0/\rho$. Звездочкой показано состояние Чэпмена-Жуге $E_{CJ}^* = 9.8$ ГПа, пунктирной линией – уровень химической энергии $E_0^* = 7$ ГПа, буквами *A, B, C* обозначены соответственно три слагаемых в уравнении изэнтропы (16), сплошной и пунктирной линией – итоговые изэнтропы, построенные по двум литературным источникам [16] и [18]. Выделена доля внутренней энергии, приобретаемая за счет сжатия в детонационной волне ΔE^*.

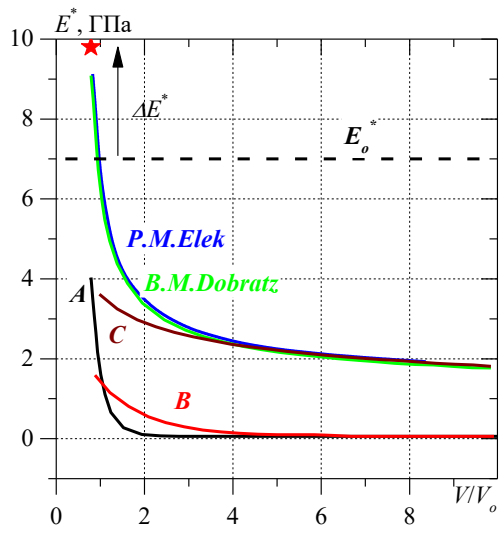


Рис. 20. Зависимость плотности внутренней энергии от объёма на изэнтропе тротила

2 Способы определения корректности задания коэффициентов уравнения состояния продуктов взрыва в форме JWL

Как уже отмечалось, для однозначного определения давления продуктов взрыва конкретного ВВ необходимо задать 7 коэффициентов $\rho_0, A, B, R_1, R_2, E_0, \omega$. Часто в литературе приводятся важные экспериментальные (заданные) характеристики продуктов в точке Чепмена-Жуге: давление P_{CJ}^{ex}, скорость детонации D_{CJ}^{ex}. Естественно, возникает вопрос: корректно ли выбраны коэффициенты уравнения состояния продуктов взрыва в форме JWL, чтобы заданные и расчетные характеристики совпали? Ниже представим несколько способов оценки правильности выбора констант.

Способ А

Помимо коэффициентов $\rho_0, A, B, R_1, R_2, E_0, \omega$ дополнительно известны P_{CJ}^{ex}, D_{CJ}^{ex}.

В этом случае очевидных соотношений определяются параметры в точке Ч-Ж:

$$W_{CJ} = 1 - \frac{P_{CJ}^{ex}}{\rho_0 \cdot \left(D_{CJ}^{ex}\right)^2}, \quad \rho_{CJ} = \rho_0 / W_{CJ}, \quad u_{CJ} = \frac{P_{CJ}^{ex}}{\rho_0 \cdot D_{CJ}^{ex}}, \quad E_{CJ} = E_0 + \frac{P_{CJ}^{ex}}{2} \cdot \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_{CJ}}\right).$$

Обращаемся в УРС (17) со значениями ρ_{CJ}, E_{CJ} – получаем P_{CJ}. Кроме того, расчитываем скорость звука $C_{SCJ} = \sqrt{\left(dP/d\rho\right)_S} = \sqrt{\left(dP/d\rho\right)_E + P/\rho^2 \cdot \left(dP/dE\right)_\rho}$.

Проверяем выполнение условия $D_{CJ}^{ex} = U_{CJ} + C_{SCJ}$.

Если дополнительно задано C^{ex}, то расчет давления по найденному ρ_{CJ} на изэнтропе (16) дает $P^{\$}_{CJ}$.

Сравниваем P_{CJ}, P^{ex}_{CJ}, и $P^{\$}_{CJ}$.

Способ B

Помимо коэффициентов $\rho_0, A, B, R_1, R_2, E_0, \omega$ дополнительно известна только скорость детонации D_{CJ}^{ex}. В этом случае организуется итерационный процесс для нахождения P_{CJ} (см. блок-схему на рис. 21).

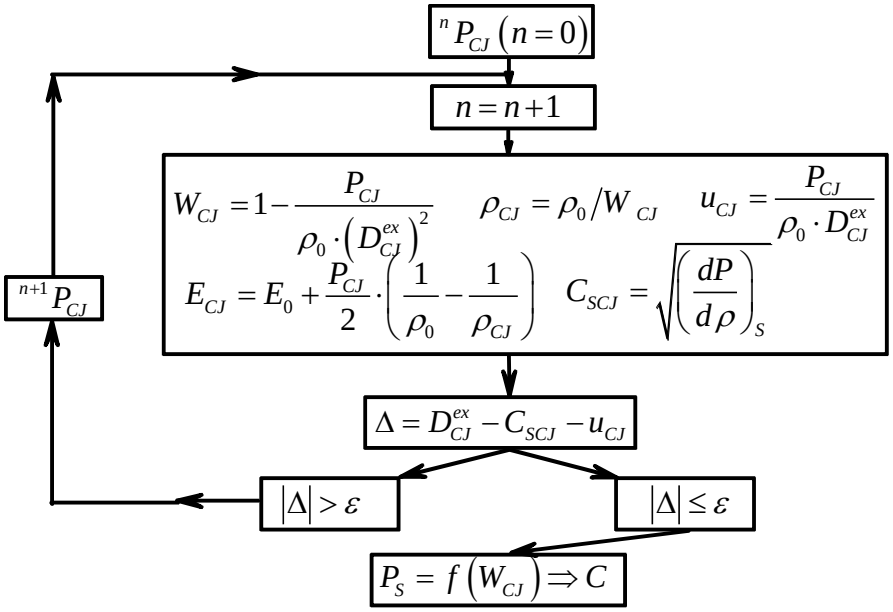


Рис. 21. Блок-схема для способа B

Сначала задается его начальное приближение $^{n}P_{CJ}\left(n=0\right)$ (это значение заведомо находится в диапазоне 10-50 ГПа). На каждом итерационном шаге определяются параметры в точке Ч-Ж и проверяется выполнение условия Ч-Ж $\Delta=D_{CJ}^{ex}-C_{SCJ}-u_{CJ}$. Если невязка больше заданной $\left|\Delta\right|>\varepsilon$ (как правило, достаточно $\varepsilon\approx10^{-4}$ км/с), то поиск продолжается. При этом следующее приближение, например, можно брать методом деления заданного отрезка пополам. Если условие $\left|\Delta\right|\le\varepsilon$, то из обратного расчета по изэнтропе (16) при найденном значении P_{CJ} находим *C*.

Способ C

Известны только коэффициенты $\rho_0, A, B, R_1, R_2, E_0, \omega$. В этом случае необходимо организовать два итерационных цикла (см. блок-схему на рис. 22).

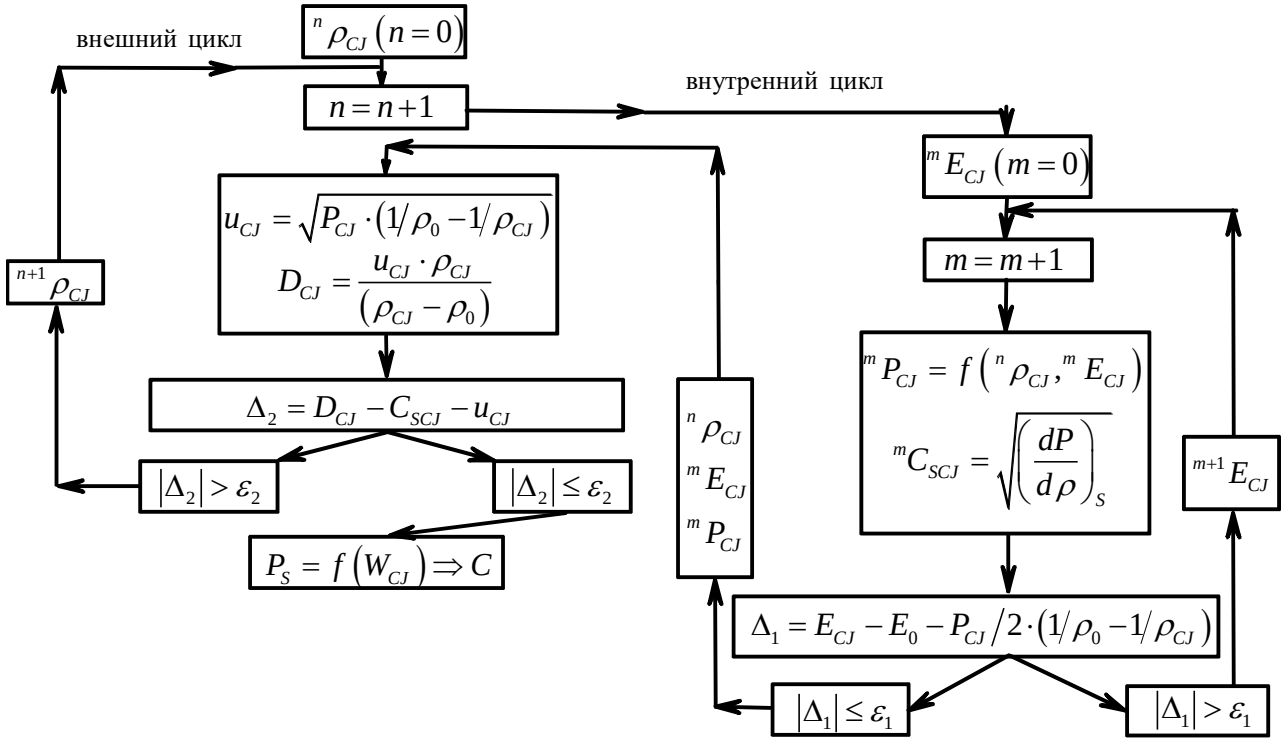


Рис. 22. Блок-схема для способа С

Внешний цикл (n) – поиск плотности ρ_{CJ}, а внутренний (m) – удельной внутренней энергии E_{CJ}. Сначала задается начальное приближение ${}^{n}\rho_{CJ}(n=0)$ (это значение заведомо находится в диапазоне $\rho_{CJ}\in[\rho_0, 2\rho_0]$). При входе во внутренний цикл с начальным приближением ${}^{m}E_{CJ}(m=0)$ (как правило, $E_{CJ}\in[E_0,\ 10\,E_0]$) определяем давление P_{CJ} и скорость звука C_{SCJ}. Затем проверяем выполнение условия Гюгонио $\Delta_1=E_{CJ}-E_0-\frac{P_{CJ}}{2}\cdot\left(\frac{1}{\rho_0}-\frac{1}{\rho_{CJ}}\right)$. Если условие $|\Delta_1|>\varepsilon_1$ (как правило, достаточно $\varepsilon_1\approx10^{-4}$ МДж/кг), то уточняется ${}^{m+1}E_{CJ}$ и расчет во внутреннем цикле продолжается. Если $|\Delta_1|\le\varepsilon_1$, то расчет окончен и переходим во внешний цикл с уточненными значениями ${}^{n}\rho_{CJ}, {}^{m}E_{CJ}, {}^{m}P_{CJ}$. На каждом внешнем итерационном шаге определяются параметры ${}^{n}u_{CJ}$, ${}^{n}D_{CJ}$ и проверяется выполнение условия Ч-Ж $\Delta_2=D_{CJ}-C_{SCJ}-u_{CJ}$. Если невязка больше заданной $|\Delta_2|>\varepsilon_2$ ($\varepsilon_2\approx10^{-4}$ км/с), то поиск продолжается. Если условие $|\Delta_2|\le\varepsilon_2$, то из обратного расчета по изэнтропе (16) при найденном значении P_{CJ} находим C.

Из представленных способов первый достаточно простой и предназначен для экспресс-оценки правильности константного набора данного ВВ. Второй и третий способы требуют написания отдельных программ расчета.

В качестве примера рассмотрим октоген, константы которого взяты из работы [18].

Таблица 8

Константы уравнения состояния JWL для октогена [18]

Константа JWL	A, ГПа	B, ГПа	C^{ex}, ГПа	R_1	R_2	ω	P^{ex}_{CJ}, ГПа	D^{ex}_{CJ}, км/с	ρ_0, г/см^3	E_0, МДж/кг
	778.3	7.071	0.643	4.20	1.0	0.3	42.0	9.110	1.891	5.5526

Оценки, полученные с использованием трех способов, представлены в таблице 9.

Таблица 9

Сравнение характеристик октогена

Величина	P_{CJ}, ГПа	D_{CJ}, км/с	ρ_{CJ}, г/см^3	$P^{\$}_{CJ}$, ГПа	U_{CJ}, км/с	C_{SCJ}, км/с	E_{CJ}, МДж/кг	$C_{SCJ} + U_{CJ}$, км/с	C, ГПа
Способ А	41.02	9.110	2.582	40.28	2.438	6.679	8.525	9.117	
Способ В	41.92	9.110	2.580		2.433	6.677	8.513	9.110	1.793
Способ С	39.95	8.995	2.559		2.349	6.647	8.311	8.995	1.101
Расчет по [19]	38.41	8.927	2.537		2.275	6.651	8.142	8.927	1.720

«Способ А»: Видно наличие рассогласования давлений детонации P_{CJ} и $P^{\$}_{CJ}$ по сравнению с заданным P^{ex}_{CJ}.

«Способ В»: Очевидно, что невязка $\Delta = 0$ из самого способа поиска давления P_{CJ}. Найденное значение С значительно отличается от заданного C^{ex}. Отметим, что в этом способе обращения к УРС (17) не происходит. Вычисленное по ρ_{CJ}, E_{CJ} давление 40.94 ГПа отличается как от P^{ex}_{CJ}, так и P_{CJ}.

«Способ С»: Это согласованный способ определения базовых характеристик ВВ: давления и скорости детонации. Если найденные значения P_{CJ}, D_{CJ} отличаются от заданных (экспериментальных) P^{ex}_{CJ}, D^{ex}_{CJ} – значит, набор коэффициентов ошибочен. Приведенный набор коэффициентов октогена широко используется при проведении расчетов детонационных процессов. Несогласованность расчетной скорости детонации D_{CJ} = 8.995 км/с и заданной D^{ex}_{CJ} = 9.110 км/с может приводить к непредсказуемым результатам. Например, при расчетах с поставленным фронтом детонации (в гидрокодах типа AUTODYN и LS-DYNA это опция Programmed_Burn) используется именно D^{ex}_{CJ}.

В том же источнике [18] можно найти примеры правильного задания коэффициентов. Например, тетрил (таблица 10).

Таблица 10

Константы УРС JWL тетрила

Константа JWL	A, ГПа	B, ГПа	C^{ex}, ГПа	R_1	R_2	ω	P^{ex}_{CJ}, ГПа	D^{ex}_{CJ}, км/с	ρ_0, г/см^3	E_0, МДж/кг
	586.8	10.671	0.774	4.4	1.2	0.28	28.5	7.910	1.730	4.7398

Таблица 11

Сравнение характеристик тетрила

Величина	P_{CJ}, ГПа	D_{CJ}, км/с	ρ_{CJ}, г/см^3	$P^{\$}_{CJ}$, ГПа	U_{CJ}, км/с	C_{SCJ}, км/с	E_{CJ}, МДж/кг	C_{SCJ}+ U_{CJ}, км/с	C, ГПа
Способ А	28.52	7.910	2.348	28.50	2.083	5.828	6.909	7.911	
Способ В	28.49	7.910	2.348		2.082	5.828	6.907	7.910	0.7741
Способ С	28.53	7.913	2.349		2.084	5.829	6.912	7.913	0.7881

К правильному набору относятся также константы тротила (таблица 7) из [18], проверка которых представлена в таблице 12.

Таблица 12

Сравнение характеристик тротила

Величина	P_{CJ}, ГПа	D_{CJ}, км/с	ρ_{CJ}, г/см^3	$P^{\$}_{CJ}$, ГПа	U_{CJ}, км/с	C_{SCJ}, км/с	E_{CJ}, МДж/кг	C_{SCJ}+ U_{CJ}, км/с	C, ГПа
Способ А	20.997	6.930	2.2276	20.996	1.859	5.070	6.023	6.929	
Способ В	21.007	6.930	2.2278		1.860	5.070	6.024	6.930	1.048
Способ С	21.000	6.929	2.2277		1.859	5.070	6.022	6.929	1.045

Следует отметить, что неточные значения констант некоторых ВВ попали даже в фундаментальный труд [19]. Для октогена той же начальной плотности предлагается набор констант ([19], стр. 772, табл. B14), расчеты по которому способом С представлены в четвертой строке нашей таблицы 9. Заметно отличаются значения заданных и расчетных величин давления и скорости детонации, а константа С почти в три раза больше заданной (1.720 ГПа против 0.643 ГПа).

Приведем еще примеры неправильного задания констант УРС JWL неискушенными пользователями коммерческих пакетов ANSYS LS-DYNA и AUTODYN. Возьмем широко используемое в кумулятивных, взрывоформирующих и осколочных боеприпасах ВВ Comp B (смесь тротила и гексогена). Все примеры взяты из 31-го симпозиума по баллистике 2019 г. Правильный набор констант из [18] приведен в таблице 13, расчетные значения параметров – в таблице 14.

Таблица 13

Константы УРС JWL Comp B

Константа	A, ГПа	B, ГПа	C^{ex}, ГПа	R_1	R_2	ω	P^{ex}_{CJ}, ГПа	D^{ex}_{CJ}, км/с	ρ_0, г/см^3	E_0, МДж/кг
JWL	524.23	7.678	1.082	4.20	1.10	0.34	29.5	7.980	1.717	4.95049

Таблица 14

Сравнение характеристик Comp B

Величина	P_{CJ}, ГПа	D_{CJ}, км/с	ρ_{CJ}, г/см^3	$P^{\$}_{CJ}$, ГПа	U_{CJ}, км/с	C_{SCJ}, км/с	E_{CJ}, МДж /кг	C_{SCJ}+ U_{CJ}, км/с	C, ГПа
Способ А	29.500	7.980	2.3514	29.500	2.153	5.827	7.268	7.980	
Способ В	29.499	7.980	2.3511		2.152	5.827	7.268	7.979	1.0817
Способ С	29.500	7.980	2.3510		2.153	5.827	7.268	7.980	1.0818

В работе [20] для взрывного метания готовых поражающих элементов в рамках LS-DYNA применяется модель MAT_HIGH_EXPLOSIVE_BURN. Используется ВВ Comp B с уменьшенной начальной плотностью 1.671 г/см^3. Все остальные константы УРС совпадают с данными таблицы 13. Авторы [20] утверждают, что это соответствует P^{ex}_{CJ} = 25.68 ГПа, D^{ex}_{CJ} = 7.840 км/с. На самом деле, P_{CJ} = 29.50 ГПа, D_{CJ} = 8.089 км/с.

В следующей работе [21] это же ВВ (в китайском обозначении explosive 8701) с чуть уменьшенной начальной плотностью 1.71 г/см^3 применяется для исследования формирования аэродинамически устойчивого ударного ядра. Указывается [21], что набор коэффициентов воспроизводит P^{ex}_{CJ} = 28.6 ГПа, D^{ex}_{CJ} = 8.425 км/с. На самом деле, P_{CJ}= 29.49 ГПа, D_{CJ}= 7.996 км/с.

В работе [22] это же ВВ с параметрами, точно совпадающими с данными таблицы 13, применяется для исследования особенностей формирования ударного ядра. Авторы [22] считают, что характеристики ВВ P^{ex}_{CJ} =33 ГПа, D^{ex}_{CJ} =7.98 км/с. На самом деле P_{CJ} = 29.5 ГПа, D_{CJ} = 7.98 км/с.

Строго обоснованный подбор констант УРС JWL для большого числа взрывчатых веществ представлен в работе [23]. Используются экспериментальные значения скорости, давления и теплоты детонации, а также экспериментальные данные, полученные при разлете оболочки медной трубки. Для примера в таблице 20 представлены данные для тротила.

Таблица 15

Константы УРС JWL тротила [23]

Константа	A, ГПа	B, ГПа	C^{ex}, ГПа	R_1	R_2	ω	P^{ex}_{CJ}, ГПа	D^{ex}_{CJ}, км/с	ρ_0, г/см^3	E_0, МДж/кг
JWL	565.442	6.56309	1.20125	4.849	1.151	0.32	19.2	6.920	1.620	4.34568

Таблица 16

Сравнение характеристик тротила

Величина	P_{CJ}, ГПа	D_{CJ}, км/с	ρ_{CJ}, г/см^3	$P^{\$}_{CJ}$, ГПа	U_{CJ}, км/с	C_{SCJ}, км/с	E_{CJ}, МДж/кг	C_{SCJ}+ U_{CJ}, км/с	C, ГПа
Способ А	19.1698	6.920	2.1528	19.2139	1.713	5.204	5.8123	6.9170	
Способ В	19.2194	6.920	2.1535		1.714	5.206	5.8153	6.9200	1.19169
Способ С	19.1605	6.914	2.1525		1.711	5.204	5.8087	6.9142	1.16977

Отметим, что для тротила из [23] используется более реальное значение детонации 19.2 ГПа по сравнению с 21 ГПа у тротила из [18].

3 Термическое уравнение состояния продуктов взрыва в форме JWL

Выше рассмотрены калорические уравнения состояния вида P=P(V,E). Однако при решении ряда радиационно-газодинамических задач возникает необходимость в использовании термических уравнений состояния продуктов взрыва вида T=T(V,E). Как уже отмечалось, уравнение в форме JWL в настоящее время является наиболее цитируемым и широко используемым в различных газодинамических кодах. Поэтому построение уравнения состояния продуктов взрыва в термической форме будем осуществлять для JWL.

3.1 Построение уравнения состояния

В пункте 1.7 показаны два способа построения калорической формы уравнения состояния (17). Если за опорную кривую выбирается изэнтропа, проходящая через точку Чэпмена-Жуге (16), тогда из условия постоянства параметра Грюнайзена ω следует формула для оценки температуры на изэнтропе

$$T_S = T_{CJ} \cdot \left(\frac{V_{CJ}}{V} \right)^{\omega}. \qquad (19)$$

Для расчета температуры вне опорной изэнтропы следует дополнительно знать значение удельной теплоемкости C_V. В приближении постоянства ее значения получаем формулу для оценки температуры в произвольной точке

$$T(V,E) = T_S(V) + \frac{E - E_S(V)}{C_V}. \qquad (20)$$

Во втором подходе за опорную кривую выбиралось холодное давление. Термическая форма уравнения состояния основана на соотношениях

$$E_T = E - E_x = C_V \cdot T; \quad P_T = P - P_x = \frac{\omega}{V} \cdot E_T; \quad T = {E_T}/{C_V}. \qquad (21)$$

Итоговая форма определения температуры (21) совпадает с (20), однако процедура расчета температуры отличается. В первом подходе для ее нахождения мы (при известной плотности) стартуем с температуры на опорной изэнтропе T_S (19), используя вычисленное термохимическими кодами или полученное из эксперимента значение температуры в точке Чепмена-Жуге T_{CJ}. Большинство прикладных программ расчета детонационных явлений не учитывает теплопроводность, таким образом, течение продуктов детонации близко к изэнтропическому, отклонение от изэнтропичности невелико, и при разумном выборе C_V расчет по формуле (20) оправдан. Во втором подходе, когда нам неизвестно значение T_{CJ}, мы стартуем (при заданной плотности) с холодной энергии, расстояние до текущего состояния $E_T = E - E_x$ может быть

большим, поэтому погрешность определения температуры по формуле (21) будет существенно выше.

3.2 Алгоритм расчета

Алгоритм определения давления и температуры продуктов взрыва для заданных V и E состоит в следующем:

1) **давление** определяется по формуле:

$$P(V,E) = A\cdot\left(1-\frac{\omega}{W\cdot R_1}\right)\cdot e^{-R_1\cdot W} + B\cdot\left(1-\frac{\omega}{W\cdot R_2}\right)\cdot e^{-R_2\cdot W} + \frac{\omega\cdot\rho_0\cdot E}{W}.$$

2) определяется **удельная внутренняя энергия и температура на изэнтропе**:

$$E_S(V) = \left(A/R_1\cdot e^{-R_1\cdot W} + B/R_2\cdot e^{-R_2\cdot W} + C/\omega\cdot W^{-\omega}\right)/\rho_0, \quad T_S(V) = T_{CJ}\cdot\left(\frac{V_{CJ}}{V}\right)^{\omega}.$$

3) определяется **температура**

$$T(V,E) = T_S(V) + \frac{E - E_S(V)}{C_V}.$$

Как следует из представленного алгоритма, для определения температуры стандартного набора констант недостаточно. Необходимо знание в точке Чепмена-Жуге параметров T_{CJ}, V_{CJ}, а также удельной теплоемкости C_V и коэффициента C.

Наиболее просто обстоит с определением C и V_{CJ}. Для этого достаточно использовать способы, предложенные для определения корректности задания коэффициентов уравнения состояния продуктов взрыва в форме JWL. Способам задания температуры детонации и удельной теплоемкости посвящен следующий раздел.

3.3 Определение температуры и теплоемкости продуктов детонации

Измерение температуры на детонационном фронте сопровождается значительными трудностями и приводит к большим погрешностям, чем, например, погрешность измерения скорости детонации [24]. Значения температуры в продуктах детонации твердых ВВ достигают 5000 К, и ее величину, как правило, определяют по яркости детонационного фронта. Однако есть вопросы о поглощении излучения слоем сжатого и частично разложившегося ВВ перед детектором. Публикуемые экспериментальные данные представляют собой температуры абсолютно черного тела с эквивалентной фотояркостью. Соотношение между этими данными и действительной температурой ПВ неизвестно. Поэтому существует разброс в оценках температуры на детонационном фронте и теплоемкости ПВ. Например, в учебном пособии [25] утверждается, что температура детонации тротила 2677 К. С другой стороны, экспериментальные данные [26, 27] показывают, что температура ПВ ТНТ около 3500 К.

В последние годы с развитием термохимических кодов (FORTRAN BKW [24], CHEETAH [28], EXPLO5 [29], BARUT-X [30] и пр.) представляется другая возможность определения констант уравнения JWL: путем подгонки под теоретическую изэнтропу, проходящую через точку Чэпмена-Жуге. Именно этим путем следовал автор [31]. Для ВВ гексоген начальной плотностью 1.63 г/см^3 выполняли расчеты равновесных состояний по термохимическим кодам ZMWNI и CHEETAH. По результатам аппроксимации расчетов для каждого кода был получен свой набор констант изэнтропы JWL (таблица 17).

Таблица 17

Константы опорной изэнтропы гексогена

Код	A, ГПа	B, ГПа	C, ГПа	R_1	R_2	ω	D_{CJ}, км/с	U_{CJ}, км/с
ZMWNI	989.1	11.1	1.514	5.16	1.04	0.396	8.267	2.004
CHEETAH	828.1	10.5	1.499	4.84	1.07	0.395	8.266	2.005

Оба термокода вычисляют одинаковые значения давления P_{CJ} = 27 ГПа, массовую скорость и скорость детонации. На рисунке 23 показано изменение логарифма давления от относительного удельного объема при расширении по разным константным наборам. Совпадение хорошее. Однако при расчете коэффициента адиабаты N_s (5) уравнение JWL демонстрирует его сильную немонотонность (рисунок 24). Тогда как термохимический расчет по ZMWNI показывает монотонное снижение от 3.1 до 1.6 при десятикратном расширении (расчет по CHEETAH дает очень близкое поведение). Такая нефизичность, объясняемая трехчленностью давления (16), может приводить к проблемам при численном моделировании.

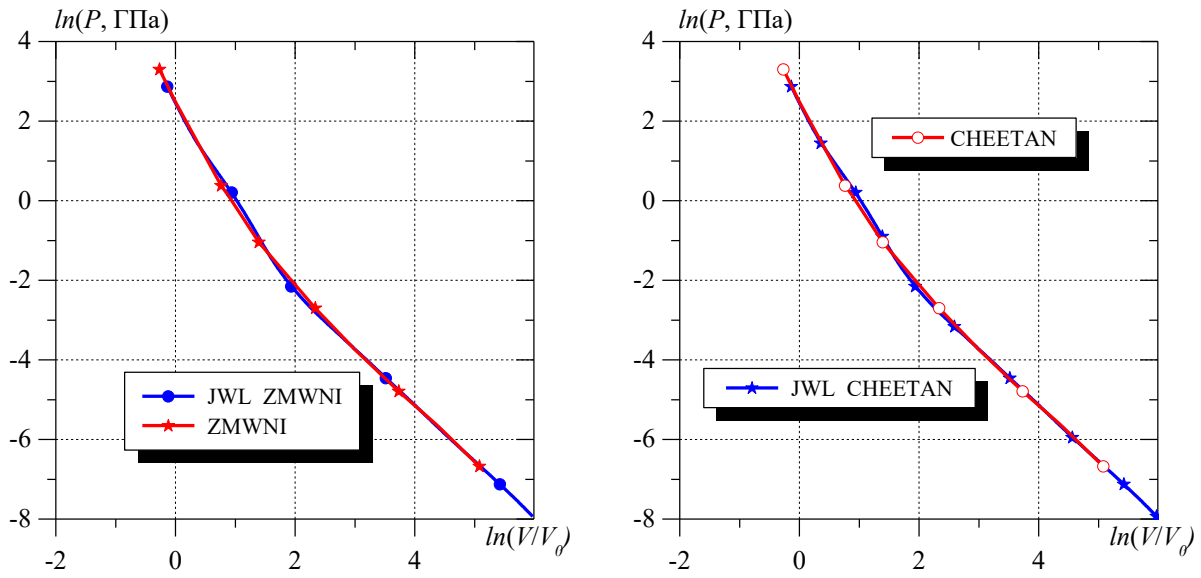


Рис. 23. Зависимость давления от объема на изэнтропе RDX

Строгие термодинамические расчеты дают значение температуры T_{CJ} = 4259.9 К по ZMWNI и T_{CJ} = 4259.2 К по CHEETAH. На рисунке 25 показано падение температуры вдоль изэнтропы разгрузки гексогена, значения получены с помощью формулы (19).

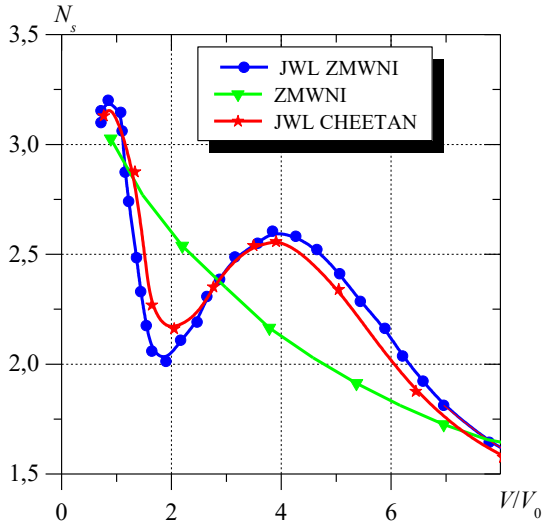


Рис. 24. Зависимость показателя адиабаты от объема на изэнтропе RDX

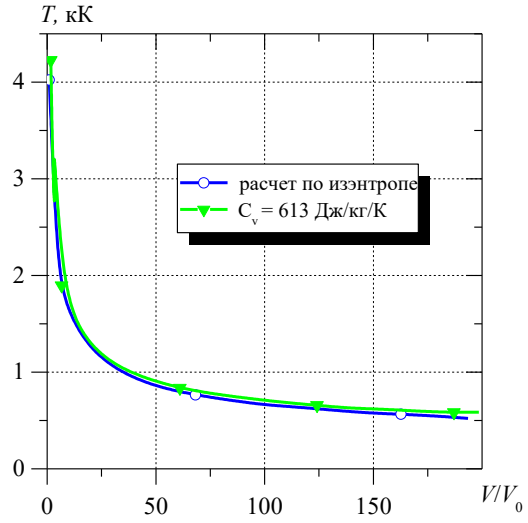


Рис. 25. Зависимость температуры от объема на изэнтропе RDX

В работе [32] константы ВВ HEXOMAX (RDX/binder 88/12) определялись на основе термохимических расчетов по программе SIAME и экспериментально проверялись в цилиндр-тестах. Расчетное значение температуры T_{CJ} = 3732 К, высокотемпературное значение C_V = 2629 Дж/кг/К. Эти сведения позволяют сравнить точность двух описанных выше подходов к расчету температуры. На рисунке 26 показаны несколько вариантов расчета температуры на опорной изэнтропе: «точное» значение по формуле (19), расчет по формуле (21) с C_V= 2629 Дж/кг/К, расчет с C_V= 834 Дж/кг/К (значение терплоемкости воздуха при 900 К). Видно, что принимая различные значения C_V, можно получать сильно различающиеся оценки температуры.

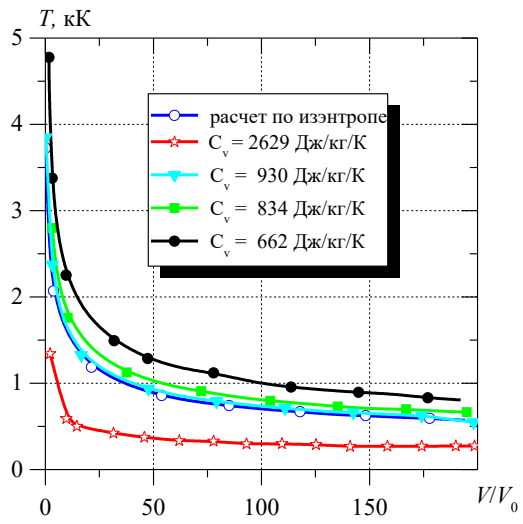


Рис. 26. Зависимость температуры от объема на изэнтропе HEXOMAX

Для правильности выбора значения C_V был проведен анализ имеющихся сведений в литературе (таблица 18). С целью сравнения вместо C_V (удельной теплоемкости) удобно использовать плотность теплоемкости $C_V^* = C_V \cdot \rho_0$, а вместо удельной энергии детонации E_0 – плотность энергии $E_0^* = E_0 \cdot \rho_0$. Видно, что большая часть расчетов для большого количества ВВ проведена с универсальным значением $C_V^* = 10^{-3}$ ГПа/К. Для ВВ HEXOMAX это дает $C_V = 662$ Дж/кг/К. Расчет показывает, что, к сожалению, такое значение слишком завышает температуру. Из рисунка 26 видно, что при $C_V = 930$ Дж/кг/К можно добиться хорошего совпадения с «точным» значением температуры, полученным по формуле (19).

Определим теперь температуру на изэнтропе гексогена, константы которого приведены в таблице 17. Расчет падения температуры с универсальным значением $C_V^* = 10^{-3}$ ГПа/К ($C_V = 613$ Дж/кг/К) (рисунок 25) согласуется с расчетом по изэнтропе.

Таблица 18

Теплоемкость продуктов детонации различных ВВ

ВВ	A, ГПа	B, ГПа	R_1	R_2	ω	E_0^*, ГПа	Cv^*, ГПа/К	ρ_0, г/см^3	P_{CJ}, ГПа	D_{CJ}, км/с	U_{CJ}, км/с	
PBX-9404	852.4	18.02	4.6	1.3	0.38	10.2	1.10^{-3}	1.842	37.0	8.777	2.29	[33]
TATB	654.67	7.1236	4.45	1.2	0.35	6.9	1.10^{-3}	1.900	27.5	7.577	1.91	[33]
PETN	617.0	16.926	4.4	1.2	0.25	10.1	1.10^{-3}	1.75	33.5	8.396	2.28	[33]
Cast TNT	371.2	3.2306	4.15	0.95	0.30	7.0	1.10^{-3}	1.61	21.0	7.088	1.84	[33]
HMX	240.	0.5	4.2	1.0	0.25		$3.192 \cdot 10^{-3}$	1.33				[34]
LX-17 92.5% TATB/7.5 % Kel	654.67	7.1236	4.45	1.2	0.35	6.9	1.10^{-3}	1.905				[35]
LX-19	1637.9	186.29	6.50	2.70	0.55	11.5	1.10^{-3}	1.942				[36]
TNAZ	1032.5 18	90.570 14	6.0	2.6	0.57	10.0	1.10^{-3}	1.83				[37]

ВВ	A, ГПа	B, ГПа	R_1	R_2	ω	E_0^*, ГПа	Cv^*, ГПа/К	ρ_0, г/см^3	P_{CJ}, ГПа	D_{CJ}, км/с	U_{CJ}, км/с	
2,4-DNI	611.3	10.65	4.40	1.20	0.32	8.9	1.10^{-3}	1.67				[38]
PETN	1032.158	90.57014	6.0	2.6	0.57	10.8	1.10^{-3}	1.778	31.5	8.274		[39]
LX-17	1345.4	67.27	6.2	2.2	0.50	6.90	1.10^{-3}	1.905	25.0	7.596		[40]
TNT	673.1	21.988	5.4	1.8	0.30	7.0	1.10^{-3}	1.624	19.0	6.849		[41]
C-4	1.670						C_V = 2160 Дж/кг/К расчет по CHEETAH при t = 20^{0}C, P = 1000 атм					[42]
PBXN-109	1.670						C_V = 1960 Дж/кг/К расчет по CHEETAH при t = 20^{0}C, P = 1000 атм					[42]
LX-10 95/5 HMX/Viton	880.7	18.36	4.62	1.32	0.38	10.4	1.10^{-3}	1.862	37.5	8.82		[43]
PBX-9501 95/2.5/2.5 HMX/wax/estane	1668.9	59.69	5.9	2.1	0.45	10.2	1.10^{-5}	1.832	34.0	8.80		[43]
LX-17	1481.05	63.79	6.2	2.2	0.50	6.90	1.10^{-3}	1.905				[44]

Мы попробовали систематизировать известные литературные данные по температуре T_{CJ} (таблица 19).

Таблица 19

Температуры продуктов взрыва в точке Чэпмена-Жуге

ВВ	T, К (ρ_0, г/см^3)	Расчет	T, К (ρ_0, г/см^3)	Расчет	T, К (ρ_0, г/см^3)	Экспер.	T, К	Расчет
HMX	4077	[45]	3756	[53]	4300 (1.6)	[26]	4406	[47]
	3552-3663	[8]	3749	[50]				
TETRYL	3126	[45]	3126	[46]	4200 (1.61)	[26]	4319	[47]
	3934-4071	[8]						
TNT	2122	[45]	2122	[46]	3400 (1.0)	[26]	3778	[47]
	3534-3635	[8]	3424	[50]				
	3300	[54]						
PETN	3808	[45]	3808	[46]	4400 (1.6)	[26]	4393	[47]
	4073-4135	[8]	4520 (1.77)	[53]				
	4700	[54]						
RDX	3750	[45]	3750	[46]	3520(1.80)	[52]	4180	[47]
	3741-3841	[8]	3832	[50]	3740 (1.71)	[52]		
	3844	[51]	4259	[31]	4320 (1.66)	[26]		
	3964	[53]						
NM	2553	[45]	2553	[46]	3430 (1.13)	[26]	3206	[47]
	3120	[1]						
Comp B 64/36 RDX/TNT			3707-3836	[8]			3944	[47]
	3721 (1.72)	[53]	3703 (1.73)	[53]				
Cyclotol 70/30 RDX/TNT							3965	[47]
LX-14 94.5/4.5 HMX/estane							3792	[47]
Octol 60/40 HMX/TNT			3646-3775	[8]			3988	[47]
PBX-9205 92/8 RDX/wax							3756	[47]

ВВ	T, К (ρ_0, г/см^3)	Расчет	T, К (ρ_0, г/см^3)	Расчет	T, К (ρ_0, г/см^3)	Экспер.	T, К	Расчет
PBX-9501 95/5 HMX/wax							3798	[47]
PBX-9502 95/5 TATB/wax			2878	[53]			3196	[47]
PBX-9404 94/6 HMX/wax							3618	[47]
Pentolite 50/50 TNT/PETN							4031	[47]
TATB	3030	[53]	2755-2926	[8]			3227	[47]
TNT	ρ_0 = 1.654 г/см^3						3237	[48]
TNT	ρ_0 = 1.0 г/см^3						3128	[49]

В работе [8] нижнее значение температуры соответствует присутствию углерода в ПВ в форме графита, верхнее – в форме алмаза. В двух последних строках таблицы 19 приведены расчеты по программе CHEETAH термодинамического состояния в точке Чэпмена-Жуге для тротила разной плотности. Видно, что при сильном различии в начальной плотности температура изменяется незначительно. Такое поведение подтверждается также расчетами [8] и экспериментальными данными [27] (рисунок 27). Для наглядности данные для ТЭНа подняты на 1000 К, а для гексогена – на 500 К.

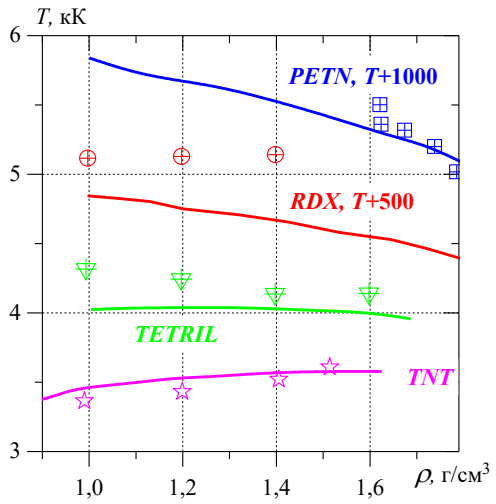


Рис. 27. Расчетные (сплошные) и экспериментальные (маркеры) значения температуры детонации в зависимости от начальной плотности ВВ

На рисунке 1 показано поведение температуры ПВ тротила (константы УРС JWL представлены в таблице 20) на опорной изэнтропе в сравнении с УРС Зубарева. Скорость падения температуры определяется параметром Грюнайзена в формуле (19), который равен $\gamma = 0.9$ в УРС Зубарева и лишь $\omega = 0.3$ в УРС JWL. Для расчетов рекомендуется использовать значение C_V= 620 Дж/кг/К.

Таблица 20

Константы опорной изэнтропы тротила

Код	A, ГПа	B, ГПа	C, ГПа	R_1	R_2	ω	T_{CJ}, К	P_{CJ}, ГПа	D_{CJ}, км/с	ρ_0, г/см^3
JWL	371.21	3.231	1.045	4.15	0.95	0.3	3778	21.0	6.929	1.63
CHEETAH							3237	19.76	7.18	1.654

На рисунке 8 показано аналогичное сравнение с УРС Дэвиса для температуры ПВ PBX-9404 (константы УРС JWL взяты из библиотеки AUTODYN и представлены в таблице 21). При близкой начальной температуре T_{CJ}~ 3700 К УРС JWL завышает на большей части пути разгрузки температуру. Это следует из рисунка 6, где параметр Грюнайзена УРС Дэвиса $\Gamma \approx 0.75$ в точке ЧЖ и падает до $\Gamma \approx 0.5$ при плотности 1 г/см^3, в то время как на всем расширении в УРС JWL ω = 0.38. Хорошее совпадение расчетов температуры по первому и второму подходу (см. п. 3) получается при C_V= 535 Дж/кг/К.

Таблица 21

Константы опорной изэнтропы PBX-9404

Код	A, ГПа	B, ГПа	C, ГПа	R_1	R_2	ω	T_{CJ}, К	P_{CJ}, ГПа	D_{CJ}, км/с	ρ_0, г/см^3
JWL	852.40	18.02	1.206	4.6	1.3	0.38	3618	37.0	8.800	1.84

Наконец, сравним расчет температуры на изэнтропе ПВ PBX-9502 (95% TATB) по УРС НОМ и JWL. Константы УРС JWL взяты из [55] и представлены в таблице 22, T_{CJ} = 3196 К взята из таблицы 19.

Таблица 22

Константы опорной изэнтропы PBX-9502

Код	A, ГПа	B, ГПа	C, ГПа	R_1	R_2	ω	T_{CJ}, К	P_{CJ}, ГПа	D_{CJ}, км/с	ρ_0, г/см^3
JWL	1361.77	71.99	0.8838	6.2	2.2	0.5	3196	28.0	7.716	1.895

Из анализа рисунка 12 видно, что УРС НОМ сильно занижает значение температуры. Действительно, T_{CJ} = 2051 К (НОМ, таблица 4) меньше T_{CJ} = 3196 К (JWL, таблица 19). Аналогично, для ТЭНа T_{CJ} = 2797 К (НОМ, таблица 5) меньше современных оценок T_{CJ} ~ 4500 К (рисунок 27). Для тетрила T_{CJ} = 2902 К (НОМ, таблица 6) также меньше современных оценок T_{CJ} ~ 3500 К (рисунок 27). Хотя зависимости давления от плотности (рисунок 12) и массовой скорости от плотности (рисунок 13) для УРС НОМ и JWL достаточно хорошо совпадают.

На рисунке 28 показано изменение температуры вдоль изэнтропы PBX - 9502 для разных значений теплоемкости. Расчет падения температуры по второму подходу (с опорной кривой холодной энергии) с универсальным значением C_V^* = 10^{-3} ГПа/К (C_V = 527 Дж/кг/К) немного занижает температуру. Хорошее совпадение с «точным» значением температуры, полученным по формуле (19), получается при C_V = 337 Дж/кг/К.

На рисунке 29 показано изменение приведенных (к значению в точке Ч-Ж) давления, внутренней энергии и температуры от плотности для тротила. Расчеты выполнены по УРС JWL (константы из таблицы 20) и термодинамическому коду CHEETAH [56]. Видно, что совпадение давления и внутренней энергии очень хорошее, а расчет по JWL завышает температуру. Причина та же, что и отмечалась ранее: занижение в уравнении JWL коэффициента Грюнайзена в области высоких значений плотности продуктов детонации.

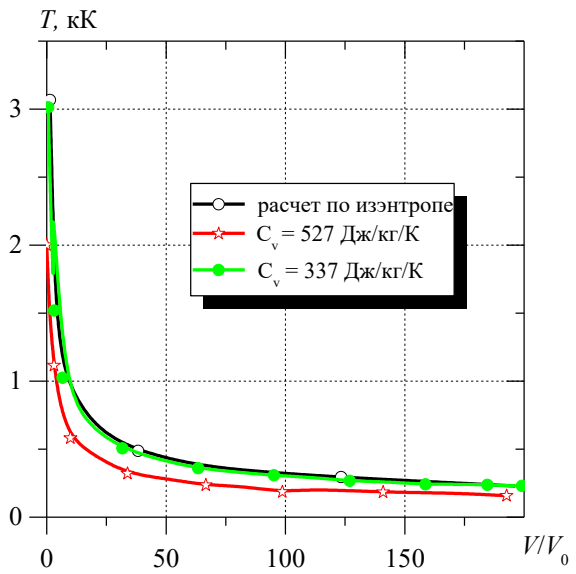


Рис. 28. Зависимость температуры от объема на изэнтропе PBX-9502

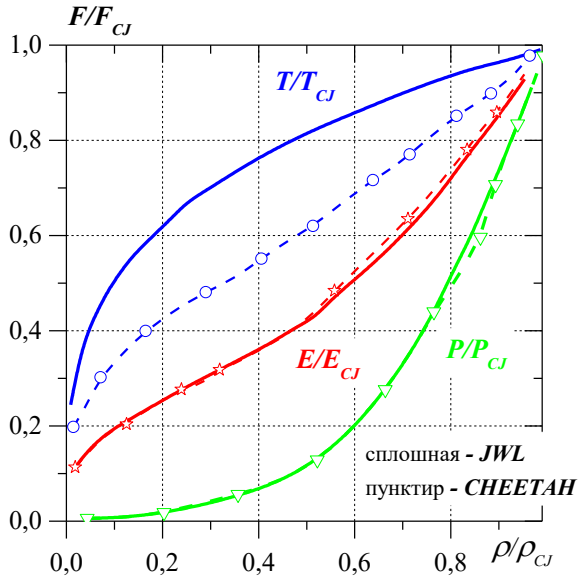


Рис. 29. Зависимость приведенных значений параметров от приведенной плотности на изэнтропе тротила

Заключение

В работе проведен анализ наиболее употребимых при проведении газодинамических расчетов процессов детонации уравнений состояния ВВ. Наибольшее распространение получило уравнение JWL. Уравнение построено на теоретически обоснованной форме опорной кривой в форме изэнтропы, проходящей через точку Ч-Ж. При сравнительной простоте оно обладает удовлетворительной точностью. Для уравнения существует обширный банк коэффициентов для различных типов ВВ и их плотностей, проверенных на экспериментах по разлету цилиндрических оболочек. При проведении численного моделирования течений с детонацией замыкающее УРС применяется в основном в калорической форме $P(V,E)$. Уравнение JWL также принадлежит к этому классу. Оценки температуры получаются из дополнительной информации о температуре в точке Ч-Ж и характерных значениях теплоемкости. Для практического применения в работе приведены современные оценки этих величин. В качестве верхней оценки T_{CJ} можно брать, например, данные работы [47]. Показана процедура, как, зная экспериментально-расчетное значение T_{CJ}, подобрать эффективное значение теплоемкости C_V. Далее эти значения для выбранного ВВ можно использовать в прикладных расчетах детонационных процессов для расчета температуры в произвольной точке фазового пространства в переменных (V,E). Указанная оценка будет оценкой сверху.

Библиографический список

1. Ч. Мейдер Численное моделирование детонации. М.: Мир, 1985.
2. X. Wu The detonation parameters of new powerful explosive compounds predicted with revised VLR EOS // Proceedings of the 9th Int. Symposium on Detonation, 1989.
3. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Программный комплекс MARPLE / Гасилов В. А., Багдасаров Г. А., Болдарев А. С., Дьяченко С. В., Карташева Е. Л., Ольховская О. Г.; правообладатель ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. – № 2012660911; заявл. 11.10.2012; зарег. 30.12.2012.
4. В.Н. Зубарев, А.А. Евстигнеев Уравнения состояния продуктов взрыва конденсированных ВВ // ФГВ, 1984, №6, 114-126.
5. М.В. Жерноклетов, В.Н. Зубарев, Г.С. Телегин Изэнтропы расширения продуктов взрыва конденсированных ВВ // ПМТФ, 1969, №4, 127-132.
6. Ю.В. Янилкин Паспорт для УРС U-18 в Эгида-3Д. Саров, ВНИИЭФ, 2017.
7. В.Ф. Куропатенко УРС продуктов детонации конденсированных ВВ // Численные методы механики сплошной среды, 1977, т.8, №6, 68-71.
8. В.П. Копышев, А.Б. Медведев, В.В. Хрусталев УРС продуктов взрыва на основе модифицированной модели Ван-дер-Ваальса // ФГВ, 2006, №1, 87-99.
9. Л.В. Альтшулер, В.С. Жученко, А.Д. Левин Детонация конденсированных ВВ // В книге Ударные волны и экстремальные состояния вещества, под ред. В.Е. Фортова, М., Наука, 2000, 43-75.
10. W.C. Davis EOS for detonation products // Proceedings of the 10th Int. Symposium on Detonation, 1993.
11. W.C. Davis EOS for detonation products // Proceedings of the 11th Int. Symposium on Detonation, 1998.
12. В.М. Кузнецов, Н.М. Кузнецов, А.Ф. Шацукевич Уравнение состояния и изэнтропы продуктов детонации типичных конденсированных ВВ // ФГВ, 1982, №1.
13. А.Ф. Шацукевич Количество продуктов взрыва и изэнтропические характеристики продуктов детонации конденсированных ВВ // ФГВ, 1989, №2.
14. E.L. Lee, H.C. Horning, J.W. Kury Adiabatic expansion of high explosive detonation products // LLNL, UCRL-50422, 1968.
15. P.C. Souers, J.W. Kury Comparison of cylinder data and code calculation for homogeneous explosives // Propellants, Explosives and Pyrotechnics 1993, v18, 175-188.
16. P.M. Elek at al. Determination of detonation products EOS from cylinder test: analytical model and numerical analysis // Thermal Science, 2015, v.19, 35-48.
17. T. Incekurk, E. Topkaraoglu Determination of JWL equation of state perameters of explosive using cylinder expansion test // 30th International Symposium on Ballistics, 2017, 1490-1497.

18. B.M. Dobratz, P.C. Crawford LLNL Explosives Handbook // UCRL-52997, 1985.
19. Физика взрыва, под ред. Л.П. Орленко, издание третье, М., Физматлит, 2002.
20. J. Wei, L Zhang el al. Study on detonation loading and dispersal properties of discrete rod // 31st Int. Symposium on Ballistics, India, 2019, p.1888.
21. W.B. Li, X.L. Dong el al. Simulation study on EFP with stable tail fins formed by polygonal shaped charge liner // 31st Int. Symposium on Ballistics, India, 2019, p.1899.
22. J. Yin, Z. Shi, X. Wang Study on the influence of wave-shaper on the damage elements formation of PELE/EFP mode conversion warhead // 31st Int. Symposium on Ballistics, India, 2019, p.1916.
23. Е.И. Ермолович, В.П. Ильин и др. Коэффициенты уравнения состояния продуктов детонации в форме JWL для ряда взрывчатых материалов // 11-е Забабахинские научные чтения, Снежинск, РФЯЦ-ВНИИТФ, 2012г.
24. C.L. Mader Numerical modeling of explosives and propellants // CRC Press, USA, 1998.
25. Н.Ю. Сугак, С.В. Молчанов Расчет взрывчатых характеристик ВВ. Бийск: Изд-во Алтайского гос. тех. ун-та им. И.И. Ползунова, 2013.
26. M.L. Hobbs, M.R. Baer Calibrating the BKW-EOS with a large product species database and measured C-J properties // Proceedings of the 10th Int. Synposium on Detonation, Boston, 1993.
27. Y Kato, N. Mori et al. Detonation temperature of some liquid and solid explosives // Proc. of the 9th Int. Symposium on Detonation, 1989, p.939.
28. L.E. Fried at al. CHEETAH 5.0 computer code // LLNL, 2007
29. M. Suceska Calculation of detonation parameters by EXPLO5 computer program // Mater. Sci. Forum, 2004, v.465-466, 325-330.
30. F. Gengiz, A. Ulas Numerical prediction of steady-state detonation properties of condensed-phase explosives // J. Hazardous Materials, 2009, v.172, 1646-1651.
31. W.A. Trzcinski Calculation of the combustion, explosion and detonation characteristics of enetrgetic materials // Central European Journal of Energetic Materials, 2010, v7, 97-113
32. D. Leriche, G. Zaniolo at.al. Determination of the JWL coefficients of the HEXOMAX explosive // 30th Intrenational Symposium on Ballistics, 2017, 1353-1368.
33. E.L. Lee, C.M. Tarver Phenomenological model ofg shock initiation in heterogeneous explosives // Phys. Fluids, 1980, v.23(12), 2362-2374.
34. V.R. Baer, J.W. Nunziato A two-phase mixture theory for DDT in reactive granular materials // Int. J. Multiphase Flows, 1986, v.12(6), 861-889.
35. C.M. Tarver at al. Multiple shock initiation of LX-17 // LLNL, UCRL-JC-11342, 1993.
36. C.M. Tarver at al. Shock initiation of ε-CL-20-estane formulation // LLNL, UCRL-JC-120138, 1995.

37. C.M. Tarver at al. Shock initiation of TNAZ // LLNL, UCRL-JC-120139, 1995.
38. C.M. Tarver at al. Shock initiation of 2,4-DNI // LLNL, UCRL-JC-120140, 1995.
39. C.M. Tarver at al. Detonation waves in PETN // J. Appl. Phys., 1997, v.81, 7193-7202.
40. C.M. Tarver at al. Detonation waves in TATB // J. Appl. Phys., 1997, v.82, 7771-3782.
41. C.M. Tarver at al. Detonation waves in TNT // Shock Waves, 1999, v.9, 227-237.
42. C.M. Tarver at al. Simulating of thermal explosion of C4 and PBXN-109: model comparison with experiment // J. Appl. Phys., 2005, v.97, 083504.
43. C.M. Tarver at al. On low pressure shock initiation of HMX-based plastic bonded explosives // J. Appl. Phys., 2010, v.107, 094606.
44. C.M. Tarver Condensed matter detonation: theory and practice / Ch.6 / Zhang (ed.) Shock Wave Science and Technology Reference Library, v.6, Springer, 2012.
45. M.H. Keshavarz, M. Oftadeh A new correlation for predicting the CJ detonation pressure of CHNO explosives // High Temperature-High Pressure, 2002, v.34, 495-497.
46. M.H. Keshavarz, M. Oftadeh New method for estimating the heat of forrmation of CHNO explosives in cystalline state // High Temperature-High Pressure 2003, v.35/36, 499-504.
47. M.H. Keshavarz Detonation temperature of HE from structural parameters // J. Hazard. Materials, 2006, v.A137, 1303-1308.
48. A. Kuhl et al. On the structure of self-similar detonatiom wave in TNT charges // LLNL-PROC-648316, 2014.
49. A. Kuhl et al. Quadratic model of thermodynamic states in SDF explosions // LLNL-CONF-231294, 2007.
50. V.V. Golubev Comparative analysis of shock wave action of TKX-50 and some other explosives on various barriers // New Trends in Research of Energetic Materials, 2014, p.672.
51. T. Klapotke Properties and explosing action of several explosive nitrates // New Trends in Research of Energetic Materials, 2016, p.546.
52. M.F. Gogulya, M.A. Brazhnikov Radiation of condensed explosives and its interpretation (temperature measurements) // Proc. 10th Int. Symposium on Detonation, 1993, 542-548.
53. K.F. Grebenkin at al. Computer modeling of scale effect at heterogeneous explosive detonation // Proc. 13th Int. Symposium on Detonation, 2006.
54. A. Kuhl et al. Numerical simulation of thermobaric explosions // 38th ICT Conference, 2007.
55. C.M. Tarver at al. Reactive flow modeling of the interaction of TATB detonation waves with inert materials // Proc. of the 12th Int. Symposium on Detonation, 2002.
56. A. Kuhl et al. On the structure of self-similar detonation waves in TNT charges // LLNL-PROC-648316, 2014.