



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • [Электронная библиотека](#)

[Препринты ИПМ](#) • [Препринт № 36 за 2021 г.](#)



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

**[Б.М. Гавриков](#), [М.Б. Гавриков](#),
[Н.В. Пестрякова](#)**

О свойствах классификатора
при нормальных параметрах
крови

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Гавриков Б. М., Гавриков М.Б., Пестрякова Н.В. О свойствах классификатора при нормальных параметрах крови // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2021. № 36. 23 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2021-36>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2021-36>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

Б.М. Гавриков, М.Б. Гавриков, Н.В. Пестрякова

**О свойствах классификатора
при нормальных параметрах крови**

Москва — 2021

Б.М. Гавриков, М.Б. Гавриков, Н.В. Пестрякова

О свойствах классификатора при нормальных параметрах крови

Описана и реализована математическая модель, предназначенная для численного исследования способности статистического метода классификации к интерполяции и экстраполяции. Разработанный авторами классификатор основан на полиномиально-регрессионном подходе и имеет вероятностные оценки. Он используется для оценивания состояния здоровья человека по параметрам лабораторного анализа периферической крови. Рассматривается база нормальных параметров крови.

Ключевые слова: состояние здоровья человека, система организма, периферическая кровь, классификация, полиномиальная регрессия

Boris Mikhailovich Gavrikov, Mikhail Borisovich Gavrikov, Nadejda Vladimirovna Pestryakova

On the properties of the classifier in case of normal blood parameters

A mathematical model is described and implemented, intended for the numerical study of the ability of the statistical classification method to interpolate and extrapolate. The classifier developed by the authors is based on the polynomial-regression approach and has probabilistic estimates. It is used to assess the state of human health based on the parameters of laboratory analysis of peripheral blood. The blood base is considered with normal parameters.

Key words: human health, body system, peripheral blood, classification, polynomial regression

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проекты 18-29-26008, 18-29-26009.

Оглавление

Введение	3
Метод классификации.....	3
Численное моделирование искажений.....	5
Эритроциты RBC[L ⁻¹].....	7
Тромбоциты PLT[L ⁻¹].....	8
Лейкоциты WBC[L ⁻¹].....	9
Гемоглобин HGB[gL ⁻¹].....	11
Лимфоциты LYMPH[L ⁻¹].....	12
Лимфоциты LIMPН [%].....	12
Гранулоциты GRAN [L ⁻¹].....	14
Гранулоциты GRAN [%].....	14
Заключение.....	15
Библиографический список.....	17

Введение

Ввиду актуальности проблемы оценивания состояния здоровья человека (СЗЧ) при помощи компьютерного моделирования в последнее время увеличивается количество исследований по данной тематике и расширяется область приложения таких работ. Однако следует достаточно критически относиться к создаваемым классификаторам. Возникла необходимость разработать подходы, позволяющие проанализировать их свойства. Одним из направлений является изучение способности метода распознавания или классификации к обобщению.

Канонический подход в подобном анализе пока отсутствует. В работе [1] описана и реализована математическая модель, предназначенная для численного исследования интерполяционных и экстраполяционных свойств классификатора. Проведен анализ динамики характеристик распознавания элементов множества, первоначально использовавшегося для обучения метода, в процессе их постепенно нарастающего изменения.

Объектом изучения является статистический классификатор [1-5] для оценивания состояния систем организма (СО) человека по результатам лабораторного анализа периферической крови, основанный на полиномиально-регрессионном подходе и имеющий вероятностные оценки. Обучающее множество представляет собой совокупность наборов из восьми показателей крови, относящихся к одному из классов состояния некоторой СО. Рассматривалось изменение каждого из этих параметров крови.

В [1] изучалась база крови при значительном отклонении от нормы. В настоящей работе исследование продолжено для нормальных параметров крови.

Метод классификации

Общепринятые обозначения и размерность используемых восьми показателей крови: RBC [L^{-1}] – эритроциты, HGB [gL^{-1}] – гемоглобин, PLT [L^{-1}] – тромбоциты, WBC [L^{-1}] – лейкоциты, LIMPН [L^{-1}], [%] – лимфоциты, GRAN [L^{-1}], [%] – гранулоциты (GRAN=NEUT+EOS+BASO, где NEUT [L^{-1}], [%] – нейтрофилы, EOS [L^{-1}], [%] – эозинофилы, BASO [L^{-1}], [%] – базофилы).

Рассматриваем определенную СО человека. Вводим вектор $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^N$, i -я компонента которого – отнормированная на отрезок $[0,1]$ величина i -го показателя крови, причем $N=8$. Отождествляем k -й элемент множества классов СЗЧ с базисным вектором $\mathbf{e}_k=(0\dots 1\dots 0)$ (здесь 1 находится на k -м месте, $1 \leq k \leq K$, причем $K=4$) из \mathbf{R}^K . Обозначаем $Y=\{\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_K\}$.

Пусть $p_k(\mathbf{v})$ – вероятность того, что набор отнормированных показателей крови соответствует k -му элементу СЗЧ, где $1 \leq k \leq K$. Искомый класс СЗЧ будет иметь порядковый номер r , получивший максимальное значение вероятности:

$$p_r(\mathbf{v}) = \max_k \{p_k(\mathbf{v})\}, \quad 1 \leq k \leq K. \quad (1)$$

Приближенные значения $p_1(\mathbf{v}), \dots, p_K(\mathbf{v})$ представляются в виде конечных многочленов от координат $\mathbf{v}=(v_1, \dots, v_N)$ и определяются выбором базисных мономов:

$$p_k(\mathbf{v}) \cong c_0^{(k)} + \sum_{i=1}^N c_i^{(k)} v_i + \sum_{i,j=1}^N c_{i,j}^{(k)} v_i v_j + \dots, \quad 1 \leq k \leq K. \quad (2)$$

Представим упорядоченные базисные мономы из (2) в виде вектора размерности L :

$$\mathbf{x}(\mathbf{v}) = (1, v_1, \dots, v_N, \dots)^T.$$

Тогда (2) можно записать в векторном виде:

$$\mathbf{p}(\mathbf{v}) = (p_1(\mathbf{v}), \dots, p_K(\mathbf{v}))^T \cong A^T \mathbf{x}(\mathbf{v}), \quad (3)$$

где A – матрица размера $L \times K$, столбцами которой являются векторы $\mathbf{a}^{(1)}, \dots, \mathbf{a}^{(K)}$. Каждый такой вектор составлен из коэффициентов при мономах соответствующей строки (2) (с совпадающим верхним индексом), упорядоченных так же, как в векторе $\mathbf{x}(\mathbf{v})$.

Значение A вычисляется приближенно в процессе обучения с использованием базы данных: $[\mathbf{v}^{(1)}, \mathbf{y}^{(1)}], \dots, [\mathbf{v}^{(J)}, \mathbf{y}^{(J)}]$. Здесь $\mathbf{v}^{(j)}$ – набор параметров крови, соответствующий элементу СЗЧ с номером k ($1 \leq k \leq K$), $\mathbf{y}^{(j)} = (0 \dots 1 \dots 0)$ – его базисный вектор, где 1 стоит на k -м месте, $1 \leq j \leq J$:

$$A \cong \left(\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{x}^{(j)} (\mathbf{x}^{(j)})^T \right)^{-1} \left(\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{x}^{(j)} (\mathbf{y}^{(j)})^T \right). \quad (4)$$

Поскольку проблема обращения заполненной матрицы большой размерности до сих пор не решена [6], правую часть (4) получаем посредством рекуррентной процедуры [7].

В данной работе рассмотрена пищеварительная система для мужчин. В этом случае использовались модификации вектора $\mathbf{x}(\mathbf{v})$ следующего вида:

$$\mathbf{x} = (1, \{v_i\}, \{v_i v_j\}, \{v_i v_j v_k\}, \{v_i v_j v_k v_l\}), \quad (5)$$

$$1 \leq i \leq 8, \quad i \leq j \leq 8, \quad j \leq k \leq 8, \quad k \leq l \leq 8.$$

В (5) выражения в фигурных скобках соответствуют цепочкам элементов вектора, вычисляемым по всем показателям крови из имеющегося набора. Длина полинома 495. Имеются мономы первого, второго, третьего и четвертого порядка. Перекрестные произведения используются для мономов второго, третьего и четвертого порядка.

Обучающее множество рассматриваемой СО имеет 109 элементов: классы здоровья K^1 и K^4 содержат по 33 набора крови, а классы K^2 и K^3 включают соответственно 17 и 26 элементов.

Обученный классификатор обеспечил 99,2% правильной классификации на обучающем множестве; имеется по одной ошибке на элементах K^2 и K^3 .

Численное моделирование искажений

Ниже при нумерации классов K^1, K^2, K^3, K^4 используется символ $c, 1 \leq c \leq 4$, а число элементов в них обозначено $|K^1|, |K^2|, |K^3|, |K^4|$. Признаки Π_1, \dots, Π_8 перенумерованы посредством символа $b, 1 \leq b \leq 8$.

В таблице 1 для K^1, K^2, K^3, K^4 приведены диапазоны, которым принадлежат используемые первичные признаки Π_1, \dots, Π_8 ($D_b^c \equiv [l_b^c, r_b^c], 1 \leq c \leq 4, 1 \leq b \leq 8$). Также для каждого признака указан соответствующий отрезок по совокупности четырех классов ($D_b \equiv \bigcup_{1 \leq c \leq 4} D_b^c \equiv [l_b, r_b]$). Особенность K^1 заключается в том, что пятый, седьмой и восьмой признаки являются константами (вырожденные случаи).

Таблица 1

Интервалы признаков по классам здоровья системы организма

N признака	Класс «1»	Класс «2»	Класс «3»	Класс «4»	Классы «1-2-3-4»
1	[437,548]	[369,574]	[330,573]	[304,586]	[304,586]
2	[170,336]	[102,217]	[61,517]	[134,504]	[61,517]
3	[439,900]	[390,1750]	[220,1380]	[467,2167]	[220,2167]
4	[1310,1630]	[1080,1770]	[860,1680]	[910,1690]	[860,1770]
5	186	[110,450]	[80,310]	[50,380]	[50,450]
6	[208,393]	[171,887]	[184,963]	[51,403]	[51,963]
7	2900	[2300,11700]	[1300,10500]	[2840,19640]	[1300,19640]
8	658	[492,763]	[437,766]	[480,906]	[437,906]

Рассмотрим один из четырех классов (c_0). Будем исследовать объекты, полученные из элементов этого класса, входящих в обучающее множество, при модификации признака с номером b_0 . На t -м шаге

$$v_{b_0} \rightarrow v_{b_0} \pm h_{b_0} \cdot t, h_{b_0} = (r_{b_0} - l_{b_0})/10, t = 1, \dots, 9. \quad (6)$$

Опишем, что происходит с элементами обучающего множества в процессе усиления искажения. Изначально имеется только по одной ошибке во втором и третьем классах. С нарастанием t часть элементов выходят за правую или

левую границы отрезка D_{b0}^{c0} , в зависимости от увеличения признака (знак «+» в (6)) или его уменьшения (знак «-» в (6)).

Элементы называем внутренними (*in*), если при модификации рассматриваемый признак не покинул рамки соответствующего ему диапазона (табл.1); в противном случае объекты считаются внешними (*ex*).

Кроме того, при модификации может становиться противоположным статус элементов в отношении правильности классификации.

На рисунках с литерой «а» показано, как изменяется ряд параметров при увеличении (уменьшении) фиксированного признака Π_1, \dots, Π_8 . Здесь N^{in} (Ряд 8) – число внутренних элементов, среди которых распознано правильно – N_w^{in} (Ряд 6), неправильно – N_e^{in} (Ряд 3), причем $N^{in} = N_w^{in} + N_e^{in}$; эти величины характеризуют интерполяцию. Количество внешних элементов – N^{ex} (Ряд 1), из них распознано правильно – N_w^{ex} (Ряд 7), неправильно – N_e^{ex} (Ряд 4), причем $N^{ex} = N_w^{ex} + N_e^{ex}$; это характеристики экстраполяции. Кроме того, изображена динамика определяемого совместно экстраполяцией и интерполяцией количества распознаваний: ошибочных – $N_e = N_e^{in} + N_e^{ex}$ (Ряд 2), правильных – $N_w = N_w^{in} + N_w^{ex}$ (Ряд 5), причем $N_e + N_w = |K^c|$, $N^{in} + N^{ex} = |K^c|$.

Интервал интерполяции (экстраполяции) определяется выполнением условия $N^{in} > 0$ ($N^{ex} > 0$).

Будем оценивать *интерполяционные (экстраполяционные) свойства* метода следующим образом. Если на каком-то интервале изменения t имеем: $N_e^{in} < N_w^{in}$ ($N_e^{ex} < N_w^{ex}$), то считаем это признаком *хорошей интерполяции (экстраполяции)*; напротив, при выполнении $N_e^{in} > N_w^{in}$ ($N_e^{ex} > N_w^{ex}$) *интерполяция (экстраполяция) плохая*. Равенство соответствующих величин означает *посредственное* качество. Для получения количественных характеристик имеет значение соотношение величин в левой и правой частях приведенных неравенств.

Устойчивость метода к искажению определяется наличием и протяженностью интервала, на котором $N_e < N_w$. Количественные характеристики могут быть вычислены с использованием величин в левой и правой частях данного неравенства.

Рисунки с литерой «б» демонстрируют динамику оценок при росте (падении) значения одного из признаков Π_1, \dots, Π_8 .

Для описанных типов элементов установим соответствие между обозначениями их количества и оценок. Если элементы отнесены к рассматриваемому классу (правильная классификация), то вычисляется математическое ожидание их оценок, причем N_w соответствует E_w (Ряд 2 на рисунках с литерой «б»), $N_w^{in} - E_w^{in}$ (Ряд 5), $N_w^{ex} - E_w^{ex}$ (Ряд 8). Если модифицированные объекты отошли к другим классам (неправильная

классификация), то вычисляется математическое ожидание оценок альтернативы, соответствующей рассматриваемому классу, причем N_e соответствует E_e (Ряд 3), $N_e^{in} - E_e^{in}$ (Ряд 6), $N_e^{ex} - E_e^{ex}$ (Ряд 9). Если рассматриваются элементы вне зависимости от правильности распознавания, то с учетом сказанного, всем $|K^c|$ элементам соответствует E (Ряд 1), $N^{in} - E^{in}$ (Ряд 4), $N^{ex} - E^{ex}$ (Ряд 7).

Выполнение условий $E_e^{in}=255$ или $E_e^{ex}=255$ соответствует фатальному нарушению оценок. Если на всем интервале изменения t выполняется $\min_{0 \leq t \leq 9} E_w \leq \max_{0 \leq t \leq 9} E_e$, где в качестве E_w может фигурировать как E_w^{in} , так и E_w^{ex} , а E_e соответствует E_e^{in} или E_e^{ex} , то разделение оценок по диапазонам отсутствует.

Ниже ограничимся рассмотрением результатов исследований, проведенных для первого класса ($c_0=1$), соответствующего практически здоровым людям. Отметим, что в неискаженном состоянии ошибок нет.

Эритроциты RBC[L⁻¹]

При увеличении Π_1 интерполяция существует до четвертого шага интервала искажения. Число внутренних элементов N^{in} (Ряд 8) и тождественно равное ему количество безошибочных распознаваний N_w^{in} (Ряд 6) падают (рис.1а) в отсутствие ошибок: $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in} \equiv 0$ (Ряд 3). $E^{in} \equiv E_w^{in}$ (Ряд 5, Ряд 4); эти величины от изначально высокого значения 252 поднимаются (рис.1б), на втором шаге достигают максимум 255 и устанавливаются. Оценивание обоснованное, поскольку высокий уровень E^{in} соответствует тождественно равному нулю N_e^{in} . Оценки адекватные. Интерполяция отличная ввиду отсутствия ошибок.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд 1) монотонно нарастает, как и $N_w^{ex} = N^{ex} - N_w^{ex}$ (Ряд 4); заметим, что ошибки появляются на третьем шаге (рис. 1а). Далее $N^{ex} \equiv 33$ с пятого шага, а $N_e^{ex} \equiv 29$ на последнем отрезке искажения. Сначала в отсутствие ошибок N_w^{ex} (Ряд 7) увеличивается столь же стремительно, как N^{ex} ; $N_w^{ex} = 25$ при $N_e^{ex} = 2$ на третьем шаге, на следующем N_w^{ex} поднимается до 26, а затем падает; на конечном отрезке $N_w^{ex} \equiv 4$. От первого до второго шага $E^{ex} \equiv E_w^{ex}$ (Ряд 7, Ряд 8), эти величины от почти максимального значения немного понижаются (рис. 1б). Далее E^{ex} и E_w^{ex} повышаются и с пятого шага устанавливаются на 255. Ошибки имеют неадекватную оценку $E_e^{ex} \equiv 255$ (Ряд 9). Экстраполяция на интервале в пять шагов хорошая, а затем меняется на противоположную.

Поскольку всюду $N_e < N^{ex}$ (Ряд 2, Ряд 1), то устойчивость классификатора к такому искажению хорошая (рис. 1а).

При уменьшении Π_1 интерполяция имеется также до четвертого шага. При нулевом уровне N_e^{in} (Ряд 3) поведение N^{in} (Ряд 8) и N_w^{in} (Ряд 6) не отличается (рис. 2а) от наблюдавшегося в случае увеличения этого признака (рис. 1а). $E^{in} \equiv E_w^{in}$ (Ряд 5, Ряд 4); эти величины от изначально высокого значения 252 сначала немного уменьшаются (рис. 2б), затем увеличиваются и в конце достигают максимума 255. Оценки адекватные. Интерполяция отличная.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд 1) монотонно нарастает, как и $N_e^{ex} = N^{ex} - N_w^{ex}$ (Ряд 4); ошибки возникают на третьем шаге (рис. 2а). Затем $N^{ex} \equiv 33$ с пятого шага, а с шестого $N_e^{ex} \equiv 33$. Сначала в отсутствие ошибок N_w^{ex} (Ряд 7) увеличивается столь же стремительно, как N^{ex} : на втором шаге $N^{ex} = N_w^{ex} = 18$, на следующем $N_e^{ex} = 9$, $N_w^{ex} = 19$; далее к шестому шагу N_w^{ex} падает до 0. С первого по второй шаг $E^{ex} \equiv E_w^{ex}$ (Ряд 7, Ряд 8), эти величины от значения 236 повышаются до 241 (рис. 2б). Затем E^{ex} и E_w^{ex} в целом понижаются. На третьем шаге $E_e^{ex} \equiv 248$ (Ряд 9); здесь и на следующих двух шагах $E_e^{ex} > E_w^{ex}$, следовательно, дальнейшее искажение невозможно. Уровень E_e^{ex} уменьшается, но остается достаточно высоким. Экстраполяция до четвертого шага хорошая, а далее меняется на противоположную.

Устойчивость классификатора хорошая, $N_e < N^{ex}$ (рис. 2а) выполняется до шестого шага, где N_e устанавливается на максимуме.

Тромбоциты $PLT[L^{-1}]$

При увеличении Π_2 интерполяция наблюдается до третьего шага. $N_e^{in} \equiv 0$ (Ряд 3), динамика N^{in} (Ряд 8) и N_w^{in} (Ряд 6) аналогична (рис. 3а) имевшейся при обоих способах изменения Π_1 (рис. 1а, 2а). $E^{in} \equiv E_w^{in}$ (Ряд 5, Ряд 4); эти величины от изначально высокого значения 252 поднимаются и незначительно колеблются вблизи 253 (рис. 3б). Оценки адекватные. Интерполяция отличная.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд 1) монотонно нарастает, как и $N_e^{ex} = N^{ex} - N_w^{ex}$ (Ряд 4); ошибки появляются на третьем шаге (рис. 3а). Далее $N^{ex} \equiv 33$ с четвертого шага, а $N_e^{ex} = 25$ в последней точке. Сначала в отсутствие ошибок N_w^{ex} (Ряд 7) увеличивается столь же стремительно, как N^{ex} ; $N_w^{ex} = 25$ при $N_e^{ex} = 1$ на третьем шаге, на следующем N_w^{ex} поднимается до 29, а далее падает до 8 в конце интервала искажения. От первого до второго шага $E^{ex} \equiv E_w^{ex}$ (Ряд 7, Ряд 8), причем здесь и до четвертого шага эти величины незначительно колеблются в

окрестности 251 (рис. 3б). Затем E_w^{ex} повышается и с седьмого шага устанавливается на 255, а E^{ex} существенно понижается. На третьем шаге появляется ошибка с неадекватной оценкой $E_e^{ex}=255$ (Ряд 9); далее уровень E_e^{ex} уменьшается, но остается достаточно высоким. Экстраполяция на интервале в пять шагов хорошая, а далее меняется на противоположную.

Поскольку всюду $N_e < N^{ex}$ (рис. 3а), то устойчивость классификатора к такому искажению хорошая.

При уменьшении Π_2 интерполяция имеет место также до третьего шага. При нулевом уровне N_e^{in} (Ряд 3) поведение N^{in} (Ряд 8) и N_w^{in} (Ряд 6) не отличается (рис. 4а) от наблюдавшегося в случае увеличения этого признака (рис. 3а), а также при обоих способах изменения Π_1 (рис. 1а, 2а). $E^{in} \equiv E_w^{in}$ (Ряд 5, Ряд 4); эти величины от изначально высокого значения 252 сначала немного уменьшаются (рис. 4б), затем увеличиваются почти до максимума 255. Оценки адекватные. Интерполяция отличная.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд 1) монотонно нарастает, как и $N_e^{ex}=N^{ex}-N_w^{ex}$ (Ряд 4); ошибки возникают на третьем шаге (рис. 4а). Затем $N^{ex} \equiv 33$ с четвертого шага, а с седьмого $N_e^{ex} \equiv 33$. Сначала в отсутствие ошибок N_w^{ex} (Ряд 7) увеличивается столь же стремительно, как N^{ex} : на втором шаге $N^{ex}=N_w^{ex}=26$; далее N_w^{ex} падает до 0 к седьмому шагу. С первого по второй шаг $E^{ex} \equiv E_w^{ex}$ (Ряд 7, Ряд 8), и эти величины от значения 246 понижаются (рис. 4б), как и на двух следующих отрезках; затем E^{ex} продолжает падение, а E_w^{ex} повышается до 255 на шестом шаге. На третьем шаге $E_e^{ex}=246$ (Ряд 9); здесь и на следующем шаге $E_e^{ex} > E_w^{ex}$, следовательно, дальнейшее искажение невозможно. Уровень E_e^{ex} в целом уменьшается, но остается достаточно высоким. Экстраполяция до четвертого шага хорошая, а далее меняется на противоположную.

Устойчивость классификатора хорошая, $N_e < N^{ex}$ (рис. 4а) выполняется до седьмого шага, где N_e устанавливается на максимуме.

Лейкоциты WBC[L⁻¹]

При увеличении Π_3 интерполяция существует до второго шага. При нулевом уровне N_e^{in} (Ряд 3) поведение N^{in} (Ряд 8) и N_w^{in} (Ряд 6) аналогично (рис. 5а) имевшемуся при обоих способах изменения Π_1 , Π_2 (рис. 1а, 2а, 3а, 4а). $E^{in} \equiv E_w^{in}$ (Ряд 5, Ряд 4); эти величины от изначально высокого значения 252 немного уменьшаются (рис. 5б). Оценки адекватные. Интерполяция отличная.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд 1) монотонно нарастает, как и $N_e^{ex} = N^{ex} - N_w^{ex}$ (Ряд 4); ошибки появляются на втором шаге (рис. 5а). Затем $N^{ex} \equiv 33$ с третьего шага, а с пятого $N_e^{ex} \equiv 33$. Сначала в отсутствие ошибок N_w^{ex} (Ряд 7) увеличивается столь же стремительно, как N^{ex} : на первом шаге $N^{ex} = N_w^{ex} = 10$, на следующем $N_e^{ex} = 3$, $N_w^{ex} = 20$; далее к пятому шагу N_w^{ex} падает до 0. На первом шаге $E^{ex} = E_w^{ex} = 240$ (Ряд 7, Ряд 8); затем эти величины понижаются (рис. 5б). На третьем и четвертом шагах E_e^{ex} (Ряд 9) принимает значения 194 и 195; здесь и на следующем шаге $E_e^{ex} < E_w^{ex}$, далее E_e^{ex} уменьшается. Поскольку первоначальный уровень E_e^{ex} высокий, диапазоны E_e^{ex} и E_w^{ex} не разделены, следовательно, возможны проблемы оценивания. Экстраполяция до второго шага хорошая, а затем меняется на противоположную.

Устойчивость классификатора хорошая, $N_e < N^{ex}$ (рис. 5а) выполняется до пятого шага, где N_e устанавливается на максимуме.

При уменьшении Π_3 интерполяция имеется также до второго шага. При нулевом уровне N_e^{in} (Ряд 3) поведение N^{in} (Ряд 8) и N_w^{in} (Ряд 6) не отличается (рис. 6а) от наблюдавшегося в случае увеличения этого признака (рис. 5а), а также при обоих способах изменения Π_1 , Π_2 (рис. 1а, 2а, 3а, 4а). $E^{in} \equiv E_w^{in}$ (Ряд 5, Ряд 4); эти величины незначительно колеблются около изначально высокого значения 252 (рис. 6б). Оценки адекватны. Интерполяция отличная.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд 1) монотонно нарастает, как и $N_e^{ex} = N^{ex} - N_w^{ex}$ (Ряд 4); ошибки возникают на третьем шаге (рис. 6а). Затем $N^{ex} \equiv 33$ с третьего шага, а с шестого $N_e^{ex} \equiv 33$. Сначала в отсутствие ошибок N_w^{ex} (Ряд 7) увеличивается столь же стремительно, как N^{ex} : на втором шаге $N^{ex} = N_w^{ex} = 28$; далее N_w^{ex} падает до 0 к шестому шагу. С первого по второй шаг $E^{ex} \equiv E_w^{ex}$ (Ряд 7, Ряд 8), эти величины от значения 242 понижаются и на данном отрезке, и далее (рис. 6б). На третьем шаге $E_e^{ex} \equiv 202$ (Ряд 9); здесь и на следующих двух шагах $E_e^{ex} < E_w^{ex}$, причем E_e^{ex} уменьшается. Поскольку первоначальный уровень E_e^{ex} высокий, диапазоны E_e^{ex} и E_w^{ex} не разделены; следовательно, возможны проблемы оценивания. Экстраполяция до третьего шага хорошая, а далее меняется на противоположную.

Устойчивость классификатора хорошая, $N_e < N^{ex}$ (рис. 6а) выполняется до шестого шага, где N_e устанавливается на максимуме.

Гемоглобин HGB[gL⁻¹]

При увеличении Π_4 интерполяция наблюдается до третьего шага. При нулевом уровне N_e^{in} (Ряд 3) поведение N^{in} (Ряд 8) и N_w^{in} (Ряд 6) не отличается (рис. 7а) от имевшегося при обоих способах изменения Π_1, Π_2, Π_3 (рис. 1а, 2а, 3а, 4а, 5а, 6а). $E^{in} \equiv E_w^{in}$ (Ряд 5, Ряд 4); эти величины от изначально высокого значения 252 уменьшаются до 247 (рис.7б). Оценки адекватные. Интерполяция отличная.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд 1) монотонно нарастает, как и $N_e^{ex} = N^{ex} - N_w^{ex}$ (Ряд 4); ошибки появляются на втором шаге (рис. 7а). Затем $N^{ex} \equiv 33$ с четвертого шага, а с пятого $N_e^{ex} \equiv 33$. Сначала в отсутствие ошибок N_w^{ex} (Ряд 7) увеличивается столь же стремительно, как N^{ex} : на первом шаге $N^{ex} = N_w^{ex} = 7$, на следующем $N_e^{ex} = 5$, $N_w^{ex} = 14$, далее к пятому шагу N_w^{ex} падает до 0. На первом шаге $E^{ex} = E_w^{ex} = 238$ (Ряд 7, Ряд 8); затем E_w^{ex} повышается до 244 на четвертом шаге, а E^{ex} существенно понижается к концу интервала искажения (рис. 7б). На втором и третьем шагах E_e^{ex} (Ряд 9) имеет значения 226 и 229; здесь и на следующем шаге $E_e^{ex} < E_w^{ex}$. После третьего шага E_e^{ex} уменьшается. Ввиду высокого первоначального уровня E_e^{ex} диапазоны E_e^{ex} и E_w^{ex} разделены слабо; следовательно, возможны проблемы оценивания. Экстраполяция до второго шага хорошая, а далее меняется на противоположную.

Устойчивость классификатора хорошая, $N_e < N^{ex}$ (рис. 7а) выполняется до пятого шага, где N_e устанавливается на максимуме.

При уменьшении Π_4 интерполяция имеет место также до третьего шага. При нулевом уровне N_e^{in} (Ряд 3) поведение N^{in} (Ряд 8) и N_w^{in} (Ряд 6) не отличается (рис. 8а) от наблюдавшегося в случае увеличения этого признака (рис. 7а), а также при обоих способах изменения Π_1, Π_2, Π_3 (рис. 1а, 2а, 3а, 4а, 5а, 6а). $E^{in} \equiv E_w^{in}$ (Ряд 5, Ряд 4); эти величины от начального значения 252 (рис. 8б) на одном отрезке увеличиваются почти до максимума 255, а далее стабилизируются. Оценки адекватные. Интерполяция отличная.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд 1) монотонно нарастает и устанавливается на максимуме 33 с четвертого шага (рис. 8а), на котором появляется одна ошибка; она сохраняется на одном отрезке, далее $N_e^{ex} = N^{ex} - N_w^{ex}$ (Ряд 4) повышается и достигает 25 в конце диапазона изменения Π_4 . Сначала в отсутствие ошибок N_w^{ex} (Ряд 7) увеличивается столь же стремительно, как N^{ex} : на третьем шаге $N^{ex} = N_w^{ex} = 32$; до пятого шага N_w^{ex} не меняется, а затем падает до 8 к концу интервала искажения. С первого по третий шаг $E^{ex} \equiv E_w^{ex}$ (Ряд 7, Ряд 8);

эти величины от значения 247 повышаются (рис. 4б), причем $E_w^{ex} \equiv 255$ на последнем отрезке исследуемого диапазона. На четвертом и пятом шагах $E_e^{ex} \equiv 255$ (Ряд 9), оценки неадекватные. Уровень E_e^{ex} вначале немного уменьшается, а затем увеличивается, причем всюду остается высоким. Экстраполяция до седьмого шага хорошая, а далее меняется на противоположную.

Устойчивость классификатора хорошая, поскольку везде $N_e < N^{ex}$ (рис. 8а).

Лимфоциты LYMPH[L⁻¹]

При увеличении Π_5 диапазон интерполяция отсутствует.

Для внешних элементов (рис. 9а) с первого по девятый шаг $N^{ex} \equiv 33$ (Ряд 1).

С первого по седьмой шаг $N_w^{ex} \equiv 33$ (Ряд 7), $N_e^{ex} \equiv 0$ (Ряд 4); на двух последних шагах N_w^{ex} принимает значения 31 и 24, а N_e^{ex} соответственно 2 и 9. $E_w^{ex} \equiv E_e^{ex} \equiv 255$ (Ряд 7, Ряд 8); аналогично $E_e^{ex} \equiv 255$ (Ряд 9), то есть ошибки имеют неадекватные оценки (рис. 9б). Экстраполяция всюду хорошая.

Устойчивость классификатора хорошая, поскольку везде $N_e < N^{ex}$ (рис. 9а).

При уменьшении Π_5 диапазон интерполяция также отсутствует.

Для внешних элементов (рис. 10а) с первого по девятый шаг $N^{ex} \equiv 33$ (Ряд 1). На первом шаге $N_w^{ex} = 10$ (Ряд 7), $N_e^{ex} = 23$ (Ряд 4), а далее $N_w^{ex} \equiv 0$, $N_e^{ex} \equiv 33$. По оценкам на первом шаге имеем: $E_w^{ex} = 124$ (Ряд 8), $E_e^{ex} = 65$ (Ряд 9), $E^{ex} = 83$ (Ряд 7); затем E^{ex} и E_e^{ex} падают, причем со второго шага $E^{ex} \equiv E_e^{ex}$; с третьего шага эти две величины стабилизируются на 23 (рис. 10б). Оценки адекватные.

Очевидно, что дробление первого отрезка интервала искажения и последующее проведение соответствующих расчетов позволит показать, что экстраполяция на части отрезка от первого до второго шага хорошая, а затем плохая (рис. 10а).

Устойчивость классификатора хорошая, $N_e < N^{ex}$ (рис. 10а) выполняется до второго шага, где N_e устанавливается на максимуме.

Лимфоциты LIMPН [%]

При увеличении Π_6 интерполяция наблюдается до второго шага. При нулевом уровне N_e^{in} (Ряд 3) поведение N^{in} (Ряд 8) и N_w^{in} (Ряд 6) не отличается (рис. 11а) от наблюдавшегося в обоих способах изменения Π_1 , Π_2 , Π_3 , Π_4 (рис. 1а, 2а, 3а, 4а, 5а, 6а, 7а, 8а). $E^{in} \equiv E_w^{in}$ (Ряд 5, Ряд 4); эти величины колеблются (рис. 11б) около изначально высокого значения 252: сначала

уменьшаются до 250, затем увеличиваются до 253. Оценки адекватные. Интерполяция отличная.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд 1) монотонно нарастает и устанавливается на 33 с третьего шага (рис. 11а), на котором появляются ошибки. Далее $N_e^{ex} = N^{ex} - N_w^{ex}$ (Ряд 4) повышается и в конце диапазона изменения Π_6 достигает 32. Сначала в отсутствие ошибок N_w^{ex} (Ряд 7) увеличивается столь же стремительно, как N^{ex} : на втором шаге $N^{ex} = N_w^{ex} = 31$; далее N_w^{ex} падает до 1 к концу интервала искажения. $E^{ex} \equiv E_w^{ex}$ (Ряд 7, Ряд 8) от первого до второго шага (рис. 11б). Сначала E^{ex} и E_w^{ex} от почти максимального значения немного понижаются, затем повышаются и с четвертого шага устанавливаются на 255. Ошибки имеют неадекватную оценку $E_e^{ex} \equiv 255$ (Ряд 9). Экстраполяция до четвертого шага хорошая, а далее меняется на противоположную.

Устойчивость классификатора хорошая, поскольку везде $N_e < N^{ex}$ (рис. 11а).

При уменьшении Π_6 интерполяция имеется также до второго шага. $N_e^{in} \equiv 0$ (Ряд 3); поведение N^{in} (Ряд 8) и N_w^{in} (Ряд 6) не отличается (рис. 12а) от наблюдавшегося в случае увеличения этого признака (рис. 11а), а также при обоих способах изменения $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4$ (рис. 1а, 2а, 3а, 4а, 5а, 6а, 7а, 8а). $E^{in} \equiv E_w^{in}$ (Ряд 5, Ряд 4); эти величины имеют изначально высокое значение 252 и практически не меняются (рис. 12б). Оценки адекватные. Интерполяция отличная.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд 1) монотонно нарастает и устанавливается на 33 с третьего шага (рис. 12а), на котором появляется одна ошибка. Далее $N_e^{ex} = N^{ex} - N_w^{ex}$ (Ряд 4) повышается, и $N_e^{ex} \equiv 33$ на последнем отрезке диапазона изменения Π_4 . Сначала в отсутствие ошибок N_w^{ex} (Ряд 7) увеличивается столь же стремительно, как N^{ex} : на втором шаге $N^{ex} = N_w^{ex} = 32$; до следующего шага N_w^{ex} не меняется, а затем падает до 0 на восьмом шаге. С первого по второй шаг $E^{ex} \equiv E_w^{ex}$ (Ряд 7, Ряд 8), эти величины от значения 252 начинают понижаться на данном отрезке (рис. 12б) и продолжают далее (E_w^{ex} в целом). На третьем и четвертом шагах E_e^{ex} (Ряд 9) принимает значения 162 и 165; здесь и на следующих трех шагах $E_e^{ex} < E_w^{ex}$, причем E_e^{ex} в целом уменьшается. Ввиду высокого первоначального уровня E_e^{ex} , диапазоны E_e^{ex} и E_w^{ex} разделены слабо; следовательно, возможны проблемы оценивания. Экстраполяция на шести шагах хорошая, а далее меняется на противоположную.

Устойчивость классификатора хорошая, $N_e < N^{ex}$ (рис. 12а) выполняется до восьмого шага, где N_e устанавливается на максимуме.

Гранулоциты GRAN [L^{-1}]

При увеличении Π_7 диапазон интерполяция отсутствует.

Для внешних элементов (рис. 13а) с первого по девятый шаг $N^{ex} \equiv N_e^{ex} \equiv 33$ (Ряд 1, Ряд 4), $N_w^{ex} \equiv 0$ (Ряд 7). На этом интервале также выполняется $E^{ex} \equiv E_e^{ex}$ (Ряд 7, Ряд 9); до седьмого шага эти величины крайне низкие, а на двух последних шагах принимают значения 83 и 221 соответственно (рис. 13б). Были проведены дробление первого отрезка интервала искажения и последующие расчеты (рис. 13в,г). Показано, что экстраполяция на части отрезка между нулевым и первым шагом хорошая, а затем плохая (рис. 13в). Устойчивость классификатора также вначале хорошая, а затем плохая (рис. 13в). Диапазоны оценок не разделены (рис. 13б,в).

При уменьшении Π_7 диапазон интерполяция отсутствует.

Для внешних элементов (рис. 14а) с первого по девятый шаг $N^{ex} = N_w^{ex} \equiv 33$ (Ряд 1, Ряд 7), $N_e^{ex} \equiv 0$ (Ряд 4). $E^{ex} \equiv E_w^{ex} \equiv 255$ (Ряд 7, Ряд 8), оценки максимальные (рис. 14б). Экстраполяция всюду максимально хорошая.

Устойчивость классификатора максимально хорошая (рис. 14а), поскольку везде $N_e \equiv 0$ (Ряд 2).

Гранулоциты GRAN [%]

При увеличении Π_8 динамика всех величин полностью совпадает с имевшейся при уменьшении Π_7 (рис. 14а,б).

При уменьшении Π_8 диапазон интерполяция отсутствует.

Для внешних элементов (рис. 15а) с первого по девятый шаг $N^{ex} \equiv 33$ (Ряд 1). На первом шаге $N_w^{ex} = 25$ (Ряд 7), $N_e^{ex} = 8$ (Ряд 4), а далее $N_w^{ex} \equiv 0$, $N_e^{ex} \equiv 33$. По оценкам (рис. 15б) на первом шаге имеем: $E_w^{ex} = 131$ (Ряд 8), $E_e^{ex} = 111$ (Ряд 9), $E^{ex} = 126$ (Ряд 7). Далее E^{ex} и E_e^{ex} падают, причем со второго шага $E^{ex} \equiv E_e^{ex}$; до седьмого шага эти величины низкие, а на двух последних шагах принимают значения 54 и 114. Поскольку на первом шаге $E_w^{ex} > E_e^{ex}$, но различие величин незначительное, возможны проблемы оценивания. Экстраполяция на первом шаге хорошая, а далее абсолютно плохая.

Устойчивость классификатора хорошая, $N_e < N^{ex}$ (рис. 15а) выполняется до второго шага, где N_e устанавливается на максимуме.

Заключение

Для рассмотренного в данной работе класса здоровых людей имеются два вида признаков: изменяющиеся в некотором диапазоне ($\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_6$), соответствующие невырожденным случаям, а для вырожденных – принимающие константное значение (Π_5, Π_7, Π_8).

Во всех невырожденных случаях ($\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_6$) на этапе интерполяции ошибок нет. $E^{in} \equiv E_w^{in}$; эти оценки, вначале равные 252, далее также имеют высокие значения. Оценки адекватные. Интерполяция отличная.

Для внешних элементов N^{ex} монотонно нарастает, как и N_e^{ex} , причем ошибки появляются позже первого шага. Сначала в отсутствие ошибок N_w^{ex} увеличивается столь же стремительно, как N^{ex} , а затем после достижения максимума падает, так что либо достигает нулевого значения до окончания интервала искажения, либо эта величина до последнего шага остается положительной. Везде экстраполяция вначале хорошая, а затем становится плохой.

Итак, для всех указанных признаков ($\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_6$) наблюдается сходство в интерполяции; в экстраполяционных зависимостях тоже прослеживается аналогия.

Исследование поведения оценок выявило случаи, когда дальнейшее искажение исключено. Во-первых, когда ошибки имеют неадекватную оценку $E_e^{ex} \equiv 255$ (при увеличении Π_1, Π_2, Π_6 , а также при уменьшении Π_4). Во-вторых, если на некоторых шагах $E_e^{ex} > E_w^{ex}$ (при уменьшении Π_1, Π_2).

Также возможны проблемы оценивания по следующим причинам. Во-первых, когда разделение диапазонов E_e^{ex} и E_w^{ex} отсутствует (при увеличении Π_3, Π_4 , а также при уменьшении Π_3) или, во-вторых, когда оно является слабым (при уменьшении Π_6).

Во всех случаях искажения на начальном этапе, а именно, до появления ошибок проблем с экстраполяцией нет.

Устойчивость классификатора хорошая либо на всем интервале искажения, где выполняется $N_e < N^{ex}$, либо до шага, на котором N_e устанавливается на максимуме.

Вырожденные случаи (Π_5, Π_7, Π_8) характеризуются тем, что диапазон интерполяции отсутствует.

Для внешних элементов $N^{ex} \equiv 33$ на всем интервале искажения, за исключением начальной точки. При уменьшении Π_7 и увеличении Π_8 ошибки отсутствуют: $N_e^{ex} \equiv 0$. В случаях увеличения и уменьшения Π_5 , а также уменьшения Π_8 ошибки появляются позже первого шага, а при увеличении Π_7

раньше него; N_e^{ex} нарастает, причем (за исключением увеличения Π_5) достигает максимума и устанавливается на нем.

В случаях достижения $N_e^{ex} \equiv 33$ (увеличение Π_7 , уменьшение Π_5 , Π_8) экстраполяция вначале хорошая, а затем становится плохой; если всюду $N_e^{ex} < 33$ (увеличение Π_5 , Π_8 , уменьшение Π_7) – экстраполяция всюду хорошая.

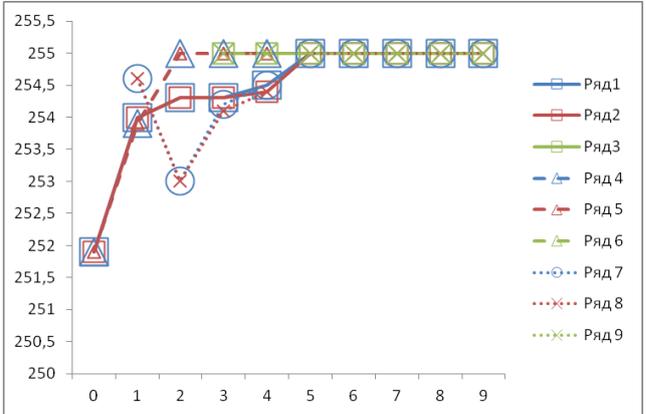
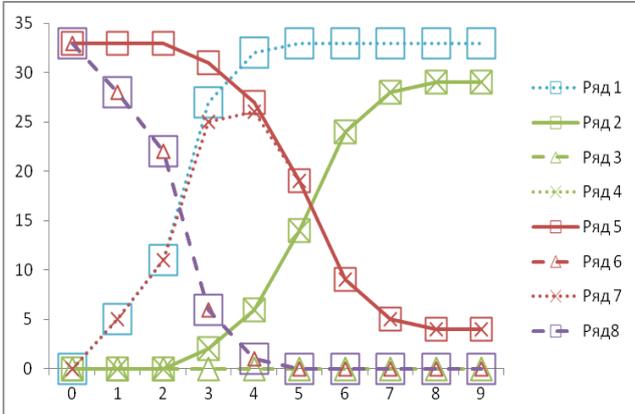
Дальнейшее искажение исключено, когда ошибки имеют неадекватную оценку $E_e^{ex} \equiv 255$ (при увеличении Π_5).

Также возможны проблемы оценивания по следующим причинам. Во-первых, когда $E_w^{ex} > E_e^{ex}$, но различие величин незначительное (при уменьшении Π_8). Во-вторых, когда отсутствует разделение диапазонов E_e^{ex} и E_w^{ex} (при увеличении Π_7).

Устойчивость классификатора хорошая либо на всем интервале искажения, где выполняется $N_e < N_e^{ex}$, либо до точки, с которой N_e устанавливается на максимуме. Эта точка может находиться до первого шага.

Библиографический список

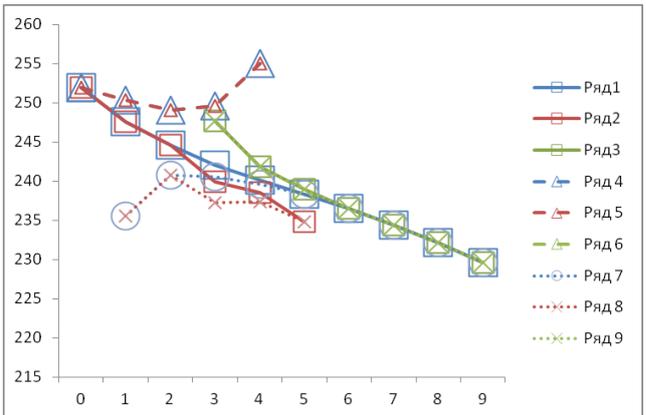
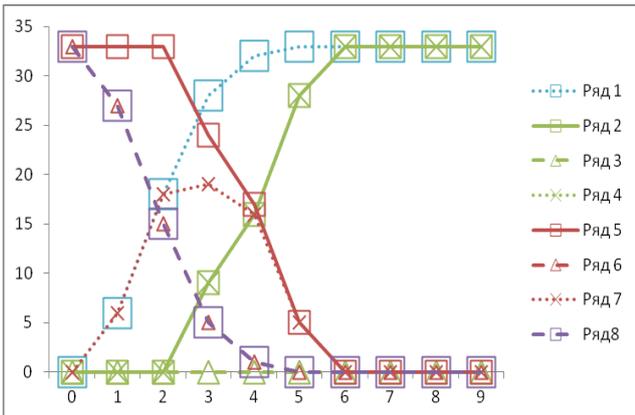
1. Гавриков Б.М., Гавриков М.Б., Пестрякова Н.В. О свойствах классификатора при значительных отклонениях параметров крови от нормы // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2021. № 31. 27 с. DOI: 10.20948/prepr-2021-31.
2. Гавриков Б.М., Гавриков М.Б., Пестрякова Н.В. Статистический метод распознавания на основе нелинейной регрессии // Математическое моделирование, 2020. Т. 32. № 4. С. 116-130. DOI: 10.20948/mm-2020-04-09.
3. Гавриков Б.М., Гавриков М.Б., Пестрякова Н.В. Об устойчивости статистического классификатора состояний систем организма человека к искажениям // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2020. № 32. 40 с. DOI: 10.20948/prepr-2020-32.
4. Гавриков Б.М., Гавриков М.Б., Пестрякова Н.В. Об устойчивости статистического классификатора состояний систем организма человека к искажениям в вырожденных случаях // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2020. № 49. 26 с. DOI: 10.20948/prepr-2020-49.
5. Гавриков Б.М., Пестрякова Н.В. Об экстраполяционных свойствах статистического классификатора. // Информационные технологии и вычислительные системы, 2020. № 4. С. 79-90. DOI:10.14357/20718632200407.
6. Гавриков М.Б., Локуцкий О.В. Начала численного анализа. — М.: Янус, 1995.
7. Schürmann J. Pattern Classification. — New York: John Wiley&Sons, Inc., 1996.



a) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

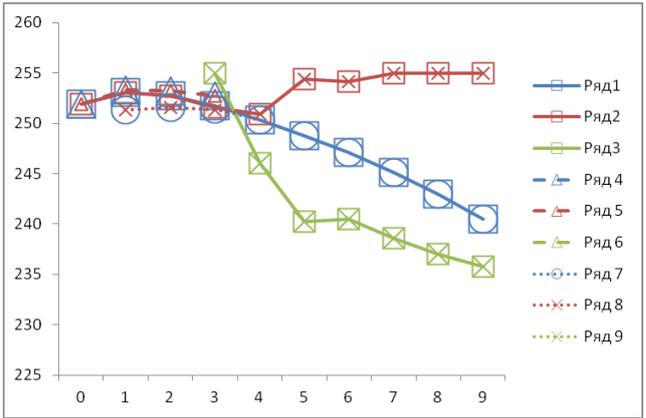
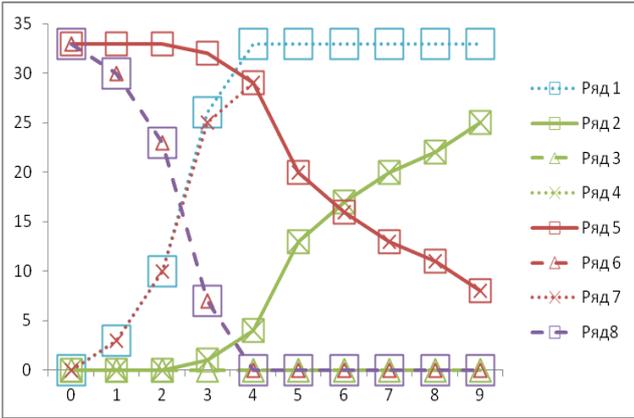
Рис. 1. Признак 1 (увеличение)



a) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

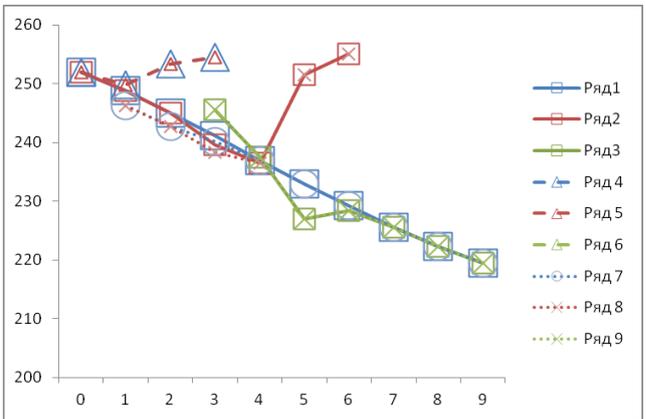
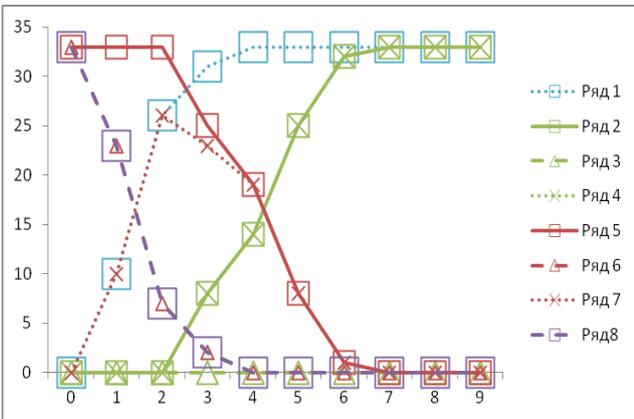
Рис. 2. Признак 1 (уменьшение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

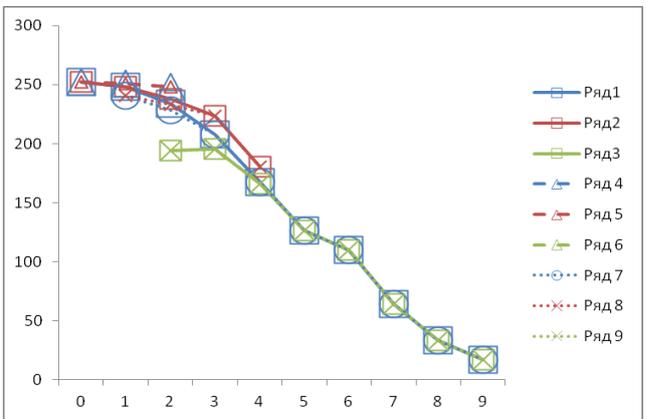
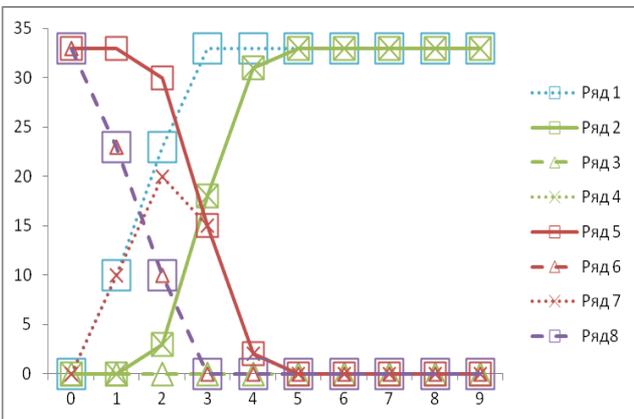
Рис. 3. Признак 2 (увеличение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

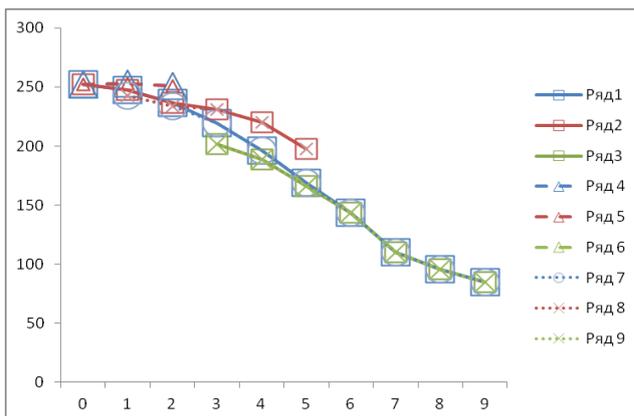
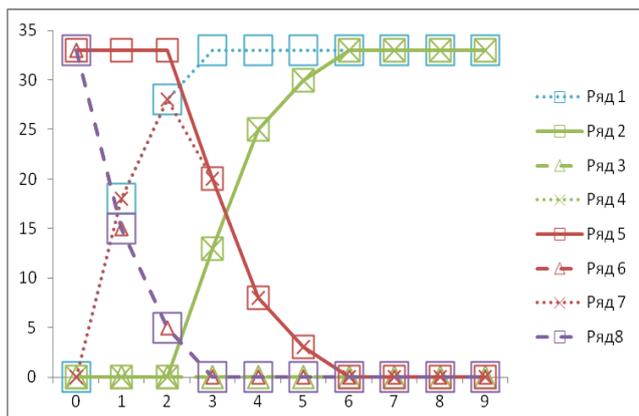
Рис. 4. Признак 2 (уменьшение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

Рис. 5. Признак 3 (увеличение)

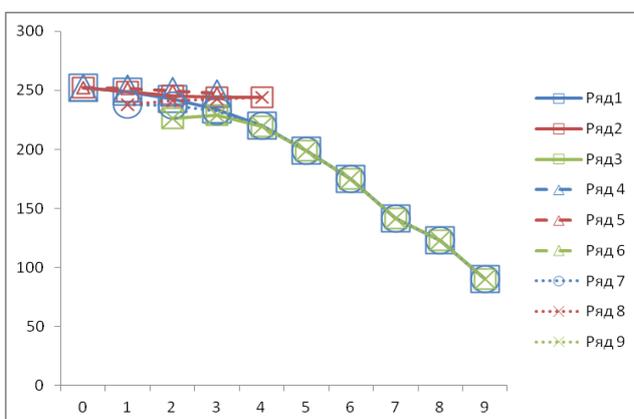
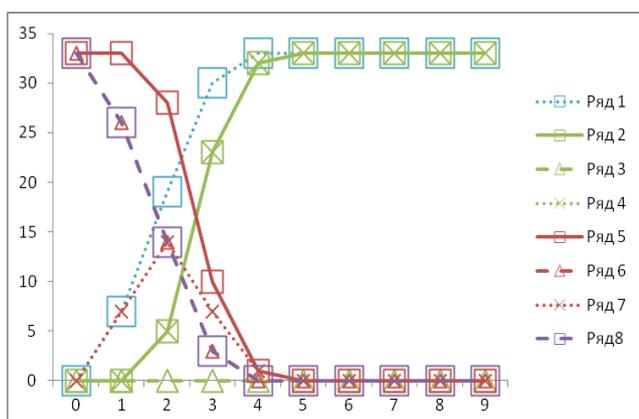


а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,

«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

Рис. 6. Признак 3 (уменьшение)

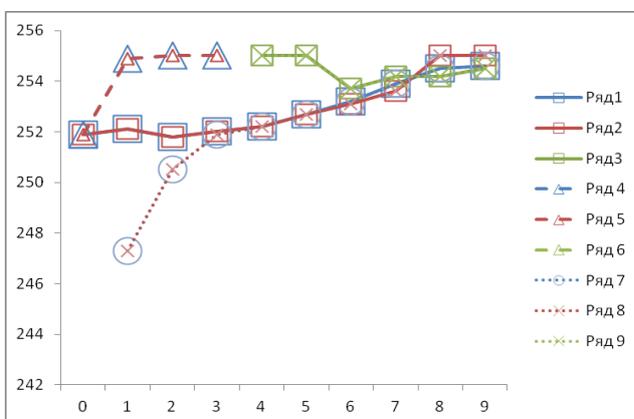
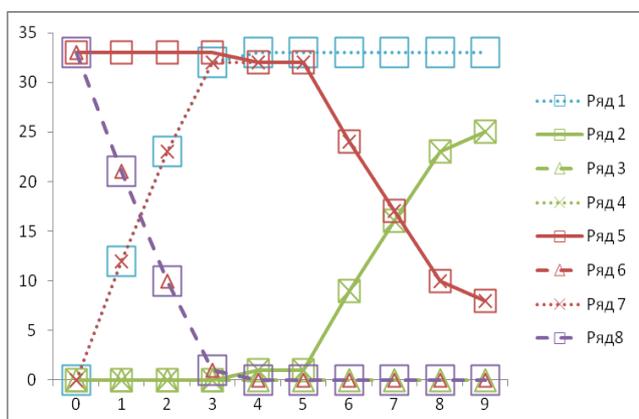


а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,

«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

Рис. 7. Признак 4 (увеличение)

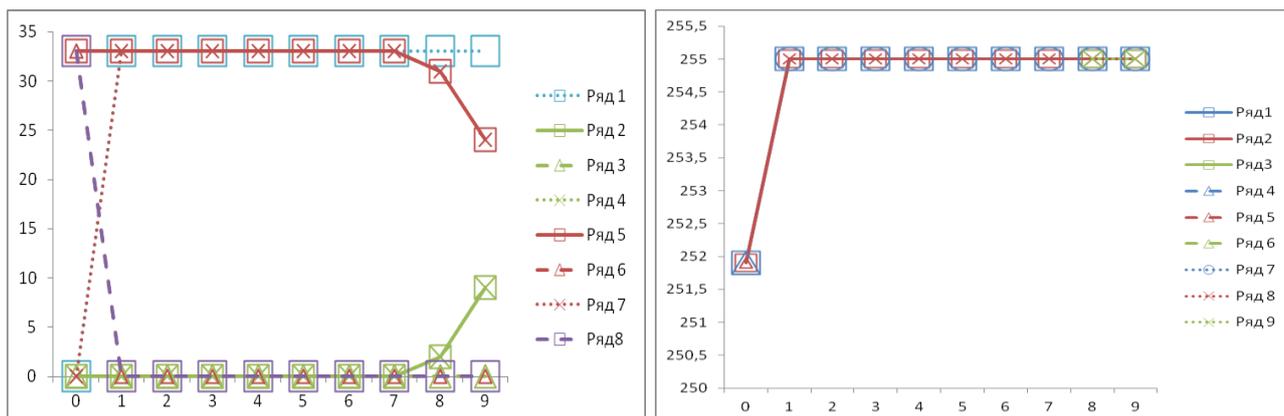


а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,

«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

Рис. 8. Признак 4 (уменьшение)

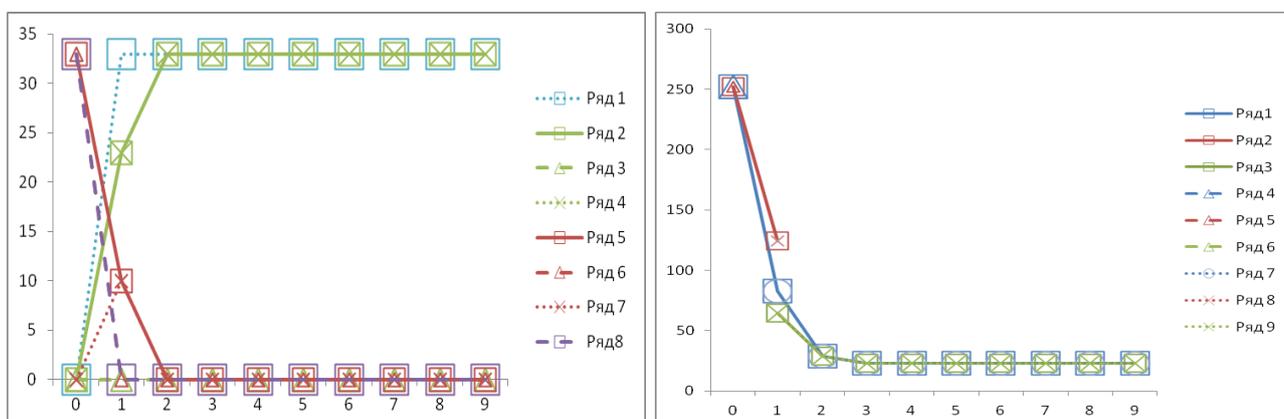


а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,

«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

Рис. 9. Признак 5 (увеличение)

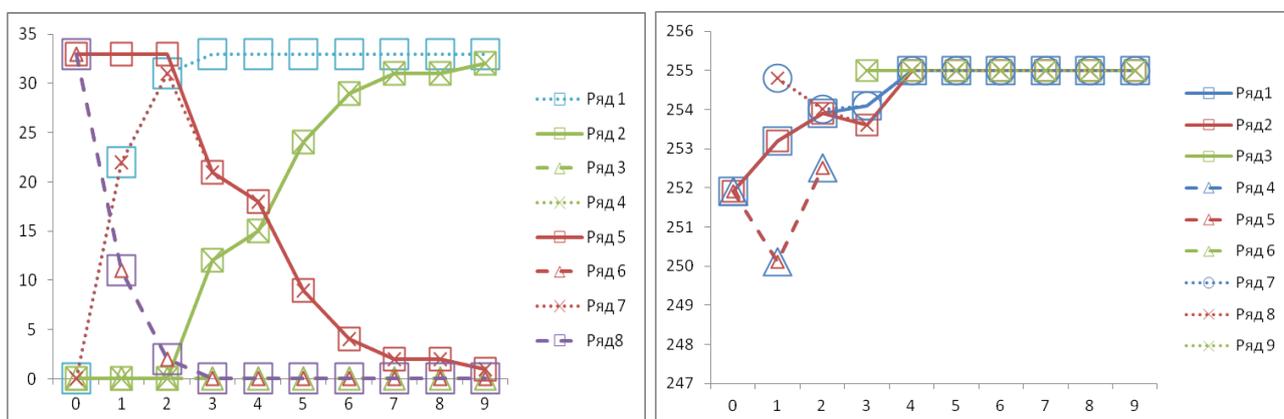


а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,

«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

Рис. 10. Признак 5 (уменьшение)

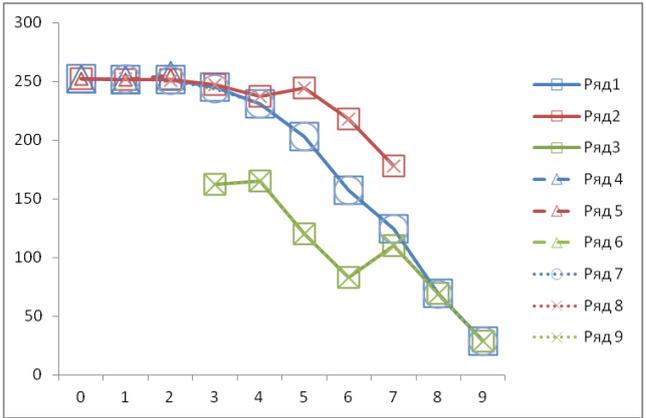
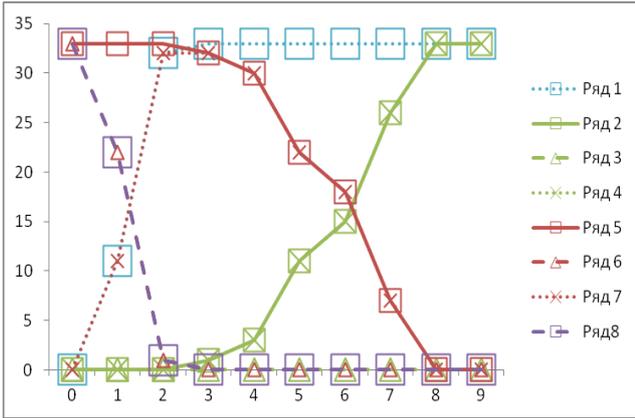


а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,

«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

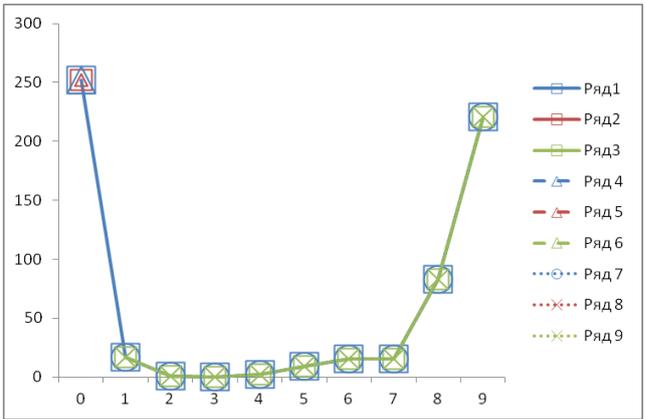
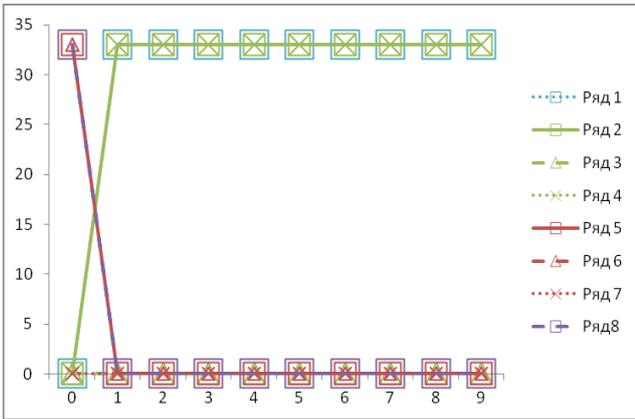
Рис. 11. Признак 6 (увеличение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

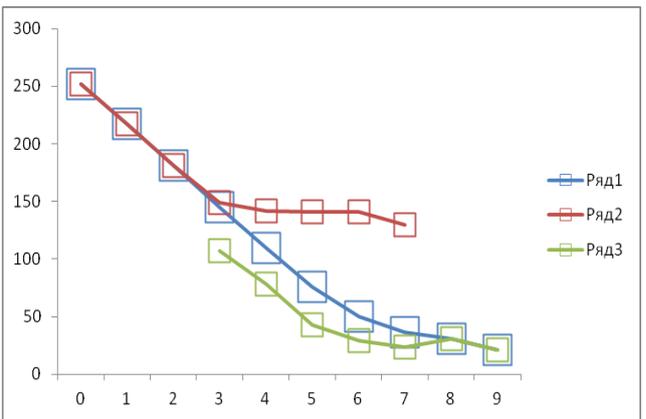
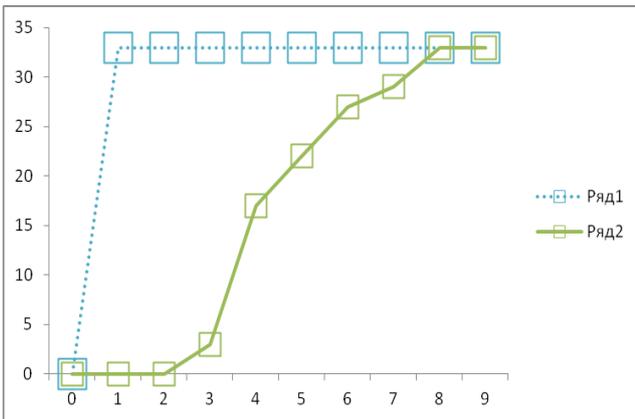
б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

Рис. 12. Признак 6 (уменьшение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

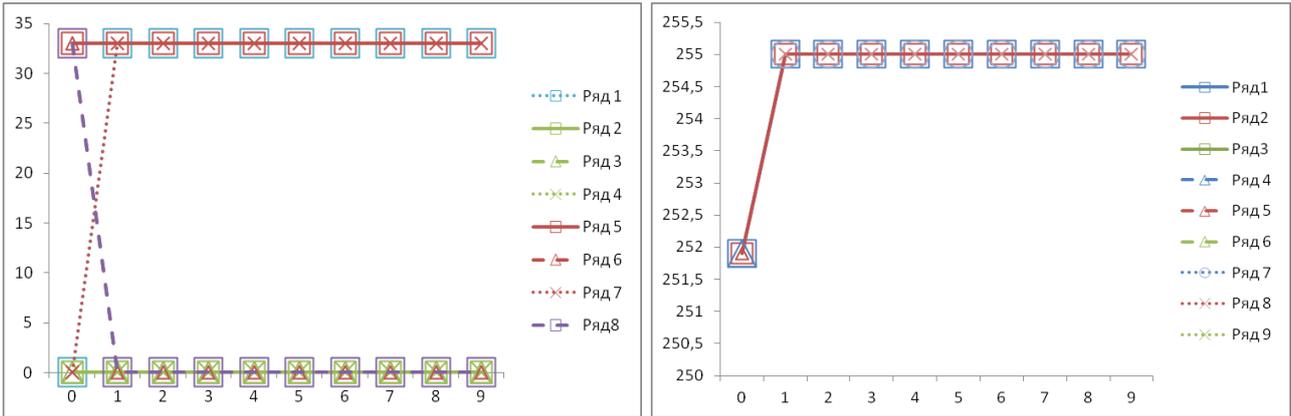
б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}



в) «1»- N^{ex} , «2»- N_e

з) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e

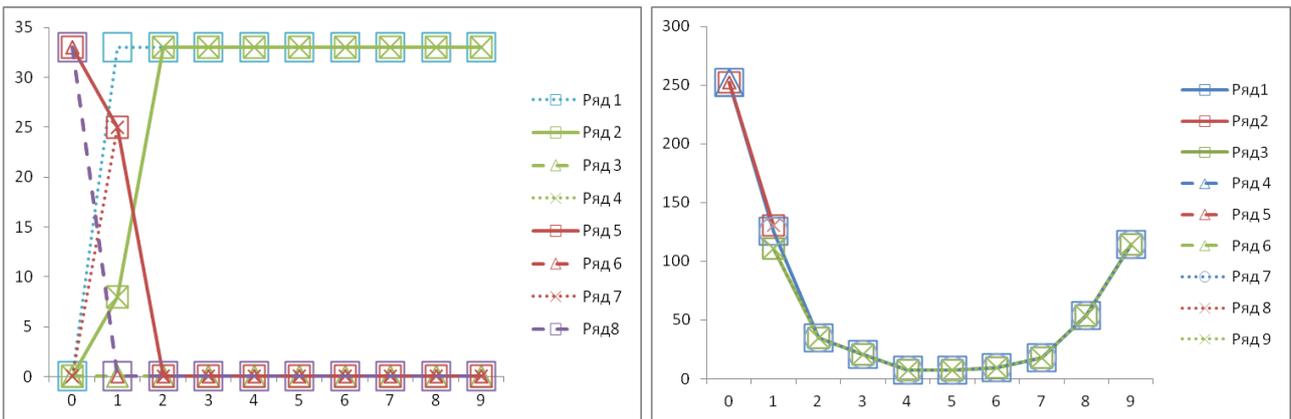
Рис. 13. Признак 7 (увеличение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

Рис. 14. Признак 7 (уменьшение), признак 8 (увеличение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

Рис. 15. Признак 8 (уменьшение)