ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 144 за 2019 г.

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Михайлов А.П., Петров А.П., Прончева О.Г.

Стратегии ограничения некомпетентности в модели системы «Власть - Общество»

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Михайлов А.П., Петров А.П., Прончева О.Г. Стратегии ограничения некомпетентности в модели системы «Власть - Общество» // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 144. 16 с. http://doi.org/10.20948/prepr-2019-144
URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-144

О р д е н а Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Р о с с и й с к о й а к а д е м и и н а у к

А.П. Михайлов, А.П. Петров, О.Г. Прончева

Стратегии ограничения некомпетентности в модели системы «Власть–Общество»

Москва — 2019

Михайлов А.П., Петров А.П., Прончева О.Г.

Стратегии ограничения некомпетентности в модели системы «Власть–Общество»

Рассмотрена модель системы "Власть–Общество" с некомпетентной властной иерархией. Под некомпетентностью понимается непреднамеренное бескорыстное принятие и реализация чиновниками неправильных решений. Рассматриваются два вида некомпетентности. Один из них проявляется в издании инстанцией распоряжений, которые не отдала бы компетентная инстанция, второй – в отсутствии распоряжения, которое отдала бы компетентная инстанция. Ошибочные решения данных видов могут приниматься одновременно. В работе проводится сравнительный анализ стратегий ограничения некомпетентности. Показано, что эффективные стратегии могут существенно отличаться от эффективных стратегий антикоррупционных мероприятий.

Ключевые слова: моделирование, некомпетентность, властные структуры, дифференциальные уравнения в частных производных, численный эксперимент.

Alexander Petrovich Mikhailov, Alexander Phoun Chzho Petrov, Olga Gennadevna Proncheva

Strategies of restricting of incompetence in “Power-Society” system

A hierarchy model is constructed on the basis of the general model of the "Power-Society" system, that contains partially or completely incompetent instances that damage both authority structures and society. Unintentional disinterested acceptance and implementation by officials of wrong decisions is meant by incompetence. Unintentionality and disinterestedness of the erroneous use of power substantially distinguishes it from other imperfections in a hierarchy, for example, corruption, and requires a separate analysis, in particular, in order to find effective strategies for its limitation. A preliminary examination of a model of incompetence shows that these strategies can be noticeably different than the strategies of anticorruption measures.

Key words: modeling, incompetence, power structures, partial differential equations, computational experiment.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 19-01-00089-а

1. Общая и базовая модели системы "Власть–Общество"

Модель "Власть–Общество" (подробнее см. [1-5]) описывает систему, состоящую из властной иерархии и влияющего на нее гражданского общества. В конкретных реализациях модели рассматривается либо цепочечная иерархия, либо пирамидальная (разветвленная), в которых все инстанции строго упорядочены по принципу подчинения. Каждая инстанция (кроме самой верхней и самой нижней) получает приказы от вышестоящей и сама отдает приказы подчиненным. При достаточно большом количестве инстанций иерархия считается непрерывной, что позволяет использовать аппарат теории дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений для их исследования.

Таким образом, "поток власти" (властные распоряжения, проходящие через иерархию) и реакция общества формируют текущее распределения власти $p(x,t)$ между инстанциями. Здесь x – иерархическая координата ($x=0$ и $x=l$ – координата высшей и низшей инстанции соответственно, $l>0$ – "длина" иерархии), t – время.

Общая модель для непрерывной пирамидальной иерархии представляет собой интегро-дифференциальное уравнение с нелокальным ядром

$$n(x)\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\kappa\left(x,t,p,\frac{\partial p}{\partial x}\right)n(x)\frac{\partial p}{\partial x}\right)+n(x)F(p,t,x)+$$
$$+\int_0^l \chi\big(x,x',t,p(x,t),p(x',t)\big)\,n(x,x')\big(p(x',t)-p(x,t)\big)dx', \tag{1}$$

которое при известных входных данных и краевых условиях даёт искомую функцию $p(x,t)$. Здесь $n(x)$ – число чиновников на иерархическом уровне с координатой x, $\kappa\left(x,t,p,\frac{\partial p}{\partial x}\right)$ – "степень безответственности" властных институтов, т.е. поведенческая характеристика их склонности перепоручать исполнение приказов сверху своим подчинённым, $F(p,t,x)$ – результирующая сила реакции общества к самой иерархии на текущий уровень власти, l – "длина" иерархии, интегральный член описывает передачу в иерархии приказов "через голову", функция $\kappa n(x)\frac{\partial p}{\partial x}$ имеет смысл "потока власти", проходящего через инстанцию x в момент t (такая же по смыслу величина содержится в интегральном члене).

На границах иерархии ($x=0$, $x=l$) задаются краевые условия второго и третьего рода

$$\left(\kappa\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{x=0}=0,\ \left(\kappa\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{x=l}=\frac{\kappa(l)\,p(l)}{l}. \qquad (2)$$

Первое из них означает, что высший иерарх не получает приказов сверху, а не имеющие подчинённых низшие звенья иерархии отдают приказы непосредственно гражданскому обществу, реализуя таким образом свои властные полномочия. Также задаётся начальное распределение власти в иерархии – неотрицательная по своему смыслу функция

$$p(x,0)\geq 0,\ 0\leq x\leq l. \qquad (3)$$

Базовая модель системы "Власть–Общество" представляет собой упрощение общей модели, сохраняющее, однако, все её основные понятия и предположения. Упрощения состоят в следующем. Считается, что в иерархии не существует механизма передачи приказов "через голову" (т.е. интегральный член в уравнении (1) отсутствует), коэффициент "безответственности" постоянен для всех инстанций одного уровня, то есть $\kappa(x,t,p,\partial p/\partial x)=\kappa(x)$.

В рамках правовой системы общество удерживает распределение власти в определенных пределах. Функция, описывающая реакцию общества, предполагается линейной по распределению власти и явно не зависящей от времени: $F(x,p)=k\left(p^0(x)-p\right)$, здесь функция $p^0(x)$ имеет смысл "желаемого", с точки зрения общества, распределения. Коэффициент k характеризует интенсивность общественной реакции и предполагается постоянным.

$$n(x)\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\kappa(x)n(x)\frac{\partial p}{\partial x}\right)+n(x)k\left(p^0(x)-p(x,t)\right). \qquad (4)$$

Данное уравнение описывает динамику распределения власти в совершенной, т.е. законопослушной и компетентной иерархии. Перейдем теперь к рассмотрению иерархии, у которой часть инстанций, или все они, могут быть некомпетентными.

2. Модель с некомпетентной иерархией

2.1 Динамика распределения власти

Некомпетентность определяется здесь как "*непреднамеренное и бескорыстное принятие и реализация властными структурами ошибочных решений"* [6]. При этом, в отличие, скажем, от коррупции, власть действует честно и открыто. Некомпетентность может быть вызвана разнообразными причинами: недостаточный уровень профессионального образования и опыта работы, плохая информированность, чрезмерный объём работы и отсутствие

ресурсов, необходимых для выполнения своих обязанностей, неоптимальная структура иерархии, личные качества чиновников (ангажированность, халатность, безразличие) и т.д.

Логика построения модели близка к логике построения модели коррумпированных иерархий [4, 5]. При этом выделяются два вида некомпетентности.

1. *Некомпетентность бездействия.* Отсутствие в деятельности инстанций актов, которые компетентный институт власти обязательно осуществил бы в соответствии со своими служебными обязанностями (качественная профилактика техногенных катастроф, своевременное парирование эпидемиологических угроз и т.п.).

2. *Некомпетентность сверхдействия* – наличие в деятельности инстанций актов, которые компетентный институт власти никогда бы не осуществил (скоропалительные и непродуманные социальные, политические и иные реформы, чрезмерная регламентация жизни гражданского общества и т.п.).

Изложим в краткой форме построение модели системы «Власть–Общество» с некомпетентной иерархией (см. подробнее в [6]). Сравним действия "идеального" института власти из слоя с номером i, $0 \le i \le N$, где N – общее число иерархических слоёв, $i = 0$ соответствует старшему иерарху, а $i = N$ – самым младшим чинам. Пусть в единицу времени i-я инстанция отдаёт подчиненному ему институту с номером $i+1$ $M^0 > 0$ равноценных по "стоимости" приказов. Другими словами, $M^0(i,t)$ есть "поток" власти от i-го $i+1$-му институту в данный момент времени. В отличие от него, некомпетентный институт отдаёт $M(i,t)$ правильных приказов, не отдаёт $M_-(i,t)$ правильных приказов (бездействие), но отдаёт $M_+(i,t)$ неправильных приказов (сверхдействие).

Введём безразмерную характеристику *степени некомпетентности властного института* с номером i и в момент времени t (текущую локальную некомпетентность), отнормировав число актов бездействия (M_-) и число актов сверхдействия (M_+) на общее число актов, совершаемых иерархией в случае, если бы она была полностью компетентной (т.е. на величину $M^0 = M + M_-$). Тогда "парциальные" степени некомпетентности бездействия и сверхдействия $b_-(i,t)$ и $b_+(i,t)$ равны соответственно $b_- = M_-/(M + M_-)$ и $b_+ = M_+/(M + M_-)$. Сумма степеней некомпетентности – общая некомпетентность.

Для получения уравнения модели некомпетентности иерархии повторим, без подробных выкладок, рассуждения, аналогичные тем, что применялись при построении моделей коррумпированных иерархий [5]. В уравнение, описывающее "баланс власти" в компетентной иерархии, вносятся поправки, отражающие существование "фиктивных" потоков власти $W_-(x,t)$ (нужные

приказы не отданы – бездействие) и $W_+(x,t)$(отданы лишние приказы – сверхдействие). Тогда в непрерывном варианте модели локальный "закон сохранения власти" выглядит следующим образом:

$$n(x)\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}(W-W_-+W_+)+n(x)k(x)\left(p^0(x)-p(x,t)\right). \qquad (5)$$

Здесь $W=-\kappa(x)\partial p/\partial x$ – "правильный" поток власти, а величины $W_-=b_-W,\ W_+=b_+W$ отвечают актам бездействия и сверхдействия.

Подставляя в (5) выражения для потоков, приходим к уравнению

$$n(x)\frac{\partial p(x,t)}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\kappa_f n(x)\frac{\partial p}{\partial x}\right)+n(x)k(x)\left(p^0(x)-p(x,t)\right), \qquad (6)$$

где коэффициент k_f зависит от некомпетентности иерархии: $\kappa_f=(1+b_+-b_-)\kappa(x),\ 0<x<1$.

Для того чтобы уменьшить уровень некомпетентности иерархии, государство может предпринимать определенные контролирующие, организационные, образовательные и другие мероприятия. Каждое из таких мероприятий предполагает определенные затраты и характеризуется более или менее высокой эффективностью в плане соотношения между "затратами" на уменьшение некомпетентности и "прибылью", приносимой этими мероприятиями, т.е. величиной предотвращённого в результате их проведения ущерба.

2.2 Ущерб от некомпетентности и стоимость ее ограничения

Введём сначала локальный текущий ущерб $d(x,t)$ как сумму зря "потраченных" и, наоборот, "непотраченных" инстанцией с координатой x потоков власти (заметим, что производная $\partial p/\partial x$ отрицательна):

$$d(x,t)=d_-+d_+=W_-+W_+=-b_-\kappa\frac{\partial p}{\partial x}-b\kappa\frac{\partial p}{\partial x},\ 0<x<l,\ t>0. \qquad (7)$$

Локальную текущую "пользу" $u(x,t)$ от действий иерархии естественно определить как число её правильных решений:

$$u(x,t)=-\left(1-b_-(x)\right)\kappa(x)\frac{\partial p}{\partial x},\ 0<x<l,\ t>0. \qquad (8)$$

Интегрируя (7) и (8) по x от $x=0$ до $x=l$ и деля первое выражение на второе, получим общий относительный текущий ущерб от действий иерархии:

$$D(t)=\frac{\int_0^l \left(b_-(x)+b_+(x)\right)\kappa(x)\frac{\partial p}{\partial x}}{\int_0^l \left(1-b_-(x)\right)\kappa(x)\frac{\partial p}{\partial x}}. \tag{9}$$

Безразмерный функционал (9) даёт возможность сравнивать относительные характеристики различных по своей топологии и иным свойствам властных структур.

Определим стоимость мероприятий по ограничению некомпетентности на основании следующих положений:

1) *стоимость ограничения тем выше, чем выше положение инстанции в иерархии и, соответственно, её текущая власть* $p(x,t)$*;*

2) *стоимость ограничения тем меньше, чем больше (и тем самым очевиднее) текущий ущерб, приносимый неправильными действиями инстанции, т.е. величина* $-\left[\left(b_-(x)+b_+(x)\right)\kappa(x)\partial p/\partial x\right]^{-1}$.

В качестве локальной стоимости v ограничения некомпетентности будем рассматривать величину:

$$v=-\varepsilon\frac{p(x,t)}{\left(b_-(x)+b_+(x)\right)\kappa(x)\partial p/\partial x}, \tag{10}$$

где ε – стоимость единичной акции подавления, имеющая соответствующую размерность; далее будем полагать ее равной единице.

Отсюда следует формула относительной стоимости ограничения некомпетентности для всей иерархии.

$$V=\frac{\int_0^l p(x,t)\left[\left(b_-(x)+b_+(x)\right)\kappa(x)\frac{\partial p}{\partial x}\right]^{-1}dx}{\int_0^l\left[\left(1-b_-(x)\right)\kappa(x)\frac{\partial p}{\partial x}\right]^{-1}dx\int_0^l p^0(x)dx}. \tag{11}$$

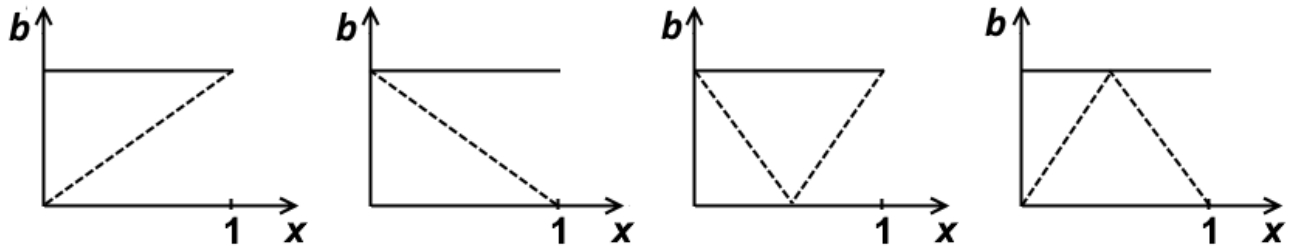
2.3 Подход к сравнению стратегий ограничения некомпетентности

Проведем сравнительное исследование различных стратегий ограничения некомпетентности при различных степенях централизации для цепочечных иерархий и степенях разветвлённости для пирамидальных иерархий. В каждом конкретном численном эксперименте решается задача вида (6) с краевыми условиями вида (2), фиксируются параметры модели и проводится расчет для

двух стационарных решений: до применения мер по ограничению некомпетентности и после них.

Для контроля стационарное решение искалось двумя различными методами: в первом случае решалось параболическое уравнение (6) с краевыми условиями (2) и в качестве стационарного решения бралась функция $p(x,t)$ при $t \to \infty$; во втором случае правая часть уравнения (6) приравнивалась к нулю и решалось обыкновенное дифференциальное уравнение.

Рассматриваются различные стратегии ограничения некомпетентности (см. рис. 1): преимущественное уменьшение ее среди старших инстанций, младших, средних и крайних инстанций.



а б в г

Рис. 1. Стратегии подавления некомпетентности: преимущественное подавление среди старших инстанций (а), младших (б), средних (в), крайних (г). Некомпетентность «до применения мер» обозначена сплошной линией, «после применения» – пунктиром.

Математическое описание каждой из стратегий приведено в соответствующих разделах.

Эффективность каждой стратегии вычисляется как отношение уменьшения ущерба в результате мероприятий по ограничению некомпетентности к стоимости этих мероприятий:

$$E = \frac{D_{before} - D_{after}}{V_{before} - V_{after}}. \tag{12}$$

3. Численные эксперименты

3.1 Модель с цепочечной иерархией

В данном разделе рассмотрим случай цепочечной властной иерархии, когда на каждом уровне власти имеется ровно один чиновник:

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\kappa_f \frac{\partial p}{\partial x}\right) + k(x)\left(p^0(x) - p(x,t)\right), \tag{13}$$

где $\kappa_f = \left(1 + b_+(x) - b_-(x)\right)\kappa(x),\ 0 < x < 1$.

Краевые условия имеют следующий вид:

$$\left(\partial p / \partial x\right)\Big|_{x=0} = 0;\ \left(\partial p / \partial x\right)\Big|_{x=1} = -p(1,t).$$

Зафиксируем $b_+^0 = 0.7$, $b_-^0 = 0.3$. Стратегии подавления старших, младших, средних и крайних чиновников описываются функциями, соответствующими некомпетентности иерархии после мероприятий:

ограничение некомпетентности младших инстанций: $b_+(x) = b_+^0(1-x)$,

ограничение некомпетентности старших инстанций: $b_+(x) = b_+^0 x$,

ограничение некомпетентности средних инстанций: $b_+(x) = 2b_+^0|x-0.5|$,

ограничение некомпетентности крайних инстанций: $b_+(x) = b_+^0\left(1-2|x-0.5|\right)$,

(аналогично – для некомпетентности бездействия $b_-(x)$).

При этом будем рассматривать системы с различной степенью централизации, в качестве меры которой примем величину U, равную отношению количества власти у 10% инстанций, имеющих самую большую власть, к количеству власти у 10% инстанций, имеющих самую маленькую власть, т.е.

$$U = \lim_{t\to\infty}\left[\int_0^{0,1} p(x,t)dx \Big/ \int_{0,9}^{1} p(x,t)dx\right].$$

Положим для расчета: $\kappa(x) \equiv 0.002$, $k(x) \equiv 1$. В качестве начального условия была взята функция $p(x,0) = 1-x$, краевые условия $p'(0) = 0,\ p'(1) = -p(1)$.

Будем рассматривать отдельно случаи сильноцентрализованной, среднецентрализованной, слабоцентрализованной иерархий. В соответствии с этим рассмотрим следующие функции для «желаемого» распределения власти $p^0(x)$:

- выпуклая вниз: $p^0(x) = e^{-2x}$ (в этом случае сформируется стационарное распределение с сильной централизацией власти);

- линейная: $p^0(x) = 2 - x$ (средняя централизация);

- выпуклая вверх: $p^0(x) = 1 - 0.5x^2$ (слабая централизация).

Результаты расчетов представлены в табл. 1 (для случая $b_+=1$) и табл. 2 ($b_-=0.9$); перечислим сделанные из них выводы.

Вывод 1. Как видно из Таблиц 1, 2, при данных значениях параметров для цепочечной иерархии во всех случаях эффективность отрицательна. «Наименьшим злом» является сильноцентрализованная иерархия: каждая из стратегий дает лучший результат именно для нее. При решении практического

вопроса о применении мер по ограничению некомпетентности в случае отрицательной эффективности надо учитывать иные аспекты, помимо учтенных в модели (например, влияние властной иерархии на состояние экономики).

Вывод 2. Относительно выбора наиболее предпочтительной стратегии имеет место довольно сложная картина. Так, в случае некомпетентности сверхдействия для иерархии любой степени централизации лучший результат дает ее ограничение среди старших инстанций. В случае некомпетентности бездействия, лучшая стратегия для сильноцентрализованной иерархии – ограничение некомпетентности среди младших, для слабоцентрализованной – среди старших, для среднецентрализованной – среди крайних. Различие в эффективности между более эффективными и менее эффективными стратегиями является более существенным для некомпетентности бездействия.

Таблица 1

Подавление	**Центр.**	D_{before}	D_{after}	V_{before}	V_{after}	E	U
старших	Слабая	1	0.6023	1.9128	2.9607	-0.3796	1.1585
	Сильная	1	0.5178	3.4015	4.8408	-0.3351	4.8370
	Средняя	1	0.5621	1.1404	1.6933	-0.7921	1.7917
младших	Слабая	1	0.4017	1.9128	2.3440	-1.3876	1.1585
	Сильная	1	0.4862	3.4015	4.5288	-0.4558	4.8370
	Средняя	1	0.4414	1.1404	1.4571	-1.7633	1.7917
средних	Слабая	1	0.5227	1.9128	2.4570	-0.8770	1.1585
	Сильная	1	0.5195	3.4015	4.6269	-0.3921	4.8370
	Средняя	1	0.5138	1.1404	1.5129	-1.3052	1.7917
крайних	Слабая	1	0.4803	1.9128	2.7999	-0.5858	1.1585
	Сильная	1	0.4807	3.4015	4.7172	-0.3947	4.8370
	Средняя	1	0.4878	1.1404	1.6207	-1.0662	1.7917

Таблица 2

Подавление	**Центр.**	D_{before}	D_{after}	V_{before}	V_{after}	E	U
старших	Слабая	9	1.0568	0.1967	1.4680	-6.2480	6.7643
	Сильная	9	0.7655	0.3497	1.8868	-5.3571	6.0250
	Средняя	9	1.0974	0.1173	0.3383	-35.757	1.8559
младших	Слабая	9	0.6034	0.1967	0.8312	-13.234	6.7643
	Сильная	9	0.8401	0.3497	1.9741	-5.0235	6.0250
	Средняя	9	0.5565	0.1173	0.6254	-16.617	1.8559
средних	Слабая	9	0.8325	0.1967	0.9962	-10.215	6.7643
	Сильная	9	0.8508	0.3497	1.9385	-5.1292	6.0250
	Средняя	9	0.8213	0.1173	0.6221	-16.202	1.8559
крайних	Слабая	9	0.7711	0.1967	1.2860	-7.5544	6.7643
	Сильная	9	0.7713	0.3497	1.9355	-5.1890	6.0250
	Средняя	9	0.7919	0.1173	0.6963	-14.175	1.8559

Рассмотрим также функцию $p^0(x)$ вида

$$p^0(x) = \frac{1}{1+9x}. \qquad (15)$$

Результаты моделирования в этом случае представлены в табл. 3.

Таблица 3

Подавление	D_1	D_2	V_1	V_2	E	U
Младших	1.4286	0.7037	0.4467	0.7246	-2.6087	5.9781
Старших	1.4286	0.4686	0.4467	0.7480	-3.1859	5.9781
Средних	1.4286	0.6042	0.4467	0.7348	-2.8615	5.9781
Крайних	1.4286	0.5600	0.4467	0.7434	-2.9276	5.9781

Для функции вида (15) рассмотрим также случаи частичного выполнения стратегии ограничения некомпетентности среди младших инстанций, т.е. при различных значениях некомпетентности после мероприятий (принято $b_+^0 = 0.7$, $b_-^0 = 0.3$, обозначения вида $b_\pm(x) = b_\pm^0(1-0{,}1x)$ имеют смысл $b_+(x) = b_+^0(1-0{,}1x)$, $b_-(x) = b_-^0(1-0{,}1x)$). Результаты представлены в табл. 4.

Вывод 3. При проведении мер по ограничению некомпетентности эффективность является более высокой, если мероприятия проводятся полностью, а не частично.

Таблица 4

Подавление	D_1	D_2	V_1	V_2	E	U
$b_\pm(x) = b_\pm^0(1-0{,}1x)$	1.4286	1.3450	0.4484	0.4682	-4.2270	5.7925
$b_\pm(x) = b_\pm^0(1-0{,}2x)$	1.4286	1.2643	0.4484	0.4907	-3.8900	5.7925
$b_\pm(x) = b_\pm^0(1-0{,}3x)$	1.4286	1.1862	0.4484	0.5142	-3.6845	5.7925
$b_\pm(x) = b_\pm^0(1-0{,}4x)$	1.4286	1.1106	0.4484	0.5390	-3.5113	5.7925
$b_\pm(x) = b_\pm^0(1-0{,}5x)$	1.4286	1.0374	0.4484	0.5651	-3.3517	5.7925
$b_\pm(x) = b_\pm^0(1-0{,}6x)$	1.4286	0.9665	0.4484	0.5929	-3.1997	5.7925
$b_\pm(x) = b_\pm^0(1-0{,}7x)$	1.4286	0.8978	0.4484	0.6223	-3.0523	5.7925
$b_\pm(x) = b_\pm^0(1-0{,}8x)$	1.4286	0.8312	0.4484	0.6539	-2.9081	5.7925
$b_\pm(x) = b_\pm^0(1-0{,}9x)$	1.4286	0.7665	0.4484	0.6878	-2.7660	5.7925

3.2 Случай амбивалентной реакции общества

Рассмотрим теперь модель с так называемой биполярной или амбивалентной реакцией общества. Именно, предполагается, что существуют два устойчивых распределения власти $p_1(x), p_3(x)$, каждое из которых является «желаемым» с точки зрения общества. Т.е., попав в окрестность одного из них, распределение власти асимптотически стремится к нему (более строго, его главный асимптотический член по малому параметру). Уравнение модели (для цепочечной иерархии) имеет в этом случае вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa_f \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - k_1(x)\big(p - p_1(x)\big)\big(p - p_2(x)\big)\big(p - p_3(x)\big).$$

Для численного эксперимента примем:

$$p_1(x) = e^{-(x-0.5)},\ p_2(x) = 1 + e^{-(x-0.5)} - 0.1(x - 0.5),\ p_3(x) = 2 + e^{-(x-0.5)}.$$

Проведем расчеты отдельно для случая, когда с течением времени установится решение $p_{st}(x)$, близкое к функции $p_1(x)$ (так называемое партиципаторное распределение власти, см. рис. 2 слева), и для случая, когда установится решение, близкое к функции $p_3(x)$ (распределение сильной руки, см. рис. 2 справа). Относительно уровней некомпетентности положим b_+=1, b_-=0 (имеется только некомпетентность сверхдействия). Остальные параметры модели приняты такими же, что и в предыдущем разделе: $\kappa(x) \equiv 0.002$, $k(x) \equiv 1$. Результаты представлены в табл. 5.

В табл. 6 представлены результаты для случая, когда имеется только некомпетентность бездействия: b_+=0 , b_-=0.9.

Вывод 4. Из результатов следует, что как при некомпетентности сверхдействия, так и бездействия, при сравнительно слабой властной иерархии (партиципаторное распределение власти) любая стратегия подавления некомпетентности (из числа рассмотренных) является более эффективной, чем при распределении сильной руки.

Данный результат не мог быть получен путем исследования базовой модели, т.к. предполагает наличие более чем одного асимптотически устойчивого стационарного распределения власти. Таким образом, модель позволяет не только проводить сравнительный анализ эффективности различных стратегий ограничения некомпетентности иерархий для фиксированного распределения власти, но и, наоборот, – сравнивать, для какого из распределений власти подавление некомпетентности будет более эффективным.

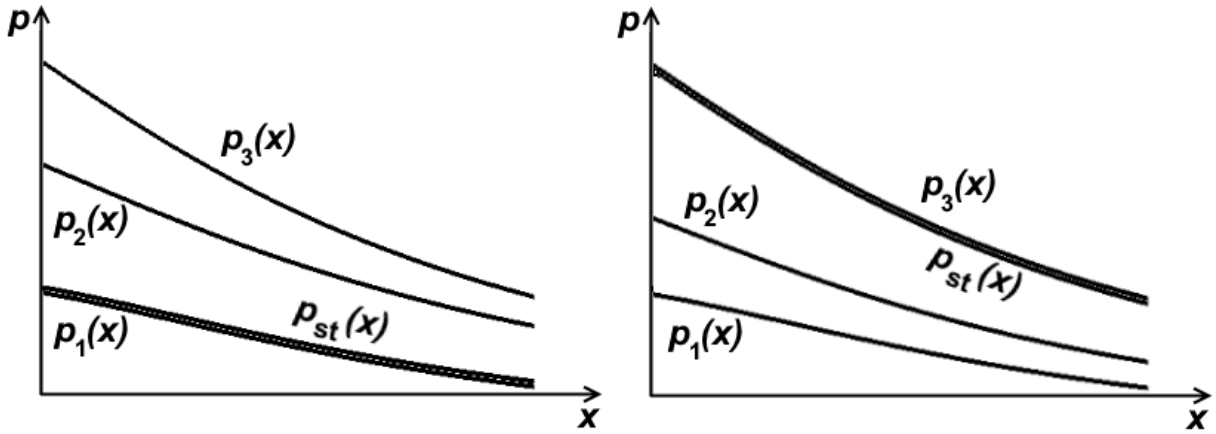


Рис. 2. Распределение власти $p_{st}(x)$, близкое к функции $p_1(x)$ (слева) и близкое к функции $p_3(x)$ (распределение сильной руки (справа)

Таблица 5

Подавление	**Власть**	D_{before}	D_{after}	V_{before}	V_{after}	E
Старших	Партиц.	1	0.4466	1.5499	0.5978	3.1387
	Сил. руки	1	0.4797	1.5499	0.7348	2.5524
Младших	Партиц.	1	0.5457	1.5499	0.5606	3.2662
	Сил. руки	1	0.5239	1.5499	0.7303	2.3890
Средних	Партиц.	1	0.4729	1.5499	0.5660	3.6458
	Сил. руки	1	0.5083	1.5499	0.7272	2.5060
Крайних	Партиц.	1	0.5171	1.5499	0.5906	2.8548
	Сил. руки	1	0.4923	1.5499	0.7356	2.4815

Таблица 6

Подавление	**Власть**	D_{before}	D_{after}	V_{before}	V_{after}	E
Старших	Партиц.	9	0.6829	0.0428	0.2151	-48.2533
	Сил. руки	9	0.6846	0.0428	0.2642	-39.7299
Младших	Партиц.	9	1.0228	0.0428	0.2560	-37.4136
	Сил. руки	9	0.9456	0.0428	0.3352	-28.7331
Средних	Партиц.	9	0.8047	0.0428	0.2206	-46.0819
	Сил. руки	9	0.8247	0.0428	0.2947	-34.0962
Крайних	Партиц.	9	0.8785	0.0428	0.2505	-39.1007
	Сил. руки	9	0.8008	0.0428	0.3015	-33.2478

3.3 Модель с пирамидальной иерархией

В данном разделе изучается влияние разветвленности иерархии на эффективность мер по ограничению некомпетентности. Модель имеет вид:

$$n(x)\frac{\partial p(x,t)}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\kappa_f n(x)\frac{\partial p}{\partial x}\right)+n(x)k(x)\left(p^0(x)-p(x,0)\right), \qquad (15)$$

где $\kappa_f = (1 + b_+ - b_-)\kappa(x),\ 0 < x < 1$.

Рассматриваем те же краевые и начальные условия, что и раньше; случай сильной централизации:

$$(\partial p / \partial x)\big|_{x=0} = 0;\ (\partial p / \partial x)\big|_{x=1} = -p(1,t),\ p^0(x) = 1/(1+9x).$$

Иерархия имеет следующий вид: $n(x) = 10^{\alpha x}$. Заметим, что иерархия является тем более разветвлённой, чем больше значение параметра α.

В качестве $b_+^0 = 0.7$, $b_-^0 = 0.3$, а также стратегий подавления рассмотрим те же функции из предыдущего раздела.

В качестве меры неравенства также будем рассматривать величину, показывающую отношение при $t \to \infty$ количества власти у самых высоких чиновников к количеству власти у самых младших. Для этого при каждом значении α определим такие β и γ, что $\int_0^\beta n(x)dx = 0{,}1\int_0^1 n(x)dx$ и $\int_\gamma^1 n(x)dx = 0{,}1\int_0^1 n(x)dx$. Полученные значения параметров представлены в таблице 7.

Таблица 7

α	1	2	3	4
β	0.27875	0.51871	0.66796	0.75010
γ	0.95904	0.97736	0.98476	0.98856

Тогда мера централизации имеет вид

$$U = \lim_{t\to\infty}\left[\int_0^\beta p(x,t)dx \Big/ \int_\gamma^1 p(x,t)dx\right].$$

Результаты численных экспериментов для модели с пирамидальной иерархией представлены в табл. 8.

Вывод 4. Для разветвленной иерархии (в противоположность цепочечной) подавление некомпетентности имеет, как правило, положительную эффективность. Однако высокая разветвленность ведет к ее уменьшению.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что построенная модель и введённые понятия ущерба от некомпетентности, стоимости ее ограничения и эффективности стратегий позволяют проводить сравнительный анализ эффективности различных стратегий ограничения степени некомпетентности иерархий. При этом значения эффективности могут быть как положительными, так и отрицательными. В случае отрицательной эффективности, при решении практического вопроса о применении мер по ограничению некомпетентности следует учитывать иные аспекты, помимо учтенных в модели (например, влияние властной иерархии на состояние экономики).

Таблица 8

α	Подавление	D_{before}	D_{after}	V_{before}	V_2	E	U
1	Младших	1.4286	0.7106	0.4395	0.5376	-7.3196	27.6566
	Старших	1.4286	0.4409	0.4395	0.5248	-11.5778	27.6566
	Средних	1.4286	0.6034	0.4395	0.5537	-7.2272	27.6566
	Крайних	1.4286	0.5344	0.4395	0.5168	-11.5713	27.6566
2	Младших	1.4286	0.7231	0.4321	0.3998	21.8529	49.0740
	Старших	1.4286	0.4140	0.4321	0.3689	16.0567	49.0740
	Средних	1.4286	0.6063	0.4321	0.4188	61.9149	49.0740
	Крайних	1.4286	0.5096	0.4321	0.3619	13.0956	49.0740
3	Младших	1.4286	0.7419	0.4245	0.2989	5.4693	73.2876
	Старших	1.4286	0.3881	0.4245	0.2608	6.3570	73.2876
	Средних	1.4286	0.6136	0.4245	0.3188	7.7082	73.2876
	Крайних	1.4286	0.4859	0.4245	0.2562	5.6013	73.2876
4	Младших	1.4286	0.7671	0.4166	0.2254	3.4592	114.2194
	Старших	1.4286	0.3633	0.4166	0.1862	4.6238	114.2194
	Средних	1.4286	0.6255	0.4166	0.2446	4.6672	114.2194
	Крайних	1.4286	0.4635	0.4166	0.1840	4.1486	114.2194

Библиографический список

1. *Mikhailov A.P.* Mathematical Modeling of Power Distribution in State Hierarchical Structures Interacting with Civil Society / Proceedings of 14th IMACS World Congress, Atlanta, USA. — 1994. — V.II, — pp.831-834.
2. *Самарский А.А., Михайлов А.П.* Математическое моделирование (Идеи, Методы, Примеры). М.: Физматлит. — 1997. — С. 320.
3. *Михайлов А.П.* Математическое моделирование динамики распределения власти в иерархических структурах // Математическое моделирование. — 1994. — Т.6, №6. – С. 108-138.
4. *Михайлов А.П.* Моделирование системы ”Власть-Общество“. М.: Физматлит. — 2006. — 144 с.
5. *Mikhailov A.P.* Efficient Strategies of Corruption Suppression in State Power Hierarchies / Proceedings of 15th IMACS World Congress, Berlin, Germany. — 1997. — V.III. — P.727-733.
6. *Михайлов А.П., Петров А.П., Прончева О.Г.* О моделировании особенностей некомпетентной властной иерархии / Научный сервис в сети Интернет: труды XXI Всероссийской научной конференции (23-28 сентября 2019 г., г. Новороссийск). — М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2019. — С. 511-522.

Оглавление

1. Общая и базовая модели системы "Власть–Общество" 3
2. Модель с некомпетентной иерархией 4
2.1 Динамика распределения власти 4
2.2 Ущерб от некомпетентности и стоимость ее ограничения 6
2.3 Подход к сравнению стратегий ограничения некомпетентности 7
3. Численные эксперименты 8
3.1 Модель с цепочечной иерархией 8
3.2 Случай амбивалентной реакции общества 12
3.3 Модель с пирамидальной иерархией 13
Библиографический список 15