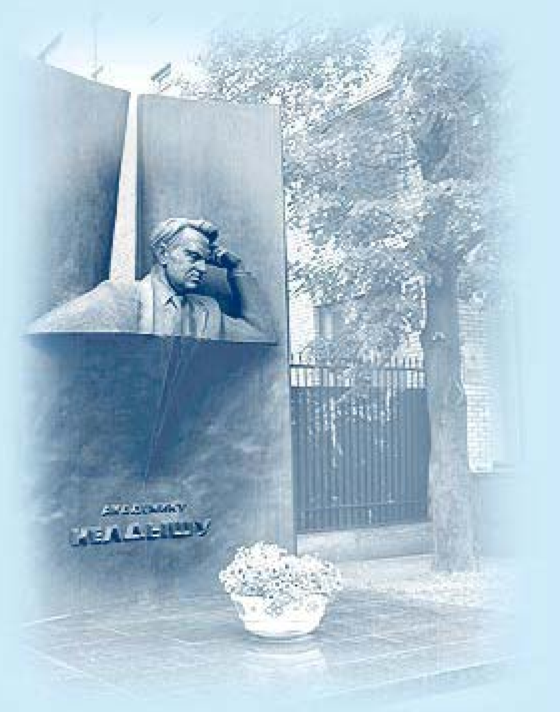
ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 123 за 2019 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулёв Д.Н., Сазонов В.В.

Гравитационная ориентация транспортных грузовых кораблей Прогресс МС-07 и Прогресс МС-08

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Гравитационная ориентация транспортных грузовых кораблей Прогресс МС-07 и Прогресс МС-08 / М.Ю.Беляев [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 123. 19 с. doi:10.20948/prepr-2019-123
URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-123

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

**М.Ю. Беляев, Т.В. Матвеева, М.И. Монахов,
Д.Н. Рулев, В.В. Сазонов**

ГРАВИТАЦИОННАЯ ОРИЕНТАЦИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ГРУЗОВЫХ КОРАБЛЕЙ *ПРОГРЕСС МС-07* И *ПРОГРЕСС МС-08*

Москва – 2019

Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Монахов М.И, Рулев Д.Н., Сазонов В.В.

Гравитационная ориентация транспортных грузовых кораблей *Прогресс МС-07* и *Прогресс МС-08*

Реконструировано неуправляемое вращательное движение транспортных грузовых кораблей *Прогресс МС-07* и *Прогресс МС-08* в режиме гравитационной ориентации вращающегося спутника. Режимы были реализованы в апреле и августе 2018 г. Реконструкция выполнялась с помощью интегральной статистической методики по измерениям угловой скорости корабля. Данные измерений, полученные на некотором отрезке времени, обрабатывались совместно методом наименьших квадратов с помощью интегрирования уравнений движения корабля относительно центра масс. В результате обработки оценивались начальные условия движения и параметры используемой математической модели. Правильность построенных реконструкций проверялась по измерениям тока, снимаемого с солнечных батарей. В режиме гравитационной ориентации корабль вращался вокруг своей продольной оси, совершавшей колебания относительно местной вертикали с угловой скоростью 0.1÷0.2 град./с.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 17-01-00143).

Ключевые слова: транспортный грузовой корабль, гравитационная ориентация, вращающегося спутника, измерения угловой скорости и тока солнечных батарей, обработка данных измерений, реконструкция вращательного движения.

Belyaev M.Yu., Matveeva T.V., Monakhov M.I., Rulev D.N., Sazonov V.V.

Gravitational orientation mode of transport cargo spacecraft *Progress MS-07 and MS-08*

We reconstructed the uncontrolled attitude motion of the cargo spacecraft *Progress MS-07* and *Progress MS-08* in the mode of single-axis gravitational orientation (gravitational orientation of a rotated spacecraft). The orientation motions were realized in April and August 2018. The reconstruction was made using measurements of the spacecraft angular rate. The measurement data, collected in a time interval about 6 hours, were processed simultaneously by statistical methods and integration of the spacecraft attitude motion equations. The estimations of the mathematical model parameters and initial conditions of the attitude motion were obtained as a result of such processing. The results of reconstruction were checked by measurements of the electric current from the spacecraft solar batteries. The spacecraft orientated motions were rotation around its longitudinal axis with the angular rate 0.1÷0.2 deg./s, the axes being oscillated near the local vertical.

This work was supported by RFBR (project 17-01-00143).

Key words: cargo spacecraft, single-axis gravitational orientation mode, measurements of spacecraft angular rate and the current from solar batteries, measurement data processing, reconstruction of attitude motion

1. Режим гравитационной ориентации. Одним из режимов, подходящих для проведения экспериментов с гравитационно-чувствительными процессами на транспортных грузовых кораблях *Прогресс*, представляется режим гравитационной ориентации вращающегося спутника [1]. В этом режиме корабль вращается с угловой скоростью 0.2 – 0.3 град./с вокруг продольной оси, совершающей малые колебания относительно радиуса-вектора своего центра масс. Ранее этот режим применялся на орбитальных комплексах *Салют-6, Салют-7* [2, 3] и на первом этапе развертывания *МКС* в 1999–2000 гг. [4]. Он сохранял свои основные параметры в течение недели и более. Режим гравитационной ориентации вращающегося спутника может использоваться и на кораблях *Прогресс*, хотя их тензор инерции и аэродинамические параметры менее приспособлены для его применения [5 – 7].

Ниже описываются реконструкции реализаций этого режима на кораблях *Прогресс МС-07* и *Прогресс МС-08* в апреле и августе 2018 г. Реконструкции построены с помощью интегральной статистической методики, основанной на достаточно детальных уравнениях вращательного движения корабля.

2. Уравнения вращательного движения корабля. Корабль считается гиростатом. Для описания его движения введем четыре правых декартовых системы координат.

Строительная система $y_1y_2y_3$ жестко связана с кораблем. Ось y_1 параллельна его продольной оси и направлена от грузового отсека к агрегатному отсеку, ось y_2 перпендикулярна плоскости солнечных батарей (СБ), рабочая поверхность СБ обращена к полупространству $y_2 > 0$. В этой системе выдаются данные измерений угловой скорости.

Система $x_1x_2x_3$ образована *главными центральными осями инерции* корабля. Ось x_i составляет малый угол с осью y_i $(i = 1, 2, 3)$.

Начало *гринвичской системы* $Y_1Y_2Y_3$ находится в центре Земли, плоскость Y_1Y_2 совпадает с плоскостью экватора, ось Y_1 пересекает гринвичский меридиан, ось Y_3 направлена к Северному полюсу. Полагаем, что абсолютная угловая скорость гринвичской системы постоянна и направлена по оси Y_3. Модуль этой скорости обозначим ω_e.

Вращательное движение корабля иллюстрируется с помощью *орбитальной системы* координат $X_1X_2X_3$. Ось X_3 направлена по геоцентрическому радиус-вектору центра масс корабля, ось X_2 направлена по вектору его орбитального кинетического момента.

Положение системы $x_1x_2x_3$ относительно системы $y_1y_2y_3$ будем задавать углами γ_c, α_c и β_c, которые введем посредством следующего условия. Система $y_1y_2y_3$ может быть переведена в систему $x_1x_2x_3$ тремя последовательными поворотами. Поворот 1 выполняется на угол α_c вокруг оси y_2; поворот 2 выполняется на угол β_c вокруг оси y_3, полученной после поворота 1; поворот 3 выполняется на угол γ_c вокруг оси y_1, полученной после первых двух поворотов (и совпадающей с осью x_1). Матрицу перехода от системы $x_1x_2x_3$ к системе $y_1y_2y_3$ обозначим $C = \| c_{ij} \|_{i,j=1}^{3}$. Здесь c_{ij} – косинус угла между осями y_i и x_j. Элементы этой матрицы выражаются через углы γ_c, α_c и β_c по формулам

$$
\begin{aligned}
c_{11} &= \cos\alpha_c \cos\beta_c, & c_{12} &= \sin\alpha_c \sin\gamma_c - \cos\alpha_c \sin\beta_c \cos\gamma_c, \\
c_{21} &= \sin\beta_c, & c_{22} &= \cos\beta_c \cos\gamma_c, \\
c_{31} &= -\sin\alpha_c \cos\beta_c, & c_{32} &= \cos\alpha_c \sin\gamma_c + \sin\alpha_c \sin\beta_c \cos\gamma_c,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
c_{13} &= \sin\alpha_c \cos\gamma_c + \cos\alpha_c \sin\beta_c \sin\gamma_c, \\
c_{23} &= -\cos\beta_c \sin\gamma_c, \\
c_{33} &= \cos\alpha_c \cos\gamma_c - \sin\alpha_c \sin\beta_c \sin\gamma_c.
\end{aligned}
$$

Матрицы перехода от системы $x_1x_2x_3$ к системам $X_1X_2X_3$ и $Y_1Y_2Y_3$ обозначим соответственно $A = \| a_{ij} \|_{i,j=1}^{3}$ и $B = \| b_{ij} \|_{i,j=1}^{3}$. Здесь a_{ij} – косинус угла между осями X_i и x_j, b_{ij} – косинус угла между осями Y_i и x_j.

Элементы матрицы A будем задавать углами γ, δ и β, которые связаны с углами γ_c, α_c и β_c формулами $\gamma = \gamma_c$, $\delta = \alpha_c - \pi/2$, $\beta = \beta_c$. Отсюда

$$
\begin{aligned}
a_{11} &= -\sin\delta \cos\beta, & a_{12} &= \cos\delta \sin\gamma + \sin\delta \sin\beta \cos\gamma, \\
a_{21} &= \sin\beta, & a_{22} &= \cos\beta \cos\gamma, \\
a_{31} &= -\cos\delta \cos\beta, & a_{32} &= -\sin\delta \sin\gamma + \cos\delta \sin\beta \cos\gamma,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
a_{13} &= \cos\delta \cos\gamma - \sin\delta \sin\beta \sin\gamma, \\
a_{23} &= -\cos\beta \sin\gamma, \\
a_{33} &= -\sin\delta \cos\gamma - \cos\delta \sin\beta \sin\gamma.
\end{aligned}
$$

Матрицу B параметризируем углами γ_b, δ_b и β_b, которые введем аналогично углам γ, δ и β.

Компоненты абсолютной угловой скорости корабля в системах координат $x_1x_2x_3$ и $y_1y_2y_3$ обозначим ω_i и Ω_i $(i = 1, 2, 3)$ соответственно. Имеют место соотношения

$$
\Omega_i = \sum_{k=1}^{3} a_{ik}\omega_k \qquad (i = 1, 2, 3). \tag{1}
$$

Ниже, если не оговорено особо, компоненты векторов указываются в системе координат $x_1x_2x_3$.

Уравнения вращательного движения корабля образованы динамическими уравнениями Эйлера для компонент угловой скорости ω_i и кинематическими уравнениями Пуассона для первой и второй строк матрицы B. В уравнениях Эйлера учитывается действующие на корабль гравитационный и восстанавливающий аэродинамический моменты, а также постоянный момент вдоль оси x_1.

Гиростатический момент корабля считается постоянным. Уравнения движения имеют вид

$$\dot\omega_1 = \mu(\omega_2\omega_3 - \nu x_{s2}x_{s3}) + h_2\omega_3 - h_3\omega_2 + \varepsilon,$$

$$\dot\omega_2 = \frac{\mu' - \mu}{1-\mu\mu'}(\omega_1\omega_3 - \nu x_{s1}x_{s3}) + \frac{1-\mu'}{1-\mu\mu'}(h_3\omega_1 + Ep_1\rho_a \mathrm{v}\mathrm{v}_3),$$

$$\dot\omega_3 = -\mu'(\omega_1\omega_2 - \nu x_{s1}x_{s2}) - \frac{1-\mu'}{1-\mu}(h_2\omega_1 + Ep_1\rho_a \mathrm{v}\mathrm{v}_2), \qquad (2)$$

$$\dot b_{11} = b_{12}\omega_3 - b_{13}\omega_2 + \omega_e b_{21}, \quad \dot b_{21} = b_{22}\omega_3 - b_{23}\omega_2 - \omega_e b_{11},$$
$$\dot b_{12} = b_{13}\omega_1 - b_{11}\omega_3 + \omega_e b_{22}, \quad \dot b_{22} = b_{23}\omega_1 - b_{21}\omega_3 - \omega_e b_{12},$$
$$\dot b_{13} = b_{11}\omega_2 - b_{12}\omega_1 + \omega_e b_{23}, \quad \dot b_{23} = b_{21}\omega_2 - b_{22}\omega_1 - \omega_e b_{13},$$

$$\mu = \frac{J_2 - J_3}{J_1}, \quad \mu' = \frac{J_2 - J_1}{J_3}, \quad \nu = \frac{3\mu_e}{R^5}, \quad R = \sqrt{x_{s1}^2 + x_{s2}^2 + x_{s3}^2}.$$

Здесь x_{si} и v_i – компоненты геоцентрического радиус-вектора центра масс корабля и скорости этой точки относительно системы $Y_1Y_2Y_3$, ε – угловое ускорение, создаваемое постоянным моментом, J_i – моменты инерции корабля относительно осей x_i, h_2 и h_3 – отнесенные к J_1 компоненты гиростатического момента вдоль осей x_2 и x_3, p_1 – аэродинамический параметр корабля, ρ_a – плотность набегающего на корабль аэродинамического потока (рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004), E – масштабирующий множитель, μ_e – гравитационный параметр Земли. В уравнениях (2) принято, что гиростатический момент параллелен плоскости x_2x_3, аэродинамический момент создается силой, направленной вдоль вектора $(\mathrm{v}_1, \mathrm{v}_2, \mathrm{v}_3)$ и приложенной в фиксированной точке на оси x_1. Эти допущения сделаны для исключения плохо определяемых параметров из математической модели вращательного движения корабля.

При численном интегрировании уравнений (2) единицами измерения времени и длины служат 1000 с и 1000 км, единица измерения величин ω_i и h_i – 10^{-3}с^{-1}, p_1 измеряется в см/кг. Третья строка матрицы B вычисляется как векторное произведение ее первой и второй строк, начальные значения переменных b_{1i} и b_{2i} выражаются через углы γ_b, δ_b и β_b. Тем самым обеспечивается выполнение условий ортогональности этой матрицы. Величины x_{si} задаются формулами

$$x_{si} = \sum_{k=1}^{3} Y_k b_{ki} \qquad (i = 1, 2, 3),$$

где Y_k – координаты центра масс корабля в системе $Y_1Y_2Y_3$. Эти координаты вычисляются в функции времени посредством численного интегрирования уравнения движения центра масс корабля, записанных с учетом нецентральности гравитационного поля Земли и сопротивления атмосферы. В разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям сохраняются члены до порядка (16,16) включительно, плотность атмосферы рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004.

Параметры μ, μ' в уравнениях (2) находятся по результатам обработки измерений угловой скорости корабля, выполненным в режиме одноосной солнечной ориентации [7] – так называемой закрутки на Солнце. Вместе с этими параметрами находятся и углы γ_c, α_c и β_c, задающие матрицу C. Параметры ε, p_1, h_2 и h_3 определяются из обработки данных измерений наряду с неизвестными начальными условиями движения корабля, т.е. служат параметрами согласования.

3. Режим гравитационной ориентации вращающегося спутника. Чтобы пояснить этот режим, рассмотрим уравнения (10) в упрощенной ситуации, которая в случае ТГК *Прогресс* близка к реальности. Примем, что орбита корабля – круговая радиуса R и неизменна в абсолютном пространстве. В этом случае орбитальная система координат вращается вокруг своей оси OX_2 с постоянной угловой скоростью $\omega_0 = \sqrt{\mu_e R^{-3}}$, координаты центра масс корабля имеют вид $x_{si} = Ra_{3i} \quad (i = 1, 2, 3)$, кинематические уравнения вращательного движения можно записать в виде

$$\dot{\gamma} = \omega_1 - (\omega_2 \cos\gamma - \omega_3 \sin\gamma)\tan\beta, \qquad (3)$$

$$\dot{\delta} = \frac{\omega_2 \cos\gamma - \omega_3 \sin\gamma}{\cos\beta} - \omega_0, \quad \dot{\beta} = \omega_2 \sin\gamma + \omega_3 \cos\gamma.$$

Предположим далее, что корабль имеет два равных момента инерции $J_2 = J_3$, постоянный механический момент вдоль оси x_1, аэродинамический и гиростатический моменты отсутствуют. Это значит, в системе (2) $\mu = 0$, $\varepsilon = 0$, $h_2 = h_3 = 0$. В результате первые три уравнения этой системы можно записать в виде

$$\dot{\omega}_1 = 0, \quad \dot{\omega}_2 = \mu'(\omega_1\omega_3 - 3\omega_0^2 a_{31}a_{33}), \quad \dot{\omega}_3 = -\mu'(\omega_1\omega_2 - 3\omega_0^2 a_{31}a_{32}). \qquad (4)$$

Уравнения (3), (4) образуют замкнутую систему, описывающую вращательное движение корабля относительно орбитальной системы координат. Эта система допускает два семейства частных решений, в которых

$$\omega_1 = \Omega, \quad \omega_2 = \omega_0 \cos\beta\cos\gamma, \quad \omega_3 = -\omega_0 \cos\beta\sin\gamma, \qquad (5)$$

$$\gamma = \frac{4\mu'\Omega}{1+3\mu'}t + \gamma_0, \quad \sin\delta = 0, \quad \beta = \arcsin\frac{\Omega(1-\mu')}{\omega_0(1+3\mu')}.$$

Здесь γ_0 и Ω – произвольные постоянные, $|\Omega| \le \omega_0(1+3\mu')/(1-\mu')$. Одно семейство получается при $\delta = 0$, другое при $\delta = \pi$. При $0 < \mu' < 1$ решения (5) устойчивы по переменным δ, β, $\dot{\delta}$ и $\dot{\beta}$ [8]. При $0 < 1 - \mu' << 1$ эти решения можно использовать для реализации режима гравитационной ориентации вращающегося спутника. Например, при $\mu' = 0.87$, $h_1 = 0$ и $\Omega = 0.2$ град./с имеем в (5) $\beta = 6.2°$, т.е. ось x_1 мало отклоняется от оси X_3 при $\delta = \pi$ или оси $(-X_3)$ при $\delta = 0$.

У кораблей *Прогресс* эксцентриситет орбиты и параметры μ, ε, p_1, h_2 и h_3 суть малые величины. По этой причине уравнения (2) допускают решения, которые, будучи выраженными через углы γ, δ и β, оказываются близкими решениям (5). Движения, описываемые такими решениями, были реализованы в экспериментах с кораблями *Прогресс М-20М* [6], *Прогресс М-29М* [7], *Прогресс МС-07* и *Прогресс МС-08*. Результаты реконструкции движений двух последних кораблей описаны ниже.

4. Методика обработки данных измерений. При реализации режима гравитационной ориентации измерялись компоненты абсолютной угловой скорости корабля в системе $y_1 y_2 y_3$ и электрический ток, вырабатываемый СБ. Данные измерений по телеметрическому каналу передавались на Землю. Обработка этих данных, относящихся к одной и той же реализации режима, состояла в поиске решения уравнений (2), наилучшим образом согласующего эти данные с их расчетными аналогами. Измерения тока использовались для контроля.

Данные измерений угловой скорости имеют вид

$$t_n,\ \Omega_1^{(n)},\ \Omega_2^{(n)},\ \Omega_3^{(n)} \quad (n = 1, 2, \ldots, N), \tag{6}$$

где $\Omega_i^{(n)}$ $(i = 1, 2, 3)$ – приближенные значения величин Ω_i в момент времени t_n: $\Omega_i^{(n)} \approx \Omega_i(t_n)$, $t_1 < t_2 < \ldots < t_N$. Разности $t_{n+1} - t_n$ принимают значения от одной до нескольких секунд. Моменты времени t_1 и t_N практически совпадают с началом и концом сеанса ориентированного движения корабля. Расчетные аналоги измерений компонент угловой скорости определяются уравнениями (2) и формулами (1).

Данные измерений тока СБ представляют собой три ряда значений, полученные от трех датчиков:

$$t'_m,\ I_1^{(m)},\ I_2^{(m)},\ I_3^{(m)} \quad (m = 1, 2, \ldots, M). \tag{7}$$

Здесь $I_j^{(m)}$ – приближенное значение тока, фиксируемое в момент времени t'_m датчиком с номером j $(j = 1, 2, 3)$. Номинально $t'_{m+1} - t'_m = 1$c, но в измерениях имеются пропуски. Показания датчиков почти одинаковы, поэтому измерением тока в момент t'_m считается величина $I_m = [I_1^{(m)} + I_2^{(m)} + I_3^{(m)}]/3$. Расчетный аналог тока СБ

$$I = \begin{cases} I_0 \max(0, \eta) \text{ на освещенном участке орбиты,} \\ 0 \text{ на участке орбиты в тени Земли.} \end{cases} \tag{8}$$

Здесь I_0 – максимально возможный ток СБ,

$$\eta = \sum_{i,k=1}^{3} S_k b_{ki} c_{2i}$$

– косинус угла между осью y_2 и ортом направления "Земля–Солнце", имеющим в системе $Y_1Y_2Y_3$ компоненты S_k. Зависимость величин S_k от времени рассчитывается по приближенным формулам.

Реконструкцией движения корабля по значениям угловой скорости (6) будем считать решение уравнений (2), доставляющее минимум функционалу

$$\Phi = \Phi_0 - N(\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2), \qquad (9)$$

$$\Phi_0 = \sum_{i=1}^{3} \sum_{n=1}^{N} [\Omega_i^{(n)} - \Omega_i(t_n)]^2, \quad \Delta_i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} [\Omega_i^{(n)} - \Omega_i(t_n)].$$

Здесь функции $\Omega_i(t)$ определены на решении уравнений (2) по формулам (1), Δ_i – постоянное смещение i-ой компоненты угловой скорости в данных (6). Функционал Φ получен в результате преобразования стандартного функционала метода наименьших квадратов, возникающего при уравнивании соотношений $\Omega_i^{(n)} \approx \Omega_i(t_n) + \Delta_i$ $(i = 1, 2, 3;\ n = 1, 2, \ldots, N)$ (ср. [4]).

Разности $t_{n+1} - t_n$ в данных (6) намного меньше оптимального шага интегрирования уравнения движения, поэтому интегрирование выполняется с оптимальным шагом на отрезке $[t_1, t_N]$, а выход на узлы сетки $\{t_n\}$ и расчет слагаемых в суммах (9) выполняются с использованием полинома, интерполирующего решение уравнений движения внутри шага интегрирования. Для процедуры интегрирования DOP358 [9], используемой в описываемых расчетах, такой полином известен.

Функционал (9) минимизируется по 10 переменным – начальным условиям решения в точке t_1, задаваемым величинами γ_b, δ_b, β_b, $\omega_{i0} = \omega_i(t_1)$, и параметрам p_1, h_2, h_3, ε. Минимизация выполняется методами Левенберга–Марквардта и Гаусса–Ньютона [10]. Поиск первого приближения точки минимума сводится к минимизации (9) на движениях (5) по параметрам γ_0 и Ω [4]. Точность аппроксимации данных измерений (6) и разброс в определении оцениваемых величин будем характеризовать, следуя методу наименьших квадратов, соответствующими стандартными отклонениями. Стандартное отклонение ошибок в данных (6) задается формулой $\sigma = \sqrt{\Phi_{\min}/(3N - 10)}$; стандартные отклонения начальных условий и параметров обозначим σ_γ, σ_δ, σ_β, $\sigma_{\omega i}$, σ_{p1}, σ_{h2}, σ_{h3}, σ_ε.

Данные измерений тока (7) непосредственно не обрабатывались. Величины I_m при $t_1 \le t'_m \le t_N$ использовались для контроля реконструкции движения, построенной посредством минимизации функционала (9).

5. Реконструкция движения кораблей *Прогресс МС-07 и МС-08.* Реконструкция выполнена на 6 интервалах времени. Ее результаты представлены на рис. 1–6 и в табл. 1, 2. Номера интервалов в таблицах совпадают с номерами рисунков. В подписях к рисункам и в табл. 1 указано Московское время (МСК). Интервалы 1–3 содержат данные, полученные в апреле 2018 г. с борта *Прогресса МС-07*. Обработка этих данных выполнена при значениях параметров тензора инерции корабля $\mu = 0.2040$, $\mu' = 0.8605$, $\gamma_c = -0.0758$, $\alpha_c = 0.0095$, $\beta_c = -0.0191$. Интервалы 4–6 содержат данные, полученные в августе 2018 г. на *Прогрессе МС-08*. Параметры тензора инерции этого корабля были $\mu = 0.1864$, $\mu' = 0.8593$, $\gamma_c = -0.0401$, $\alpha_c = 0.0363$, $\beta_c = -0.0348$. Разница в значениях параметров обусловлена разной загрузкой кораблей отходами МКС перед их затоплением. Представленные на рисунках графики построены на отрезках $t_1 \le t \le t_N$. Рисунки организованы следующим образом. В их левой части изображены графики зависимости от времени компонент угловой скорости $\Omega_i(t)$, рассчитанные по формулам (1) и найденным решениям уравнений (2). Рядом с этими графиками маркерами указаны точки $\left(t_n, \Omega_i^{(n)} - \Delta_i\right)$, $n = 1, 2, \ldots, N$. В левой части рисунков приведены графики зависимости от времени углов δ, β и расчетного аналога тока СБ (8). Маркеры рядом с графиками $I(t)$ указывают все имеющиеся телеметрические точки $\left(t'_m, I_m\right)$, для которых $\eta(t'_m) > 0$, $t_1 \le t'_m \le t_N$. В данных (7) имеются пропуски, поэтому маркеры покрывают не все участки графиков расчетного аналога (8).

Условие $\eta(t'_m) > 0$ необходимо, чтобы исключить измерения тока, полученные при освещении Солнцем тыльной стороны СБ – при $\eta < 0$. Такие измерения можно аппроксимировать расчетным аналогом $I = -I_0 \kappa \eta$, подбирая коэффициент κ в пределах $0.3 - 0.5$. Однако точность согласования таких измерений оказалась заметно хуже, чем на рис. 1–6. Примеры аппроксимации полных измерений тока СБ в случае $\kappa = 0.35$ приведены на рис. 7. Надо сказать, что точность согласования измерений (7) с расчетным аналогом (8) не всегда достаточна и в случае $\eta(t'_m) > 0$. Вероятная причина – освещение СБ солнечным светом, отраженным от поверхности Земли. Вклад отраженного света в ток СБ может доходить до нескольких десятков процентов величины $I_0 \eta$. Поскольку расчетный аналог измерений тока СБ (8) не очень точен, включать эти измерения в функционал метода наименьших квадратов нецелесообразно. Однако измерения тока необходимы для контроля правильности реконструкции – они позволяют отбросить посторонние экстремумы функционала (9).

Движения *Прогресса-07* на рис. 1–3 не очень близки к движениям вида (5). На этом корабле режим гравитационной ориентации вращающегося спутника был реализован с большой ошибкой. Начальные условия движения задавались соотношениями, которые в переменных системы (3), (4) можно записать в виде $\sin\gamma \approx \sin\delta \approx \beta \approx 0$, $\omega_2 \approx \omega_3 \approx 0$, тогда как начальное значение ω_2 надо было задать формулой $\omega_2 \approx \omega_0 \cos\gamma$. Тем не менее, движения на рис. 1–3 представляют собой режим гравитационной ориентации вращающегося спутника, но сильно возмущенный. Движения *Прогресса МС-08* на рис. 4–6 более близки к движениям (5), особенно движение на рис. 5. Они задавались указанными выше более точными начальными условиями.

Табл. 1, 2 содержат основные характеристики обработанных интервалов, в частности, оценки параметров уравнений (2) и стандартные отклонения всех оцениваемых величин. Как видим, параметр p_1 на всех интервалах обработки определен наименее точно. Это обстоятельство можно пояснить следующим образом. Поведение функционала (9) в окрестности точки минимума можно характеризовать собственными числами и векторами матрицы системы нормальных уравнений, возникающей в методе Гаусса–Ньютона. В точке минимума, где следует вычислять перечисленные величины, эта матрица приближенно совпадает с матрицей квадратичной формы $d^2\Phi/2$. Как оказалось, для построенных реконструкций собственные числа указанной матрицы имеют примерно одинаковые значения. Например, для реконструкции на интервале 2 указанные собственные числа составляют (в порядке возрастания) 0.55, 223, 393, 520, 1826, …, $1.28\cdot10^8$. Если минимальное собственное число намного меньше остальных собственных чисел, то компоненты отвечающего ему собственного вектора с наибольшими абсолютными величинами соответствуют наименее точно оцениваемым параметрам. В данном случае нормированный собственный вектор, отвечающий минимальному собственному числу, имеет вид

$$(-0.029, -0.049, -0.004, -0.002, -0.017, -0.004, 0.998, -0.002, -0.001, 0.000)^{\mathrm{T}}.$$

В этом векторе доминирует седьмая компонента, отвечающая параметру p_1. Следовательно, этот параметр оценивается наименее точно. Такое доминирование имеет место и для реконструкций на других интервалах.

Точность построенных реконструкций движения корабля характеризуется стандартными отклонениями начальных условий. Если начальные условия задаются на концах интервала с обрабатываемыми измерениями, то их стандартные отклонения обычно превышают стандартные отклонения фазовых переменных в средней части интервала. С учетом этого обстоятельства стандартные отклонения, приведенные в табл. 1, дают адекватное представление о стандартных отклонениях фазовых переменных на всем отрезке $t_1 \le t \le t_N$. Угловые переменные в табл. 1 выражены в радианах. Стандартные отклонения углов γ_b, δ_b и β_b не превосходят 0.5°. Реальные погрешности, как показывает опыт, должны быть в 2–3 раза больше.

Если вместо функционала (9) минимизировать функционал Φ_0 и смещения Δ_i находить по результатам такой минимизации, то оценки Δ_i получаются меньше, но точность аппроксимации данных (6) несколько ухудшается, значения h_1 изменяются незначительно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сарычев В.А., Сазонов В.В. Гравитационная ориентация вращающегося спутника // Космические исследования. 1981. Т. 19. № 4. С. 499-512.
2. Костенко И.К., Ветлов В.И., Нырков А.Г., Сарычев В.А., Сазонов В.В. Режим обобщенной гравитационной ориентации на орбитальных комплексах "Салют-6" – "Космос-1267" и "Салют-7" – "Космос-1443" // Космические исследования. 1986. Т. 24. № 1. С. 46-51.
3. Ветлов В.И., Сазонов В.В., Сарычев В.А. Влияние демпфирования на режим гравитационной ориентации вращающегося спутника // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1990. № 1. С. 3-12.
4. Ветлов В.И., Новичкова С.М., Сазонов В.В., Матвеев Н.В., Бабкин Е.В. Режим гравитационной ориентации Международной космической станции // Космические исследования. 2001. Т. 39. № 4. С. 436-448.
5. Беляев М.Ю., Матвеева Т.В, Монахов М.И., Рулев Д.Н., Сазонов В.В. Реализация режима гравитационной ориентации на корабле *Прогресс М-20М* // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2014. № 64.
6. Беляев М.Ю., Легостаев В.П., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулев Д.Н., Сазонов В.В. Отработка методов проведения экспериментов в области микрогравитации в автономном полете грузового корабля «Прогресс М-20М» // Космическая техника и технологии. 2014. № 3(6). С. 19-32.
7. Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулёв Д.Н., Сазонов В.В. Режимы неуправляемого вращательного движения корабля Прогресс М-29М // Космические исследования. 2018. Т. 56. № 1. С. 62-76.
8. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965.
9. Hairer E., Norsett S.P., Wanner G. Solving ordinary differential equations. I. Nonstiff problems. Springer Verlag, Berlin – Heidelberg, 1993
10. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985.
11. Брюханов Н.А., Цветков В.В., Беляев М.Ю., Бабкин М.Ю., Матвеева Т.В., Сазонов В.В. Экспериментальное исследование режимов неуправляемого вращательного движения КА *Прогресс* // Космические исследования. 2006. Т. 44. № 1. С. 52-61.

Таблица 1. Оценки точности реконструкции движения корабля

№ инт.	Дата, 2018	t_1, МСК	$t_N - t_1$, мин	σ	$\sigma_{\omega 1}$	$\sigma_{\omega 2}$	$\sigma_{\omega 3}$	σ_γ	σ_δ	σ_β
				10^{-6} с$^{-1}$				10^{-3} рад.		
1	IV.23	06:14:14	389.1	134	2.8	2.9	5.1	7.2	8.3	4.4
2	IV.24	08:40:55	389.1	94	1.5	2.8	4.4	6.6	7.6	3.3
3	IV.25	06:13:19	303.2	123	2.4	4.8	5.3	7.4	6.5	5.5
4	VIII.25	06:12:30	382.5	108	3.6	3.7	6.5	2.8	2.8	1.4
5	VIII.26	05:13:00	382.0	93	2.4	4.4	7.3	3.7	2.4	2.8
6	VIII.27	05:46:00	384.8	134	1.8	4.4	3.9	5.9	3.2	2.5

Таблица 2. Оценки уточняемых параметров

№ инт.	Δ_1	Δ_2	Δ_3	h_2	σ_{h2}	h_3	σ_{h3}	p_1	σ_{p1}	ε	σ_ε
	10^{-3} с$^{-1}$							10^2 м/кг		10^{-10} с$^{-2}$	
1	0.0868	0.1004	−0.0394	0.2309	0.0034	−0.1749	0.0029	0.137	0.14	−0.3	1.4
2	0.0853	−0.0133	0.0376	0.1219	0.0012	−0.0576	0.00074	1.186	0.13	66	2.2
3	0.0527	0.0930	−0.0773	0.4426	0.0078	−0.2706	0.0080	2.354	0.10	12	1.7
4	0.0841	0.0562	0.0416	0.1969	0.0027	−0.2622	0.0021	−0.796	0.038	−55	2.4
5	0.0469	−0.0624	−0.1932	0.1037	0.0033	−0.1706	0.0032	−0.423	0.039	−143	6.1
6	0.0644	0.1475	−0.0375	0.2393	0.0072	−0.3314	0.0070	−0.440	0.032	−33	1.3

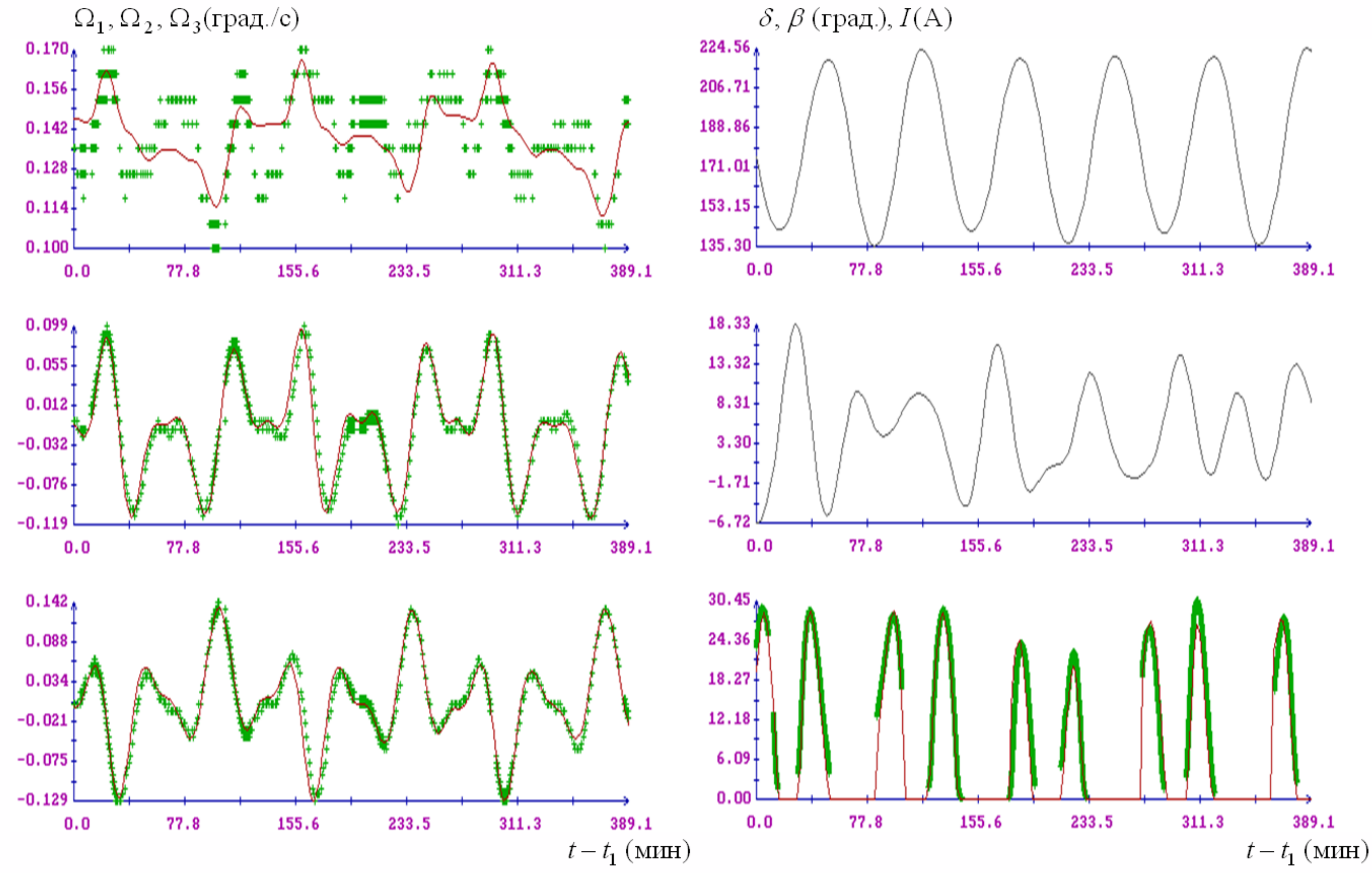


Рис. 1. Движение корабля *Прогресс МС-07*, $t_1 = 06:14:14$ МСК 23.04.2018.

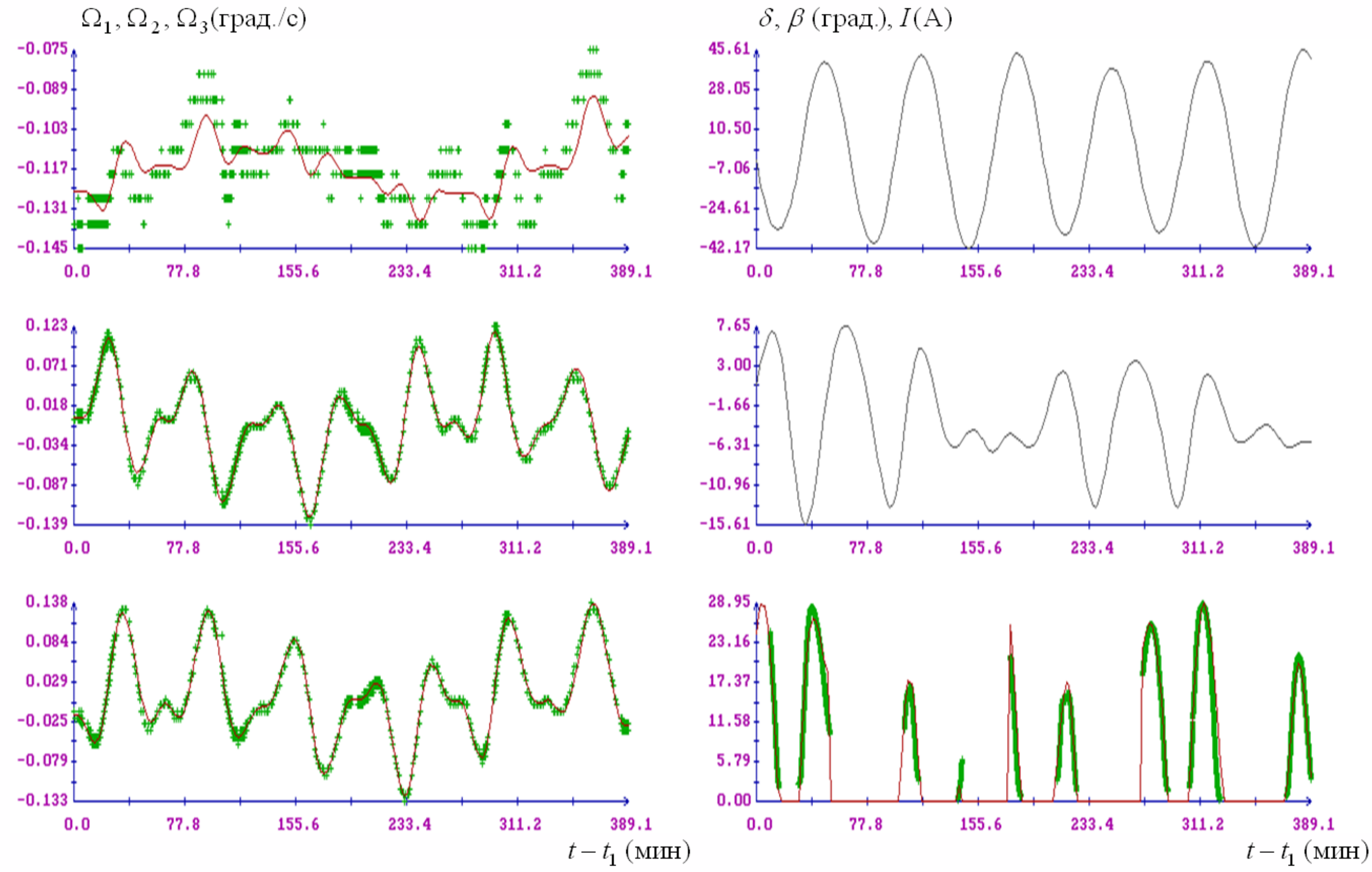


Рис. 2. Движение корабля *Прогресс МС-07*, $t_1 = 08:40:55$ МСК 24.04.2018.

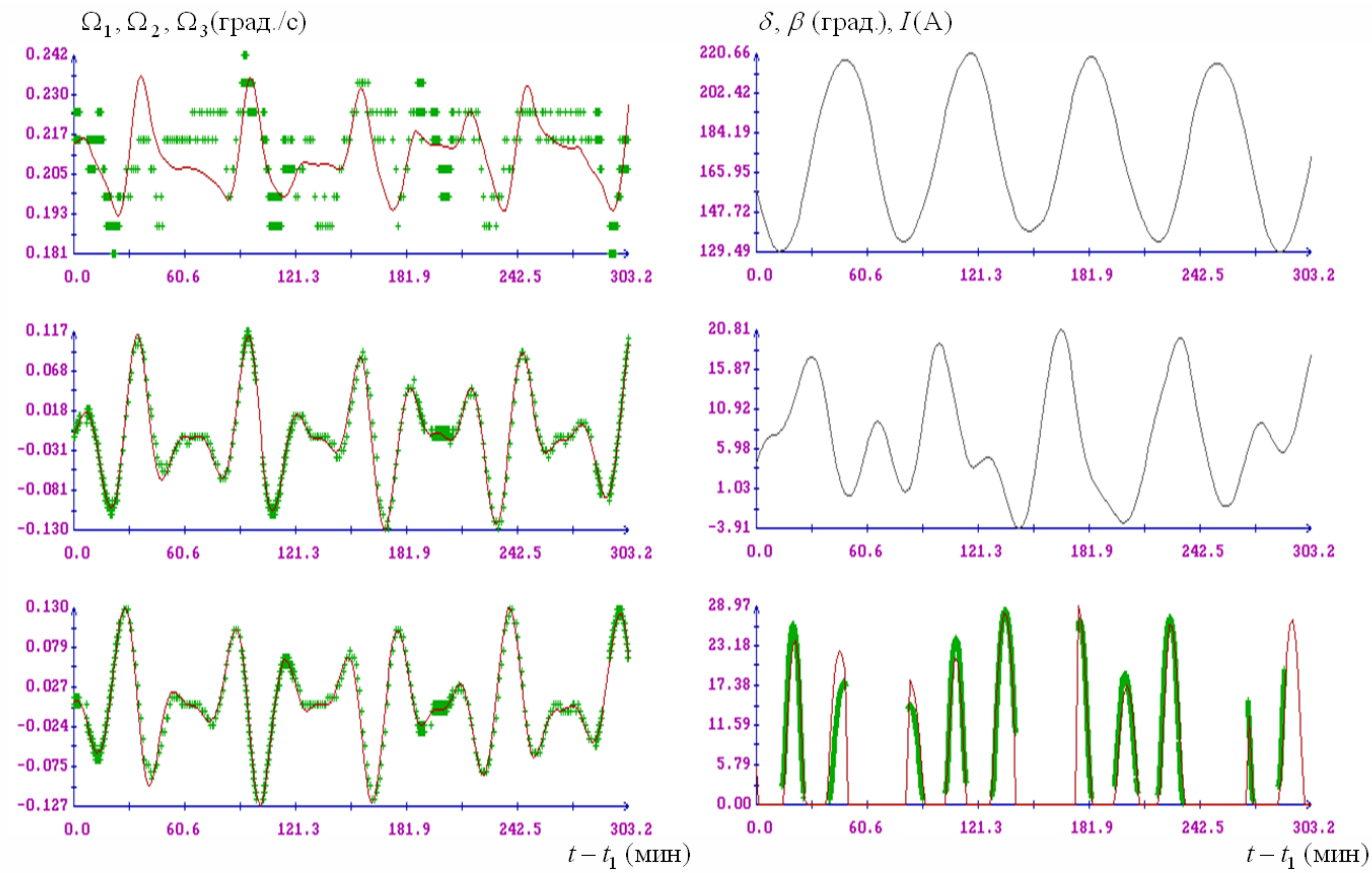


Рис. 3. Движение корабля *Прогресс МС-07*, $t_1 = 06{:}13{:}19$ МСК 25.04.2018.

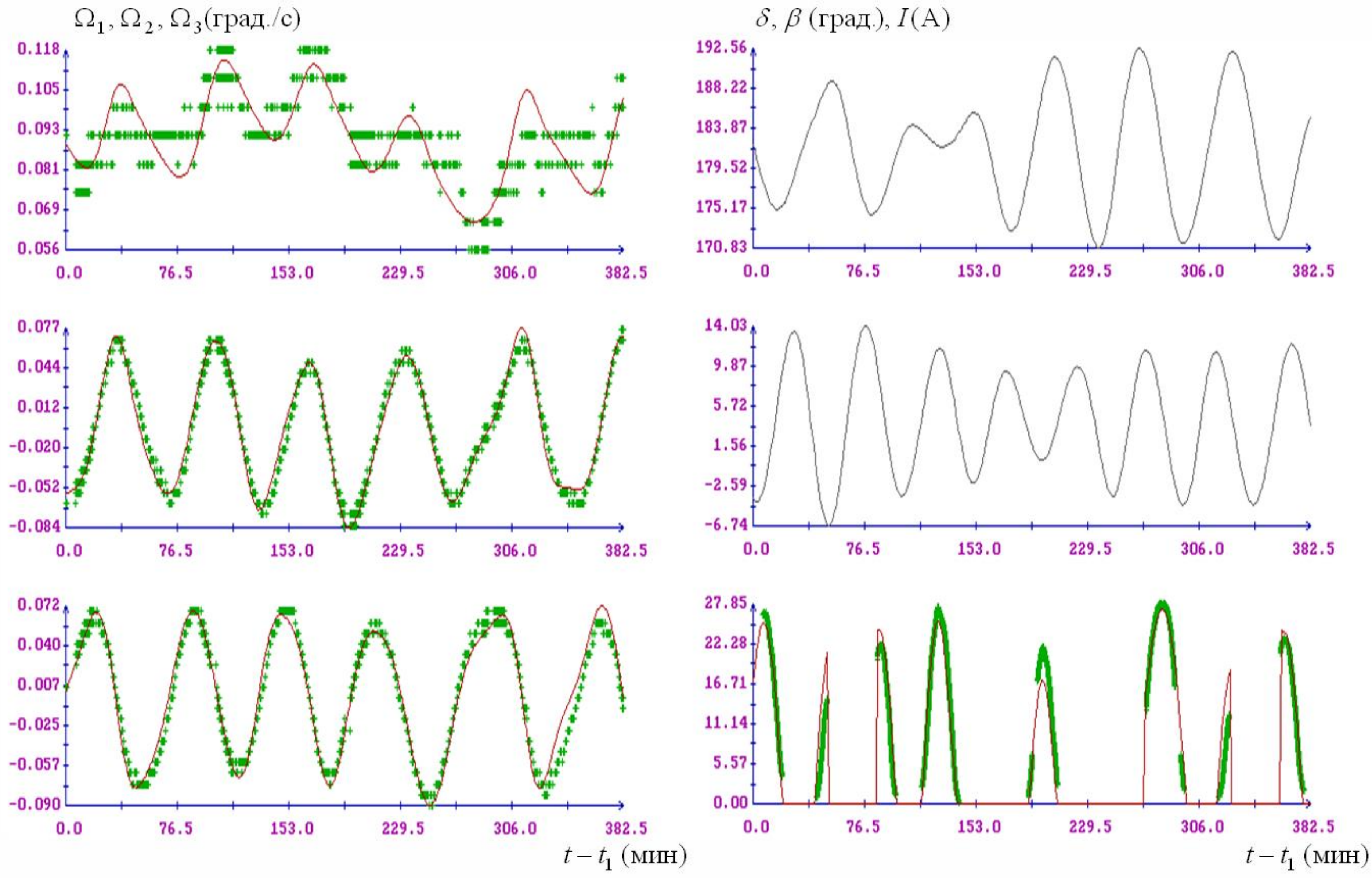


Рис. 4. Движение корабля *Прогресс МС-08*, $t_1 = 06{:}12{:}30$ МСК 25.08.2018.

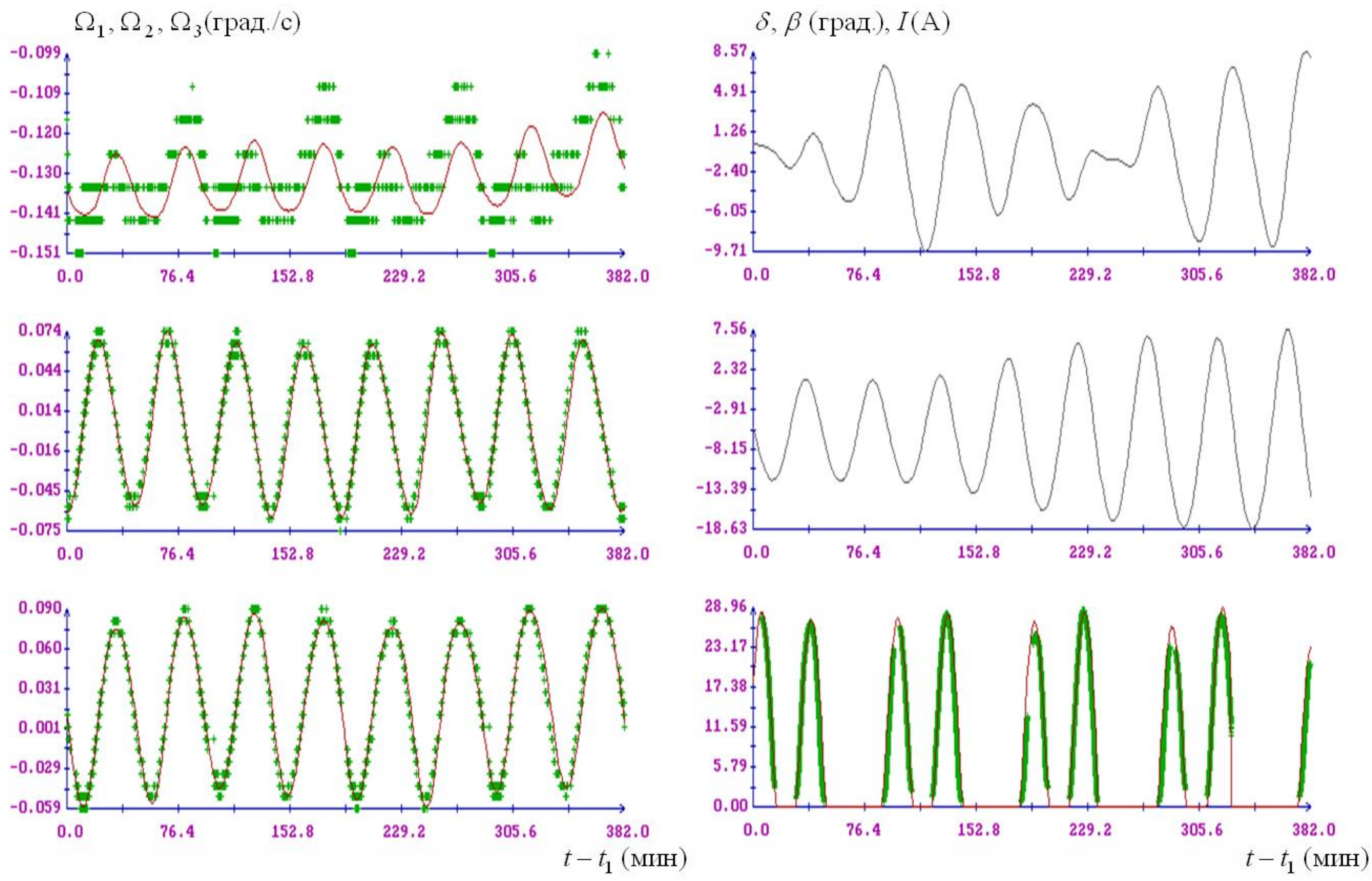


Рис. 5. Движение корабля *Прогресс МС-08*, $t_1 = 05{:}13{:}00$ МСК 26.08.2018.

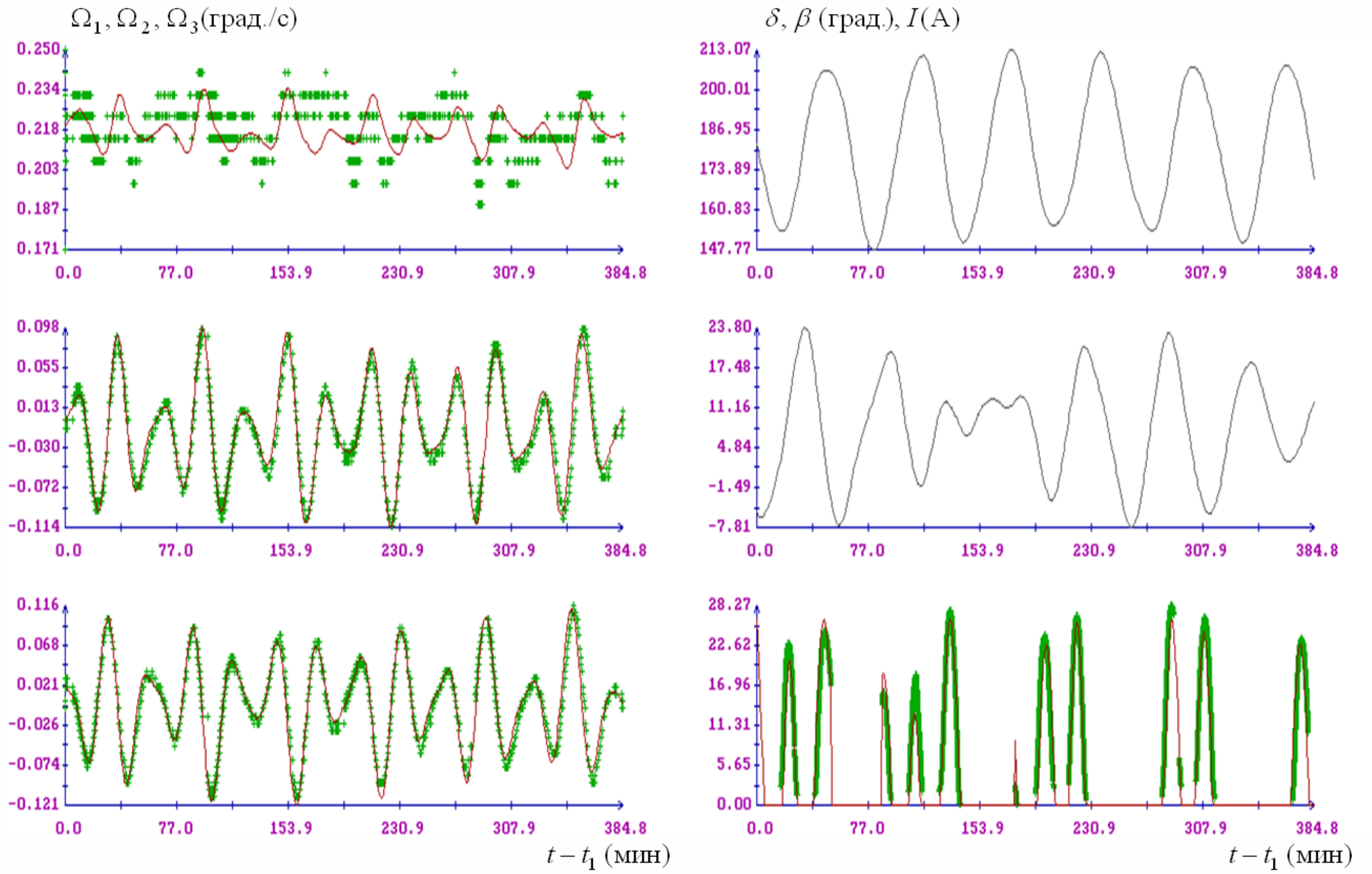


Рис. 6. Движение корабля *Прогресс МС-08*, $t_1 = 05:46:00$ МСК 27.08.2018.

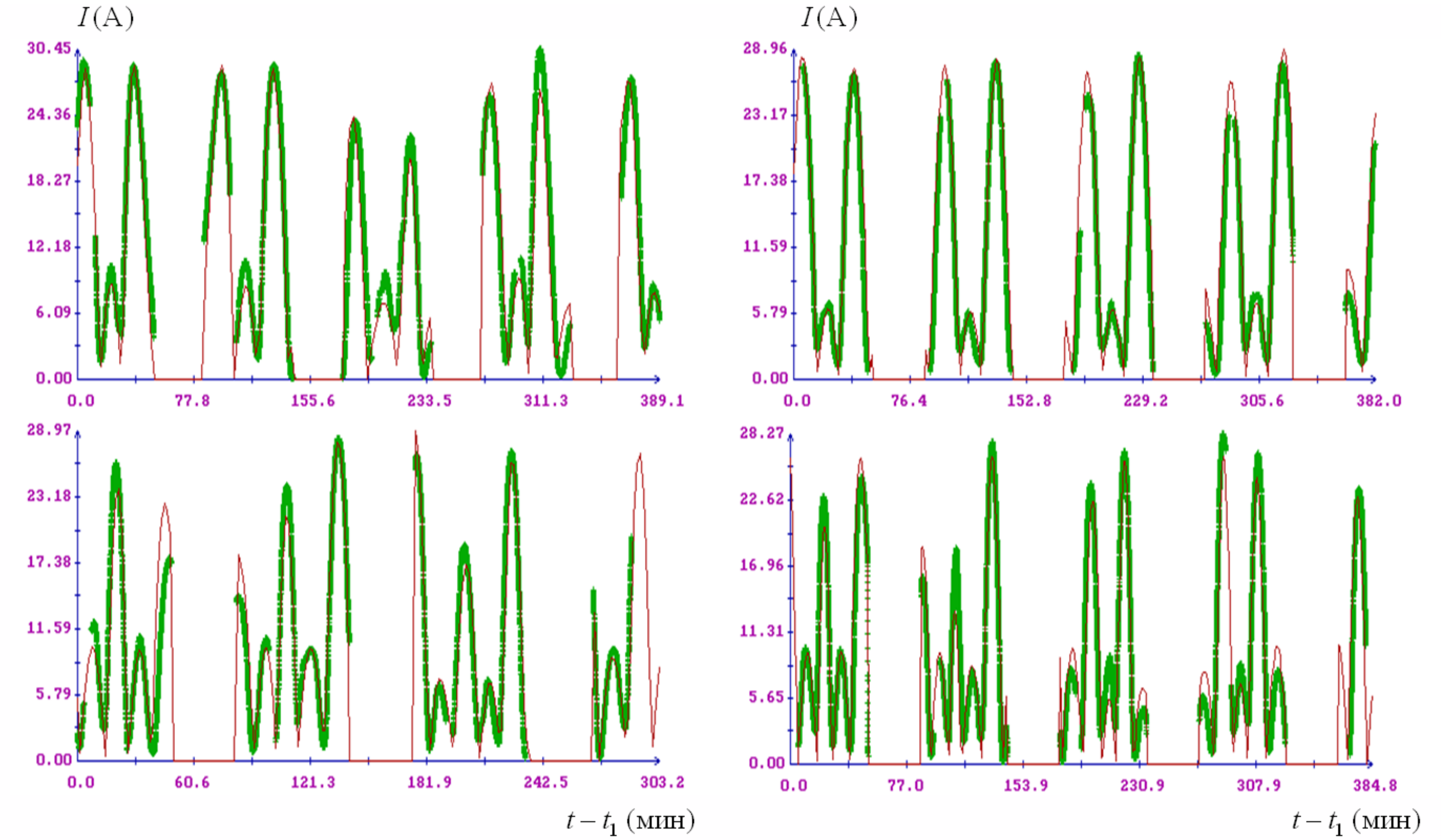


Рис. 7. Полный ток СБ. Слева – на корабле *Прогресс МС-07*, вверху $t_1 = 06:14:14$ МСК 23.04.2018 (ср. рис. 1), внизу $t_1 = 06:13:19$ МСК 25.04.2018 (ср. рис. 3). Справа – на корабле *Прогресс МС-08*, вверху $t_1 = 05:13:00$ МСК 26.08.2018 (ср. рис. 5), внизу $t_1 = 05:46:00$ МСК 27.08.2018 (ср. рис. 6).