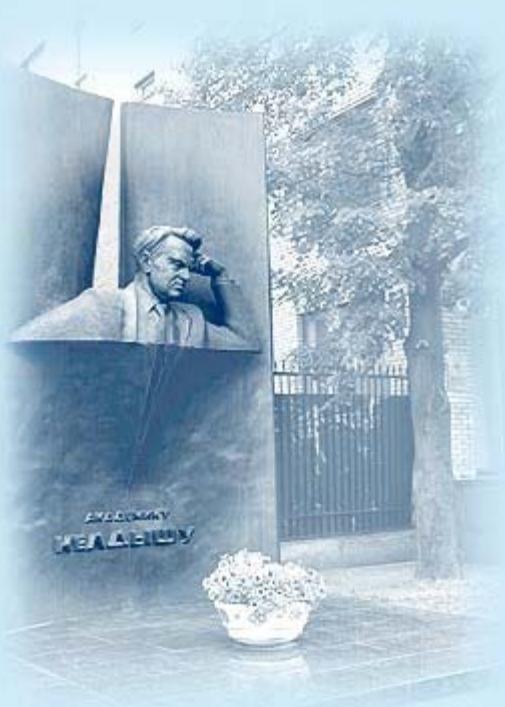




ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 204 за 2018 г.



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

Ершов С.В., Жданов Д.Д.,  
Волобой А.Г.

Модификация  
стохастической трассировки  
лучей для снижения шума  
на диффузных поверхностях

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Ершов С.В., Жданов Д.Д., Волобой А.Г. Модификация стохастической трассировки лучей для снижения шума на диффузных поверхностях // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 204. 17 с.  
doi:[10.20948/prepr-2018-204](https://doi.org/10.20948/prepr-2018-204)

URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-204>

Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М. В. Келдыша  
Российской академии наук

С. В. Ершов, Д.Д. Жданов, А.Г. Волобой

Модификация стохастической  
трассировки лучей для снижения шума  
на диффузных поверхностях

Москва — 2018

*C. V. Ершов, Д. Д. Жданов, А. Г. Волобой*

## **Модификация стохастической трассировки лучей для снижения шума на диффузных поверхностях**

Методы двунаправленной Монте-Карло трассировки лучей позволяют эффективно строить физически корректные изображения виртуальных сцен, воспроизводя большое количество оптических эффектов. Однако получаемое изображение содержит шум, присущий стохастическим алгоритмам. Предложена оригинальная модификация процесса расчета яркости пикселя при генерации изображения двунаправленной Монте-Карло трассировкой, позволяющая значительно снизить шум на диффузных поверхностях. Предложенный метод не искажает текстуры и мелкомасштабные детали изображения, т.к. фактически происходит встроенная в процесс трассировки фильтрация не итогового изображения, а эффективной освещенности. Метод хорошо работает для диффузного освещения, но он не выгоден для яркости, создаваемой прямым или каустическим освещением.

**Ключевые слова:** реалистичная визуализация, двунаправленная трассировка лучей, метод Монте-Карло, подавление шума, диффузные поверхности.

*S. V. Ershov, D. D. Zhdanov, A. G. Voloboy*

## **Modification of stochastic ray tracing to reduce noise on diffuse surfaces**

Bidirectional Monte-Carlo methods of ray tracing allow you to effectively generate physically correct images of virtual scenes, reproducing a large number of optical effects. However, the resulting image contains noise inherent in stochastic algorithms. An original modification of the pixel brightness calculation process is proposed. It makes possible to significantly reduce noise on diffuse surfaces. The proposed method does not distort the texture and small-scale image details, because in fact the built-in tracing filtering applies not to the final image, but to effective illumination. The method works well for diffuse lighting but it is not beneficial for brightness created by direct or caustic lighting.

**Key words:** realistic rendering, bidirectional ray tracing, Monte-Carlo ray tracing, denoising, diffuse surfaces.

# Содержание

<b>1 Введение</b>	<b>5</b>
<b>2 Класс сцен, где необходим предложенный метод</b>	<b>7</b>
<b>3 Яркость пикселя в двунаправленной трассировке лучей</b>	<b>8</b>
<b>4 Видимая яркость сцены</b>	<b>9</b>
<b>5 Фильтр</b>	<b>10</b>
<b>6 Порядки зеркального рассеяния</b>	<b>13</b>
<b>7 Результаты расчётов</b>	<b>14</b>
7.1 Плоскость с рельефом . . . . .	14
7.2 Плоскость с двумя текстурами . . . . .	14
7.3 Сцена с зеркальными переотражениями . . . . .	15
<b>8 Заключение</b>	<b>17</b>

## Сокращения

**MCRT** = MonteCarlo ray tracing

**FMCRT** = forward MonteCarlo ray tracing. Трассировка лучей от источников к объектам сцены с накоплением освещенности на них. Как правило, используется для расчёта вторичной (диффузной) освещенности.

**BMCRT** = backward MonteCarlo ray tracing. Трассировка лучей от камеры (сквозь воображаемый кадр) к объектам сцены. Обычно используется для расчёта “виртуальной фотографии” сцены.

**BDF** = bidirectional scattering function. Описывает яркость поверхности как функцию направления освещения и наблюдения.

**BDD** = backward diffuse depth. Это специфический параметр двунаправленной трассировки лучей, когда освещённость рассчитывается с помощью FMCRT, а BMCRT используется для превращения его в яркость и синтеза изображения. Камерный луч обычно может испытывать ограниченное число диффузных рассеяний и обрывается после BDD-ного.

# 1 Введение

Изображения, синтезированные методом двунаправленной стохастической трассировки лучей, как правило, содержат значительный шум, для устранения которого требуется значительное время вычислений. В зависимости от деталей метода вычислений, используемого для построения изображения, шум может иметь различный вид: и “однородная” сравнительно небольшая случайная вариация яркости, и одиночные яркие точки, и кластеры, состоящих из десятков точек. В любом случае мелкие или неконтрастные элементы изображения могут полностью теряться на уровне шума.

Одним из способов борьбы с шумом является фильтрация, однако даже билатеральная фильтрация может размыть мелкие детали изображения. Поэтому поиску “оптимального” фильтра, который и удаляет шум, и не разрушает мелкомасштабную структуру синтезированного изображения, посвящено большое количество современных исследований.

Фильтрация сигнала применялась для снижения шума давно, но эффективность ее была невысока. Шум подавляется за счет усреднения (значение фильтрованной функции есть сумма значений исходной функции по многим точкам окрестности). Поэтому для “сильного” сглаживания надо использовать много точек, и для традиционных фильтров это означало усреднение по большому “окну”, приводящему к подавлению высокочастотных регулярных составляющих сигнала. Хорошее описание идей и основ методов фильтрации дано в [4].

В традиционных линейных фильтрах, основанных на свёртке сигнала с ядром, более или менее однородным в пределах “окна усреднения”, требования сохранения деталей входного сигнала и усреднения по большой области были взаимоисключающими. Один из подходов к преодолению этого — уровни детализации, Лапласовская пирамида и др. [5]. Также достаточно давно известен билатеральный фильтр. Он нелинеен, т.е. ядро усреднения зависит от сигнала: оно исчезает там, где входная функция значительно отклоняется от своего значения в центре фильтра. В результате он хорошо сохраняет “край” изображений, практически не размазывая их. Однако низкоконтрастную текстуру наподобие листвы дерева он полностью размывает.

Поэтому в последнее время основная идея этого фильтра была возрождена и развита в [3], [6], [4]. Основная идея заключается в том, что фильтр расширяется некоторым критерием, определяющим влияние каждой точки области на результат фильтрации. Например, исходно фильтр исключал из усреднения точки со слишком отличным уровнем сигнала. Кроме того, можно дополнить этот критерий сравнением градиента или какой-то “相伴” сигналу информации. Например, при фильтрации изображений, полученных трассировкой лучей, это может быть поле нормалей и пр. [3]. Однако

использование в критерии как самого сигнала, так и тем более его градиента, работает плохо при высоком уровне шума, который доминирует в отклонении. Для преодоления этого можно заменить локальное сравнение на сравнение усредненного (по “предварительному фильтру”) сигнала или на сравнение гистограмм [3]. И, наконец, можно сравнивать не точечные значения, а пространственные распределения в некоторых окрестностях точек. То есть, при фильтрации зашумленного изображения текста будем сравнивать “окна” размером с букву. Если они различаются сильно, точки эффективно исключаются из усреднения. В идеале фильтр произведет усреднения всех пикселей буквы “а” по всем (даже далеким) аналогичным пикселям других букв “а”. Поскольку усреднение пойдет по окнам с идентичным незашумленным изображением, то никаких его деталей оно не разрушит. И, напротив, если в фотографии много букв “а”, то усреднение совершенно сгладит шум. Такой нелокально-нелинейный фильтр описан в [6]. Для периодических или почти периодических изображений он работает превосходно: например, если на исходной картинке показаны обои, но их рисунок совершенно неразличим из-за шума, то фильтрованная картинка проявляет их периодический рисунок с сохранением деталей, а шум почти исчезает. Для совершенно “хаотической” текстуры, наподобие волос, меха, листвы, результаты всё равно много лучше достигаемых “традиционными” фильтрами.

Фильтры на основе такого нелокального и нелинейного усреднения сейчас популярны, и было предложено много путей их развития [3]. Но и они хорошо работают не во всех случаях. Кроме того, такой подход вычислительно дорог, т.к. номинально область усреднения очень велика, и для каждой точки используется вся область, хотя некоторые точки “по критерию” и получают исчезающее малый (но не нулевой) вес.

Другая группа подходов связана с использованием априорной информации о сигнале. Это возможно не всегда, но для изображений, полученных трассировкой лучей, это часто достижимо. Например, предположим, что у нас плоскость с нанесенной текстурой освещена плавно меняющимся по пространству светом — например, это газета на стенде, освещенная небом. Изображение, полученное трассировкой лучей, может быть очень сильно зашумлено, однако нам известно заранее, что оно есть произведение плавного сигнала на высокочастотный модулятор (текстуру), который может быть вычислен детерминистическим образом. Тогда мы можем отфильтровать только освещение, поскольку оно не содержит деталей и хорошо обрабатывается даже простыми и быстрыми фильтрами. Далее результат умножается на известную текстуру. В итоге детали сохраняются, а шум почти исчезает. Помимо описанного возможны и выгодны и иные способы декомпозиции изображения [5]. Вся эта группа методов не является чистой фильтрацией, поскольку она тесно интегрирована в процесс стохастической трассировки лучей. До

некоторой степени к ней можно отнести и мутации трасс лучей. Мутации наиболее широко применяются при моделировании глобальной освещенности методом Метрополиса [2], однако могут быть использованы и совместно со “стандартным” методом Монте-Карло.

Предлагаемый фильтр предназначен для двунаправленной трассировки лучей с использованием фотонных карт. Основная его идея заключается в использовании для вычисления яркости пикселя камерных (обратных) лучей, выпущенных через соседние пиксели. Траектории этих лучей затем “склеиваются”, так что участок до первой диффузной поверхности берётся “как есть”, а участок *после* — из того соседнего пикселя, для которого эта комбинированная траектория дала вклад в яркость. Фильтр снижает шум для диффузного освещения и не выгоден для яркости, созданной прямым или каустическим освещением.

## 2 Класс сцен, где необходим предложенный метод

Предлагаемый метод достаточно универсален и может работать с широким классом сцен, в том числе тех, где камерный луч многократно взаимодействует с зеркальными поверхностями.

Однако для его описания удобно отталкиваться от сцены, наподобие показанной на Рисунке 1.

Камера видит правый цилиндр непосредственно, а не через зеркальные поверхности. Камерный луч отражается от него и либо покидает сцену, либо же попадает на левый цилиндр, освещённый диффузным светом. Освещённость точки встречи вычисляется по FMCRT лучам, попавшим в её окрестность (интегрирующую сферу). Первая точка встречи на правом цилиндре собирает только прямые и каустические лучи, но их в данной области сцены нет.

Шум в сцене такого типа в основном возникает из-за того, что, во-первых, много камерных лучей после первого отражения проходят мимо второго цилиндра и потому не вносят вклад в изображение. А во-вторых, плотность FMCRT облучения левого цилиндра невелика, и потому даже те камерные лучи, что попадают на него, оценивают освещённость со слишком большой дисперсией.

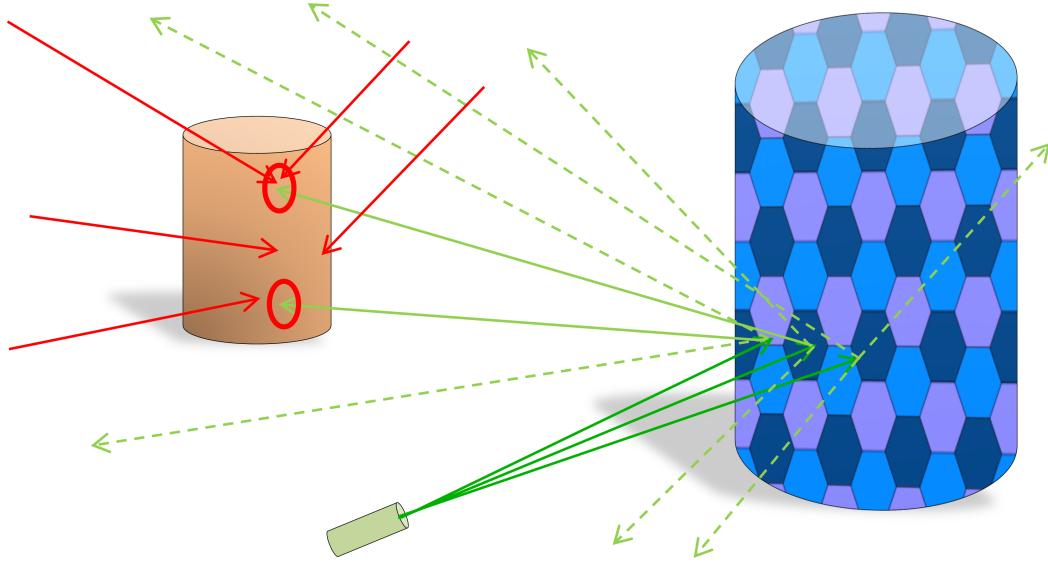


Рис. 1: Тестовая сцена из двух диффузных цилиндров, камеры и источников света (не показан на рисунке). Красные стрелки — FMCRT лучи из источников. Зелёные стрелки — лучи из камеры. Пунктиром проведены лучи, не давшие вклада в изображение. В этом примере  $BDD=1$ .

### 3 Яркость пикселя в двунаправленной трассировке лучей

Для дальнейшего изложения нам понадобится описать, как вычисляется яркость пикселя в нашем методе трассировки для сцены, показанной на Рисунке 1 (подчеркнём, что до первой диффузной поверхности камерный луч не испытывает зеркальных событий). Эта яркость суть

$$\begin{aligned}
 L(\mathbf{v}) = & \left( \int f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}) d^2 \mathbf{u} \right) \\
 & \times \frac{1}{N_B N_F} \sum_{i=1}^{N_B} \sum_{j=1}^{N_F} f_{B(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i)}(\mathbf{u}_i, \mathbf{V}_j; \mathbf{n}_{B(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i)}) \frac{\chi_{i,j} E_j}{\pi R_i^2},
 \end{aligned} \quad (1)$$

где  $i$  нумерует камерные (BMCRT) лучи, трассированные для данного пикселя, а  $j$  нумерует FMCRT лучи. Далее,  $\mathbf{v}$  суть направление первого сегмента камерного луча (мы полагаем его фиксированным для всех лучей, трассированных через этот пиксель), а  $\mathbf{u}$  суть направление второго сегмента (уже случайное). Направление сегмента FMCRT луча обозначается  $\mathbf{V}_j$ , а энергия этого луча в конце сегмента  $E_j$ .

$A(\mathbf{v})$  и  $B(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i)$  — это первая и вторая точки попадания камерного луча на диффузные поверхности; первая из них фиксирована, а вторая уже случайна,

так как случайно направление луча после первого диффузного рассеяния. Затем,  $\mathbf{n}_X$  — это нормаль к поверхности сцены в точке  $X$ . BDF (в единицах яркости!) поверхностей цилиндров в точке  $X$  обозначена как  $f_X(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n})$ , где  $\mathbf{v}$  — направление наблюдения, а  $\mathbf{u}$  — направление освещения.

Заметим, что при наличии на трассе луча зеркальных поверхностей, его трасса после точки  $A(\mathbf{v})$  случайна, так что  $B(\mathbf{v}, \mathbf{u})$  является случайной даже при фиксированных  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{u}$ .

Индикаторная функция  $\chi_{i,j}$  равна 1, если  $j$ -й FMCRT луч попадает внутрь интегрирующей сферы вокруг  $B(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i)$ , и 0 в противном случае. Если камерный луч вовсе не имеет второй точки встречи с диффузной поверхностью, то  $\chi_{i,j} = 0$ . Наконец,  $R_i$  — радиус интегрирующей сферы вокруг  $B(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i)$ .

В используемом методе трассировки направление  $\mathbf{u}$  (отражённого камерного луча) выбирается “по BDF”, т.е. имеет угловое распределение

$$\rho(\mathbf{u}|\mathbf{v}, \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}) = \frac{f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})}{\int f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})d^2\mathbf{u}} \quad (2)$$

Если обозначить вклад  $i$ -го камерного луча (и *всех* FMCRT лучей) как

$$F(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i) \equiv \frac{1}{N_F} \sum_{j=1}^{N_F} f_{B(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i)}(\mathbf{u}_i, \mathbf{V}_j; \mathbf{n}_{B(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i)}) \chi_{i,j} \frac{E_j}{\pi R_i^2}, \quad (3)$$

то приращение яркости пикселя от  $i$ -го камерно луча можно записать в виде

$$\Delta L(\mathbf{u}_i) = \frac{1}{N_B} \left( \int f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}) d^2\mathbf{u} \right) F(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i) \quad (4)$$

## 4 Видимая яркость сцены

Выражение (3) является оценкой яркости, видимой в направлении  $\mathbf{u}_i$  из точки  $A(\mathbf{v})$ .

Действительно, математическое ожидание величины (3) *по множеству FMCRT лучей* (при фиксированной траектории камерного!) есть

$$\langle F(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i) \rangle = a(\mathbf{u}_i) L_{B(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i)}(\mathbf{w}_i), \quad (5)$$

где  $a(\mathbf{u}_i)$  — ослабление вдоль данной траектории (в объёме или при взаимодействии с зеркальными поверхностями), начинающейся из  $A(\mathbf{v})$  в направлении  $\mathbf{u}_i$ , и заканчивающейся в точке  $B(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i)$  направлением  $\mathbf{w}_i$ , а  $L_{B(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i)}(\mathbf{w}_i)$  — яркость точки сцены  $B(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i)$  в направлении  $\mathbf{w}_i$ . Заметим, что если на трассе нет зеркальных поверхностей, то  $B(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i)$  фиксирована, а  $\mathbf{w}_i = \mathbf{u}_i$ . В противном случае  $B(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i)$  и  $\mathbf{w}_i$  *случайны*.

Математическое ожидание (5) относительно траектории камерного луча после выхода из  $A(\mathbf{v})$  в *фиксированном* направлении  $\mathbf{u}$  есть

$$\langle\langle F(\mathbf{v}, \mathbf{u}) \rangle\rangle = \mathcal{L}_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{u}), \quad (6)$$

где  $\mathcal{L}_X(\mathbf{u})$  — яркость сцены в направлении  $\mathbf{u}$ , видимая из точки  $X$ .

Математическое ожидание яркости пикселя, т.е. среднее от (1) по FMCRT и BMCRT лучам, можно тогда записать как

$$\langle\langle L \rangle\rangle = \int f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}) \mathcal{L}_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{u}) \Theta((\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})) d^2\mathbf{u} \quad (7)$$

## 5 Фильтр

Область фильтрации состоит из центрального пикселя  $p$  и “периферии”  $\{p'\} = \mathcal{F}_p$  вокруг него.

Пусть теперь камерный луч, выпущенный через пиксель  $p$  применяется так же ко всем пикселям в  $\mathcal{F}_p$ . Его вклад в яркость самого  $p$  пусть будет  $w_{p \leftarrow p}(\mathbf{u}_i) \Delta L_{p \leftarrow p}(\mathbf{u}_i)$ , где  $\Delta L_{p \leftarrow p}(\mathbf{u}_i)$  даётся формулой (4), а  $w_{p \leftarrow p}(\mathbf{u}_i)$  — пока неопределённый “собственный” вес.

Вклад же этого луча в яркость пикселя  $p' \in \mathcal{F}_p$  пусть будет

$$\Delta L_{p' \leftarrow p}(\mathbf{u}_i) = w_{p' \leftarrow p}(\mathbf{u}_i) C_{p' \leftarrow p}(\mathbf{u}_i) \Delta L_{p \leftarrow p}(\mathbf{u}_i),$$

где

$$C_{p' \leftarrow p}(\mathbf{u}) = \frac{f_{A(\mathbf{v}')}( \mathbf{v}', \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')} ) (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')} )}{f_{A(\mathbf{v})}( \mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})} ) (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})} )} \Theta((\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')})), \quad (8)$$

а  $w_{p' \leftarrow p}(\mathbf{u}_i)$  — “межпиксельный” вес, который может зависеть от координат обоих пикселей, нормалей к поверхности в их первых точках встречи, BDF, направления сегментов камерного луча и пр. параметров BMCRT траектории — но только не от FMCRT лучей. Ступенчатая функция  $\Theta(x) = 0$  при  $x < 0$  и 1 иначе. Она обеспечивает, что используются только те камерные лучи, чьи направления лежат *над* локальным горизонтом для  $p'$ , т.е. для которых  $(\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')} ) \geq 0$ .

В результате, если  $p' \in \mathcal{F}_p$ , то камерный луч для  $p'$  увеличивает яркость  $p$  на  $w_{p \leftarrow p'}(\mathbf{u}'_i) C_{p \leftarrow p'}(\mathbf{u}'_i) \Delta L_{p \leftarrow p'}(\mathbf{u}'_i)$ . Накопленная в итоге трассировки яркость  $p$  составит

$$\begin{aligned}\tilde{L}_p &= \sum_{i=1}^{N_B} w_{p \leftarrow p}(\mathbf{u}_i) \Delta L_{p \rightarrow p}(\mathbf{u}_i) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{N_B} \sum_{p' \in \mathcal{F}_p} w_{p \leftarrow p'}(\mathbf{u}'_i) C_{p \leftarrow p'}(\mathbf{u}'_i) \Delta L_{p' \leftarrow p'}(\mathbf{u}'_i) \Theta((\mathbf{u}'_i \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}))\end{aligned}$$

В виду (4) это можно переписать как

$$\begin{aligned}\tilde{L}_p &= \left( \int f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}) d^2 \mathbf{u} \right) \frac{1}{N_B} \sum_{i=1}^{N_B} w_{p \leftarrow p}(\mathbf{u}_i) F(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i) \\ &\quad + \left( \int f_{A(\mathbf{v}')}( \mathbf{v}', \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')} ) (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')} ) d^2 \mathbf{u} \right) \\ &\quad \times \sum_{p' \in \mathcal{F}_p} \frac{1}{N_B} \sum_{i=1}^{N_B} C_{p \leftarrow p'}(\mathbf{u}'_i) w_{p \leftarrow p'}(\mathbf{u}'_i) F(\mathbf{v}', \mathbf{u}'_i) \Theta((\mathbf{u}'_i \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})),\end{aligned}$$

где  $\{\mathbf{u}'_i\}$  и  $\{\mathbf{u}_i\}$  — направления второго сегмента камерных лучей для  $p'$  и  $p$  соответственно.

Набор FMCRT лучей никак не изменился с введением нашего нового правила вычисления яркости. Усредняя по этому набору и по траектории камерного луча после первого диффузного отражения в  $A(\mathbf{v})$ , мы в виду (6) получаем

$$\begin{aligned}\langle \tilde{L}_p \rangle &= \left( \int f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}) d^2 \mathbf{u} \right) \frac{1}{N_B} \sum_{i=1}^{N_B} w_{p \leftarrow p}(\mathbf{u}_i) \mathcal{L}_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{u}_i) \\ &\quad + \left( \int f_{A(\mathbf{v}')}( \mathbf{v}', \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')} ) (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')} ) d^2 \mathbf{u} \right) \\ &\quad \times \sum_{p' \in \mathcal{F}_p} \frac{1}{N_B} \sum_{i=1}^{N_B} w_{p \leftarrow p'}(\mathbf{u}'_i) C_{p \leftarrow p'}(\mathbf{u}'_i) \mathcal{L}_{A(\mathbf{v}')}(\mathbf{u}'_i) \Theta((\mathbf{u}'_i \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}))\end{aligned}$$

Направления  $\{\mathbf{u}_i\}$  и  $\{\mathbf{u}'_i\}$  — это направления реальных лучей после отражения в точке  $A(\mathbf{v})$  или  $A(\mathbf{v}')$  соответственно, так что они распределены с плотностью  $\rho(\mathbf{u}|\mathbf{v}, \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})$  или  $\rho(\mathbf{u}'|\mathbf{v}', \mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')})$ , даваемой (2). Усредняя по этим направлениям и используя (8) для переставленных пикселей  $p \leftrightarrow p'$ , получаем

$$\begin{aligned}
\langle \langle \tilde{L}_p \rangle \rangle &= \int w_{p \leftarrow p}(\mathbf{u}) f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}) \mathcal{L}_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{u}) d^2 \mathbf{u} \\
&+ \sum_{p' \in \mathcal{F}_p} \int w_{p \leftarrow p'} f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}) \mathcal{L}_{A(\mathbf{v}')}(u) \Theta((\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})) d^2 \mathbf{u} \\
&= \int f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}) \tilde{\mathcal{L}}_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{u}) d^2 \mathbf{u}
\end{aligned}$$

Сравнивая последнюю строку с (7), видим, что это есть не что иное, как яркость пикселя  $p$  под *фильтрованным освещением*

$$\tilde{\mathcal{L}}_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{u}) \equiv w_{p \leftarrow p}(\mathbf{u}) \mathcal{L}_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{u}) + \sum_{p' \in \mathcal{F}_p} w_{p \leftarrow p'} \mathcal{L}_{A(\mathbf{v}')}(u) \Theta((\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})). \quad (9)$$

Если освещение на поверхности правого цилиндра меняется медленно, то можно пренебречь различием между  $\mathcal{L}_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{u})$  и  $\mathcal{L}_{A(\mathbf{v}')}(u)$ , и тогда

$$\begin{aligned}
\langle \langle \tilde{L}_p \rangle \rangle &\approx \int \left( w_{p \leftarrow p}(\mathbf{u}) + \sum_{p' \in \mathcal{F}_p} w_{p \leftarrow p'}(\mathbf{u}) \Theta((\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})) \right) \\
&\quad f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}) \mathcal{L}_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{u}) d^2 \mathbf{u}
\end{aligned}$$

Для совпадения с точным значением яркости (7), достаточно чтобы

$$w_{p \leftarrow p}(\mathbf{u}) = 1 - \sum_{p' \in \mathcal{F}_p} w_{p \leftarrow p'}(\mathbf{u}) \Theta((\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})) \quad (10)$$

Множитель  $\Theta$  означает, что для направлений  $\mathbf{u}$ , которые *не* могли быть испущены из  $p'$  и потому приходят *только* от самого  $p$ , “собственный” вес равен 1; а для тех направлений, которое могли прийти и от  $p'$ , “собственный” вес должен быть снижен во избежание переоценки из-за суммирования этих двух вкладов в яркость.

Обыкновенно  $w_{p \leftarrow p'}(\mathbf{u})$  симметричен относительно двух пикселей и определён так, что он исчезает, когда

- расстояние между  $A(\mathbf{v})$  и  $A(\mathbf{v}')$  слишком велико
- $\mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')}}$  слишком сильно отличается от  $\mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}$
- $f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})$  слишком сильно отличается от  $f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}', \mathbf{u}'; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')})(\mathbf{u}' \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')}前者);$  заметим, что BDFы взяты в *одной и той же точке*, так как в противном случае модуляция текстурой может все отключить фильтрацию.

Кроме того, вес есть убывающая функция (скажем, Гауссова) расстояния между пикселями  $p'$  и  $p$  на изображении. Таким образом, вес можно ввести как

$$w_{p \leftarrow p'}(\mathbf{u}) = C e^{-\alpha \|p - p'\|^2} e^{-\beta(1 - (\mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')}\cdot\mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}))} \\ \times e^{-\gamma \max\left(\frac{f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}', \mathbf{u}'; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')})(\mathbf{u}' \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')}))}{f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})}, \frac{f_{A(\mathbf{v})}(\mathbf{v}, \mathbf{u}; \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{A(\mathbf{v})})}{f_{A(\mathbf{v}')}(v', u'; n_{A(v')})(u' \cdot n_{A(v')})}\right)^2} \quad (11)$$

Константа  $C$  и два первых сомножителя не зависят от направления рассеяния  $\mathbf{u}$  и потому называются “фиксированной частью” веса. Они могут быть вычислены загодя и запомнены. Последний множитель составляет “переменную часть”, которая может снижать вес в зависимости от направления рассеянного луча.

Константа  $C < 1$  выбирается так, чтобы  $w_{p \leftarrow p}(\mathbf{u})$ , вычисленный по формуле (10), был не слишком мал, скажем, не менее 0.5 даже для фиксированной части веса. Для этого достаточно, чтобы

$$C \sum_{p' \in \mathcal{F}_p} e^{-\alpha \|p - p'\|^2} e^{-\beta(1 - (\mathbf{n}_{A(\mathbf{v}')}\cdot\mathbf{n}_{A(\mathbf{v})}))} < \frac{1}{2}$$

и тогда для полного веса (11) и подавно  $w_{p \leftarrow p}(\mathbf{u}) > \frac{1}{2}$ .

## 6 Порядки зеркального рассеяния

До сих пор мы предполагали, что камера видит первую диффузную поверхность непосредственно, без каких-либо зеркальных событий на трассе луча. Однако, в большинстве случаев ситуация более сложная, например, когда мы смотрим в комнату через окно или видим отражение предметов в зеркале. В этом случае луч, идущий от камеры и попадающий на “зеркальную” поверхность, может отразиться или преломиться и пойти дальше по разным уже трассам.

Необходимо отметить, что оптические свойства поверхности могут быть частично “зеркальными”, например, стол, покрытый лаком. В данном случае яркость видимой точки является *суммой* по всем зеркальным трассам плюс яркость непосредственно видимой диффузной поверхности.

Идея фильтрации в этом случае аналогична использованной в [1].

Для того, чтобы применить разработанный алгоритм фильтрации, двунаправленная стохастическая трассировка лучей сохраняет изображения, полученные для разных историй трассы “зеркального” луча, в отдельных слоях.

Затем каждый слой изображения фильтруется в соответствии с алгоритмом, описанным в Разделе 5. Часть, превышающая “глубину” (предел количества зеркальных событий), не фильтруется (т.е. остается “как есть”). Это допустимо, так как яркость этой компоненты, как правило, мала, и ее шум не оказывает существенного влияния на качество изображения. В конечном итоге результирующее отфильтрованное изображение есть сумма всех *отфильтрованных* слоев изображения и *исходной* остаточной части изображения.

## 7 Результаты расчётов

Приведём примеры работы предложенного алгоритма фильтрации для трёх сцен.

### 7.1 Плоскость с рельефом

Сцена представляет собой квадрат  $2 \times 2$  метров, освещённый точечным источником в матовом (чисто диффузное пропускание) плафоне радиуса 10 см, расположенного на высоте 1.5 метра над центром квадрата. Поверхность квадрата имеет случайный рельеф и Гауссов BDF (интегральное отражение 0.9, ширина  $90^\circ$ ), модулированный текстурой из букв “ABC”.

На Рисунке 2 показаны: исходное изображение, полученное трассировкой лучей за 200 сек., эталонное изображение, полученное трассировкой лучей за 4000 сек. без фильтрации, результат применения фильтра изображения [1] и результат фильтрации, описанной в данной работе. Радиус обоих фильтров = 30 пикселей. Видно, что оба фильтра практически убрали шум, однако фильтр изображения “размазал” резкие границы фасеток рельефа и завысил яркость букв текстуры.

### 7.2 Плоскость с двумя текстурами

Сцена представляет собой квадрат  $5 \times 5$  метров, освещённый точечным источником в матовом (чисто диффузное пропускание) плафоне радиуса 30 см, расположенного на высоте 1.5 метра над серединой края квадрата. BDF квадрата есть сумма Ламбертовского (альбедо 0.5) и Гауссового (интегральное отражение 0.5) атрибутов. Ламбертовская компонента модулирована текстурой “шахматной доски”, а Гауссов BDF модулирован повторяющимся текстом “FRONT”.

На Рисунке 3 показаны: исходное изображение, полученное трассировкой лучей за 100 сек., эталонное изображение, полученное трассировкой лучей за 4000 сек. без фильтрации, результат применения фильтра изображения [1] и

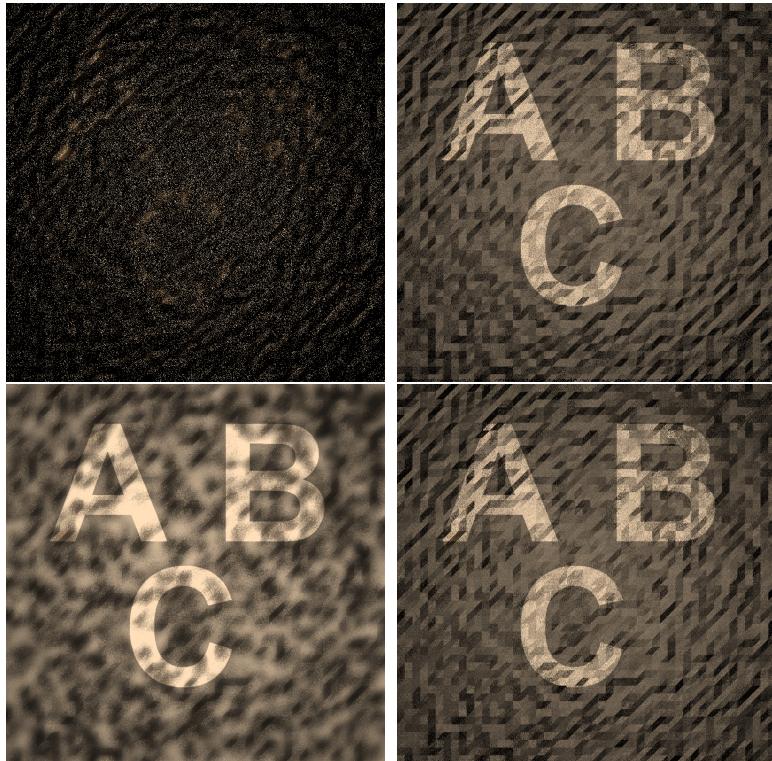


Рис. 2: Верхний ряд: исходное изображение; эталонное изображение. Нижний ряд: применение фильтра [1]; применение предлагаемого фильтра.

результат фильтрации, описанной в данной работе. Радиус обоих фильтров = 30 пикселей. Видно, что оба фильтра практически убрали шум, однако фильтр изображения породил артефакты: во-первых, ореол вокруг светлых квадратов шахматной доски, и во-вторых сильно завысил контрастность текста в верхней части изображения.

### 7.3 Сцена с зеркальными переотражениями

Сцена представляет собой известный тестовый пример CornellBox с изменёнными оптическими свойствами поверхностей: 20% зеркального отражения и около 60% они имеют Гауссов BDF ширины  $60^\circ$ . На двух передних кубиках диффузный BDF модулирован текстурой из букв “ABC”.

На Рисунке 4 показаны: исходное изображение, полученное трассировкой лучей за 140 сек., эталонное изображение, полученное трассировкой лучей за 7000 сек. без фильтрации, результат применения фильтра изображения [1] и результат фильтрации, описанной в данной работе. Радиус обоих фильтров = 20 пикселей. Видно, что оба фильтра практически убрали шум, однако фильтр изображения дал больше артефактов ( пятнистость).

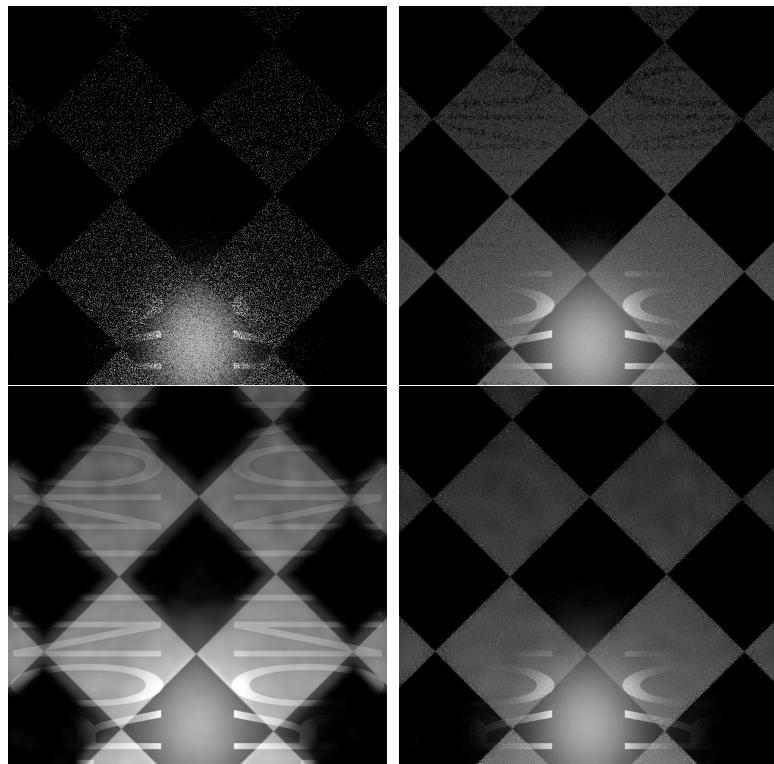


Рис. 3: Верхний ряд: исходное изображение; эталонное изображение. Нижний ряд: применение фильтра [1]; применение предлагаемого фильтра.

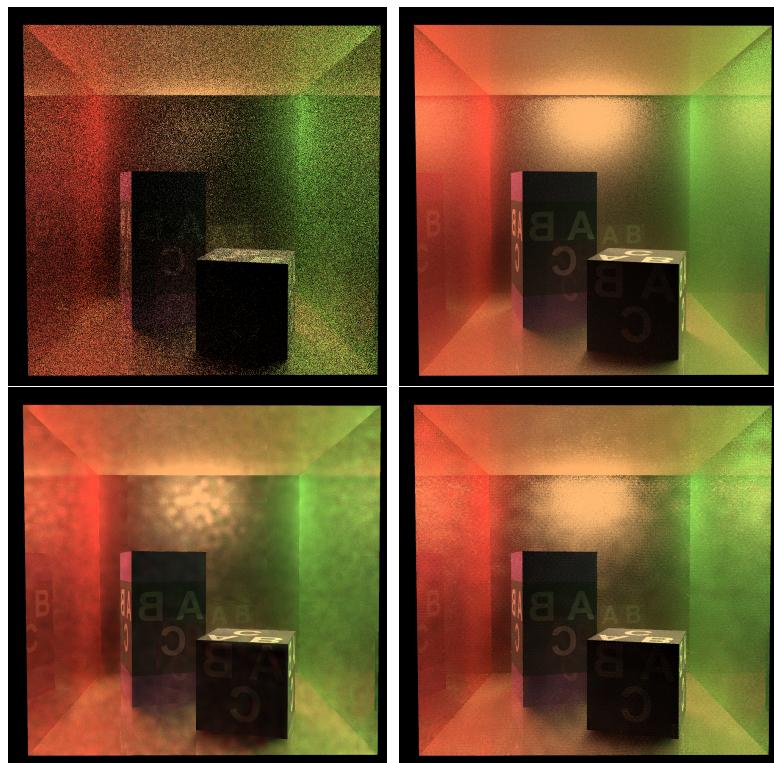


Рис. 4: Верхний ряд: исходное изображение; эталонное изображение. Нижний ряд: применение фильтра [1]; применение предлагаемого фильтра. Показана только компонента изображения, созданная диффузным освещением.

## 8 Заключение

В работе предложен метод снижения шума, не являющийся сглаживанием изображения, но являющийся родственным современным методам фильтрации. Он является более универсальным и даёт меньше артефактов, чем фильтр [1]. Однако он вычислительно дороже, требуя существенно большей памяти и времени. Кроме того, поскольку этот алгоритм встраивается в саму трассировку лучей, то он должен быть “включён” в самом начале расчёта, и его параметры не могут быть в последствие изменены.

## Список литературы

- [1] Д.Д. Жданов, С.В. Ершов, А.Г. Волобой. Метод подавление стохастического шума изображения, сгенерированного Монте-Карло трассировкой лучей, сохраняющий мелкие детали. // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2018. № 194, 15 с. doi:10.20948/prepr-2018-194.
- [2] Фролов В.А., Галактионов В.А. Компактная по памяти реализация алгоритма METROPOLIS LIGHT TRANSPORT на графических процессорах. *Программирование*, (3):83–92, 2017.
- [3] Benedikt Bitterli, Fabrice Rousselle, Bochang Moon, Jose A. Iglesias-Guitian, David Adler, Kenny Mitchell, Wojciech Jarosz, and Jan Novak. Nonlinearly weighted first-order regression for denoising monte carlo renderings. *Computer Graphics Forum (Proceedings of EGSR)*, 35(4):107–117, jun 2016.
- [4] A. Buades, B. Coll, and J. M. Morel. A review of image denoising algorithms, with a new one. *SIMUL*, 4:490–530, 2005.
- [5] Holger Dammertz, Daniel Sewtz, Johannes Hanika, and Hendrik Lensch. Edge-avoiding a-trous wavelet transform for fast global illumination filtering. In *Proc. High Performance Graphics 2010*, pages 67–75, 2010.
- [6] H. Takeda, S. Farsiu, and P. Milanfar. Kernel regression for image processing and reconstruction. *Trans. Img. Proc.*, 16(2):349–366, February 2007.