



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Монахова У.В., Иванов Д.С.

Формирование роя
наноспутников с помощью
децентрализованного
аэродинамического
управления с учетом
коммуникационных
ограничений

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Монахова У.В., Иванов Д.С. Формирование роя наноспутников с помощью децентрализованного аэродинамического управления с учетом коммуникационных ограничений // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 151. 32 с. doi:[10.20948/prepr-2018-151](https://doi.org/10.20948/prepr-2018-151)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-151>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

У.В. Монахова, Д.С. Иванов

**Формирование роя наноспутников
с помощью децентрализованного
аэродинамического управления с учетом
коммуникационных ограничений**

Москва — 2018

Монахова У.В., Иванов Д.С.

Формирование роя наноспутников с помощью децентрализованного аэродинамического управления с учетом коммуникационных ограничений

В работе рассматривается проблема построения роя наноспутников сразу после их отделения от ракеты-носителя. Роем называется конфигурация множества спутников, движущихся по произвольным, но ограниченным относительно траекториям. В работе предложено децентрализованное управление с использованием силы аэродинамического сопротивления для устранения относительного дрейфа между спутниками в рое. Принимаются во внимание коммуникационные возможности аппаратов, ограничивающие размер области, в которой аппараты обладают информацией об относительном движении других спутников, и максимальное допустимое число аппаратов, информация о движении для которых может быть доступна. Изучается эффект разделения роя на несколько независимых групп, который рассматривается как нарушение целостности роя и является нежелательным. Этот эффект зависит от размера коммуникационной области, начальных условий и правил для управления. Исследуются предельные значения этих параметров для двадцати 3U-кубсатов (унифицированные спутники в форме прямоугольного параллелепипеда с размерами 10см x 10см x 30см).

Ключевые слова: рой наноспутников, децентрализованное управление, аэродинамическая сила

U. Monakhova, D. Ivanov

Swarm of nanosatellites deployment by decentralized aerodynamic drag control with communicational constraints

The paper considers a problem of satellites swarm deployment immediately after their separation from the bus launcher. During the separation, an error in the ejection velocity is inevitable. It results in a slightly different orbital period of the satellites, so they gradually move apart along the orbit and the relative trajectories become unbounded. The differential drag-based control is considered. Each satellite is informed about the relative motion of other satellites inside certain communication area. The purpose of the control is to eliminate the relative drift between neighbor satellites. The corresponding decentralized control algorithm is developed in the paper. The clustering effect which occurs when the swarm is divided into several groups is studied. This effect depends on size of the communication area, initial conditions and control parameters. Boundary values of these parameters for twenty 3U-CubeSats swarm are investigated.

Keywords: swarm of nanosatellites, decentralized control, aerodynamic drag force

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 17-01-00449_a.

Введение

Для решения прикладных задач с помощью групповых полетов спутников необходимо управлять их движением для достижения требуемой относительной конфигурации. Конфигурация спутников может иметь различные формы, например, типа «цветок» [1] или форму тетраэдра [2]. Однако для некоторых задач не требуется, чтобы аппараты поддерживали заданное относительное движение, и достаточно, чтобы спутники двигались по произвольным относительным траекториям, как это происходит в рое [3]. Для движения роя спутников необходима только ограниченность относительных траекторий без каких-либо других дополнительных требований, в отличие от формации спутников. Во время запуска роя неизбежна некоторая ошибка в скорости отделения наноспутников от ракеты-носителя. Это приводит к немного различающемуся орбитальному периоду аппаратов, относительные траектории становятся неограниченными, и рой разрушается. Таким образом, возникает задача управления роевым движением спутников для устранения относительного дрейфа.

Для управления каждым спутником в рое необходимо, чтобы было известно движение каждого из аппаратов. Однако в случае значительного количества спутников это трудновыполнимая задача из-за аппаратных ограничений системы определения относительного движения и/или ограничений межспутниковой связи. Эти ограничения, препятствующие получению информации об относительном движении всех спутников в рое, в дальнейшем будем называть коммуникационными ограничениями. Для природных роев, например роя насекомых, существует ограничение на количество коммуникационных связей между каждым элементом роя и своими соседями. Кроме того, есть предел максимального расстояния между элементами роя, при котором относительное движение может быть известно. Подобные ограничения существуют и для роя спутников. Используя бортовую систему определения движения, каждый спутник может оценить относительное движение других спутников роя. Однако из-за ограниченных возможностей датчиков космический аппарат может оценить относительное движение только тех спутников, которые расположены в определенной его окрестности. Системы определения относительного движения могут быть основаны на обработке изображений [4], на измерениях дальномеров [5] и других датчиков, но количество спутников, относительное движение которых возможно одновременно определить, как правило, невелико. Также существует ограничение на дальность, при которой система работает с необходимой точностью. Эти особенности системы автономного определения движения могут быть учтены путем передачи информации между спутниками о текущем орбитальном движении, полученном, например, с использованием приемников GPS, установленных на каждом спутнике, и, таким образом, вычисляется относительное движение, как в работе [6]. Однако каналы межспутниковой связи также не могут обеспечить неограниченное количество подключений к одному спутнику, что обусловлено частотными ограничениями сигналов. Таким обра-

зом, при построении движения роя спутников необходимо учитывать особенности, связанные с коммуникационными ограничениями.

Существуют два основных подхода к автономному управлению группой спутников: централизованное управление и децентрализованное управление. Централизованное управление подразумевает наличие головного (или "материнского") аппарата в формации, его движение отслеживается остальными "дочерними" спутниками, которые управляются для достижения требуемой относительной траектории. Примером миссии, где была использована такая схема управления, является миссия CanX-4&5, осуществленная в июне 2014 года [7]. Она построена на использовании двух наноспутников и направлена на реализацию автономного управления формацией, минимизирующего расход топлива при маневрировании. Централизованное управление больше подходит для небольших групп спутников, движущихся вдоль заданных заранее относительных траекторий. В случае значительного количества аппаратов, как в рое спутников, этот подход представляется нецелесообразным, поскольку головной аппарат может быть вне коммуникационной области для некоторых спутников, к тому же межспутниковая связь всегда имеет ограничение на количество каналов. Это затрудняет определение относительного движения «материнского» аппарата по отношению к «дочерним». При децентрализованном управлении каждый аппарат принимает решение об управлении индивидуально на основе информации о движении ближайших соседей. Этот подход к управлению больше подходит для роя спутников, принимая во внимание ограничения по количеству связей с другими аппаратами.

В литературе о движении в рое рассматриваются так называемые «агенты» – независимые и автономные контролируемые единицы, в нашем случае – спутники. В большинстве работ по мультиагентным системам модель управления состоит из четырех правил: притяжение, выравнивание, предотвращение столкновений и достижение цели. В работе [8] рассматривается управление на основе линейно-квадратичного регулятора с использованием этих правил для управления роем спутников, проводится сравнение затраченных характеристических скоростей при использовании централизованного и децентрализованного управления для различных параметров миссии. Для большого количества спутников было показано уменьшение вычислительной сложности при использовании двухуровневой системы (комбинация централизованной и децентрализованной стратегий). В работе [9] основное внимание уделяется изучению децентрализованного подхода с использованием метода потенциалов для управления на основе тех же правил, что и в вышеупомянутой работе. Было представлено исследование управляемого движения группы аппаратов с учетом коммуникационных ограничений для достижения различных целей, однако в этой статье динамика относительного движения спутников не рассматривается.

Для построения роя можно осуществлять управление с помощью двигателей малой тяги, но для наноспутников на низкой околоземной орбите управление на основе аэродинамической силы сопротивления является более

выгодным, поскольку оно не требует затрат топлива. Однако для приложения требуемой разности сил необходимо постоянно управлять ориентацией спутников относительно набегающего потока, чего можно достичь с использованием, например, маховичной системы управления ориентации. Метод управления, основанный на аэродинамической силе сопротивления, был впервые предложен в 1980-х годах Леонардом [10] в предположении дискретного изменения эффективного сечения спутников, летящих в группе. Он разработал алгоритм управления на основе пропорционально-дифференцирующего регулятора. Во многих работах используют различные алгоритмы управления с использованием дифференциального аэродинамического сопротивления: ПИД-регулятор [11], ляпуновское управление [12,13], скользящее управление [14], оптимальное управление [15] и т.д. Однако почти все работы рассматривают только два спутника в формации с централизованным управлением. Лишь несколько работ посвящены управлению несколькими аппаратами с помощью силы аэродинамического сопротивления. В статье [16] предложены циклические и оптимальные стратегии управления формацией, состоящей из более чем двух спутников. Стабильность и эффективность поддержания формации с учетом возможных столкновений изучается в [17]. В работе [18] рассматривается централизованное управление четырьмя аппаратами с помощью скользящего управления. В упомянутых выше работах не рассматриваются коммуникационные ограничения и не применяется децентрализованное управление.

Одной из наиболее критических задач при управлении роем является предотвращение столкновений между спутниками, которые движутся по произвольным траекториям. Алгоритмы избегания столкновений обычно направлены на уменьшение вероятности опасных встреч спутников. Так, в работе [19] разработан алгоритм расчета необходимого маневра в случае прогнозируемого близкого пролета, который минимизирует вероятность столкновения и характеристическую скорость. В статье [20] предлагается алгоритм оптимизации, который минимизирует расход топлива и одновременно максимизирует относительное расстояние между спутниками. Другим распространенным подходом к предотвращению столкновений является метод потенциалов, рассмотренный, например, в [21]. Спутник образует вокруг себя потенциальное поле в форме сферы. Согласно алгоритму управления, если в эту сферу попадает другой спутник, на него начинает действовать отталкивающая сила, направленная по радиус-вектору от одного спутника ко второму. В работе [22] разработан алгоритм для реконфигурации группы спутников, основанный на децентрализованном управлении. Если спутники попадают в запрещенную сферическую зону одного из аппаратов во время реконфигурации, то на спутники воздействует заданный импульс отталкивания, направленный вдоль радиус-вектора. Такой импульс применяется до тех пор, пока спутник находится в запрещенной зоне. Такое управление не является оптимальным и приводит к чрезмерному потреблению топлива, но доказано, что оно эффективно предотвращает столкновения при реконфигурации. В настоящей работе используется аналогичный

подход для предотвращения столкновений, однако рассматривается аэродинамическая сила сопротивления, воздействующая на спутник только в направлении касательной к орбите.

Цель настоящей работы заключается в разработке и изучении простого для реализации децентрализованного алгоритма управления роем спутников после их отделения от ракеты-носителя для устранения относительного дрейфа с учетом коммуникационных ограничений и особенностей управления. Для моделирования коммуникационных ограничений рассматривается сфера относительно каждого спутника, внутри которой движение соседних аппаратов известно. Для устранения относительного дрейфа применяется аэродинамическая сила сопротивления.

Работа состоит из введения, трех частей и заключения. В первой части сформулирована постановка задачи, описывается используемая система координат и модель движения спутников с учетом децентрализованного кусочно-постоянного управления. Во второй части представлен ряд правил реализации децентрализованного управления с учетом коммуникационных ограничений, а также подход к управлению для предотвращения столкновений. В третьей части проводится численное исследование применения предложенных правил управления для формирования роя спутников, изучается зависимость вероятности разделения роя на отдельные части при различных параметрах моделирования. Также проводится исследование работы предложенных алгоритмов при действии возмущений со стороны второй гармоники разложения гравитационного потенциала Земли и неточности знания атмосферы.

1. Постановка задачи

Рассматривается задача построения роя спутников после их отделения от носителя, которая заключается в достижении замкнутых относительных траекторий. Предполагается, что у каждого спутника есть своя коммуникационная область в виде сферы (рис. 1). Когда один из соседних спутников попадает в такую область, аппарату становится известно его относительное движение, которое может быть получено либо с помощью линии межспутниковой связи, либо с использованием бортовых датчиков определения относительного расстояния (дальномеры, оптические сенсоры и т.д.).

В начальный момент времени спутники двигаются в соответствии с заданными условиями отделения. Поскольку отделение спутников осуществляется с помощью некоторой пусковой системы (как правило, на основе специальных выталкивающих пружин), которая имеет ошибки исполнения, то это приведет к постепенному разрушению роя спутников при отсутствии управления. Предполагается, что рой находится на низкой околоземной орбите и спутники имеют возможность управляться с помощью аэродинамической силы сопротивления. Это достигается путем поворота спутника относительно набегающего потока с помощью маховичной системы ориентации. Рассматриваются спутники с форм-

фактором типа $3U$, которые имеют отношение максимальной к минимальной площади сечения, равное 3.

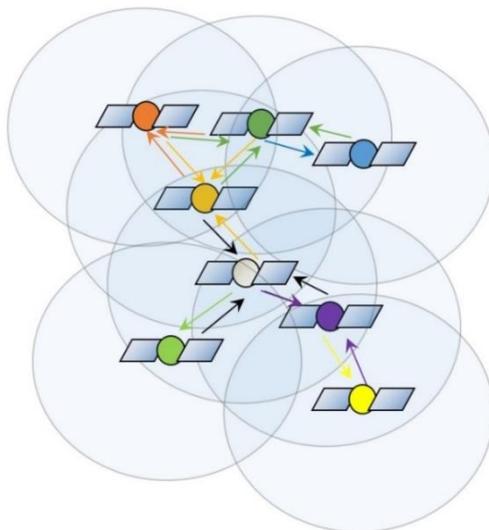


Рис. 1. Рой спутников с коммуникационными областями и связями

Основной целью работы является разработка такого децентрализованного управления спутниками, которое приводит относительный дрейф к нулю для всех аппаратов в группе, произвольно двигающихся в начальный момент времени после отделения от ракеты-носителя. Исследуется возможность построения роя с помощью кусочно-постоянного управления в зависимости от начальных условий и коммуникационных ограничений. Рассматривается влияние этих параметров на целостность роя при реализации управления с помощью аэродинамической силы.

1.1 Уравнения относительного движения

Рассмотрим рой спутников, движущихся по близким околокруговым орбитам. Для описания траекторий спутников удобно пользоваться уравнениями движения, записанными в относительных координатах. Общий вид уравнений относительного движения двух любых спутников из роя достаточно сложен для аналитического рассмотрения, поэтому на первом этапе работы используется линейная модель движения, описываемая системой уравнений Хилла–Клохесси–Уилтшира [22,23]. Модель описывает относительное движение двух произвольно выбранных спутников из роя, летящих по близким околокруговым орбитам в центральном поле тяготения Земли. В этой модели используется опорная система координат, ее начало (опорная точка O) движется по круговой орбите радиуса r_0 с орбитальной угловой скоростью $\omega = \sqrt{\mu/r_0^3}$, где μ – гравитационный параметр Земли. Ось Oz направлена от центра Земли, ось Oy направлена по нормали к плоскости орбиты, ось Ox дополняет тройку до правой (рис.2).

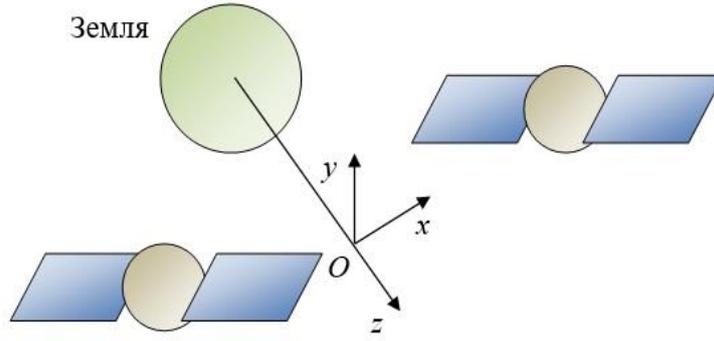


Рис. 2. Система координат, связанная с опорной точкой O , движущейся по круговой орбите

Пусть $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$, $\mathbf{r}_j = (x_j, y_j, z_j)$ – координаты i -го и j -го спутников в опорной системе координат, $i \neq j$, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$, где N – количество аппаратов в рое. Тогда для координат $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i = (x_{ij}, y_{ij}, z_{ij})$ вектора относительного положения спутников можно записать следующую систему уравнений движения:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{ij} + 2\omega\dot{z}_{ij} = 0, \\ \ddot{y}_{ij} + \omega^2 y_{ij} = 0, \\ \ddot{z}_{ij} - 2\omega\dot{x}_{ij} - 3\omega^2 z_{ij} = 0. \end{cases}$$

Решение системы имеет вид

$$\begin{cases} x_{ij}(t) = -3C_1^{ij}\omega t + 2C_2^{ij}\cos(\omega t) - 2C_3^{ij}\sin(\omega t) + C_4^{ij}, \\ y_{ij}(t) = C_5^{ij}\sin(\omega t) + C_6^{ij}\cos(\omega t), \\ z_{ij}(t) = 2C_1^{ij} + C_2^{ij}\sin(\omega t) + C_3^{ij}\cos(\omega t), \end{cases} \quad (1)$$

где $C_1^{ij} - C_6^{ij}$ – константы, которые зависят от начальных условий следующим образом:

$$\begin{aligned} C_1^{ij} &= \frac{\dot{x}_{ij}(0)}{\omega} + 2z_{ij}(0), C_2^{ij} = \frac{\dot{z}_{ij}(0)}{\omega}, C_3^{ij} = -3z_{ij}(0) - \frac{2\dot{x}_{ij}(0)}{\omega}, \\ C_4^{ij} &= x_{ij}(0) - \frac{2\dot{z}_{ij}(0)}{\omega}, C_5^{ij} = \frac{\dot{y}_{ij}(0)}{\omega}, C_6^{ij} = y_{ij}(0). \end{aligned}$$

Слагаемое, отвечающее за дрейф, это $-3C_1^{ij}\omega t$. Относительная траектория двух спутников замкнута тогда и только тогда, когда $C_1^{ij} = 0$. Однако на практике такие идеальные начальные условия задать невозможно, а в случае действия возмущений и нелинейных эффектов всегда наблюдается относительный дрейф аппаратов. Поэтому для формирования группового полета необходимо управлять спутниками как минимум для устранения дрейфа.

В случае роя спутников необходимо рассматривать попарное относительное движение между всеми аппаратами. Для ограниченных относительных траекторий всех спутников в рое все дрейфы должны сводиться к нулю. Таким образом, проблема формирования роя после запуска заключается в устранении всех относительных дрейфов.

1.2 Управляемое движение

Рассмотрим применение аэродинамической силы сопротивления для управления роем. Поскольку сила сопротивления направлена против вектора скорости спутника, а рой движется по низкой околокруговой орбите, предполагается, что сила сопротивления параллельна оси Ox . Модель аэродинамической силы f_i , действующей на i -й спутник, может быть представлена в следующем виде:

$$f_i = -\frac{1}{2}C_a\rho V^2\Delta S \sin \alpha_i - \frac{1}{2}C_a\rho V^2S_0. \quad (2)$$

Здесь C_a – коэффициент аэродинамического сопротивления, ρ – плотность атмосферы, V – скорость набегающего потока, ΔS – разность между максимальным и минимальным значением площади поперечного сечения спутника, S_0 – минимальное значение площади поперечного сечения спутника, $\alpha_i \in [0; \pi/2]$ представляет собой угол между направлением набегающего потока воздуха и продольной осью спутника, который считается осесимметричным. Предполагается, что аппараты в рое одинаковые, поэтому и значения ΔS , S_0 , C_a для всех спутников одинаковы. Предполагается также, что скорость набегающего потока для всех аппаратов равна орбитальной скорости $V = \sqrt{\mu/r_0}$, при этом пренебрегается вклад от скорости атмосферы, возникающей за счет вращения Земли. Также предполагается, что спутники оснащены системой управления ориентацией, что позволяет им изменять угол α и, тем самым, задавать значение аэродинамической силы.

Разница между аэродинамическими силами, действующими на i -й и j -й спутники, учитывая, что второе слагаемое одинаковое для всех спутников, записывается следующим образом:

$$f_{ij} = f_j - f_i = -\frac{1}{2}C_a\rho V^2\Delta S (\sin \alpha_j - \sin \alpha_i).$$

В соответствии с моделью аэродинамического сопротивления значение силы ограничено, а максимальное значение вычисляется так:

$$\max |f_{ij}| = \frac{1}{2}C_a\rho V^2\Delta S.$$

Рассмотрим управляемое движение роя спутников. Поскольку управление реализовано с использованием аэродинамической силы, вектор ускорения $\mathbf{u}_{ij} = \mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i = (u_x^{ij}, u_y^{ij}, u_z^{ij})$ имеет ненулевую компоненту только по оси Ox , т.е.

$u_y^{ij} = u_z^{ij} = 0$. Введем обозначение $u_{ij} = u_x^{ij} = f_{ij} / m$, где m – масса спутника. Тогда уравнения относительного движения i -го относительно j -го аппарата следующие:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{ij} + 2\omega\dot{z}_{ij} = u_{ij}, \\ \ddot{y}_{ij} + \omega^2 y_{ij} = 0, \\ \ddot{z}_{ij} - 2\omega\dot{x}_{ij} - 3\omega^2 z_{ij} = 0. \end{cases}$$

Предположим, что в течение заданного интервала времени ΔT величина управления является постоянной. Это означает, что за время ΔT ориентации i -го и j -го спутников не меняются. Тогда решение такой системы имеет вид

$$\begin{cases} x(t) = -3C_1^{ij}\omega t + 2C_2^{ij}\cos(\omega t) - 2C_3^{ij}\sin(\omega t) + C_4^{ij} + \frac{4u_{ij}}{\omega^2} - \frac{3t^2 u_{ij}}{2}, \\ y(t) = C_5^{ij}\sin(\omega t) + C_6^{ij}\cos(\omega t), \\ z(t) = 2C_1^{ij} + C_2^{ij}\sin(\omega t) + C_3^{ij}\cos(\omega t) + \frac{2tu_{ij}}{\omega}. \end{cases} \quad (3)$$

Аэродинамическая сила сопротивления не влияет на движение по оси Oy , оно определяется только начальными условиями после запуска. Однако движение по оси Ox является ограниченным согласно уравнениям движения (3) и для задачи формирования роя не имеет значения. Поэтому в работе рассмотрено плоское движение спутников в плоскости Oxz .

Для устранения относительного дрейфа, который пропорционален постоянной C_1^{ij} , необходимо достичь следующего соотношения между начальными условиями:

$$\frac{\dot{x}_{ij}(0)}{\omega} = -2z_{ij}(0). \quad (4)$$

Предположим, что изначально равенство не выполняется. Найдем такое постоянное управление u_{ij} на некотором интервале времени, чтобы к моменту ΔT после начала управляемого движения выполнялось требуемое равенство для $x_{ij}(\Delta T)$ и $z_{ij}(\Delta T)$:

$$\frac{\dot{x}_{ij}(\Delta T)}{\omega} = -2z_{ij}(\Delta T). \quad (5)$$

Подставляя (3) в (5), получаем следующее значение для управления:

$$u_{ij} = \frac{-\omega C_1^{ij}}{\Delta T} = \frac{-\omega}{\Delta T} \left(\frac{\dot{x}_{ij}(0)}{\omega} + 2z_{ij}(0) \right). \quad (6)$$

Таким образом, в случае двух i -го и j -го спутников постоянное управление (6) приводит к замкнутой относительной траектории. Однако в случае, если вычисленное управление u_{ij} больше, чем максимальное значение дифференциаль-

ного ускорения u_{\max} , необходимо увеличить временной интервал ΔT или применить u_{\max} в течение нескольких временных интервалов ΔT до тех пор, пока не станет $C_1^{ij} = 0$ после применения управления.

1.3 Децентрализованное управление

Централизованное управление подразумевает наличие головного аппарата в группе спутников, его движение отслеживается остальными спутниками, которые управляются для достижения требуемой относительной траектории, или же головной аппарат отправляет управляющие команды другим спутникам. Напротив, децентрализованный подход означает, что каждый спутник управляется индивидуально и независимо на основе информации об относительном движении других спутников, при этом расчетное управление, применяемое к другим спутникам, может быть неизвестно.

Так как при децентрализованном подходе каждый спутник управляется независимо, то i -ый спутник может только частично реализовать расчетное значение $u_{ij} = u_j - u_i$. Значение u_j считается неизвестным для i -го спутника, тогда его можно рассматривать как возмущение в управлении для i -го спутника. Согласно модели аэродинамического сопротивления $u_i \in [0; -u_{\max}]$, где $u_{\max} > 0$ – абсолютное максимальное значение ускорения. Т.е. аэродинамическая сила сопротивления, действующая на конкретный спутник, может иметь только отрицательное значение или нуль. Таким образом, для этого u_i можно получить следующий децентрализованный закон управления:

$$u_i = \begin{cases} -u_{\max}, & \text{if } u_{ij} > u_{\max}, \\ -u_{ij}, & \text{if } 0 < u_{ij} < u_{\max}, \\ 0, & \text{if } u_{ij} < 0. \end{cases} \quad (7)$$

В случае только двух – i -го и j -го спутников, которые работают по закону управления (7), выполняется $u_{ji} = -u_{ij}$. Если $u_{ij} < 0$, то значение u_j , полученное из (7), обеспечивает расчетное управление согласно (6) и относительный дрейф устраняется. Однако в случае, когда необходимо достигнуть $C_1^{ij} = 0$ для всех спутников в рое, требуется разработать способы реализации управления (6), так как существует неоднозначность в выборе пар спутников в рое, для которых устраняется дрейф. Эти пары должны выбираться согласно таким правилам, которые в итоге приведут к устранению всех относительных дрейфов. Можно также предложить такое выравнивание дрейфа каждого конкретного спутника не с дрейфом какого-то другого аппарата, а с некоторым средним значением дрейфов среди аппаратов внутри коммуникационной сферы. Принимая во внимание коммуникационные ограничения, займемся разработкой нескольких правил для управления роем.

2. Правила для управления роем

Рассмотрим набор возможных правил управления для устранения относительного дрейфа между всеми спутниками в рое. Постоянное в течение временного интервала ΔT управление (6) применяется к спутникам. Однако главная трудность реализации заключается в том, как выбрать конкретный спутник внутри коммуникационной сферы, с которым должен быть устранен относительный дрейф. Существует множество способов этого выбора, но в настоящей работе рассматриваются три правила управления, которые позволяют сформировать рой после запуска. Предполагается, что ко всем спутникам прикладывается управление, которое реализуется в соответствии с одним и тем же правилом.

Рассмотрим ограничение на максимальное количество спутников N_{links} , относительное движение которых может быть определено согласно ограничениям системы определения движения и/или возможностям канала связи. Пусть количество спутников внутри коммуникационной сферы равно N_{inside} . В случае, когда количество спутников внутри сферы N_{inside} больше, чем максимальное количество спутников N_{links} , относительное движение которых может быть определено, рассматриваются только аппараты, входящие в N_{links} . Среди спутников, входящих в коммуникационную сферу N_{inside} , будем включать в число аппаратов N_{links} те, что находятся ближе к спутнику, относительно которого рассматривается коммуникационная сфера. Таким образом, число спутников, движение которых считается известным внутри коммуникационной сферы, N_{comm} определяется следующим образом:

$$N_{comm} = \begin{cases} N_{inside}, & \text{если } N_{inside} < N_{links}, \\ N_{links}, & \text{если } N_{inside} \geq N_{links}. \end{cases}$$

2.1 Устранение дрейфа с наиболее удаленным спутником

Самой важной особенностью роя является его целостность. Чтобы достичь этого, спутники не должны выходить за пределы коммуникационных сфер друг друга на длительное время. Если коммуникационные сферы одной части роя не пересекаются со сферами другой части на некотором интервале времени, может произойти разделение роя на независимые подгруппы. Чтобы предотвратить такой исход, рассмотрим правило, согласно которому каждый спутник пытается устранить относительный дрейф с самым удаленным от него аппаратом, который может покинуть коммуникационную сферу и вследствие чего может отделиться от роя.

После выбора наиболее удаленного аппарата среди N_{comm} спутников значение управления $u_{ij}^{\max R}$ (6) для каждого i -го спутника рассчитывается следующим образом:

$$u_{ij}^{\max R} = \frac{-\omega C_1^{iJ}}{\Delta T}, J = \arg\left(\max_j (R_{ij})\right), j \in [1, \dots, N_{comm}], j \neq i, R_{ij} \leq R_{comm}.$$

Здесь R_{comm} – радиус коммуникационной сферы, R_{ij} – расстояние между i -ым и j -ым спутниками, рассчитанное по формуле

$$R_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}.$$

Далее это расчетное управление реализуется согласно децентрализованной схеме (7) для каждого i -го спутника. Вследствие того, что дрейф выравнивается с самым удаленным из аппаратов из числа N_{comm} спутников, а в процессе движения расстояния изменяются, то на соседних интервалах времени ΔT управление будет переключаться на другие аппараты, самые удаленные на момент начала интервалов. Таким образом, в результате переключений на выравнивание дрейфов с разными аппаратами можно ожидать, что в среднем относительные дрейфы между всеми спутниками в рое будут устраняться.

2.2 Устранение среднего дрейфа

Так как внутри коммуникационной сферы могут находиться несколько спутников, то можно выравнивать дрейф не с конкретным аппаратом, а рассмотреть некоторый средний дрейф среди аппаратов из числа N_{comm} и стремиться с помощью управления (6) устранить его. Такое правило для управления будет работать, если каждый из аппаратов будет выравнивать дрейф со средним значением внутри своей коммуникационной сферы. Для i -го спутника с числом аппаратов N_{comm} , относительное движение которых известно, средний дрейф \bar{C}_1^i определяется следующим образом:

$$\bar{C}_1^i = \sum_{j=1}^{N_{comm}} C_1^{ij} / N_{comm}.$$

Соответствующее управление, применяемое к спутнику внутри интервала ΔT , согласно (6) имеет вид

$$u_i^{\bar{C}_1} = \frac{-\omega \bar{C}_1^i}{\Delta T}. \quad (8)$$

Для этого расчетного управления $u_i^{\bar{C}_1}$ нельзя определить конкретный j -ый спутник, так как выравнивание дрейфа производится с некоторым виртуальным средним дрейфом. Так как аппараты в процессе движения будут входить в число N_{comm} спутников и выходить из этого числа на соседних интервалах управления ΔT , то и при расчете среднего дрейфа будут использоваться различные аппараты. Это должно привести к тому, что относительный дрейф всех аппаратов в рое будет стремиться к нулю.

2.3 Устранение максимального дрейфа

Рассмотрим еще один подход по выравниванию относительных дрейфов всех аппаратов в рое. Он заключается в замедлении спутника с максимальным относительным дрейфом из числа N_{comm} для каждого аппарата. Если все спутники нацелены на то, чтобы остановить самый быстро дрейфующий относительно них аппарат, тогда вероятность сохранения целостности роя увеличивается. Итак, значение управления для i -го спутника в данном случае рассчитывается следующим образом:

$$u_{ij}^{\max C_1} = \frac{-\omega C_1^{ij}}{\Delta T}, J = \arg\left(\max_j (C_{ij})\right), j \in [1, \dots, N_{comm}], j \neq i.$$

При устранении дрейфа спутника с максимальным C_1 из числа N_{comm} на соседнем интервале времени ΔT аппараты будут переключаться на другие спутники с максимальным дрейфом на момент начала интервала управления. Таким образом, можно ожидать, что постепенно относительный дрейф выравнивается между всеми спутниками в рое.

2.4 Предотвращение столкновений

Так как спутники в рое летают по случайным относительным траекториям, возможны столкновения между ними. Поэтому необходимо применять управление во избежание столкновений. Рассмотрим некоторую малую окрестность вокруг каждого спутника в виде сферы и будем считать, что если спутник попадает в неё, то вероятность столкновения аппаратов недопустимо высокая. Пусть, если спутник попадает в эту опасную зону, алгоритм управления переключается с режима «формирование роя» на «предотвращение столкновения». Предположим также, что управляющая сила внутри сферы может применяться только вдоль оси Ox , так как рассматривается аэродинамическая сила сопротивления. Согласно уравнениям относительного движения управление u_x вдоль оси Ox влияет на движение в орбитальной плоскости Oxz , а движение вне этой плоскости остается неконтролируемым.

Цель управления для предотвращения столкновения может быть сформулирована следующим образом: спутник должен как можно скорее покинуть опасную зону или, по крайней мере, увеличить относительное расстояние до ближайшего аппарата. Для достижения этой цели разумно использовать максимальный доступный ресурс управления. Рассмотрим следующую схему управления. Предположим, что каждый спутник управляется независимо от других, т.е. управление является децентрализованным. Когда один из спутников попадает в опасную зону, второй спутник может предсказать относительную траекторию первого, используя информацию об относительном векторе состояния и уравнениях относительного движения (1). Столкновение может произойти, когда траектория аппарата при свободном движении пересекает непосредственную окрестность начала координат. Так как аэродинамическая сила может напрямую действовать на изменение координаты x траектории, то управление

должно быть направлено на увеличение расстояния между спутником и прогнозируемой точкой пересечения траектории и оси Ox . Схематично управление для предотвращения столкновения представлено на рис. 3.

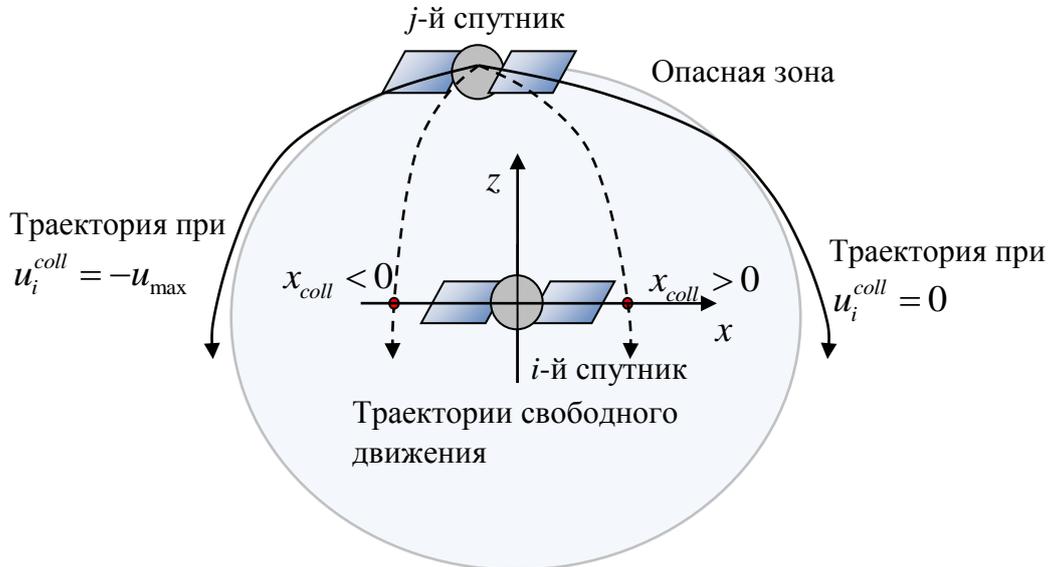


Рис. 3. Схема алгоритма предотвращения столкновений

Аэродинамическая сила сопротивления, приложенная к конкретному спутнику, может иметь только отрицательное значение. Поэтому, если прогнозируемая точка пересечения траектории с осью Ox , которую обозначим как x_{coll} , будет больше нуля, то возможное управление для i -го спутника будет $u_i^{coll} = 0$. Однако в системе координат, связанной с j -м аппаратом, $x_{coll} < 0$, что означает, что к j -му аппарату будет приложено максимально допустимое управление $u_j^{coll} = -u_{max}$. Таким образом, управление для предотвращения столкновений можно записать следующим образом:

$$u_i^{coll} = \begin{cases} 0, & \text{если } x_{coll} \geq 0, \\ -u_{max}, & \text{если } x_{coll} < 0. \end{cases}$$

Это управление работает в течение всего времени, пока аппараты находятся внутри опасной зоны, после выхода из опасной зоны, аппараты переключаются на режим устранения относительных дрейфов согласно одному из описанных выше правил. В случае, если внутри опасной зоны находится больше одного аппарата, то режим предотвращения столкновений работает для ближайшего из спутников внутри сферы.

3. Численное исследование

Рассмотрим применение предложенных правил для управления к задаче формирования роя наноспутников после запуска их с ракеты-носителя. Схема запуска спутников – такая же, что использовалась компанией PlanetLabs в 2017

году для запуска 88-ми 3U-кубсатов – унифицированных спутников в виде прямоугольного параллелепипеда с размерами 10см x 10см x 30см [25]. Кадр из видеозаписи при отделении аппаратов и схема запуска представлены на рис. 4. Предполагается, что спутники отделяются от ракеты-носителя в направлении оси Ox один за другим с временным интервалом Δt между аппаратами. Скорость отделения V_e одинакова для всех кубсатов, но из-за неточности системы запуска имеются ошибки в скоростях отделения. Таким образом, рассматривается следующий вектор начальной скорости \mathbf{V}_0 в орбитальной системе отсчета:

$$\mathbf{V}_0 = \begin{bmatrix} V_e + \delta V \\ \delta V \\ \delta V \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Здесь δV – ошибка в скорости отделения, которая моделируется как нормально распределенная случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_{\delta V}^2$.

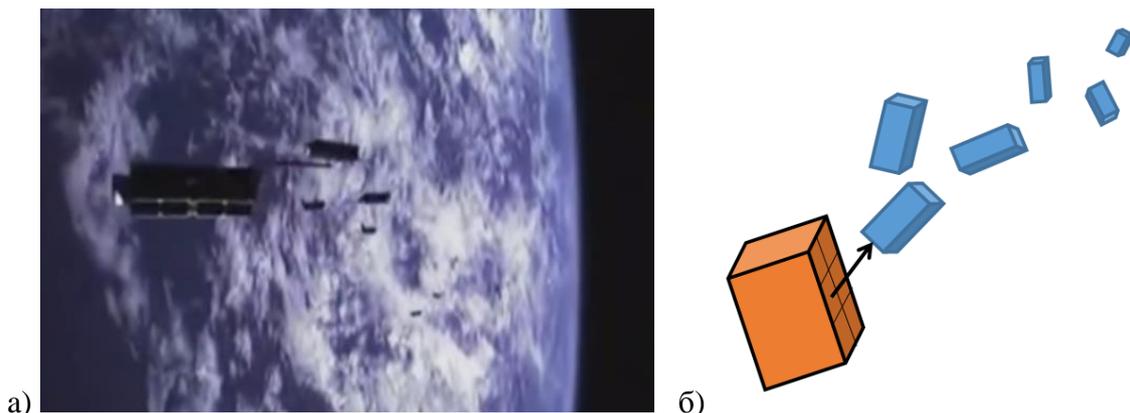


Рис. 4. Снимок экрана видеоролика запуска PlanetLabs 3U-кубсатов [25] (а) и схема запуска (б)

Все параметры, используемые для моделирования управляемого движения роя кубсатов, представлены в табл. 1. На начальном этапе исследования предполагается, что плотность атмосферы на траектории движения постоянна, её значение выбирается в соответствии со средней плотностью атмосферы на орбите высотой 340 км в соответствии с моделью ГОСТ [26].

Таблица 1

Параметры моделирования	
<i>Основные параметры роя</i>	
Число спутников в рое, N	20
Радиус коммуникационной сферы, R_{comm}	500 м
Максимальное количество спутников, движение которых известно, N_{links}	10
Радиус опасной зоны, R_{coll}	10 м
Интервал времени между изменением величины управления, ΔT	150 с
<i>Параметры отделения</i>	
Интервал времени между отделениями, Δt	10 с
Скорость отделения, V_e	0.5 м/с
Ошибка в скорости отделения, $\sigma_{\delta v}$	0.015 м/с
<i>Параметры кубсатов</i>	
Масса спутника, m	3 кг
Разница между максимальной и минимальной площадью поперечного сечения, ΔS	0.02 м ²
Коэффициент аэродинамического сопротивления, C_a	2
<i>Параметры модели силы аэродинамического сопротивления</i>	
Постоянная плотность атмосферы, ρ	10^{-11} кг/м ³
Высота орбиты, h	340 км
Скорость набегающего потока, $V = \sqrt{\mu / (R_E + h)}$	7.69 км/с
Максимальное управляющее воздействие, u_{max}	$4.1 \cdot 10^{-6}$ м/с ²

3.1 Сравнение правил для управления

Сначала рассмотрим движение роя спутников без управления сразу после запуска. Начальная скорость отделения складывается из постоянной компоненты и нормально распределенной ошибки согласно (9). На рис. 5 представлены траектории движения относительно первого запущенного аппарата. На рис. 5 и последующих рисунках каждый цвет соответствует отдельному спутнику из роя. Так как движение по оси Oy являются неуправляемым и замкнутым согласно уравнениям (1), траектории представлены только в плоскости Oxz . Из рис. 5 видно, что относительные траектории движения спутников при свободном движении являются неограниченными вследствие ненулевых относительных дрейфов, вызванных ошибками в скорости отделения. Таким образом, через некоторое время после запуска спутники разлетаются на значительные относительные расстояния и рой разрушается.

Приложим к рою спутников децентрализованное управление согласно правилу выравнивания среднего дрейфа среди аппаратов из числа N_{comm} внутри коммуникационной сферы. Начальные условия движения возьмем те же самые, что и для свободного движения роя спутников, представленного на рис. 5. Управление начинает действовать сразу после того, как все спутники роя отделились от ракеты-носителя. Значение управления для устранения среднего дрейфа вычисляется согласно формуле (8) периодически в соответствии с временным интервалом $\Delta T = 150$ с. Это управление реализуется с учетом ограничений аэродинамической силы сопротивления согласно (7). На рис. 6 представлены траектории относительного движения, которые, как видно, постепенно становятся замкнутыми, и таким образом формируется рой спутников.

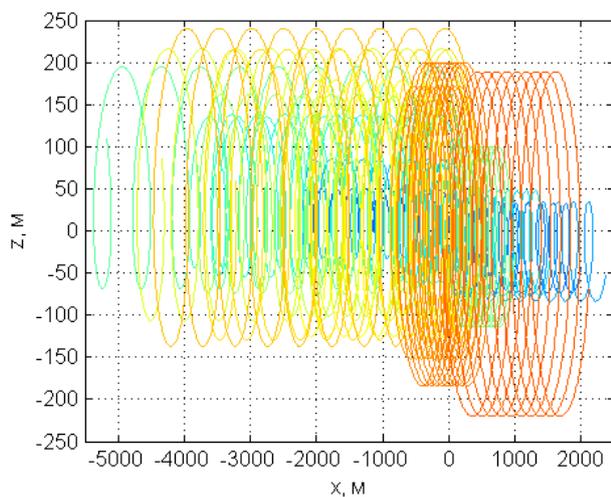


Рис. 5. Неуправляемые относительные траектории движения спутников в рою

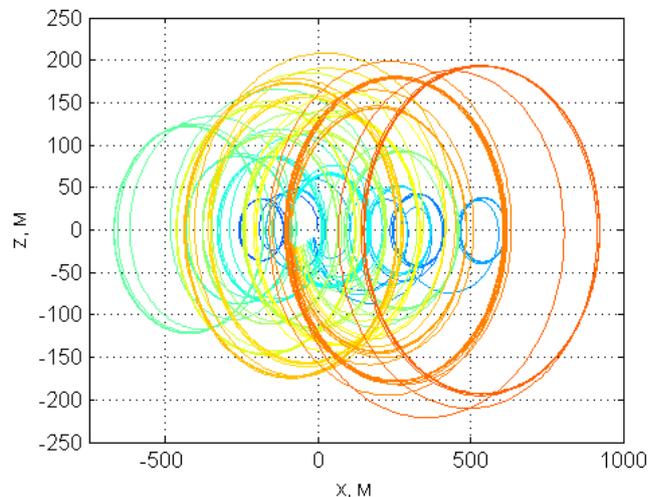


Рис. 6. Относительные траектории движения спутников в рою при управлении согласно правилу выравнивания среднего дрейфа

Изменения величин C_1^{ij} , которые пропорциональны дрейфу, вычисленные относительно первого запущенного аппарата, представлены на рис. 7 для рассматриваемого примера. Относительные дрейфы сходятся к нулю, что ещё раз подтверждает, что относительные траектории спутников в рою становятся ограниченными. Рой сформировался за примерно 5 часов после запуска, однако, как видно из рис. 7, движение спутников в рою остается подверженным управлению для предотвращения столкновений. На рис. 8 представлены относительные расстояния между первым запущенным аппаратом и остальными спутниками в рою. Горизонтальные линии обозначают радиус опасной зоны R_{coll} и размер коммуникационной сферы R_{comm} . Когда расстояние между аппаратами меньше, чем R_{coll} к паре аппаратов прикладывается управление для предотвращения столкновений. Если расстояние между аппаратами больше, чем R_{comm} , то эти спутники не участвуют при расчете управления согласно правилу устранения среднего дрейфа. Число спутников внутри коммуникационной сферы для всех

аппаратов представлено на рис. 9. Горизонтальная линия обозначает предельное число аппаратов N_{links} , относительное движение которых может быть определено. Можно увидеть, что для большого количества аппаратов число спутников внутри коммуникационных сфер больше, чем N_{links} . Это означает, что для них движение только 10 ближайших спутников внутри коммуникационной сферы будет влиять на расчет управления.

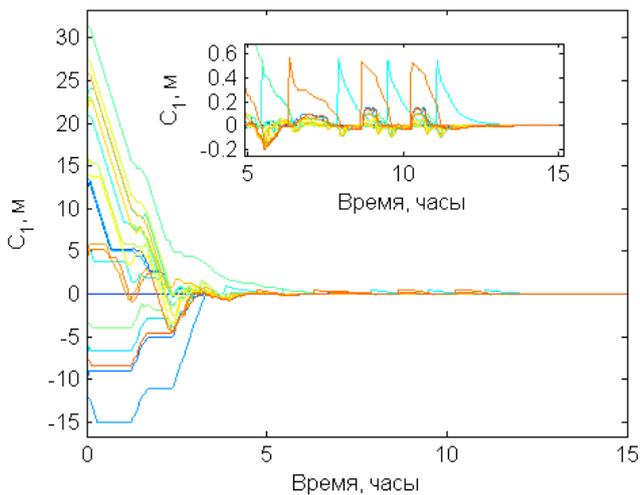


Рис. 7. Значения C_1 , рассчитанные относительно первого запущенного спутника

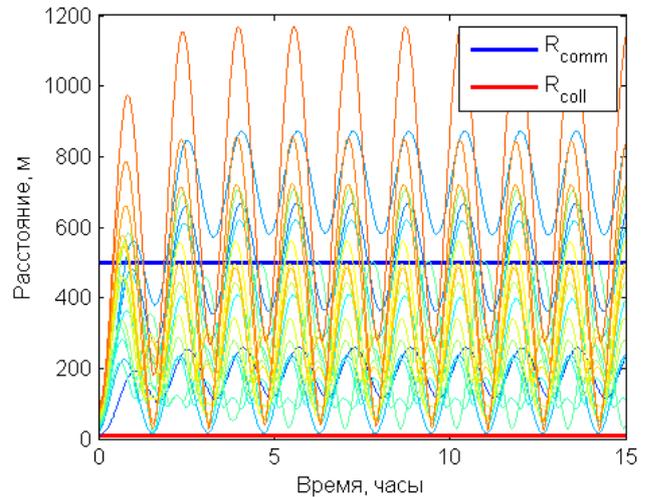


Рис. 8. Расстояния между первым запущенным спутником и остальными аппаратами

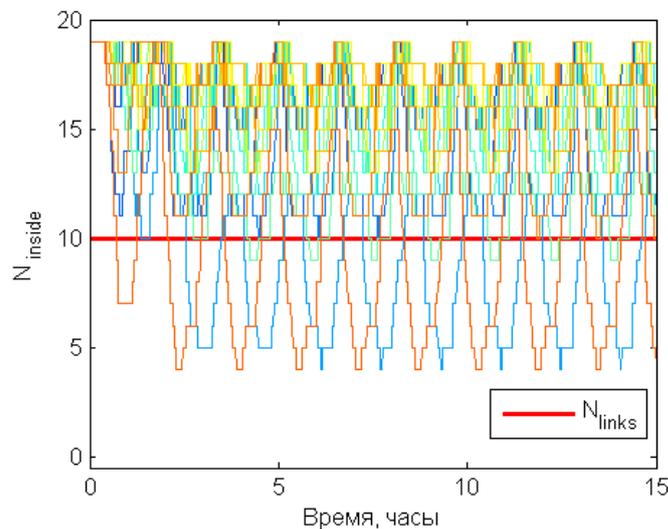


Рис. 9. Число спутников внутри коммуникационных сфер аппаратов

На рис. 10 представлен график приложенного ко всем спутникам в рое управления в зависимости от времени. На первых витках после запуска приложенное управление является максимально возможным почти для всех спутников. Но по мере уменьшения относительных дрейфов величина приложенного управления уменьшается. На рис. 11 представлено управление для предотвращения столкновений. Это управление стремится увеличить расстояние между парами спутников, которые находятся на расстоянии, меньше величины R_{col} ,

что приводит к временному увеличению относительных дрейфов между спутниками. На рис. 11 можно увидеть, что в начале моделирования практически все спутники после запуска находились достаточно близко друг к другу и к ним прикладывалось управление для предотвращения столкновений. Из увеличения на рис. 7 и из рис. 11 видно, что после примерно 5 часов, когда рой уже сформировался, две пары аппаратов периодически попадают в опасную зону, что приводит к увеличению относительных дрейфов для этих аппаратов. После выхода из опасной зоны управление всех спутников роя снова стремится к устранению относительных дрейфов. Так как величина аэродинамического управления ограничена, то для увеличения относительного расстояния при опасном сближении потребовалось несколько витков для этих двух пар аппаратов. Примерно после 11 часов с момента начала моделирования спутники в рое перестали попадать в опасные зоны друг друга и относительный дрейф сошелся к нулю для всех аппаратов.

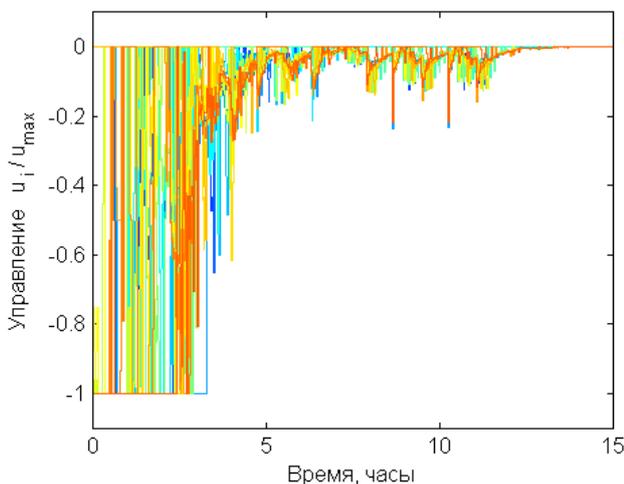


Рис. 10. Расчетное управление для всех спутников в рое согласно правилу для устранения среднего дрейфа

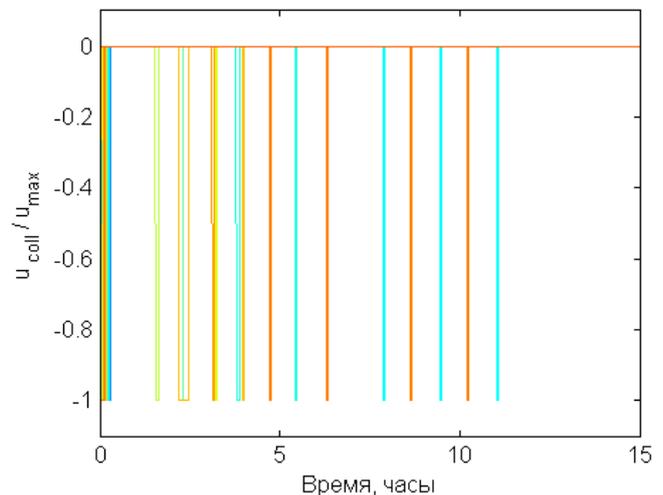


Рис. 11. Управление для предотвращения столкновения

Рассмотренный пример является демонстрацией применения управления на основе правила для устранения среднего относительного дрейфа. Рассмотрим применение правил для устранения дрейфа с самым удаленным спутником и для устранения максимального дрейфа спутника внутри коммуникационной сферы. Пусть начальные условия отделения и остальные параметры из табл.1 останутся теми же, что и для рассмотренного выше примера. На рис. 12 представлены траектории движения относительно первого запущенного аппарата при применении этих двух правил для управления. На рис. 13 представлены графики изменения параметров относительных дрейфов. Можно сравнить рис. 7 и 13, демонстрирующие применение различных правил для управления, и увидеть разницу в сходимости относительных дрейфов к нулю. Применение правила устранения максимального дрейфа среди спутников внутри коммуникационной сферы обеспечивает самую быструю сходимость для рассматриваемого примера. Время, затраченное на формирование роя, составило всего 3.5

часа, что на полчаса меньше, чем при применении правила для устранения дрейфа с наиболее удаленным спутником, и на полтора часа меньше, чем при устранении среднего дрейфа. Также можно увидеть разницу в самих кривых для относительных дрейфов. Кривые на рис. 7, соответствующие устранению среднего дрейфа, более гладкие, чем, например, кривые на рис. 13а, соответствующие устранению дрейфа с наиболее удаленным спутником. Скачки на кривых (рис. 13а) обусловлены переключениями управления между дрейфами самых удаленных спутников на соседних интервалах управления по мере движения аппаратов. Эти переключения также случаются и при применении правила устранения максимального дрейфа, но заметно реже, как видно из рис. 13б.

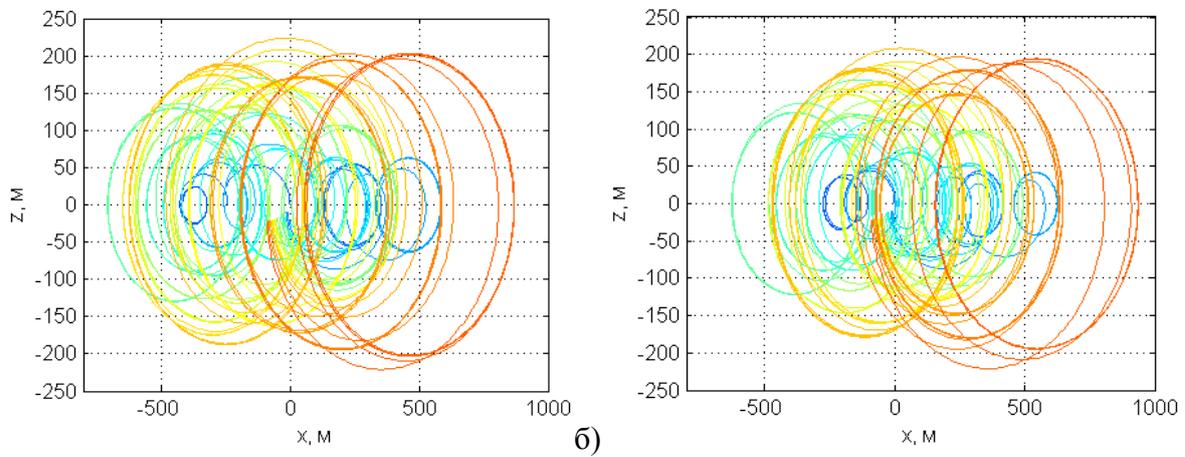


Рис. 12. Относительные траектории движения спутников в рое при управлении согласно правилам устранения дрейфа наиболее удаленного спутника (а) и устранения максимального дрейфа спутника (б)

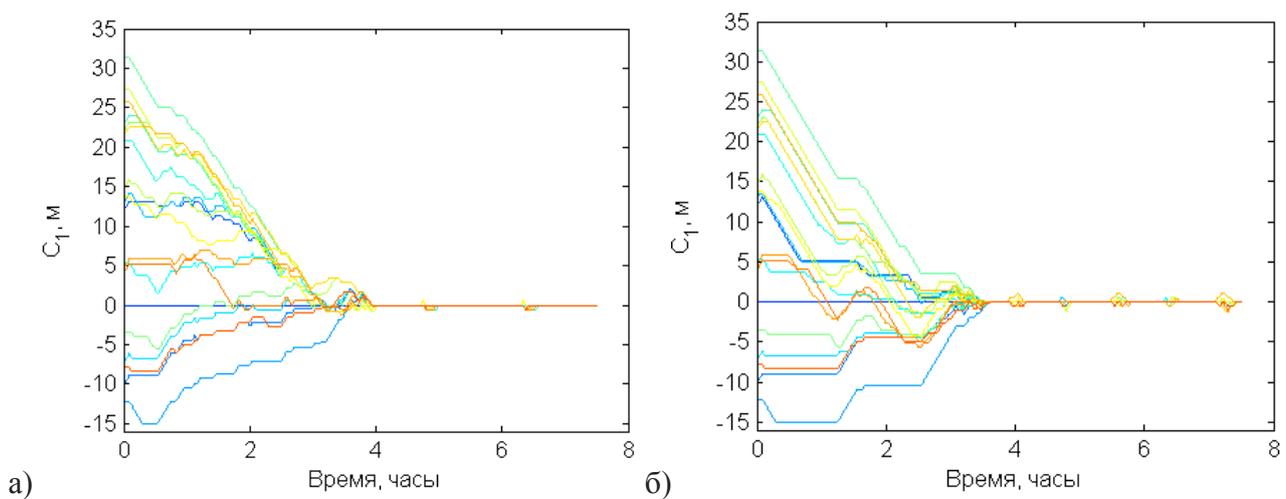


Рис. 13. Параметры C_1 , рассчитанные относительно первого запущенного спутника, при управлении согласно правилам устранения дрейфа наиболее удаленного спутника (а) и устранения максимального дрейфа спутника (б)

3.2 Эффект разделения роя

Рассмотренные выше примеры являются демонстрацией успешного применения предложенных правил для управления в задаче формирования роя спутников. Однако успешность формирования роя зависит от ряда параметров. Рассмотрим пример, когда применение правила для управления роем приводит к разделению роя – образованию нескольких независимых подгрупп спутников.

Пусть все параметры моделирования останутся такими же, как и для предыдущих примеров, кроме случайной составляющей скорости отделения спутников, которая является нормально распределенной, но с тем же среднеквадратическим отклонением $\sigma_{\delta v} = 0.015$ м/с, как и для предыдущего примера. Рассмотрим применение управления на основе правила для устранения среднего дрейфа. На рис. 14 представлены относительные траектории аппаратов, из которого видно, что четыре спутника удаляются от остальных аппаратов роя. На рис. 15 изображены дрейфы аппаратов относительно первого запущенного спутника, четыре из которых не стремятся к нулю. Это происходит вследствие того, что эти аппараты отлетели на достаточно большое расстояние относительно основной группы спутников и не попадают в их коммуникационные сферы, что можно проследить на рис. 16. На рис. 17 продемонстрировано количество аппаратов внутри коммуникационных сфер спутников. Можно увидеть, что три из четырех отделяющихся от роя спутников выровняли между собой относительные дрейфы и стали независимой группой аппаратов.

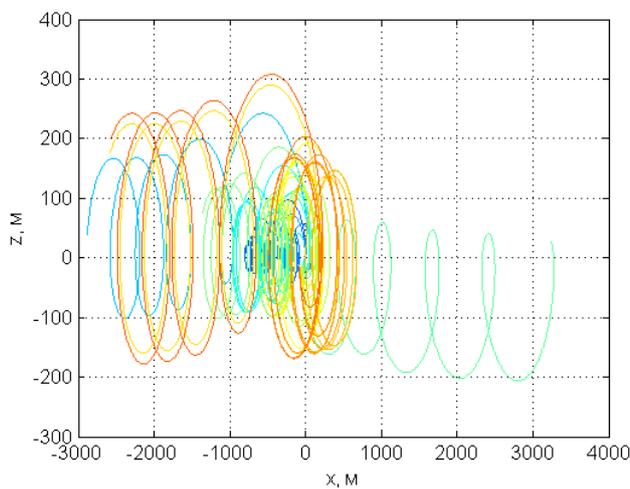


Рис. 14. Относительные траектории движения спутников в случае разделения роя

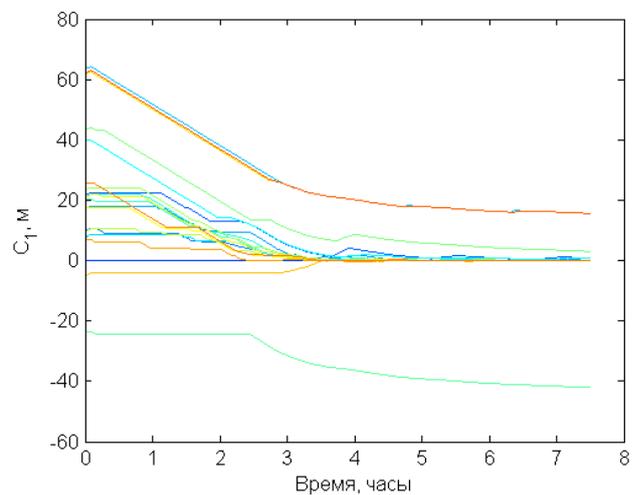


Рис. 15. Параметры C_1 , рассчитанные относительно первого запущенного спутника, при разделении роя

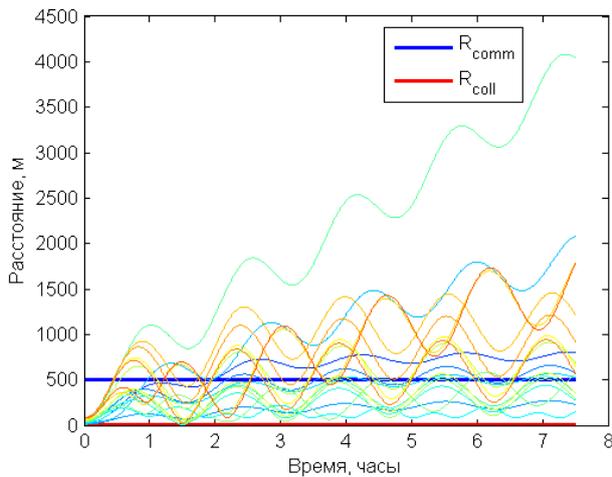


Рис. 16. Расстояния между первым запущенным спутником и остальными аппаратами

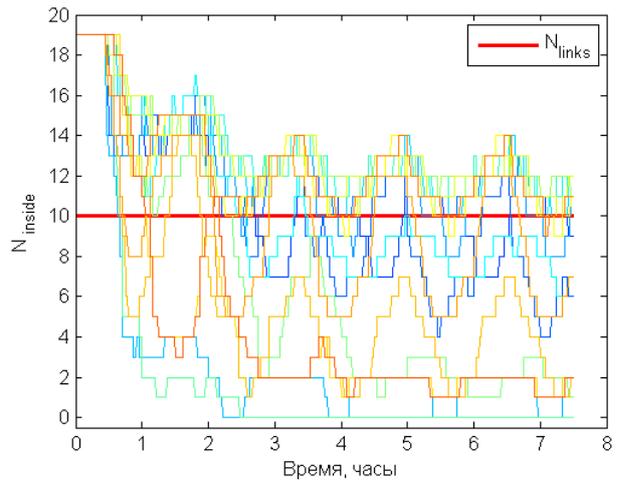


Рис. 17. Число спутников внутри коммуникационных сфер аппаратов

Определенный интерес представляет исследование эффекта разделения роя спутников на подгруппы в зависимости от параметров моделируемого запуска. Так как ошибка в скорости отделения спутников является случайной, то и результат работы алгоритмов по формированию роя спутников тоже будет случайной величиной. Исследуем работу алгоритмов управления с помощью массовых численных расчетов, варьируя ряд параметров моделирования. При фиксированном наборе параметров проведем ряд одинаковых численных экспериментов с различающимися ошибками в скорости отделения, но с одним и тем же нормальным распределением. После каждого эксперимента будем проверять, сошлись ли все относительные дрейфы к нулю. В случае разделения роя вычисляется количество спутников в каждой подгруппе с одинаковыми относительными дрейфами. Обозначим число спутников в самой многочисленной группе как N_{group} . Будем измерять эффект разделения роя на подгруппы с использованием отношения числа самой многочисленной группы к общему числу спутников в рое N_{group} / N . Если $N_{group} / N = 1$, то это означает, что ни один спутник из роя не отделился. Если же это отношение близко к единице, то это соответствует случаю, когда небольшая часть аппаратов покинула рой, но подавляющее большинство осталось в одной группе. В случае роя наноспутников потеря незначительного числа, как правило, недорогостоящих аппаратов может считаться приемлемой для той или иной миссии. Однако, если число аппаратов уменьшается вдвое, это можно рассматривать как значительную деградацию роя.

Исследуем эффект разделения роя в зависимости от размера коммуникационной сферы R_{comm} , числа спутников, движение которых может быть определено N_{links} , а также от значения ошибки скорости при запуске аппаратов $\sigma_{\delta v}$. Для каждого значения параметра было проведено 20 численных экспериментов при применении каждого из трёх правил для управления роем спутников. Зна-

чение N_{group} / N вычислялось для каждого сеанса численного моделирования. Предполагалось, что отношение N_{group} / N является нормально распределенной случайной величиной. На рис. 18 представлены результаты численного исследования при фиксированных параметрах N_{links} и $\sigma_{\delta V}$, но изменяемом значении R_{comm} при применении “трех правил” для управления. В легенде рисунка цветом указаны три правила для управления роем. Результаты представлены в виде диаграммы размаха, на которой 50% результатов находятся внутри прямоугольника, черта в прямоугольнике обозначает математическое ожидание. Выше и ниже черты находятся по 25% результатов, также по 25% приходятся на пунктирные линии выше и ниже прямоугольника. Красные крестики обозначают значения, выходящие за пределы 3σ -отклонения нормально распределенной случайной величины. Из рис. 18 можно заключить, что эффект разделения роя усиливается при уменьшении размера коммуникационной сферы R_{comm} каждого спутника, причем особенного различия в отношении N_{group} / N между тремя правилами для управления не наблюдается. Можно увидеть, что при $R_{comm} = 500$ м и $R_{comm} = 1000$ м характеристика эффекта разделения практически не изменяется, откуда можно заключить, что начиная с некоторого значения R_{comm} эффект разделения начинает в большей степени определяться другими параметрами.

На рис. 19 представлены результаты численного моделирования работы алгоритмов при фиксированных $\sigma_{\delta V}$ и R_{comm} и изменяемом параметре N_{links} – максимальное число аппаратов, движение которых может быть определено внутри коммуникационной сферы. При $N_{links} = 2$ движение только двух ближайших спутников учитывалось при расчете управления. Больше всего эффект разделения роя при малом числе N_{links} сказывается при применении правила устранения дрейфа самого удаленного спутника – в среднем около половины спутников роя разлетаются. Лучше с этим ограничением справляется правило устранения среднего дрейфа, хотя разброс значений N_{group} / N несколько меньше. Управление на основе правила устранения наибольшего дрейфа показало лучший результат. Такое же соотношение между влиянием эффекта разделения при управлении на основе трех правил осталось и при $N_{links} = 5$, хотя значения N_{group} / N значительно сдвинулись в сторону единицы для все трех правил. При $N_{links} = 10$ средние значения N_{group} / N вплотную приблизились к единице для всех трёх правил, что означает, что наблюдается отделение от роя небольшого числа аппаратов.

Рассмотрим теперь влияние случайной составляющей в скорости отделения спутников $\sigma_{\delta V}$ при фиксированных остальных параметрах. Из рис. 20 можно увидеть, что величина $\sigma_{\delta V}$ является очень критичной для задачи формирования роя с помощью аэродинамической силы сопротивления. Вели-

чина $\sigma_{\delta V}$ влияет на начальный разброс относительных дрейфов при запуске спутников, и чем она больше, тем быстрее часть аппаратов может покинуть коммуникационные сферы других спутников даже при воздействии управления, величина которого ограничена. В случае, когда $\sigma_{\delta V} = 0.01$ м/с, любое из трёх правил для управления успешно справляется с задачей формирования роя спутников, $N_{group} / N = 1$ практически для всех численных экспериментов. Однако уже при $\sigma_{\delta V} = 0.03$ м/с ни одно из правил не успевает остановить дрейф до разделения роя на подгруппы, хотя правило устранения максимального дрейфа в среднем более успешно справляется с эффектом разделения. Чем больше $\sigma_{\delta V}$, тем меньше аппаратов остается в наиболее многочисленной группе роя, как можно судить из рис. 20.

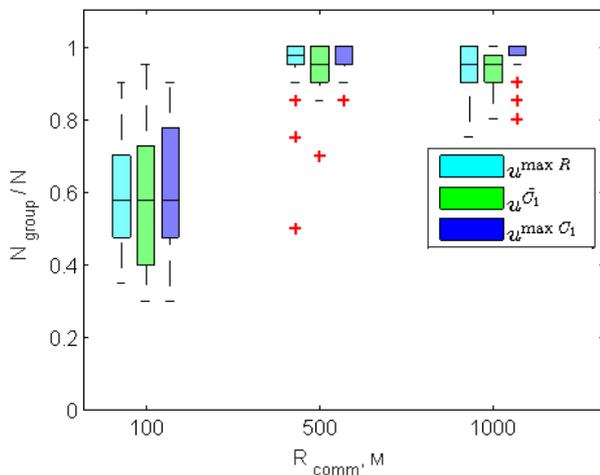


Рис. 18. Зависимость отношения N_{group} / N от R_{comm} при фиксированных $N_{links} = 10$ и $\sigma_{\delta V} = 0.015$ м/с

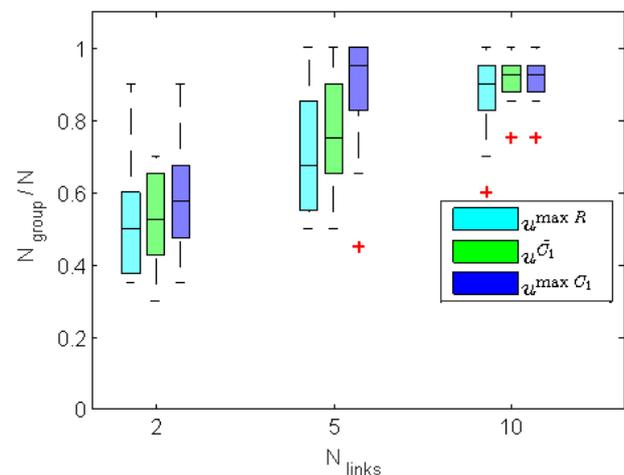


Рис. 19. Зависимость отношения N_{group} / N от N_{links} при фиксированных $R_{comm} = 500$ м и $\sigma_{\delta V} = 0.015$ м/с

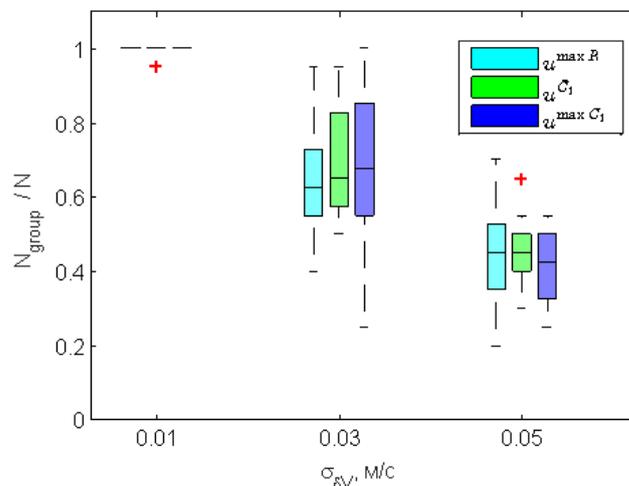


Рис. 20. Зависимость отношения N_{group} / N от $\sigma_{\delta V}$ при фиксированных $R_{comm} = 500$ м и $N_{links} = 10$

3.3 Влияние возмущений и неопределенностей

Линейные уравнения (1) пригодны для описания относительного движения только на коротких интервалах времени, так как они не учитывают возмущений, действующих на спутники. На низких околоземных орбитах основное возмущение вызвано второй гармоникой J_2 разложения гравитационного потенциала Земли. Так как орбиты спутников в рое немного отличаются, это приводит к постепенному разрушению, даже если изначально относительный дрейф был равен нулю.

Рассмотрим уравнения Швайгарта–Сэдвика [27], которые учитывают влияние J_2 на относительное движение аппаратов, летящих в группе по околоземной орбите. Пусть $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$, $\mathbf{r}_j = (x_j, y_j, z_j)$ – координаты условных i -го и j -го спутников в опорной системе координат, $i \neq j$, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$, где N – количество аппаратов в рое. Тогда для координат $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i = (x_{ij}, y_{ij}, z_{ij})$ вектора относительного положения спутников можно записать следующую систему уравнений движения:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{ij} + 2nc\dot{z}_{ij} &= u_{ij}, \\ \ddot{y}_{ij} + q^2 y_{ij} &= 2l_{ij}q_{ij} \cos(qt + \phi_{ij}), \\ \ddot{z}_{ij} - 2nc\dot{x}_{ij} - (5c^2 - 2)n^2 z_{ij} &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Константы в уравнении (10) определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{1 + \frac{3J_2 R_\oplus^2}{8r_0^2} (1 + 3\cos 2i_0)}, \\ q_{ij} &= nc + \frac{3nJ_2 R_\oplus^2}{2r_0^2} \left(\cos^2 i_j - \frac{(\cos i_i - \cos i_j)(\operatorname{ctg} i_i \sin i_j \cos \Delta\Omega_{ij}^0 - \cos i_j)}{\sin^2 \Delta\Omega_{ij}^0 + (\operatorname{ctg} i_i \sin i_i - \cos i_j \cos \Delta\Omega_{ij}^0)^2} \right), \\ l_{ij} &= -\frac{3nJ_2 R_\oplus^2}{2r_0} \frac{(\cos i_i - \cos i_j) \sin i_i \sin i_j \sin \Delta\Omega_{ij}^0}{\sqrt{1 - (\cos i_i \cos i_j + \sin i_i \sin i_j \cos \Delta\Omega_{ij}^0)^2}}, \\ \Delta\Omega_{ij}^0 &= \frac{y_{ij}^0}{r_0 \sin i_0}, \end{aligned}$$

где i_0 , i_i и i_j – это наклонения опорной орбиты, орбиты i -го и j -го спутников соответственно, R_\oplus – радиус Земли, r_0 – радиус опорной орбиты, $y_{ij}^0 = y_{ij}(t_0)$.

Угол ϕ может быть вычислен из следующего уравнения:

$$l_{ij} \sin \phi + q_{ij} y_{ij}^0 \operatorname{ctg} \phi_{ij} = \dot{y}_{ij}^0.$$

Используя уравнения (10) для моделирования относительного движения спутников в рое, применим управление (6), вычисленное на основе модели движения (1). Таким образом оценим, насколько устойчив предложенный подход к формированию роя к неучтенным возмущениям.

Ранее в работе предполагалось, что плотность атмосферы одинакова вдоль орбиты движения роя. Однако в действительности плотность атмосферы может значительно изменяться, и она зависит от освещенности части орбиты Солнцем, от географической широты подспутниковой точки, от индексов геомагнитной и солнечной активности. Используем модель ГОСТ плотности верхней атмосферы [26] при моделировании относительного движения спутников в рое. Но в алгоритме управления будет использоваться прежняя постоянная плотность, тем самым будет имитироваться неопределенность в знании этого параметра аэродинамической силы сопротивления, что приводит к ошибкам управления.

Для демонстрации работы алгоритмов управления возьмем те же параметры моделирования, что и для примера управления с использованием линейной модели, как описано в разделе 3.1. Для расчета плотности по модели ГОСТ необходимо задать момент начала моделирования, уровень солнечной активности F_0 , среднесуточный индекс солнечной активности, планетарные среднесуточные индексы геомагнитной возмущенности и другие параметры модели. Для определенности рассмотрим дату старта $t_0 - 1$ января 2012 года 0 часов 00 минут. Для этой даты известны все эти параметры модели, в частности $F_0 = 125 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м² · Гц), что характеризуется как средний уровень солнечной активности. Наклонение опорной орбиты примем $i = 51.7^\circ$, наклонения всех спутников рассчитываются в соответствии с начальными условиями отделения аппаратов.

На рис. 21 представлены относительные траектории движения роя при управлении согласно правилу устранения среднего дрейфа. Начальные условия были взяты точно такие же, как и для примера, изображенного на рис. 6. Как видно, под действием возмущения со стороны второй гармоники разложения гравитационного потенциала траектории движения после формирования роя не становятся замкнутыми, однако дрейф устраняется. На рис. 22 представлены графики изменения параметров дрейфа C_1 , которые стремятся к нулю, но относительно нуля остаются небольшие колебания, связанные с действием возмущений и неточностью знания плотности атмосферы. На рис. 23 представлен график изменения плотности атмосферы согласно модели ГОСТ, а также обозначено значение постоянной плотности, принятой в алгоритме управления. Видно, что постоянная плотность может отличаться от плотности по ГОСТ до полутора раз. На рис. 24 представлены графики приложенного управления с учетом плотности атмосферы по ГОСТ, из которых видно, что вследствие неточности знания плотности реальная приложенная к спутникам сила аэродинамического сопротивления может превышать максимальное значение u_{\max} , рассчитанное в предположении постоянной плотности.

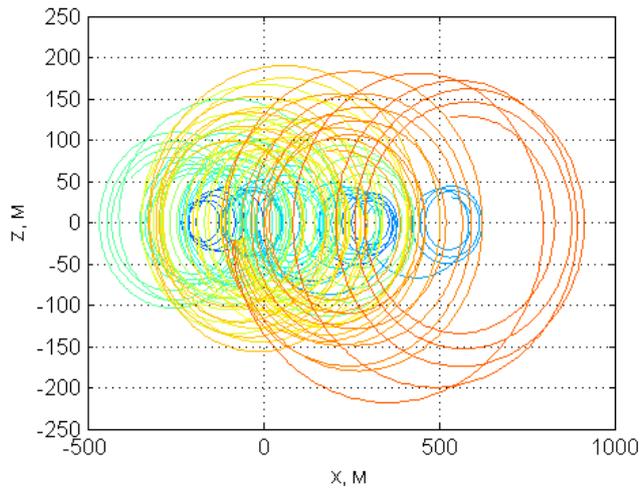


Рис. 21. Относительные траектории движения спутников в рое при управлении согласно правилу выравнивания среднего дрейфа при действии возмущений

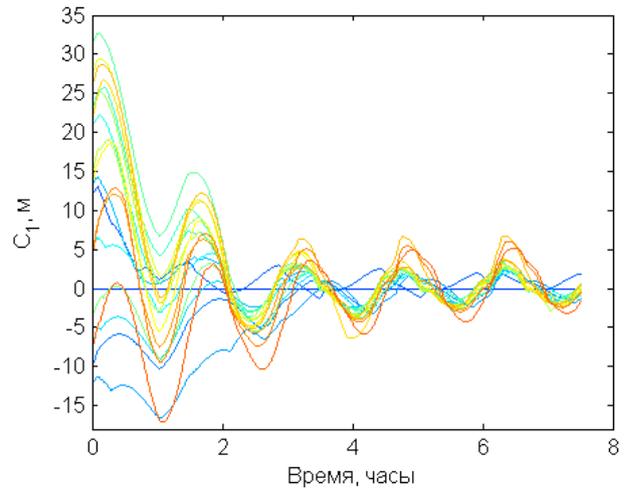


Рис. 22. Значения C_1 , рассчитанные относительно первого запущенного спутника

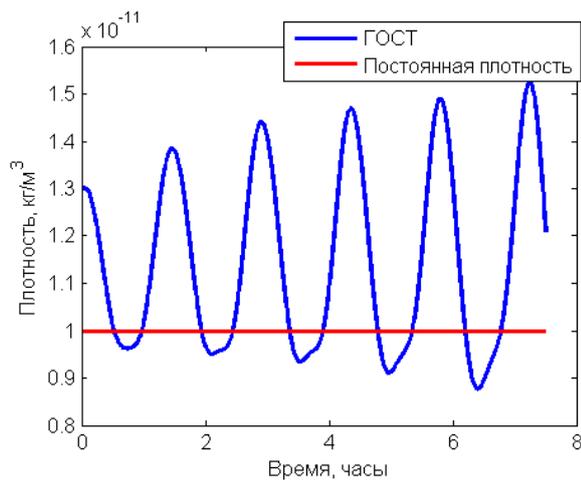


Рис. 23. Плотность атмосферы по ГОСТ и значение постоянной плотности

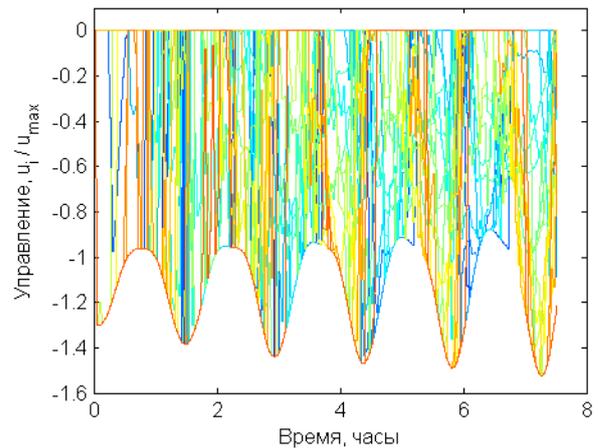


Рис. 24. Значения действующего на спутники управления

Несмотря на действующее возмущение от J_2 и неточность в модели плотности атмосферы, алгоритмы формирования роя на основе предложенных правил успешно справляются с задачей. Отличие заключается только в том, что относительные дрейфы не сводятся к нулю, как при отсутствии возмущений, а начинают колебаться в некоторой его окрестности, как на рис. 22. Причем среднее их значение за виток практически равно нулю. Это означает, что относительного дрейфа не наблюдается.

При рассмотренных параметрах моделирования эффект разделения роя проявляется для трех правил управления практически без изменений по сравнению с тем, что было получено в разделе 3.2 без учета возмущений. Однако при изменении величины постоянной плотности, принимаемой при расчете управления, эффект разделения роя начинает проявляться по-другому. Для демонстрации этого влияния рассмотрим возмущенное движение спутников под

действием управления с одними и теми же начальными условиями отделения, но различными значениями используемой при расчете постоянной плотности ρ_0 . После каждого моделирования движения рассчитаем количество спутников в самой многочисленной подгруппе роя и вычислим отношение N_{group} / N . На рис. 25 представлена зависимость N_{group} / N от принимаемой величины ρ_0 для трех правил управления роем спутников, из которой видно, что ошибка в знании плотности даже на порядок не приводит к разделению роя. Более того, если принимаемая величина будет меньше реальных значений по модели ГОСТ (для рассматриваемого примера это примерно 10^{-11} кг/м³, как видно из рис. 23), то рассчитанное с ошибкой управление все равно приводит к формированию роя. При значениях $\rho_0 = 10^{-9}$ кг/м³, что на два порядка больше, чем реальная плотность, управление недооценивает величину плотности, для устранения относительных дрейфов кубсаты поворачиваются на маленькие углы, этого не хватает для формирования роя, и, таким образом, происходит разделение роя на подгруппы. Эффект разделения меньше всего сказывается при больших ошибках в плотности атмосферы в случае управления согласно правилу устранения максимального дрейфа, как можно увидеть из рис. 25.

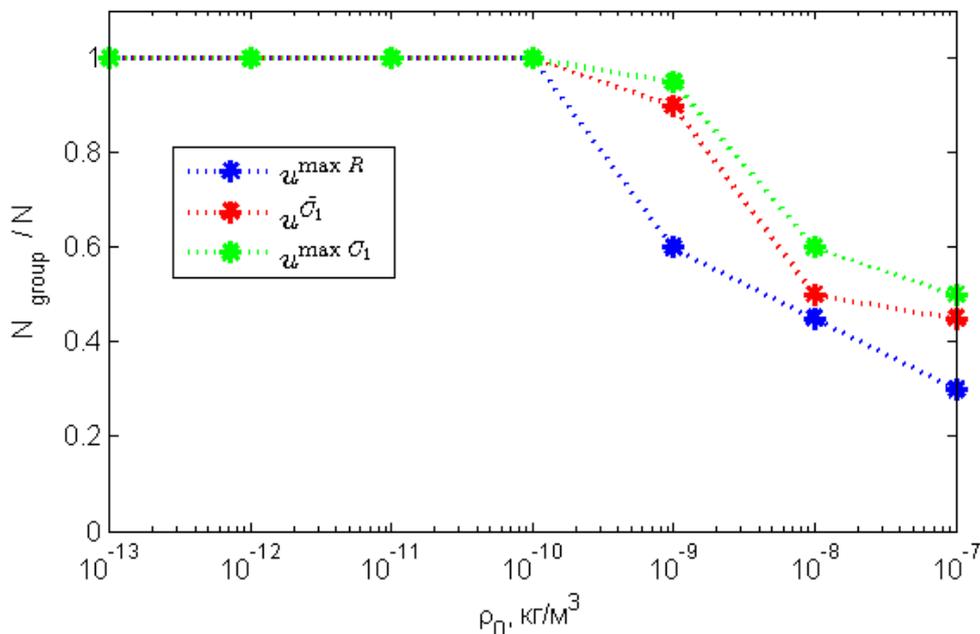


Рис. 25. Зависимость N_{group} / N от принимаемой в управлении величины ρ_0

Заключение

Применение децентрализованного управления на основе аэродинамической силы сопротивления позволяет сформировать рой спутников после отделения. Однако следует принимать во внимание коммуникационные ограничения, возникающие в результате особенностей системы определения относительного движения и межспутниковой связи. Эти ограничения наряду с ошибками в скорости отделения спутников могут приводить к разделению роя на независимые подгруппы спутников. Как показало численное исследование, большая неопределенность в знании плотности атмосферы при расчете управления может также привести к разделению роя.

Список литературы

1. Sabol C., Burns R., McLaughlin C.A. Satellite Formation Flying Design and Evolution // *J. Spacecr. Rockets*. 2001. Vol. 38, № 2. P. 270–278.
2. Smirnov G.V., Ovchinnikov M.Y., Guerman A.D. Use of solar radiation pressure to maintain a spatial satellite formation // *Acta Astronaut.* 2007. Vol. 61, № 7–8. P. 724–728.
3. Izzo D., Pettazzi L. Autonomous and Distributed Motion Planning for Satellite Swarm // *J. Guid. Control. Dyn.* 2007. Vol. 30, № 2. P. 449–459.
4. Ivanov D. et al. Satellite relative motion determination during separation using image processing // *Int. J. Sp. Sci. Eng.* 2014. Vol. 2, № 4. P. 365–379.
5. Persson S. et al. Autonomous Formation Flying for the PRISMA Mission // *J. Spacecr. Rockets*. 2007. Vol. 44, № 3. P. 671–681.
6. Renga A., Grassi M., Tancredi U. Relative navigation in LEO by carrier-phase differential GPS with intersatellite ranging augmentation // *Int. J. Aerosp. Eng.* 2013. Vol. 2013. 11 p.
7. Roth N.H., Risi B., Zee R.E. Flight Results From the Canx-4 and Canx-5 Formation Flying Mission // *Int. Work. Satell. Constellations Form. Flying*, June 19-21, 2017. CO, Boulder, 2017. 17 p.
8. Sabatini M., Reali F., Palmerini G.B. Autonomous behavioral strategy and optimal centralized guidance for on-orbit self assembly // *IEEE Aerosp. Conf. Proceedings*, 7-14 March 2009, Big Sky, MT. 2009. 12 p.
9. Sabatini M., Palmerini G.B., Gasbarri P. Control laws for defective swarming systems // *Adv. Astronaut. Sci.* 2015. Vol. 153. P. 749–768.
10. Leonard C.L. Formation Keeping of Spacecraft via Differential Drag // *Master Thesis*, Massachusetts Inst. Technol. 1986.
11. Kumar B.S., Ng A., Bang-Bang A. Control Approach to Maneuver Spacecraft in a Formation With Differential Drag // *Proc. AIAA Guid. Navig. Control Conf. Exhib. AIAA Pap. No.2008-6469*, Honolulu, Hawaii, August 2008.
12. Pérez D., Bevilacqua R. Lyapunov-Based Adaptive Feedback for Spacecraft

- Planar Relative Maneuvering via Differential Drag // *J. Guid. Control. Dyn.* 2014. Vol. 37, № 5. P. 1678–1684.
13. Pérez D., Bevilacqua R. Differential drag spacecraft rendezvous using an adaptive Lyapunov control strategy // *Acta Astronaut.* 2013. Vol. 83. P. 196–207.
 14. Kumar K.D. et al. Maintenance of Satellite Formations Using Environmental Forces // *Acta Astronaut.* 2014. Vol. 102. P. 341–354.
 15. Dellelce L., Kerschen G. Optimal propellantless rendez-vous using differential drag // *Acta Astronaut.* 2015. Vol. 109. P. 112–123.
 16. Ben-Yaacov O., Gurfil P. Long-Term Cluster Flight of Multiple Satellites Using Differential Drag // *J. Guid. Control. Dyn.* 2013. Vol. 36, № 6. P. 1731–1740.
 17. Ben-Yaacov O., Gurfil P. Orbital elements feedback for cluster keeping using differential drag // *Adv. Astronaut. Sci.* 2015. Vol. 153. P. 769–787.
 18. Varma S., Kumar K.D. Multiple Satellite Formation Flying Using Differential Aerodynamic Drag // *J. Spacecr. Rockets.* 2012. Vol. 49, № 2. P. 325–336.
 19. Slater G.L., Byram S.M., Williams T.W. Collision Avoidance for Satellites in Formation Flight // *J. Guid. Control. Dyn.* 2006. Vol. 29, № 5. P. 1140–1146.
 20. Bombardelli C., Hernando-Ayuso J. Optimal Impulsive Collision Avoidance in Low Earth Orbit // *J. Guid. Control. Dyn.* 2015. Vol. 38, № 2. P. 217–225.
 21. Lee D., Sanyal A.K., Butcher E. a. Asymptotic Tracking Control for Spacecraft Formation Flying with Decentralized Collision Avoidance // *J. Guid. Control. Dyn.* 2015. Vol. 38, № 4. P. 587–600.
 22. Schlanbusch R., Kristiansen R., Nicklasson P.J. Spacecraft formation reconfiguration with collision avoidance // *Automatica.* 2011. Vol. 47, № 7. P. 1443–1449.
 23. Schweighart S.; Sedwick R.J. High-Fidelity Linearized J2 Model for Satellite Formation Flight // *J. Guid. Control. Dyn.* 2002. Vol. 25, № 6. P. 1073–1080.
 24. Hill G.W. Researches in Lunar Theory // *Am. J. Math.* 1878. Vol. 1. P. 5–26.
 25. Foster C. et al. Differential Drag Control Scheme for Large Constellation of Planet Satellites and on-Orbit Results // *Proc. 9th Int. Work. Satell. Constell. Form. Flying, CO, Boulder 19-21 June. 2004.* 18 p.
 26. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полётов искусственных спутников Земли; ГОСТ Р 25645.000-2001.
 27. Schweighart S., Sedwick R.J. High-Fidelity Linearized J2 Model for Satellite Formation Flight // *J. Guid. Control. Dyn.* 2002. Vol. 25, № 6. P. 1073–1080.

Оглавление

Введение	3
1. Постановка задачи.....	6
1.1 Уравнения относительного движения	7
1.2 Управляемое движение.....	9
1.3 Децентрализованное управление.....	11
2. Правила для управления роем.....	12
2.1 Устранение дрейфа с наиболее удаленным спутником	12
2.2 Устранение среднего дрейфа	13
2.3 Устранение максимального дрейфа	14
2.4 Предотвращение столкновений	14
3. Численное исследование	15
3.1 Сравнение правил для управления	17
3.2 Эффект разделения роя.....	22
3.3 Влияние возмущений и неопределенностей	26
Заключение.....	30
Список литературы.....	30