



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 47 за 2017 г.



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

Беклемишев Н.Д., Платонов А.К.,  
Соколов С.М., Трифонов О.В.

Алгоритмы управления  
движением схвата  
манипулятора

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Алгоритмы управления движением схвата манипулятора / Н.Д.Беклемишев [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017. № 47. 36 с. doi:[10.20948/prepr-2017-47](https://doi.org/10.20948/prepr-2017-47)  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2017-47>

**О р д е н а   Л е н и н а**  
**ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**  
**имени М.В. Келдыша**  
**Р о с с и й с к о й   а к а д е м и и   н а у к**

**Н.Д. Беклемишев, А.К. Платонов, С.М. Соколов, О.В. Трифонов**

**АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ**  
**СХВАТА МАНИПУЛЯТОРА**

**Москва**  
**2017 г.**

Н.Д. Беклемишев, А.К. Платонов, С.М. Соколов, О.В. Трифонов  
**Алгоритмы управления движением схвата манипулятора**

### Аннотация

Предложены три базовые функции, на которые раскладываются алгоритмы построения рабочих движений манипулятора с предметом в его схвате. Рассмотрены проблемы реализации этих функций для манипулятора с кинематической схемой, усложненной боковым выносом схвата. Разработаны алгоритмы векторных операторов для решения прямых и обратных задач кинематики манипуляций. Описаны способы раскрытия неоднозначностей при построении конфигураций манипулятора. Показаны алгоритмы наведения на объект камеры схвата.

**Ключевые слова:** роботы, манипуляторы, функции построения движений, обратная задача кинематики, операторы геометрии, расширение алгебры векторов

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-08-06431)*

N.D. Beklemishev, A.K. Platonov, S.M. Sokolov, O.V. Trifonov

### Control Algorithms for Manipulator's Grab Motions

Paper describes three basic functions used in a work-area motion formation algorithms for a robotic arm with object in its grab. An implementation of those functions for a robotic arm with kinematics complicated by a lateral mount of the grab is under consideration. Operators of vector algorithms for solving direct and inverse kinematic problems are developed. Methods for resolving robotic arm configuration ambiguity are defined. Algorithms for grab with video camera are described.

**Key words:** robots, manipulator's kinematic, motion making function, geometric operators, vector algebra operators extending, video guidance algorithms.

*The studies are carried out in RFBR grant № 15-08-06431*

### СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>3</b>
<b>АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СЕМЫ МАНИПУЛЯТОРА .....</b>	<b>4</b>
ПОСТРОЕНИЕ РАБОЧИХ ЗОН МАНИПУЛЯТОРА .....	6
<b>ТРИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СРЕДСТВА УПРАВЛЕНИЯ МАНИПУЛИРОВАНИЕМ...7</b>	<b>7</b>
СТРУКТУРА ДАННЫХ ПАРАМЕТРОВ МАНИПУЛИРОВАНИЯ .....	7
БАЗОВЫЕ ФУНКЦИИ ПОСТРОЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ МАНИПУЛЯТОРА .....	9
1. Преобразование конфигурации манипулятора в координаты схвата .....	9
2. Преобразование целевых координат схвата в углы манипулятора.....	10
3. Построение подцели движения вдоль целевого вектора .....	12
<b>РЕАЛИЗАЦИЯ БАЗОВЫХ ФУНКЦИЙ ПОСТРОЕНИЯ МАНИПУЛЯЦИЙ .....</b>	<b>13</b>
СИСТЕМЫ КООРДИНАТ КИНЕМАТИКИ МАНИПУЛЯТОРА.....	14
1. "Интерфейсная " система координат подвижного манипулятора.....	14
2. Системы координат моделей кинематики роботов.....	15
3. Системы координат мобильного робота Трикол.....	16
ПРЯМАЯ КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА МАНИПУЛЯТОРА.....	17
РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МАНИПУЛЯТОРА.....	20
1. Построение позиции вертикальной плоскости манипулятора .....	21
2. Построение конфигурации трехзвенника манипулятора .....	24
3. Алгоритмы раскрытия неоднозначностей ОКЗ .....	27
<b>ЗАДАЧА НАВЕДЕНИЯ ВИДЕОКАМЕРЫ СХВАТА НА ОБЪЕКТ .....</b>	<b>31</b>
О ПОВОРОТЕ ВИДЕОКАМЕРЫ ВОКРУГ ПРОДОЛЬНОЙ ОСИ СХВАТА .....	32
НАВЕДЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ОСИ КАМЕРЫ НА ОБЪЕКТ КАДРА .....	33
УГОЛ НАКЛОНА СХВАТА ДЛЯ НАВЕДЕНИЯ ОСИ КАМЕРЫ НА ОБЪЕКТ.....	34
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....</b>	<b>34</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА .....</b>	<b>35</b>

## Введение

Развитие робототехники настоятельно нуждается в развитии математических моделей, алгоритмического и программного обеспечения механических работ, выполняемых роботами-манипуляторами со зрением и с другими средствами их позиционного и силового оцувствления. В зарубежных работах такой переход интереса от мобильных роботов к многофункциональным роботам-манипуляторам (в отличие от хорошо освоенных промышленных программируемых манипуляторов) наметился более 10 лет назад [1],[2] – в связи с военными<sup>1</sup> и медицинскими применениями. В отечественной практике высокая цена робото-часа, требования к высокой квалификации специалистов и стремление к сохранению рабочих мест для людей привели к задержке этого процесса на много лет.

Однако ныне все больше приходит понимание, что автоматизация промышленности – наиболее надежный путь к повышению и производительности труда и качества изделий [3]. С другой стороны, возникла необходимость дополнения роботом непростого и тяжелого труда низкоквалифицированного персонала у многокоординатных автоматов машиностроения в интересах снижения производственного брака. Такая же необходимость в роботах присутствует на ряде высокоточных производств микроэлектроники или в опасных для здоровья участках металлургии и химической промышленности.

Большой интерес в настоящее время вызывает тематика создания "сервисных" роботов для использования их в медицине и в тех местах, где не хватает человеческих физических [4] или нервных сил или где требуется высокая точность и безошибочность медицинских мероприятий [5]. И, наконец, – в перспективе намечается развитие "Удаленной робототехники" для использования труда дистанционно управляемых роботов в условиях, трудных для человека. Арктика и Восточная Сибирь, пожары и природные катаклизмы и Космос – это именно те случаи, где стоимость робото-часа менее стоимости человеко-часа.

Во всех упомянутых обстоятельствах очень нужно дополнение умелым манипулированием робота умелой его мобильности среди объектов в его окружении. Это превышает существующий уровень автоматизма машин и требует развития алгоритмических средств "машинного интеллекта" с развитием методов построения управления *рабочими* движениями машины. Очевидно, что сложность автоматических манипуляций превышает сложности реализации мобильности и "педипуляций" – опорной подвижности шагающих машин (напомним, что на создание последних ушло более 4 десятилетий – [6]...[12]).

---

<sup>1</sup>Например, ЕСА в 2007 г. приспособило многостепенной двурукий робот NEXTER для военной системы AMXB2DT противоминного танка, который теперь стоит на вооружении во Франции.

Описываемый ниже анализ алгоритмов управления рабочими движениями схвата манипулятора выполнен на примере и применительно к создаваемому опытно-макетному образцу подвижного робота-манипулятора (ПРМ), который показан на рис. 1. Особенности кинематики этого манипулятора оказывают сильное влияние на ограничения возможных движений, что заметно расширило функциональный состав алгоритмов для построения требуемых манипуляций.



Рис. 1. Подвижная система ПРМ-1 в виде манипулятора, установленного на платформе мобильного робота “ТРИКОЛ” – пример робототехнической системы с 6 степенями свободы схвата и с 14 кинематическими степенями подвижности (СП) механической системы (6 степеней подвижности робота Трикол, 5 – у манипулятора и 3 – у двух камер)

### **Анализ особенностей кинематической схемы манипулятора**

На рис. 2 показана кинематическая схема и размеры звеньев этого манипулятора. Следует обратить внимание на ограничения в 6D-рабочей зоне манипуляций (3 координатных и 3 угловых степени свободы движений) из-за его пяти степеней подвижности (СП). В кинематической схеме манипулятора нереализуемы такие направления ориентации продольной оси схвата, которые не компланарны вертикальной плоскости, проходящей через эту ось в текущем положении выбранной рабочей точки на этой оси (например, точки середины или точки конца губок схвата) в пределах зоны достижимости точек окрестности манипулятора.

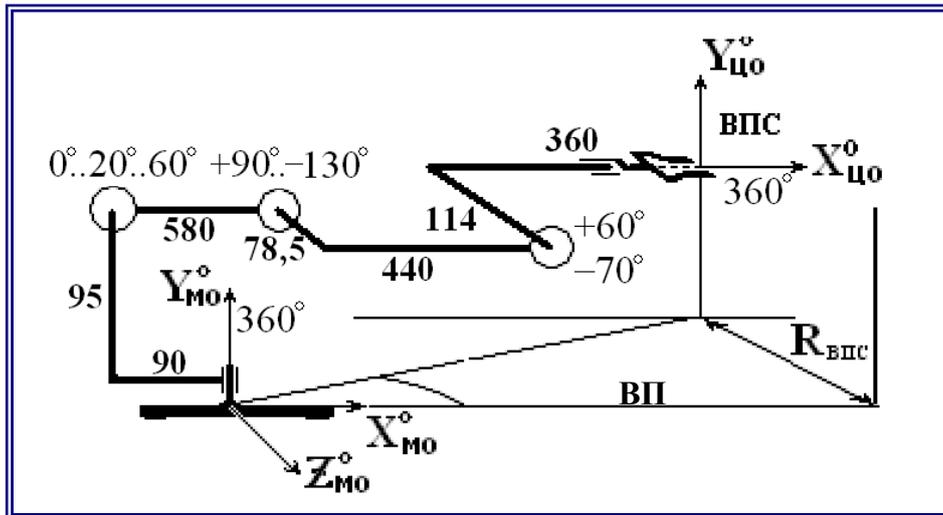


Рис. 2. Кинематическая схема манипулятора ПРМ-1и ее система координат

По этой причине пространство степеней свободы рабочих движений манипулятора ("5D-виртуальных перемещений") представляет собой расслоение трёхмерного пространства манипуляций на пучок вертикальных плоскостей возможных положений и направлений в физическом пространстве продольной оси вращения 5-й степени подвижности манипулятора (оси схвата СП-5). При этом позиции и ориентация продольной оси схвата возможны лишь в пределах угловых ограничений вращений СП-2 (шарнира "плеча"), СП-3 (шарнира "локтя"), СП-4 (шарнира "кисти") и СП-5 (поворота схвата), показанных на рис. 2.

Вертикальная плоскость наклонов схвата (ВПС) смещена влево от виртуальной продольной плоскости наклонов звеньев манипулятора (ВПМ), проходящей через его вертикальную ось. При "курсовом" вращении манипулятора вокруг вертикальной оси СП-1 эта ВПС всегда касается окружности с центром в точке СП-1 и радиусом, равным боковому смещению плоскости (СП-2, СП-5) относительно оси СП-1. Требуемые "боковые" рабочие движения должны выполняться приводом этой СП-1 первой степени подвижности манипулятора с учётом фиксированного положения предмета в плоскости губок схвата, которое задается двумя параметрами его длины и угла наклона к продольной оси схвата.

Вектор нужной рабочей точки схвата в каждый момент манипуляций координируются углом и расстоянием в полярной системе координат губок схвата относительно их центра на продольной оси схвата. Эта ось принадлежит текущему положению ВПС, однозначно определяемому конфигурацией углов между звеньями манипулятора в первых его 4 степенях подвижности. Эти обстоятельства накладывают определённые ограничения на рассматриваемые ниже алгоритмы решения обратной кинематической задачи при управлении рабочими движениями и на достижимую точность их реализации при различных конфигурациях звеньев манипулятора в разных местах его рабочей зоны.

### Построение рабочих зон манипулятора

Разработанный алгоритм для автоматического расчета границ рабочей зоны (РЗ) манипулятора заключается в поочередном переборе участков границы РЗ путем движения в пределах допустимых угловых диапазонов одной степени подвижности при всех других, находящихся или в центре диапазона (в начале процесса), либо на очередной границе диапазона. Перебор границ начинается от СП-2 плеча при полностью вытянутом горизонтальном манипуляторе на высоте его подвижного основания на мобильном роботе Трикол, затем – после достижения упора СП-2 – строится граница СП-3 предплечья и затем – *свободного* схвата (в случае *фиксированного* схвата при движениях плеча и предплечья его ориентация непрерывно формируется по текущему значению суммы углов плеча и предплечья). При достижении предельной конфигурации всех трех звеньев выполняется, начиная опять с оси плеча, обратное поочередное (плечо-предплечье-схват) движение единственного звена при других звеньях, находящихся в полученных ими крайних позициях. Этим способом движения моделируются в обе стороны от нижнего положения полностью вытянутого манипулятора. Каждое такое движение выполняется базовым оператором "поворота вектора вокруг вектора" из библиотеки векторных операторов РВА [14].

Геометрически все границы искомой РЗ у ангулярных манипуляторов образуют дуги окружностей, *эквидистантные* их "исходным дугам". Последние имеют центры в выбранных степенях подвижности и размеры радиусов, равные расстояниям от этих центров до оси СП-4 качаний схвата. Для построения искомой границы участка РЗ в диапазоне текущего угла вращения его "исходная дуга" эквидистантно сдвигается в направлении оси схвата на расстояние его длины.

Заметим, что наиболее важен именно упомянутый выше случай рабочей зоны для выбранного фиксированного направления схвата (см. рис. 3). Фиксирование его позиции определено или условиями рабочего движения, или необходимостью – поскольку нет возможности определить конфигурацию манипулятора до назначения ориентации у какого-либо одного его звена. Но когда нет свободы выбора направления схвата, то возникают показанные на рис. 3 значительные уменьшения достижимых рабочих точек пространства у манипулятора с заданной постоянной ориентацией схвата (на этом рисунке синим цветом показана РЗ для движений горизонтального схвата, а зеленым цветом – для движений вертикального схвата).

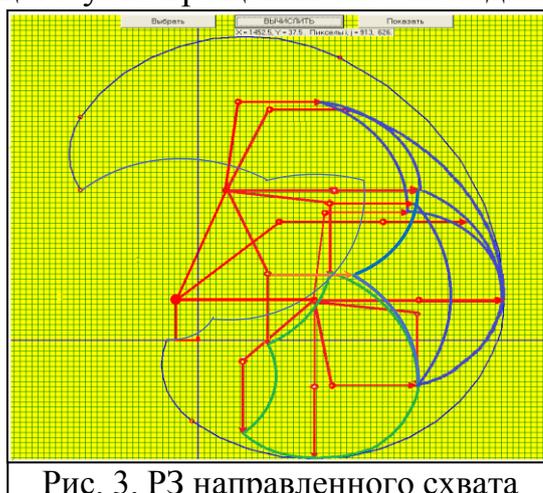


Рис. 3. РЗ направленного схвата

## **Три функциональных средства управления манипулированием**

Содержание задач манипулирования объектами в операционном пространстве робота-манипулятора<sup>2</sup> заметно отличается от содержания хорошо разработанных в робототехнике задач локомоции мобильных роботов [9]. Если в задачах локомоций главные проблемы связаны с выбором направления и скорости движения в целом самой машины, то в задачах манипулирования главными проблемами являются построения движений механизма для реализации нужных перемещений внешних объектов в операционном пространстве робота.

Формальные отличия постановок этих задач заключается, прежде всего, в размерности базовой системы координат операционного пространства. В отличие от 6D-операционного пространства робота манипулятора (координаты и ориентации предметов) постановку задач построения движений мобильных роботов с движителями любого типа определяется 2-D моделью опорной поверхности локомоций или 2-D моделью сил на своей поверхности у подводных и воздушных роботов. Другим важным отличием, усложняющим задачи построения манипуляционных движений, является значительно большая содержательность описаний требуемой подвижности операционного элемента манипулятора – его схвата, причем относительно и операционных объектов внимания и/или интереса, и элементов кинематики собственного механизма.

Вместе с этим количество кинематических процедур, нужных для построения манипуляционных движений схвата, оказалось возможным для большого числа задач свести лишь к трем базовым кинематически-функциональным преобразованиям предлагаемого ниже фиксированного набора данных, содержащего все нужные параметры исходных и целевых движений схвата.

### ***Структура данных параметров манипулирования***

Для самых разных задач манипуляций оказалась полезной стандартная структура конфигурационных данных параметров манипулятора и требуемых позиций схвата, названная именем CONFIG. Она представляет собой основной формальный параметр области определения базовых функций (назовем их  $f_1$ ,  $f_2$  и  $f_3$ ) в последовательности их действий для формирования требуемых движений схвата. В ней содержатся целевые параметры схвата и фазовые переменные конфигурационного состояния манипулятора и его видеокамер. В содержание этого структурированного 16-мерного вектора данных может добавляться всё, что понадобится для построения манипуляционных движений.

---

<sup>2</sup> Операционным пространством робота ниже называется то множество элементов его окружения и содержания его памяти с их отношениями, которые имеют значение для решения текущей задачи требуемого функционирования машины (у другой функциональной задачи – другое операционное пространство).

В состав этой структуры данных в настоящий момент входят:

- 5 углов в степенях подвижности (СП) звеньев манипулятора:  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ ;
- размер ширины раскрытия схвата (если его нет, то ставится 999) [см]: width;
- шаг линейного продвижения по направлению к вектору цели [см]: step;
- заданный целевой угол наклона схвата (если наследуется, то ставится 999):  $\beta$ ;
- заданный целевой угол поворота схвата (если наследуется, то ставится 999):  $\gamma$ ;
- угол наклона оси возможного предмета в схвате к продольной оси схвата:  $\alpha_{Obj}$ ;
- высота ("выступ") начала оси предмета от продольной оси схвата [мм]:  $H_{Obj}$ ;
- расстояние от СП-4 до точки начала оси предмета на оси схвата [мм]:  $D_{Obj}$ ;
- длина в плоскости схвата оси предмета от его начала [мм]:  $L_{Obj}$ ;
- 3 угла осей видеокамер относительно оси плеча манипулятора:  $\alpha_{C11}, \alpha_{C12}, \alpha_{C2}$ .
- Поскольку данные CONFIG могут и наследоваться, то введен признак "999", означающий, что величина параметра равна ранее заданному значению.
- В этой структуре положительные углы наклона направлены вниз.
- Если целевым параметром является конец губок схвата, то задается  $H_{Obj}=\alpha_{Obj}=0$ , а сумма  $D_{Obj}+L_{Obj}$  берется равной длине схвата.

В разных случаях и в разных функциях наборы кинематических параметров манипулятора типа CONFIG имеют различное смысловое содержание и имя: cfg\_start – набор параметров манипулятора в точке старта (часто равен cfg); cfg\_ – набор параметров манипулятора в текущем состоянии решаемой задачи; cfg\_next – параметры после шага линейной интерполяции целевого вектора; cfg\_Target – набор целевых параметров манипулятора для решаемой задачи.

Вторым стандартным для манипуляций структурным объектом является вектор координат точки схвата в системе координат манипулятора  $X_C$ . Определяемая этим вектором точка схвата либо наследуется из cfg-параметра  $L_{Obj}$  при условии, что  $\alpha_{Obj} = 0$  (в противном случае это – точка центра губок схвата), либо задается в соответствии с этими параметрами.

Вектор  $X_C$  имеет разное смысловое содержание в разных применениях:

$X_{CX}$  – некое задаваемое значение координат нужной точки схвата;

$X_{CC}$  – задаваемое или вычисляемое целевое значение координат точки схвата.

Кроме того, отдельными массивами данных задаются внутренние параметры базовых функций f1, f2 и f3, определяющие константы рассматриваемого манипулятора – длины звеньев его кинематической схемы, направления осей его степеней подвижности (по определению они привязаны к концам соответствующих звеньев), диапазоны угловой или линейной подвижности следующего звена относительно предыдущего звена, параметры полей зрения видеокамер манипулятора, параметры его угловых датчиков и других сенсорных элементов.

## **Базовые функции построения движений манипулятора**

Три описываемые ниже базовые функции преобразований данных направлены на решение трех стандартных конфигурационных задач кинематики манипулятора с защитой их решений от опасных движений манипулятора:

- 1) преобразование угловой конфигурации звеньев манипулятора в декартовы координаты выбранной точки на оси схвата;
- 2) преобразование целевых координат манипулятора с целевыми параметрами схвата в угловую конфигурацию звеньев манипулятора в целевой точке;
- 3) линейная интерполяция движения в декартовых координатах вектора цели, получаемого по заданным значениям угловых конфигураций в текущей и целевой точках планируемого движения схвата манипулятора.

В этих трех программах должна быть предусмотрена защита от:

- задания оператором манипулятора движения со значениями углов за упорами в степенях подвижности звеньев;
- пересечения схватом манипулятора уровня пола и текущих габаритов операционного пространства манипулятора;
- пересечения звеньями манипулятора платформы его основания и текущих габаритов операционного пространства манипулятора;
- опрокидывания манипулятора с грузом и без груза в его схвате.

Сами эти функции  $f_1$ ,  $f_2$  и  $f_3$  довольно просты (что и составляет их предполагаемое достоинство). Возможно, в будущих применениях возникнут новые функции, но пока эти три функции оказались и необходимыми, и достаточными для всех предполагаемых рабочих манипуляций (например, в сложной манипуляционной задаче автоматического открывания двери с защелкой).

### **1. Преобразование конфигурации манипулятора в координаты схвата**

$$X_S = f_1(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_{Obj}, D_{Obj}, L_{Obj}, H_{Obj})$$

Содержательно эта функция представляет собой решение прямой кинематической задачи (ПКЗ) для неподвижного манипулятора с его известной кинематической схемой и ограничениями в степенях подвижности.

Аргументами функции являются данные описанной выше структуры CONFIG, из которой прежде всего используются 5 углов в СП звеньев манипулятора:  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ . Определяемые значения – три координаты  $X_{СЦ}$  точки на оси схвата (при  $\alpha_{Obj} = 0$  и соответствующих значениях  $D_{Obj}$  и  $L_{Obj}$ ) или координаты рабочей точки предмета в схвате (если  $\alpha_{Obj} \neq 0$  или  $H_{Obj} \neq 0$ ).

Искомое решение ПКЗ ищется исполнением последовательных поворотов вокруг осей манипулятора на углы  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$  поочередно всех звеньев и осей подвижности манипулятора с учетом их предыдущих поворотов.

Требуемые повороты реализуются оператором (аналогичным оператору в кватернионах) "Поворот вектора вокруг вектора"  $PVV(\text{вектор, ось, угол})$  из программной библиотеки средств векторной алгебры PVA [14] с ее богатым набором действий над векторными объектами.

Если по перечисленным причинам (несоответствие диапазонам углов, опрокидывание, задевание...) ответа нет, выдается номер причины неудачи.

## 2. Преобразование целевых координат схвата в углы манипулятора

$$\text{Err} = f2(\text{cfg\_start}, X_{\text{сц}}, \text{cfg\_target})$$

Содержательно эта функция  $f2$  реализует решение обратной кинематической задачи (ОКЗ) для рассматриваемого манипулятора. Она нужна для определения искомой целевой конфигурации звеньев, осей и углов СП манипулятора по заданному целевому положению точки схвата  $X_{\text{сц}}$  в прямоугольной системе координат манипулятора (см. ниже) и с учетом параметров заданной в ее аргументах стартовой конфигурации манипулятора  $\text{cfg\_start}$ .

Важно напомнить, что для решения ОКЗ ангулярного (с угловыми СП) манипулятора знания декартовых координат положения схвата недостаточно. В силу избыточности степеней свободы плоского трехзвенника (3 угла положения звеньев и 2 координаты позиции его концов) требуется дополнительно задать и требуемое угловое положение продольной оси схвата в целевой точке.

В функции  $f2$  целевой наклон схвата к горизонту параметрически условно определяется по данным ее аргумента  $\text{cfg\_start}$ : если ее параметр  $\beta=999$ , то угол наклона схвата в точке цели наследуется его стартовым значением, которое вычисляется по сумме углов из параметров конфигурации структуры  $\text{cfg\_start}$ :

$$\beta = \alpha_{2\text{ST}} + \alpha_{3\text{ST}} + \alpha_{4\text{ST}}.$$

В этом случае схват движется из стартовой в целевую точку поступательно.

Если в структуре  $\text{cfg\_start}$   $\beta \neq 999$ , то целевой угол наклона схвата задается значением ее параметра  $\beta$  и угол наклона схвата становится линейно зависимой величиной от длины пути из стартовой в целевую точку.

Ответом функции  $f2$  является целевая структура  $\text{cfg\_target}$  манипулятора с ее углами  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$  и  $\beta$  для целевой точки, причем в ответе обеспечивается выполнение условия для суммы углов целевой конфигурации:

$$\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = \beta.$$

Стандартным образом в случае если по перечисленным выше причинам ответа нет, то в ответе выдается номер причины неудачи.

В алгоритме получения ответа функции  $f2$  выполняется ряд действий.

- Сначала нужно выполнить требуемые преобразования размерностей и контрольные операции для полученных значений углов и координат. В частно-

сти, для определения координат рабочей точки в связи с проверкой удара о пол или платформу манипулятора в конфигурации старта в теле f2 выполняется обращение к функции f1 с аргументом  $cfg\_start$  (т.е. – к решению ОКЗ). Здесь выполняется и проверка достижимости манипулятором целевой точки.

- Затем нужно выполнить вычисление целевых углов наклона и поворота схвата по данным  $cfg\_start$ . При этом выполняются следующие условия с учетом заданных в  $X_{СЦ} = *xyz\_target$  координат рабочей точки предмета в схвате с его длиной  $L_{Obj}$ , местом  $D_{Obj}$ ,  $H_{Obj}$  и углом крепления  $\alpha_{Obj}$  (манипулятор прислоняется ориентированной точкой предмета к заданным  $X_{СЦ}$ - координатам):
  - Если  $\beta = \gamma = 999$ , то целевые углы схвата равны их стартовым значениям.
  - Если  $\beta = 999$ , а  $\gamma \neq 999$ , то целевой наклон схвата совпадает с его наклоном в стартовой позиции, но целевой поворот плоскости губок схвата равен заданному углу  $\gamma$ . Эти параметры определяют целевое положение предмета, если он закреплен в схвате.
  - Соответственно разбираются и иные случаи:  $\beta \neq 999, \gamma = 999$  и  $\beta \neq 999, \gamma \neq 999$ .
  - Далее следует иметь в виду, что используемый оператор решения ОКЗ из библиотеки РВА [14] настроен на более широкую постановку задачи исполнения заданных в операционном пространстве направлений осей координат объекта в схвате, не зависящих от направления осей схвата. Между тем в функциях f1, f2, и f3 используется более простая постановка задачи: положение предмета в схвате задается и однозначно определяется выбранной ориентацией схвата. Поэтому перед обращением к решению ОКЗ нужно по заданным углам  $\beta$  и  $\gamma$  сформировать соответствующую получаемую ориентацию осей схвата и предмета в схвате, если он есть. Для этого по целевым данным  $\beta, \gamma$  и  $\alpha_{Obj}, D_{Obj}, L_{Obj}$  операторами поворота векторов вокруг осей не повернутого схвата вычисляются направляющие косинусы повернутых осей закрепленного в схвате предмета или пустого схвата манипулятора.
- Определяются стартовые координаты, и если они оказываются равными заданным координатам целевой точки, то  $cfg\_target = cfg\_start$ .
- Иначе – выполняется обращение к описанной ниже операции решения ОКЗ. Обстоятельства решения ОКЗ, связанные с существующими неоднозначностями возможных конфигураций манипулятора для заданных целевых координат и ориентации продольной оси схвата, рассматриваются ниже.
- Если правильных решений ОКЗ с выполнением всех условий нет, то опять происходят действия формирования ответа с сообщением причины неудачи.
- Если решение есть, то выполняются формирование структуры  $cfg\_target$  и формирование ожидаемого ответа функции f2.

### 3. Построение подцели движения вдоль целевого вектора

$$Err = f3(cfg\_now, cfg\_target, cfg\_next)$$

Обе предыдущие функции  $f1$  и  $f2$  были нужны для подготовки работы с этой функцией  $f3$ . С их помощью можно до начала движения манипулятора по известному из показаний датчиков шарнирных углов начальному состоянию конфигурации манипулятора и известных из внешних данных декартовых координат цели движения определить недостающие декартовы координаты стартовой позиции схвата манипулятора и прогноз его ожидаемой конфигурации в точке цели.

Содержательно эта третья функция  $f3$  предназначена для организации движения из точки старта в точку цели с коррекцией по ходу движения целевых параметров по получаемой информации видеокамер робота и датчиков шарнирных углов. Она позволяет на прямой, мысленно проведенной в пространстве из текущей точки к точке цели, получить на выбранном расстоянии (для этого и был предусмотрен шаг "step" в CONFIG) промежуточную контрольную точку с ее параметрами в значениях угловых переменных – для сравнения с показаниями датчиков в степенях подвижностей. Кроме этого, в этой промежуточной точке операторами технического зрения возможно уточнение целевых координат и/или ориентации схвата.

Хотя аргументами служебной функции  $f3$  являются угловые параметры текущей  $cfg\_now$  и целевой  $cfg\_target$  конфигураций звеньев манипулятора, углы искомой конфигурации  $cfg\_next$  вычисляются в параметрах модели линейного продвижения рабочей точки в схвате по направлению текущего декартового вектора цели. Для этого по угловым данным аргументов  $cfg\_now$  и  $cfg\_target$  с помощью функций  $f1$  вычисляются декартовы координаты текущей  $X_n$  и целевой  $X_t$  позиций<sup>3</sup> рабочей точки в схвате. Разность этих координат определяет целевой вектор рабочей точки, вдоль которого и выполняется линейная интерполяция на заданный шаг "step" с получением координат промежуточной точки  $X_s$  и значений углов наклона и поворота схвата.

После проверки  $X_s$  на несовпадение с  $X_t$  и на отсутствие столкновения манипулятора с его основанием (очевидно, что это единственная требуемая проверка при проверенных  $X_n$  и  $X_t$ ) выполняется обращение к операции решения ОКЗ для получения искомой конфигурации  $cfg\_next$  углов манипулятора в следующей точке контроля планируемого движения схвата манипулятора.

---

<sup>3</sup> Здесь специально обозначение  $X_t$  целевых координат рабочей точки в схвате отличается от ранее используемого обозначения  $X_{цц}$ . Это связано с предположением о возможной процедуре зрительного уточнения значений целевых координат  $X_t$ , выполняемой неоднократно по ходу движения.

## Реализация базовых функций построения манипуляций

Как известно [15]-[18], обратные задачи кинематики манипулирования заключаются в определении угловой конфигурации кинематической схемы манипулятора по заданным геометрическим параметрам положения и ориентации его звеньев (например, взять схватом предмет с его известной позицией в пространстве или навести видеокамеры манипулятора на объект в его окружении).

Эти обстоятельства потребовали поиска способа формирования наиболее общего метода для решения геометрических задач<sup>4</sup> построения нужной ориентации и создания инструментальных программных средств, гарантирующих быструю программно-алгоритмическую реакцию разработчика на любые вызовы технических систем отечественной робототехники и космической техники. Под давлением этих обстоятельств в середине 60-х годов прошлого века был разработан удобный формализм алфавита операторов расширения векторной алгебры (РВА), нацеленный на решение прямых и обратных геометрических задач кинематики [13]. Он успешно используется здесь для реализации нацеленных на манипулирование функций  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ .

Состав системы операторов РВА нацелен на построение алгоритмов для решения двух различающихся типов геометрических задач в технике:

- 1) построения ориентации объектов в пространстве;
- 2) позиционирования объектов в пространстве.

Для решения геометрических задач именно манипулирования в системе программных операторов РВА предусмотрен ряд специализированных операций над векторами, которые обеспечивают (подробнее – см. [13], [14]):

- одно- и многоосевые *повороты* векторных объектов в пространстве (прямые задачи) и *определение нужных углов* таких поворотов (обратные задачи);
- реализацию требуемых геометрических *совмещений* направлений и/или позиций векторов или образуемых ими плоскостей и конусов, заданных в отличающихся системах координат;
- обеспечение работы с отрезками в пространстве с определением метрики, условий и обстоятельств их пересечения или скрещивания;
- построение всех ортогональных направлений для связанных ("присоединяемых") к любой выбранной паре векторов. Это позволяет в исходной системе координат определять и строить новые геометрические объекты (например, векторные 3D-пространственные прямоугольные треугольники);

---

<sup>4</sup> Заметим, что первая попытка этого была сделана ещё в 1902 г. Э. Лемуаном (Lemoine 1823-1911) во Франции для решения задач Евклидовых геометрических построений с помощью циркуля и линейки (информацию о геометрических работах Лемуана можно найти в замечательном отечественном пособии по геометрии треугольников [19]).

- построение окружностей в 3D-пространстве и касательных к ним векторов с определением параметров пересечения или непересечения двух компланарных окружностей (операции, нужные для построения манипуляций);
- определения угловых параметров плоских двух- и трехзвенников (операции, используемые при решении обратных кинематических задач механизмов).

Важно подчеркнуть, что описываемые ниже операторы РВА на множестве решённых задач управления как роботами, так и ориентацией космических аппаратов, показали свою эффективность не только как средство быстрого программирования моделей систем ориентации механизмов техники, но, главное, – как очень эффективный способ быстрого геометрического мышления при формировании алгоритмов для решения прямых и обратных задач геометрических преобразований векторных систем любой сложности.

### ***Системы координат кинематики манипулятора***

Система алгоритмов для управления рабочими движениями схвата манипулятора использует набор пространственных моделей, каждая из которых имеет свою систему координат. Например, в алгоритмах подвижного робота-манипулятора ПРМ-1 используются 14 систем координат (СК) со своими направлениями и позициями начала их осей в каждой из них. Восемь из этих СК физически и содержательно связаны с двумя роботами в составе ПРМ-1 и их математическими моделями. Пять других координатных систем связаны с осями и с положением трех видеокамер манипулятора. Все системы координат относятся к двум типам – базовой неподвижной СК и связанной с ней подвижной СК, положение которой отражает текущее фазовое состояние ее объекта.

Дополнительно в системе алгоритмов используется СК операционного пространства роботов, описывающие координаты объектов в их окружении и привязанные к стенам помещений или к предметам во время реализации функционирования ПРМ-1. Каждая такая "мировая" СК (МСК) в каждом конкретном месте функционирования ПРМ-1 определяется специальным образом.

#### **1. "Интерфейсная " система координат подвижного манипулятора**

Все обмены данными между системами робота выполняются в выбранной традиционным способом системе координат манипулятора, с ее началом  $\mathbf{R}_M$  в точке пересечения вертикальной оси СП-1 с платформой манипулятора (желтый квадрат на рис. 1 выше) и осями  $X, Y$ , лежащими в горизонтальной плоскости платформы. Ось  $X$  этой СК направлена в направлении нулевого угла курса (прецессии) манипулятора, в положении, показанном на рис 1. Это – привычная для механиков СК, пришедшая в теоретическую механику из ранних работ времени Эйлера с его углами прецессии, нутации и собственного вращения.

Применительно к системе алгоритмов робота ПРМ-1 направления осей этой СК выбраны следующим образом: ось X направлена "вперед" – по направлению, при котором показание датчика угла поворота СП-1 манипулятора вокруг вертикальной оси (по "углу курса") равно нулю. Соответственно с этим ось Y направлена "влево" в плоскости платформы и ось Z – вверх. Надо помнить о некотором неудобстве этих направлений осей для робототехники – о том, что положительные углы дифферента, тангажа, наклона лучей и звеньев манипулятора направлены вниз. Однако привычная привязка высот к оси Z, направленной вверх, привела к выбору этой СК в качестве общей интерфейсной координатной системы (ОИСК). Эта же система координат используется и как базовая неподвижная система координат манипулятора (БСКМ) робота ПРМ-1.

## 2. Системы координат моделей кинематики роботов

### Система координат РВА-модели манипулятора

В операторах РВА [14] используются системы координат с направлением осей авиационного типа: (ось X – вперед, Y – "по голове летчика" вверх и ось Z – "по правому крылу"). Начала этих СК – как неподвижных, так и систем, повернутых по углам степеней подвижностей манипулятора, – совпадают с описанными выше параметрами систем в нотации ОИСК. Но их оси с одинаковыми названиями отличаются направлениями, и положительные углы "наклона" звеньев манипулятора (самолетные углы "тангажа" или танковые – "дифферента") направлены вверх. Выбор этой СК для операторов РВА связан с тем обстоятельством, что основные манипуляторные движения выполняются в вертикальной плоскости манипулятора – с привычными обозначениями ее осей X и Y.

### Связанная (подвижная) система координат манипулятора

Вертикальная плоскость любого манипулятора после поворота осей ОИСК =  $\{R_M, X_{OI}^0, Y_{OI}^0, Z_{OI}^0\}$  вокруг (как правило) оси СП-1 на угол  $\varphi_1$  принимает новую ориентацию плоскости  $(X_M^0(\varphi_1), Z_M^0)$ , содержащей оси системы координат манипулятора СКМ =  $\{R_M, X_M^0(\varphi_1), Y_M^0(\varphi_1), Z_M^0\}$  с тем же вектором ее начала  $R_M$ . В этих – "связанных" с текущим положением вертикальной плоскости манипулятора (ВПМ) осях ниже и описываются углы в шарнирах плеча, локтя и кисти.

Однако продольная ось схвата у ПРМ-1 при качаниях шарниров кисти, плеча или "предплечья" движется не в этой плоскости, а в своей – вертикальной плоскости схвата (ВПС), параллельной ВПМ и смещенной относительно ее текущего положения влево на величину  $R_{ВПС} = 35,5$  мм. Это обстоятельство, как будет видно ниже, существенно влияет на алгоритм расчета угла поворота ВПМ, нужного для приведения губок манипулятора в заданное положение.

### Системы координат схвата

Со схватом и его губками связаны две системы координат с их общим вектором начала в СКМ, определяемым как:

$$\mathbf{R}_C = \{ \mathbf{X}_{СП-4}^0, \mathbf{R}_{ВПС} \cdot \mathbf{Y}_{СП-4}^0, \mathbf{Z}_{РС}^0 \}.$$

Первая – это система координат схвата (СКС) при его нулевом угле  $\alpha_5$  в СП-5 – с плоскостью губок схвата, параллельной ВПМ, и с продольной осью схвата  $\mathbf{X}_C^0$ , повернутой относительно направления предплечья манипулятора на угол  $\alpha_4$ :

$$\text{СКС} = \{ \mathbf{R}_C, \mathbf{X}_C^0, \mathbf{Y}_C^0, \mathbf{Z}_C^0 \}.$$

Положение СКС определяет положение вертикальной плоскости схвата ВПС ( $\mathbf{X}_C^0, \mathbf{Z}_C^0$ ) с её горизонтальной нормалью  $\mathbf{Y}_C^0$ .

Вторая – "рабочая" система координат схвата РСКС (РСКС =  $\{ \mathbf{R}_C, \mathbf{X}_C^0, \mathbf{Y}_{РС}^0, \mathbf{Z}_{РС}^0 \}$ ) описывает положение губок схвата манипулятора после его поворотов на угол  $\pm \alpha_5$  в степени подвижности СП-5 (и  $\pm \alpha_6$  если есть СП-6).

### **3. Системы координат мобильного робота Трикол**

Наименования направлений осей СК, связанных с роботом Трикол (СКТ), совпадает с ОИСК (правая СК с осями  $X_T$  – вперед,  $Z_T$  – вверх и  $Y_T$  – влево). Однако направление "вперед" у курсового угла  $\alpha_T=0$  в системе управления роботом Трикол направлено в сторону, примерно противоположную курсовому углу  $\alpha_1=0$  манипулятора робота ПРМ-1 (см. рис. 1). Возможная неколлинеарность этих направлений зависит от результатов калибровки нулевого курса оси  $X_T$  корпуса Трикола (направленной в сторону "вперед смотрящей видеокамеры" Трикола – ВСК) по показаниям рулевых датчиков колес [20], [21] и от калибровки аналогичным способом датчика курсового угла  $\alpha_1$  манипулятора.

Начало системы координат связано с точкой проекции геометрического центра корпуса Трикола на опорную плоскость, определяемую в общем случае, как плоскость 3 точек касания ею окружностей колес (иными словами, высоты объектов по оси  $Z_T$  отсчитываются от поверхности плоскости пола). Относительно этой точки в системе СКТ специальными процедурами калибровки (методом прикосновения схвата манипулятора к фиксированным точкам треугольника корпуса Трикола) определяется вектор  $\mathbf{R}_M$  начала ОИСК манипулятора.

Точка начала СКТ перемещается вместе корпусом Трикола во время его передвижения. В качестве неподвижной системой координат Трикола, относительно которой задаются текущий вектор  $\mathbf{R}_{СКТ}$  и направление курсового угла  $\varphi_T$  оси  $X_T$ , в СУР Трикола используется СКТ, запоминаемая в момент включения питания и инициализации всех программ. Эта стартовая система координат Трикола (СтСКТ) вручную привязывается к ее позиции и ориентации в вы-

бранной мировой СК помещения в момент установки Трикола (перед его включением) в заранее известную в МСК начальную стартовую позицию с нулевыми позициями рулей его колес и нулевым направлением курса его оси  $X_T$ .

В дальнейшем при смене помещения в процессе езды Трикола координаты позиции и ориентации всех СК ПРМ-1 наследуются от значений МСК в предыдущем помещении к МСК нового помещения (по данным априорной информации от построенной ранее [22], [24], [25] карте помещений и связей их МСК) с пересчетом позиции начала и ориентации новой МСК.

На практике очень важна проблема сохранения требуемой точности навигационной привязки СКТ в МСК помещения, где выполняется работа манипулятора [26]. В СУР ПРМ-1 предусмотрены специальные алгоритмы уточнения позиции схвата относительно объекта манипулирования с использованием данных видеокамер манипулятора и датчиков конфигурационных углов его звеньев при одновременной видимости схвата и объекта манипулирования.

### ***Прямая кинематическая задача манипулятора***

В стандартной простейшей постановке эта задача заключается в определении положения вектора конца губок схвата в базовой системе координат манипулятора ( $СКМ_0$ ) по заданным в диапазонах степеней подвижности СП-1,..СП-5 углам поворотов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$  (в ОИСК) или  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5$  (в СК РВА). Для ее решения нужно начиная от неподвижной оси СП-1 последовательно ось за осью поворачивать на очередной угол очередной оси цепь (или в общем случае – дерево) тех остающихся и повернутых на предыдущие углы звеньев и осей манипулятора, которые следуют за этой очередной осью поворота, завершая эти повороты последним поворотом схвата на угол  $\varphi_5(\alpha_5)$ .

Таким образом, решение ПКЗ манипулятора сводится к алгоритму выполнения фиксированной последовательности осевых поворотов постепенно уменьшающегося множества векторов осей и звеньев кинематической схемы манипулятора. При этом состав осей и звеньев заранее определен кинематической схемой, а углы поворота – текущими данными решаемой ПКЗ. В результате решения ПКЗ определяются координаты всех звеньев и осей манипулятора.

В несколько более сложном случае в состав ПКЗ входят параметры расположения предмета в схвате, которые и замыкают процедуру нужных поворотов. Примером такой постановки служит ПКЗ для жестко закрепленного в схвате дверного ключа, который нужно вставить в замочное отверстие. В подобных случаях ответом ПКЗ является вектор точки конца ключа на его оси, а не конца губок схвата, но способ решения ПКЗ при этом остается прежним.

Наиболее сложным вариантом является постановка и решение ПКЗ для расчета целого рабочего движения – с использованием обычной ПКЗ для расче-

та последовательности локальных конфигураций осей, звеньев манипулятора и предмета в его схвате. Примером здесь служат прямые задачи описания движения схвата к ручке двери или многоэтапных движений при открывании (закрывании) двери. Тут ПКЗ нужна для моделирования рабочего процесса и сопряжения его модели с моделью операционного пространства решаемой задачи (ручки двери – с параметрами защелки и с моделью движения самой двери).

Во всех таких случаях моделирования *траектории движения* манипулятора обращение к решению ПКЗ выполняется многократно, а на содержание данных ПКЗ в дополнение к параметрам кинематической схемы влияют параметры управляющей программы (УП) системы управления (СУ) робота (СУР).

В самом общем случае эта УП состоит из перечня "кадров УП", которые содержат не только массивы целевых значений ("подцелей" движения) для всех осевых углов робота, но и перечень требуемых управляющих воздействий перед началом движения к этим подцелям (включений-выключений видеокамер и/или элементов технологического оборудования робототехнической системы (РТС)). В таком случае содержание ПКЗ в составе алгоритмов и программ СУР заключается не только в построении для каждого очередного кадра УП координат рабочей точки схвата, но и в модельном определении параметров состояния технологического оборудования для данного кадра УП.

Во всех упомянутых случаях у манипуляторов ангулярного типа имеется стандартный ключевой элемент решения их ПКЗ, заключающийся в выполнении операции конкретного осевого *поворота* заданного вектора на заданный угол. Выше при описании функции  $f_1$ , решающей элементарную ПКЗ, было упомянуто, что для этой цели в системе операторов РВА имеется специальный оператор для реализации конического поворота вектора, возвращающий вектор результата поворота и записываемый как

$PVV(\text{вектор, ось, угол}).$

Для СП выдвигного или телескопического типа у манипуляторов с цилиндрической или декартовой кинематической схемой подобной ключевой операцией является операция *выдвижения* заданного вектора вдоль направления оси выдвижения на заданную длину. Для решения ПКЗ у роботов с выдвигными элементами в системе РВА есть аналогичная операции  $PVV$  операция  $VVV$  – "Выдвижение вектора вдоль вектора":

$VVV(\text{вектор, ось, длина}).$

(Напомним, что имена осей координат и знаки углов и длин в СК РВА отличаются от принятых в общей интерфейсной СК, и поэтому в начале и в конце процедуры решения ПКЗ содержатся операции прямого и обратного преобразования координатных имен и знаков у этих параметров).

Таким образом, решение ПКЗ любого типа здесь записывается в виде последовательности операторов PVV и VVV с указанием в их формальных параметрах поворачиваемого или выдвигаемого вектора кинематической схемы, вектора очередной оси и угла поворота или длины выдвижения. Последовательность этих операторов начинается от связанной с корпусом робота СП-1 с ее параметрами  $\varphi_1$  и кончается последней СП-N с ее параметром  $\varphi_N$  или  $L_N$ . Такой последней степенью подвижности обычно является СП схвата (при присутствии в схвате предмета его оси входят в перечень векторов, поворачиваемых или выдвигаемых этой СП).

Для решения одиночной ПКЗ в системе операторов PVA легко организовать специальный оператор цикла для последовательных поворотов или выдвижений всех векторов выбранного векторного объекта (фиксированного массива векторов его кинематической схемы). Примером такого оператора решения ПКЗ служит оператор PSV: "Поворот системы векторов

$$PSV(nv, M0[], mo, O[], U[], M[]).$$

Здесь приняты следующие обозначения параметров кинематической схемы:

- $mo$  – число осей степеней подвижности (у ПРМ-1 =5);
- $nv$  – число 3D-векторов в системе векторов (=15);
- $M0[]$  – двумерный массив  $3 \times nv$  звеньев, осей поворота и осей системы координат схвата (показан справа);
- $O[mo]$  – массив номеров векторов осей степеней подвижности объекта (= [2, 5, 7, 10, 13]);
- $U[mo]$  – массив осевых углов (= [ $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5$ ]);
- $M[]$  – двумерный массив ответа:  $3 \times nv$  повернутых звеньев и осей манипулятора.

В операторе PSV выполняются последовательные обращения к оператору поворота "хвоста" СП векторов PSVK – "Поворот концевой системы векторов":

$$PSVK (nv, M[], m, u).$$

Этот оператор циклом обращения к PVV поворачивает вокруг оси с номером  $m$  на угол  $u$  все оставшиеся за этой осью  $m$  векторы двумерного массива  $M[nv, 3]$ , - начиная от их индекса  $m+1$  и до  $nv$ .

$$PSVK (nv, M[], m, u$$

{ Цикл ( $i=m+1; i \leq nv; i=i+1$ )

$M[i, 3]=PVV(M[i, 3], M[m, 3], u);$  } //Поворот очередного звена

В таком случае обращение к оператору решения ПКЗ выполняется так:

$$M[]=PSV(nv, M0[], mo, O[], U[]) \quad //\text{обращение к оператору ПКЗ}$$

Таблица 1. Массив  $M[.,]$

X [мм]	Y [мм]	Z [мм]
0	0	0
0	1	0
-90	0	0
0	95	0
0	0	1
580	0	0
0	0	1
0	0	78,5
440	0	0
0	0	1
0	0	-35,5
360	0	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Искомые декартовы координаты конца губок схвата и направляющие косинусы его осей находятся в четырёх последних строках ответа  $M[]$  (см. табл.1 выше).

Однако для возможностей программ РВА более характерна прямая запись одной строкой решения этой ПКЗ с использованием композиции функций PVV (композиция РВА функций PVV – простой аналог умножения кватернионов).

Покажем это на примере ПКЗ построения продольной оси схвата  $X_S$ , заметив, что ввиду параллельности осей наклона звеньев имеем:

$$O_2=O_3=O_4=O=PVV(O_{20},O_1,\varphi_1),$$

Запись решения ПКЗ заметно проще ( $V_{10}, V_{30}, V_{40}$  – векторы звеньев при  $\varphi_i=0$ ):

$$X_S=PVV(PVV(V_{20},O_1,\varphi_1),O,\varphi_2)+PVV(PVV(PVV(V_{30},O_1,\varphi_1),O,\varphi_2),O,\varphi_3)+PVV(PVV(PVV(PVV(V_{40},O_1,\varphi_1),O,\varphi_2),O,\varphi_3),O,\varphi_4).$$

*Показанный здесь стиль работы в семантике операторов РВА заменяет обычный стиль использования произведения матриц направляющих косинусов. Работа в операторах РВА, опираясь на геометрическое мышление разработчика математических моделей механизмов и программ, заметно ускоряет разработку систем автоматического или супервизорного управления роботами-манипуляторами с самыми сложными кинематическими схемами.*

### **Решения обратных кинематических задач манипулятора**

Опишем алгоритмы решения ОКЗ как задачи определения конфигурационных углов в шарнирах плеча, локтя и кисти манипулятора ПРМ-1 при заданных в ОИСКТ условиях положения и ориентации рабочей точки губок схвата. Ниже эти задачи решаются в СК РВА с ее осью  $Y$ , направленной вверх в ВПМ.

Напомним, что силу избыточности числа трех степеней подвижности у плоского трехзвенника по сравнению с двумя числами степеней свободы движения точки на плоскости искомое решение ОКЗ существует только тогда, когда кроме координат какой-либо точки трехзвенника задана и ориентация какого-либо одного звена трехзвенника. Чаще всего по условиям выполнения рабочих операций задается требуемая ориентация именно схвата. В этой ситуации в качестве рабочей точки губок схвата разумно принять точку в плоскости осей схвата (оси  $X_C, Y_C$  СКС) в позиции вектора  $\{D_{Obj}+L_{Obj}, N_{Obj}\}$  с началом  $X_C+Y_C=0$  на оси шарнира СП-4 схвата.

Такой параметр удобен тем, что в разных манипуляциях оказываются важными разные места губок схвата. Например, при ощупывании манипулятором окружения робота важен конец губок схвата, а при взятии предмета вблизи ограничивающей движения плоскости (например, ручки двери) или предмета на плоскости стола или на полу важна глубина места схватывания внутри губок схвата, описываемая параметром  $N_{Obj}$  структуры  $Config$ .

## 1. Построение позиции вертикальной плоскости манипулятора

Обязательной частью решения общей задачи планирования движения манипулятора является локальная процедура построения поворота плоскости его звеньев вокруг СП с вертикальной осью для реализации целевой позиции с целевой ориентацией продольной оси схвата в базовой СКМ. Эта задача обычно первого поворота в СП-1 весьма просто решается для манипуляторов с плоской кинематической схемой (т.е. с их конструкций без бокового смещения схвата относительно вертикальной плоскости звеньев манипулятора – см. рис. 4).

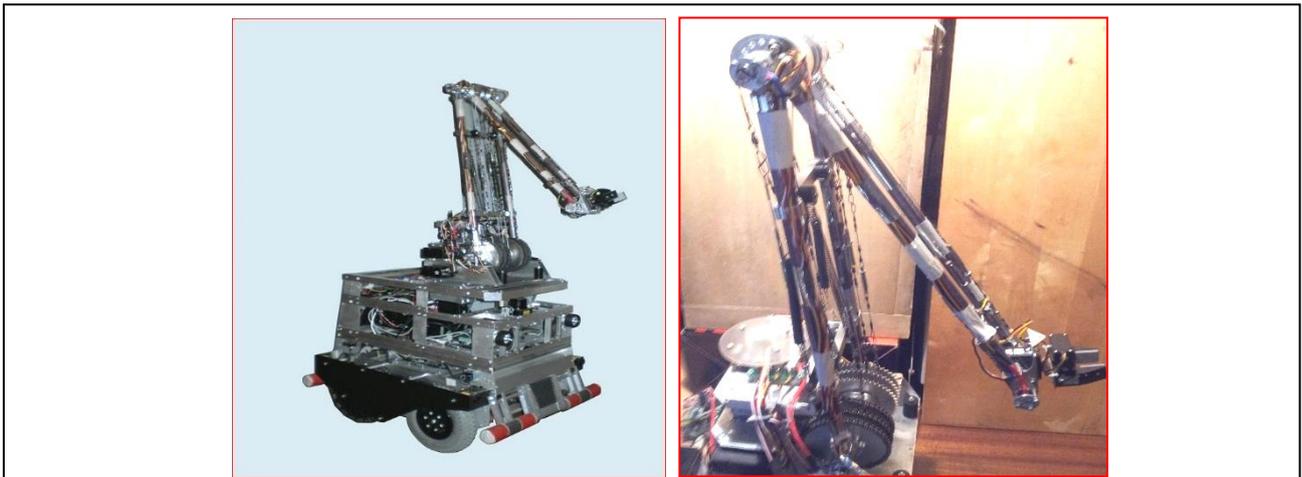


Рис. 4. ПРМ конструкции О.И. Давыдова [23] и его "плоский" манипулятор.

*Этот подвижный робот с манипулятором создается в виде примера сервисного робота для помещений. Плоская кинематическая схема этого манипулятора значительно облегчает решение прямых и обратных кинематических задач. При заданном наклоне такого "плоского" схвата задачи сводятся к описанию тригонометрии треугольника двухзвенника плеча и предплечья с учетом их сдвига относительно вертикальных осей бортовых вращений движителя и манипулятора.*

Однако в робототехнике гораздо чаще встречаются манипуляторы с "неплоской" кинематической схемой (рис. 5). Наиболее известный манипулятор РМ-01 ("Пума") [18], [27], придуманный студентом Виктором Шейманом в Стэнфорде, был первым манипулятором, который приобрел классическую "неплоскость" около 5 см.

Рассматриваемый здесь робот ПРМ-1 имеет сдвиг плоскости схвата относительно вертикальной плоскости манипулятора, равный 35,5 мм.

В связи с этим алгоритм решения ОКЗ для приведения схвата в нужное состояние усложняется при определении угла  $\varphi_1$  в СП-1 необходимостью учета поправки, связанной нелинейной зависимостью с имеющимся расстоянием от оси угла  $\varphi_1$  до заданной рабочей точки схвата. Иными словами, надо искать такое направление поворота ВПМ в пространстве базовой СКМ, при котором сдвинутая плоскость ВПС схвата совместится с требуемой точкой в этом пространстве, находящейся на заранее неизвестном расстоянии от оси СП-1.

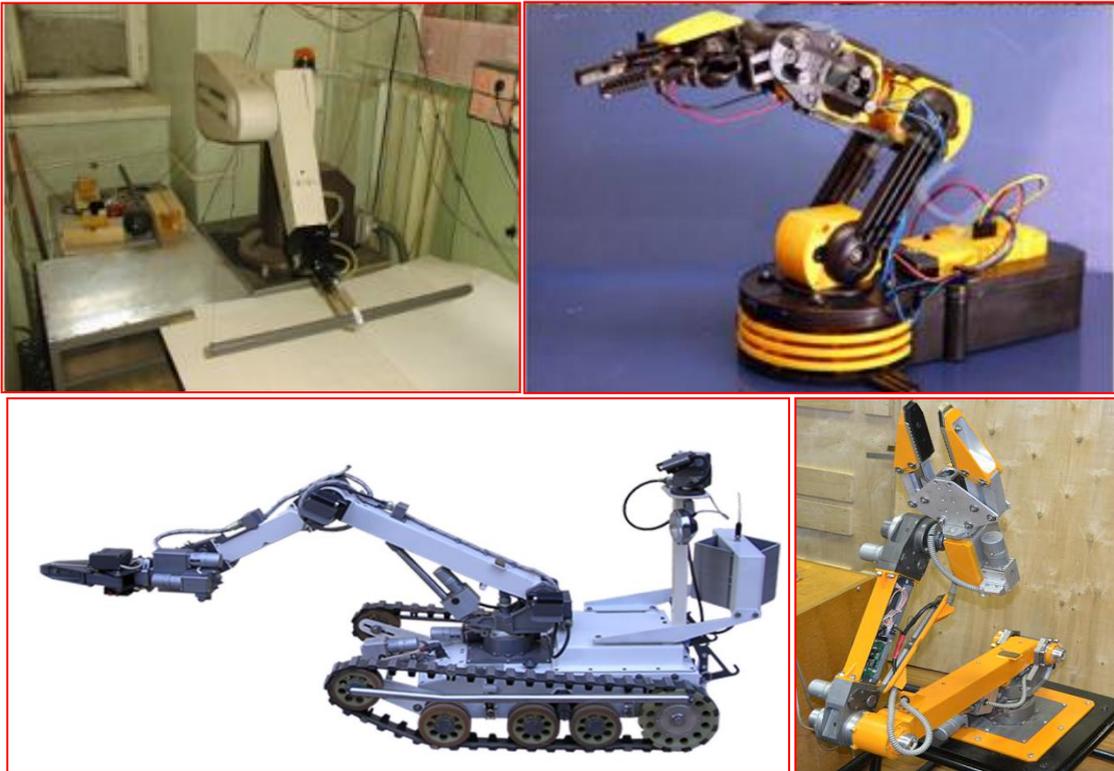


Рис. 5. Более частые примеры конструкций "неплоских" роботов-манипуляторов: РМ-01 (Стенфорд, Юнимашн, Пума) [18], "Robot Arm" – детский конструктор [28], отечественный ПРМ МРК-15 (МГТУ [29], [30], [31]) и его манипулятор.

*В этих примерах видно, как часто удобство конструктивного решения приводит к смещению плоскости качаний схвата из вертикальной плоскости поворота звеньев. Поэтому в алгоритмах РВА этих манипуляторов нужен специальный оператор – для определения такого поворота плеча, при котором схват окажется там, где нужно.*

Это приводит к необходимости в процессе решения ОКЗ дополнительно к обычному рассмотрению параметров геометрии вертикальной фигуры трехзвенника (плечо-предплечье-схват) рассматривать еще один – теперь горизонтальный прямоугольный треугольник с его катетами, состоящими из бокового смещения схвата относительно ВПМ и из искомого в ОКЗ направления ВПМ в пространстве, и с гипотенузой в виде заданного направления на целевую рабочую точку из начала СКМ (см. далее рис.6).

Алгоритм этой части ОКЗ выглядит следующим образом.

Без ограничения общности для определения требуемой ориентации нормали  $Z_M^0$  вертикальной плоскости манипулятора и схвата (см. выше рис. 2) будем считать заданным вектор координат рабочей позиции конца губок схвата манипулятора  $R_C = \{X_C, Y_C, Z_C\}$  в СКМ<sub>0</sub> (этот вектор легко определим и для случая взаимодействия схвата с объектом, позиция и ориентация которого в СКМ<sub>0</sub> известна). И в соответствии со сказанным выше полагаем, что в рассматриваемой кинематической схеме манипулятора ПРМ-1 у вертикальной плоскости по-

движности этого вектора  $\mathbf{R}_C$  имеется относительно вертикальной оси СП-1 боковой сдвиг в левую сторону:

$$\mathbf{R}_{\text{ВПС}} = -\mathbf{R}_{\text{ВПС}} \cdot \mathbf{Z}_M^0.$$

Иными словами, искомое направление ВПМ сдвинуто вдоль оси СП-4 на величину  $\mathbf{R}_{\text{ВПС}}$  параллельно рабочему положению схвата в его вертикальной плоскости ВПС. Это обстоятельство приводит к трудно решаемому векторному уравнению относительно  $\mathbf{Z}_M^0$  – единичного вектора нормали ВПМ:

$$\mathbf{Z}_M^0 = [(\mathbf{R}_C + \mathbf{R}_{\text{ВПС}} \mathbf{Z}_M^0) \times \mathbf{Y}_M^0]^0.$$

Однако геометрически (см. рис. 6) это уравнение описывает весьма простую ситуацию построения упомянутого векторного прямоугольного<sup>5</sup> треугольника в горизонтальной плоскости манипулятора (ГПМ), ортогональной оси СП-1  $\mathbf{Y}_M^0$ .

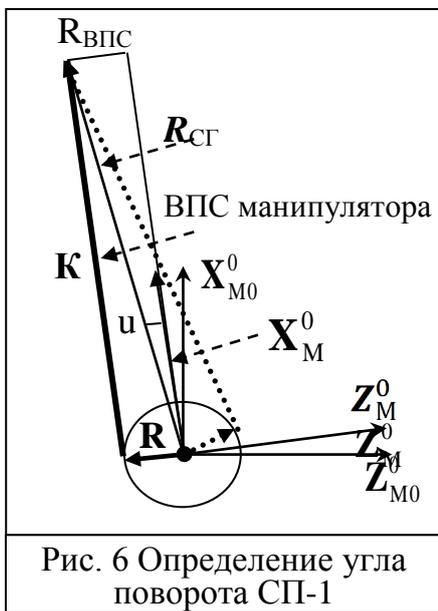


Рис. 6 Определение угла поворота СП-1

Один из катетов в этой плоскости есть вектор  $\mathbf{R} = -(\mathbf{R}_{\text{ВПС}} \cdot \mathbf{Z}_M^0)$  искомого направления радиуса окружности позиций точки касания ВПС при вращении ВПМ с ВПС вокруг оси СП-2. Этот вектор неизвестен по направлению, но известен своей величиной, равной сдвигу  $\mathbf{R}_{\text{ВПС}}$ . Другой катет – искомый горизонтальный вектор  $\mathbf{K}$  от точки касания ВПС с окружностью радиуса  $\mathbf{R}_{\text{ВПС}}$  до позиции конца вектора  $\mathbf{R}_C$  – проекция рабочей точки губок схвата  $\mathbf{R}_C$  на горизонтальную плоскость основания манипулятора. Третий вектор этого треугольника – его гипотенуза – известен и равен  $\mathbf{R}_C$  с величиной  $R_C$ . Поэтому в скалярном виде наше векторное уравнение имеет простой вид:

$$|\mathbf{K}|^2 + (\mathbf{R}_{\text{ВПС}})^2 = |\mathbf{R}_C|^2.$$

Очевидно, что 2-й порядок этого уравнения с его двумя решениями является следствием геометрической ситуации существования двух возможных касаний вектора  $\mathbf{K}$  к окружности (см. пунктир на рис. 6, он соответствует  $R < 0$ ).

Поскольку вектор  $\mathbf{R}_C$  гипотенузы есть вычисляемая функция проекции  $\mathbf{R}_C(\mathbf{R}_C, \mathbf{Y}_M^0)$  (например,  $\mathbf{R}_C = \mathbf{Y}_M^0 \times [\mathbf{R}_C \times \mathbf{Y}_M^0]$ ), а искомые векторы-катеты  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{K}$  треугольника связаны условием ортогональности, то очевидно, что искомое направление  $\mathbf{Z}_M^0$  определимо. Имеем ( $\mathbf{R}_{M0}$  – проекция базового вектора СП-1):

<sup>5</sup> В системе РВА [14] для определения векторных проекций векторов имеется эффективный аппарат присоединения своей ортогональной системы координат к любой паре векторов и построения всех возможных ортогональных векторов и векторов проекций для этой пары исходных векторов.

$$\sin u = R_{\text{ВПС}} / |R_{\text{СГ}}|; \quad \cos u = \sqrt{((R_{\text{СГ}} - R_{\text{М0}})^2 - R_{\text{ВПС}}^2) / R_{\text{СГ}}} \Rightarrow |u|; \quad (1)$$

$$K_{1,2}^0 = [PVV(R_{\text{СГ}}, Y^0, \mp |u|)]^0 \Rightarrow K_{1,2} = K_{1,2}^0 \cdot \sqrt{(R_{\text{СГ}} - R_{\text{М0}})^2 - R_{\text{ВПС}}^2}; \quad \Rightarrow \varphi_1 = \angle (K^0, X_{\text{М0}}^0).$$

Здесь PVV – оператор РВА [14] поворота вектора вокруг вектора на данный угол. В системе РВА имеется также оператор "Присоединения к окружности" PkO, который позволяет сразу построить нужный (по знаку  $\pm R_{\text{ВПС}}$ ) вектор  $K$ :

$$PkO (Y_{\text{М}}^0, R_{\text{СГ}}, R_{\text{М0}}, \pm R_{\text{ВПС}}, K) \quad (\text{у ПРМ-1 } R_{\text{М0}}=0 \text{ – это начало базовой СК}).$$

## 2. Построение конфигурации трехзвенника манипулятора

Ниже предполагается заданным в базовой СКМ<sub>0</sub> манипулятора вектор координат рабочей позиции точки на оси схвата манипулятора  $R_{\text{С}} = \{X_{\text{С}}, Y_{\text{С}}, Z_{\text{С}}\}$ . Этого предположения достаточно для определения угла поворота ВПМ для требуемого прикосновения плоскостью ВПС к заданной точке  $R_{\text{С}}$ .

Важно отметить, что отличие алгоритмов решения обратных задач для "плоских" и "неплоских" кинематических схем 5-степенных манипуляторов кончается на приведенном алгоритме определения угла  $\varphi_1$  поворота ВПМ. При определении остальных конфигурационных углов  $\varphi_2.. \varphi_5$  в силу параллельности плоскостей ВПМ и ВПС всегда возможно использовать алгоритмическую модель плоского манипулятора со схватом, "виртуально" расположенным в ВПМ. Для этого позиции схвата проецируются на ВПМ, и в этой плоскости рассматривается геометрия модели трехзвенника плечо-предплечье-схват.

Для определения углов  $\varphi_2, \varphi_3$  конфигурации "плечо-предплечье" в дополнение к знанию позиции рабочей точки оси схвата необходимо назначить величину угла  $\beta$  (см. ниже рис. 7) наклона продольной оси схвата в ВПС в базовой СКМ<sub>0</sub>. Привязка с этим углом положения продольной оси схвата относительно горизонтальной плоскости к высоте точки  $R_{\text{С}}$  в ВПС однозначно определяет положение в ВПМ конца предплечья с осью СП-4, а следовательно, и искомое положение двухзвенника "плечо-предплечье" в ВПМ. К такой постановке ОКЗ – с заданными углами  $\beta$  наклона продольной оси схвата и  $\varphi_5$  его поворота вокруг этой оси – легко приводятся задачи как с пустым схватом, так и с предметами в схвате при их известной ориентации. Такие ОКЗ как плоского, так и неплюского манипулятора решаются в операторах РВА [14] следующим образом:

Шаг 1: Определение X, Y позиции оси СП-4 в 2D СК ВПМ – смещение позиции  $R_{\text{С}}$  точки схвата вдоль направления его продольной оси с заданным ее наклоном к оси X на угол  $\beta$ . Для этого в операторах РВА выполняются 3 операции (заметим, что они записываются в содержательно удобных именах векторов, а незримо исполняются в компонентах определения этих векторов):

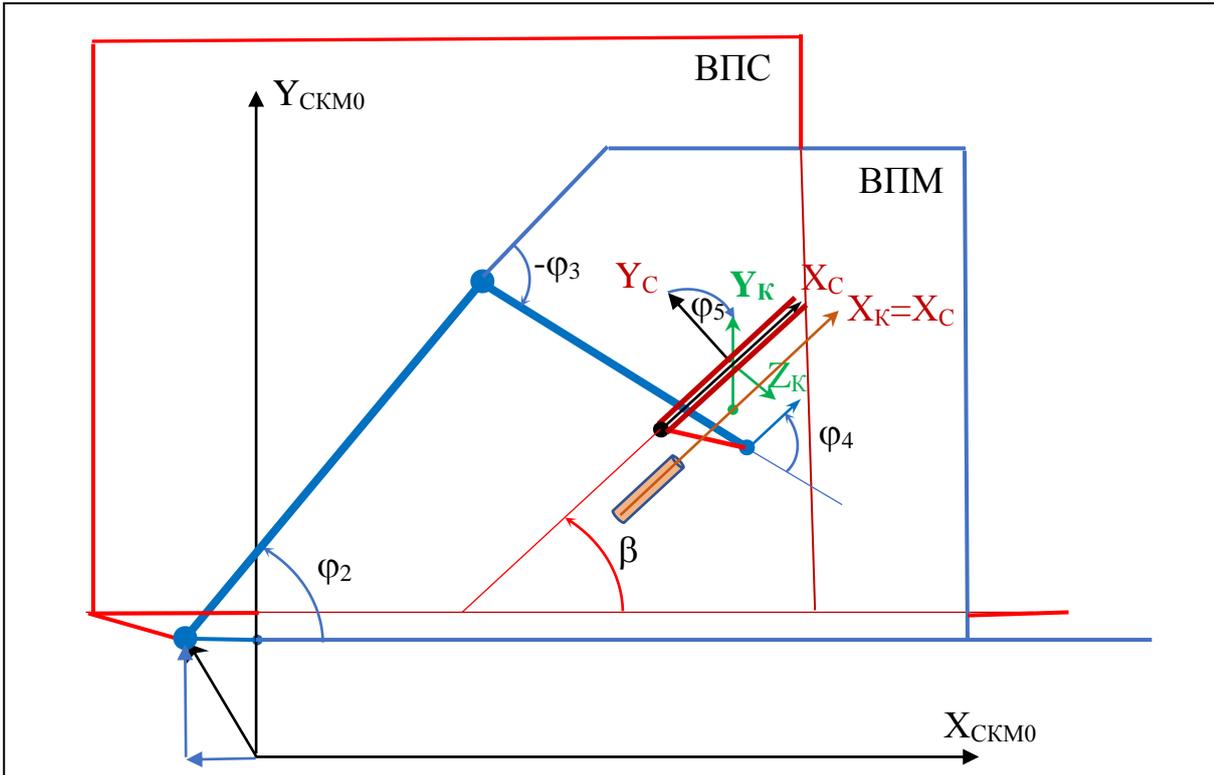


Рис. 7. Две вертикальные плоскости "неплоского" манипулятора ПРМ-1. Вертикальные плоскости манипулятора и схвата сдвинуты относительно друг друга вдоль оси  $Z_{СКМ0}$  влево на  $R_{ВПС} = -35,5$  мм (ВПС сзади ВПМ).

Величина углового влияния сдвига схвата на вращение ВПМ при наведении ВПС манипулятора на целевую точку связано с горизонтальным расстоянием этой точки от оси вращения  $Y_{СКМ0}$ . Разницы между направлением на конец губок схвата от оси СП-1 и направлением ВПМ лежат в диапазоне  $1,5^\circ - 90^\circ$  при изменениях горизонтальных расстояний рабочей точки в пределах рабочей зоны манипулятора от максимальных до минимальных величин.

На рисунке показан случай видеокамеры с осью, закрепленной вдоль оси схвата. Схват с камерой повернут на угол  $\varphi_5$  вокруг продольной оси схвата.

- 1) определение единичного вектора оси схвата (оператором PVV поворота орта оси X на угол  $\beta$  вокруг  $Z_M^0$  - орта нормали ВПМ):<sup>6</sup>

$$X_C^0 = PVV(X_M^0(\varphi_1), Z_M^0(\varphi_1), \beta);$$

- 2) его умножение на скаляр  $L_r$  конструктивной длины схвата от оси СП-4 до рабочей точки оси схвата – внутри или на конце его губок:

$$L_c = VuS(X_C^0, L_r);$$

- 3) вычитание полученного вектора из заданного вектора рабочей позиции конца губок схвата манипулятора  $R_C$  (см. выше):

$$R_{СП4} = VmV(R_C, L_c).$$

<sup>6</sup> Операторы PVA показаны здесь без подробностей их технологических формальных параметров, указывающих на способ представления данных (угол, тип четверти или его cos и/или sin – см. [14]).

В практике работ с РВА этот алгоритм записывается более емко – одной строкой композиции этих операторов и без использования имен промежуточных векторных объектов:

$$R_{СП4} = VmV(R_C, VuS(PVV(X_M^0(\varphi_1), Z_M^0(\varphi_1), \beta), L_T)).$$

Шаг 2: Определение углов  $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ . Для этого в системе операторов РВА имеется специальный оператор

$$U = U3zvn(H, B, DL_1, DL_2, A, Kb)$$

для работы с трехзвенником, образуемым двумя звеньями манипулятора и его третьим звеном с заданной ориентацией (углом  $A$  наклона к оси  $X$  – рис. 8). Двухзвенник плеча и предплечья задается их длинами  $DL_1$  и  $DL_2$ , шириной  $B$  и высотой  $H$  конца двухзвенника (т.е. компонентами вектора  $R_{СП4}$ ) и углом  $A = \beta$  наклона схвата. Оператор  $U3zvn$  определяет 3D-вектор искомых углов  $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ . Ввиду геометрической возможности двух конфигураций – локоть вверх или локоть вниз – в операторе предусмотрен их соответствующий выбор  $Kb = 1$  или  $-1$ . Алгоритм решения задачи этого шага подробно показан на рис. 7 и 8:

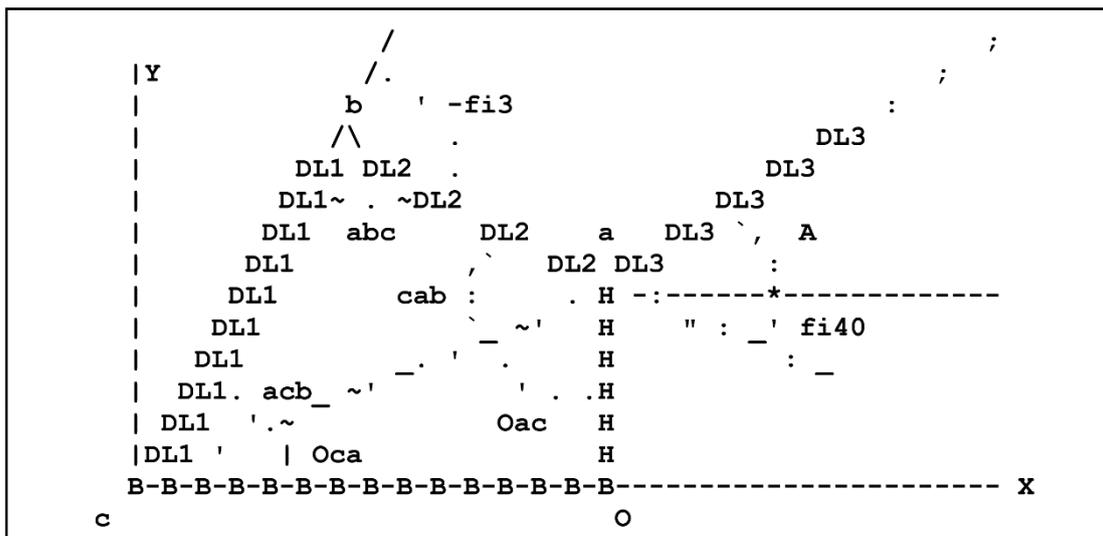


Рис. 8. Геометрия оператора  $U3zvn(DL_1, DL_2, B, H, A, Kb)$   
(рисунок взят из текста программы оператора).

Алгоритм этого оператора содержит обращение к оператору РВА  $U4ver(H, B, DL_1, DL_2, Kb)$

для определения углов четырехвершинника  $Oabc$  в геометрии двухзвенника плеча  $DL_1$  с предплечьем  $DL_2$ . Новый оператор, в свою очередь, использует РВА-оператор  $TreUgl(ab, bc, ac)$  для вычисления углов косоугольного треугольника в четырехвершиннике манипулятора. Эти углы суммируются с углами прямоугольного треугольника в основании четырехвершинника, что дает значение угла  $Ocb$  для подъема плеча  $\varphi_2$ .

Значение угла  $Oab$  определяет угол наклона  $\varphi_{40}$  предплечья, что после суммирования с  $A$  дает искомую величину угла  $\varphi_4$  поворота схвата.

Искомый угол  $\varphi_3$  дополняет до  $180^\circ$  угол при вершине  $b$ .

### 3. Алгоритмы раскрытия неоднозначностей ОКЗ

Выше было видно, что и на первом, и на втором этапах решения ОКЗ возникают разные возможные конфигурации манипулятора (см. рис. 9), которые требуют либо принятия решения оператором манипулятора, либо автоматического выбора алгоритмическими средствами машинного интеллекта.

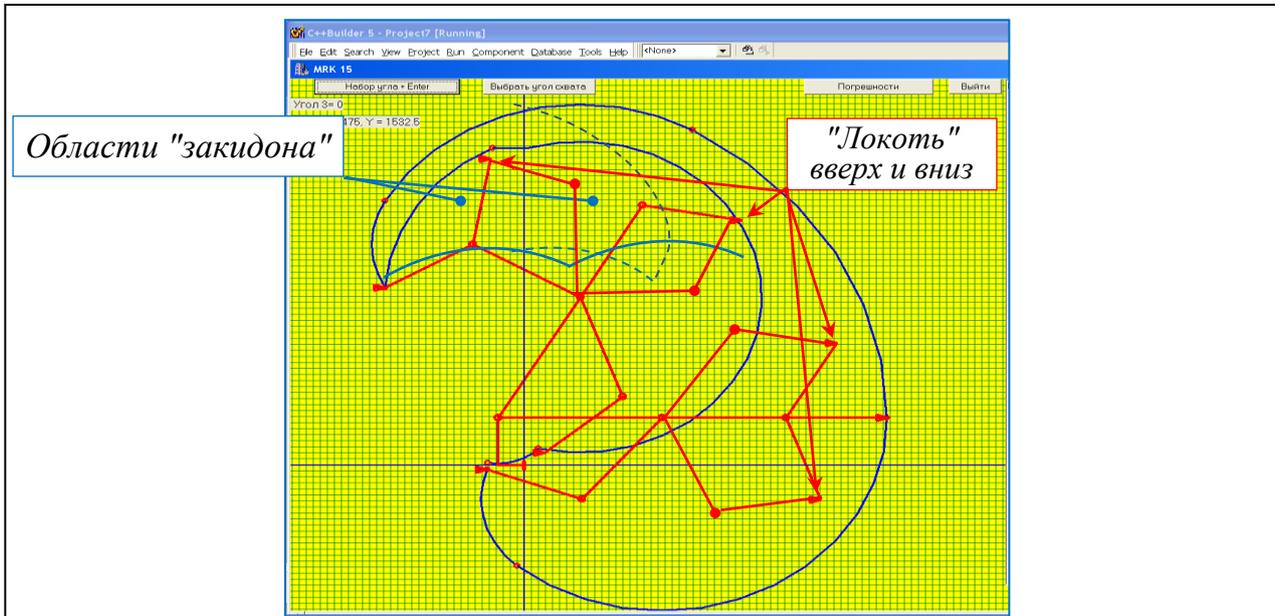


Рис. 9. Неоднозначности конфигураций в операционном пространстве ВПС. Предельные конфигурации манипулятора и примеры угловых поворотов звеньев. Здесь диапазоны углов:  $\varphi_1 = \pm 135^\circ$ ,  $\varphi_2 = 0 \div 60^\circ$ ,  $\varphi_3 = -130^\circ \div 90^\circ$ ,  $\varphi_4 = -70^\circ \div 60^\circ$ ,  $\varphi_5 = \pm 179^\circ$ .

*На этой копии экрана программной модели операционной зоны манипулятора вверху слева видны 2 области "закидона" сзади плеча, предплечья и схвата. Они достижимы также и при "обратном" повороте ВПМ на угол  $\varphi_1$ , близкий к  $180^\circ$ . Боковой вынос схвата и упоры звеньев влияют на выбор величины угла  $\varphi_1$  в СП-1.*

Неоднозначности второго этапа решения ОКЗ с заданным углом наклона схвата уже были упомянуты: иногда возможны две конфигурации ответа ОКЗ: "локоть вверх" и "локоть вниз". Для выбора решения в операторе предусмотрен параметр  $K_b = \pm 1$ . Для автоматического выбора оставлена возможность  $K_b = 0$ .

В свою очередь, неоднозначность выбора угла  $\varphi_1$  для поворота ВПМ связана с возможностью реализации двух совершенно разных способов достижения точек в области операционного пространства (именуемой ниже "область закидона") – вблизи и сзади оси вращения ВПМ (см. рис. 9). Эта область в ряде случаев полезна для выполнения работ вне диапазона курсовых поворотов по углу  $\varphi_1$  – например, для наведения видеокамеры схвата на объекты окружения манипулятора строго сзади (вне допустимого диапазона углов СП-1).

Опыт работы с существующими манипуляторами определил понимание устройства логики выбора одной правильной конфигурации манипулятора из четырех возможных ориентаций плеча и предплечья для заданной ориентации и

позиции схвата. Хотя неоднозначность выбора всегда приводит к проблеме поиска оптимального решения, но критерии искомой оптимальности заметно отличаются в разных операционных ситуациях – на стадии проекта и в процессе его реализации.

Очевидно, что возможности выбора оптимальной ситуации намного больше перед началом рабочей операции, чем в процессе ее исполнения. Действительно, если перед началом движения манипулятор можно привести в любую доступную позицию, то позже, на каждом шаге уже исполняемого движения, как правило, нужно сохранять тип конфигурации предыдущего шага. Заметные конфигурационные изменения со сменой знаков углов могут потребоваться, если какое-то звено достигло границы углового диапазона. Но нужные для этого выпрямления звеньев или поворот ВПМ потребуют прерывания рабочего процесса. Если это недопустимо, то в "машинном интеллекте" возникает необходимость модельного анализа до начала движения возможных конфигурационных обстоятельств на протяжении всего рабочего процесса.

#### Двузначность выбора положения вертикальной плоскости схвата

Рассмотрим эти проблемы на примере раскрытия необходимости использования конфигурации "закидон" в верхней части рабочей зоны вертикальной плоскости манипулятора. Рабочие зоны ВПМ в диапазоне углов  $\varphi_1$  ее курсового поворота заметают пространство в зависимости от высоты вытянутого вперед схвата горизонтальным радиусом его вращения (максимальное значение радиуса РЗ на высоте платформы выпрямленного манипулятора равно 1380 мм). Но имеется (рис. 9) и дополнительная доступная область "закидона" (с ее меньшим радиусом 520 мм), вращающаяся вместе с ВПМ. Таким образом, в пределах доступного диапазона углов  $\varphi_1$  имеются точки пространства, которые достижимы либо большим курсовым поворотом манипулятора, либо закидыванием назад предплечья и схвата манипулятора. И есть области пространства СКМ вне диапазона углов  $\varphi_1$ , доступные только в режиме "закидона".

При определении угла  $\varphi_1$  для достижения схватом точки в области "закидона" необходимо учитывать боковой вынос схвата манипулятора, равный, как говорилось, 35,5 мм. Это приводит к тому, что поворот ВПМ, нужный для достижения закинутым назад схватом операционной точки вне доступного диапазона углов "вперед смотрящего" манипулятора, реализуется не в пределах  $\pm 45^\circ$ , а в углах  $49^\circ \dots 41^\circ$  – для того чтобы после выполнения "закидона" схвата его продольная ось оказалась внутри запретной зоны операционного пространства с ее углами по  $\varphi_1 = 180^\circ \pm 45^\circ$ . Причина этого в том, что при работе в передней области схват манипулятора расположен слева от ВПМ, а при работе в задней области он расположен справа от ВПМ, если смотреть в направлении работы.

Поэтому в этих двух случаях прислонения конца губок схвата к одной и той же рабочей плоскости, не совпадающей с ВПС, углы  $\varphi_1$  для ВПМ должны изменяться в диапазоне  $\pm 176^\circ$  (упоминаемые выше  $4^\circ$  примерно соответствуют максимальному размеру РЗ "закидона" в 520 мм при боковом смещении схвата на 35,5 мм).

Заметим, что на границах достижимости "закидон" требует определенной (не произвольной) ориентации схвата с обязательным его переходом через вертикальное-вверх направление. Иными словами, непрерывная работа вне и в области "закидона" возможна только при выполнении "потолочных" работ.

При этом важно обратить внимание, что подобный гладкий перевод рабочей точки схвата с помощью "закидона" из передней полусферы в заднюю или обратно возможен лишь в случае, когда *рабочая траектория целиком принадлежит ВПС* (такое движение происходит при неподвижной ВПМ). В противном случае при приближении рабочей точки к позиции на нормали к ВПС (на границе передней и задней полусфер начальной позиции манипулятора) обязательно потребуются большой поворот ВПМ по углу  $\varphi_1$  на  $\pm 90^\circ$ . Но после этого "закидон" окажется уже и не нужным – с продолжением этого вращения работа манипулятора будет продолжаться в его текущей передней полусфере.

Таким образом, в области потолочных работ при большом протяжении требуемого рабочего перемещения вдоль оси X ВПМ следует до начала движения выбрать курсовое положение ВПМ и направление движения – в прямую или обратную сторону. Этим выбором будет однозначно определена начальная конфигурация локтя и место смены ее типа в процессе движения.

Приведенные соображения позволяет исключить двузначность решения ОКЗ, связанную с "закидоном", такими правилами построения стиля движения:

1. "закидон" возможен и нужен при выполнении "потолочных" работ с движением в обоих направлениях в окрестности вертикальной оси манипулятора;
2. для реализации гладкого перехода между полусферами манипуляций выбранная позиция ВПС должна содержать всю рабочую траекторию схвата.

#### Выбор конфигурации в вертикальной плоскости схвата

Другим важным фактором моделирования траектории движения, заметно ограничивающим выбор нужной конфигурации на всем диапазоне планируемого рабочего движения, становится требуемый *рабочий наклон схвата*. Выше было показано, что любая фиксация направлений продольной оси схвата резко сокращает (см. рис. 3) области доступного движения звеньев манипулятора. У манипулятора ПРМ-1 это, прежде всего, связано с конструктивными ограничениями диапазона углов  $\varphi_4$  вращения в СП-4 схвата, которые не должны выходить из пределов:

$$-70^\circ \leq \varphi_4 \leq 60^\circ.$$

Оказывается, что эти ограничения важны не сами по себе, а их нужно рассматривать в связи с текущим значением разности заданного значения абсолютного угла наклона схвата  $\beta$  и суммы углов вращения  $\varphi_2 + \varphi_3$ . Дело в том, что условие допустимости угла  $\varphi_4$  имеет вид:

$$-70^\circ \leq \beta - (\varphi_2 + \varphi_3) \leq 60^\circ.$$

Это неравенство диктует допустимый диапазон углов наклона схвата  $\beta$ :

$$(\varphi_2 + \varphi_3) - 70^\circ \leq \beta \leq 60^\circ + (\varphi_2 + \varphi_3),$$

или для выбранного значения угла  $\beta$  – углов наклона предплечья  $\beta_3 = (\varphi_2 + \varphi_3)$ :

$$\beta - 60^\circ \leq (\varphi_2 + \varphi_3) \leq \beta + 70^\circ.$$

Вместе с этим каждый из углов вращения плеча и предплечья тоже имеют свои пределы углов вращения относительно предыдущего звена (угол в этих пределах обозначим как  $\varphi_i!$ ):  $0^\circ \leq \varphi_2! \leq 70^\circ$  и  $-130^\circ \leq \varphi_3! \leq 90^\circ$ .

Поэтому правила выбора решения при известных угле  $\beta$  наклона схвата, ситуаций предыдущего угла  $\varphi_3^-$  и его целевого угла  $\varphi_3^+$  имеют вид (см. табл. 2):

Таблица 2                      Логика выбора конфигурации манипулятора

Ситуация	Конфигурация
$\varphi_2! \& \varphi_3! \& \beta - \varphi_{\max 4} \leq \varphi_3 + \varphi_2 \leq \beta - \varphi_{\min 4} \& \varphi_3^- < 0 \& \varphi_3^+ < 0 \& \varphi_3 < 0$	"Локтем вверх"
$\varphi_2! \& \varphi_3! \& \beta - \varphi_{\max 4} \leq \varphi_3 + \varphi_2 \leq \beta - \varphi_{\min 4} \& \varphi_3^- > 0 \& \varphi_3^+ > 0 \& \varphi_3 > 0$	"Локтем вниз"
$\varphi_2! \& \varphi_3! \& \beta - \varphi_{\max 4} \leq \varphi_3 + \varphi_2 \leq \beta - \varphi_{\min 4} \& \varphi_3^- < 0 \& \varphi_3^+ > 0 \& \varphi_3 = 0$	"Локтем вниз"
$\varphi_2! \& \varphi_3! \& \beta - \varphi_{\max 4} \leq \varphi_3 + \varphi_2 \leq \beta - \varphi_{\min 4} \& \varphi_3^- > 0 \& \varphi_3^+ < 0 \& \varphi_3 = 0$	"Локтем вверх"
$\varphi_2! \& \varphi_3! \& \beta - \varphi_{\max 4} \leq \varphi_3 + \varphi_2 \leq \beta - \varphi_{\min 4} \& \text{sign}\varphi_3^- \neq \text{sign}\varphi_3^+ \& \varphi_3 \neq 0$	"Смена решения"
$\varphi_2! \& \varphi_3! \& \beta - \varphi_{\max 4} \leq \varphi_3 + \varphi_2 \leq \beta - \varphi_{\min 4} \& \text{sign}\varphi_3^- \neq \text{sign}\varphi_3 \& \varphi_3 \neq 0$	"Смена решения"
$\neg\varphi_2! \vee \neg\varphi_3! \vee \neg(\beta - \varphi_{\max 4} \leq \varphi_3 + \varphi_2 \leq \beta - \varphi_{\min 4})$	"Нет решения"

Для расширения областей рабочей зоны манипулятора нужно иметь широкие диапазоны углов в шарнирах звеньев, и прежде всего – угла  $\varphi_4$  схвата.

Кроме того, внимательный читатель может заметить на рис. 3 нестыковку (треугольник) узла синих границ. Этот треугольник говорит о существовании не сразу очевидной необходимости согласовывать при проектировании конструкции манипулятора выбираемые параметры длин звеньев манипулятора с выбираемыми диапазонами углов в степенях их подвижности. Такое согласование необходимо для обеспечения совпадения концевых точек тех участков границ рабочей зоны, в которых встречаются движения предплечья со схватом при позициях плеча у противоположных границ его диапазона. Только при таком совпадении возможно не меняя текущей рабочей точки продолжить предельное движение в диапазоне углов плеча. В данном случае для совпадения граничных точек нужно было лишь немного сократить длину плеча и удлинить схват.

## Задача наведения видеокамеры схвата на объект

Похожая задача построения и реализации некоего заранее не известного целевого направления осей схвата в ОИКС= $\{ X_{\text{сц}}^0, Y_{\text{сц}}^0, Z_{\text{сц}}^0 \}$  возникает при необходимости направить установленную на схвате манипулятора видеокамеру на нужный объект в операционном пространстве внешней среды манипулятора, располагая при этом рассматриваемый объект определённым образом в получаемом видеокадре.

На рис. 10 показан пример фотографии, полученной камерой схвата в режиме смотрящего схвата манипулятора с требуемой горизонтальной ориентацией перевернутого кадра в обратном курсовом направлении оси камеры  $\psi_{\text{кск}} \approx 150^\circ$  (что соответствует требуемому курсовому повороту  $\alpha_1 = \varphi_1 \approx -30^\circ$ ). Проблема этой задачи связана с новым параллельным смещением оси камеры относительно оси схвата, что, к слову, хорошо заметно на



Рис. 10. Вид в кадре видеокамеры схвата

приведенном фото по расходящимся лучам линий из центра перспективы кадра.

Очевидно, что для решения задачи наведения кадра на объект с известным положением в операционном пространстве манипулятора необходимы три независимых степени подвижности с необязательно ортогональными осями (хотя это обычно и предполагается при использовании углов Эйлера или Крылова). Две оси нужны для выполнения требуемого наведения оси видеокамеры на требуемый объект, а третья ось поворота нужна для реализации вращения кадра вокруг построенного направления оси камеры. Но используемые оси вращения манипулятора и выбранная для наведения ось камеры с возможным вращением вокруг нее границ кадра не совпадают: ось камеры у ПРМ-1 смещена параллельно продольной оси схвата по ОИСК оси  $Z$  вверх на 4 см.

Нужно подчеркнуть, что здесь речь идет о задаче "наведения" на объект. Эта задача содержательно заметно отличается от стандартной задачи "ориентации" свободного вектора. Отличие заключается в требуемой привязке выбранного единичного вектора (в данном случае – вектора направления оптической оси камеры схвата манипулятора) к *позиции* известной точки в пространстве используемой СК. В свою очередь, задача наведения отличается и от наиболее параметрически полной (и поэтому математически более простой) задачи "позиционирования" заданного вектора тем, что для задачи наведения содержа-

тельно важен именно *единичный* вектор и этот единичный вектор *луча наведения* в ней не доопределен его величиной до объекта наведения (наведение камеры на объект возможно на любом расстоянии от него).

В таком – достаточно общем случае – нужно решить ОКЗ определения углов манипулятора при заданном объекте наведения оси камеры схвата с ее известной позицией на схвате. Особенность этой ОКЗ в том, что ищется отображение заданной позиции и направления вектора на три искомым угла поворота схвата вокруг таких осей подвижности манипулятора, которые не пересекаются с осью камеры, и одна из них (ось СП-5 угла  $\varphi_5$ ) в рассматриваемом случае параллельна оси видео наведения.

При параллельном смещении осей в дополнение к геометрии *ортогональных* или *конических* векторных поворотов возникает третий – вырожденный тип *цилиндрических* поворотов вектора вокруг вектора. Его вырождение связано с отсутствием векторного произведения параллельных векторов и связанным с этим отсутствием прямых способов построения присоединенной системы координат [14] с применением метода Родрига-Гамильтона (см., например, [16]) для реализации требуемого поворота. В принципе, это означает необходимость доработки алгоритмов двухвекторных операторов PSK, OrtB и PVV в системе операторов PBA. Однако в данном случае этого не потребуются – при параллельных осях камеры и схвата ОКЗ наведения решается геометрией простого сдвига позиций их одинаковой ориентации в пространстве СКМ.

Ниже решение такой ОКЗ приводится в СК PBA с ее осями X и Y в ВПМ и осью Z, направленной в правую полуплоскость. При этом положение оптической оси камеры в ВПС задается параметрами  $H_{Obj}$  и  $\alpha_{Obj}=D_{Obj}=0$  из структуры данных Config.

Для наведения камеры по трем степеням свободы позиции ее кадра у пятистепенного манипулятора имеются два лишних угла  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  в СП-2 и СП-3, которые должны иметь любые известные значения. Определению в такой ОКЗ подлежат только три угла позиционирования и поворота схвата:  $\varphi_1$ ,  $\varphi_4$  и  $\varphi_5$ .

### **О повороте видеокамеры вокруг продольной оси схвата**

В задачах наведения угол  $\varphi_5$  или заранее задан извне (например, кадр должен быть горизонтальным) или определим из условия параллельности границы кадра или губок схвата границе известного объекта в системе координат манипулятора (например, вертикальная плоскость губок схвата на рис. 7 должна быть параллельна найденному по зрительной обратной связи наклону видимого в кадре предмета). Поэтому ниже при решении ОКЗ наведения угол  $\varphi_5$  поворота схвата считается уже заданным.

Когда ось камеры параллельна осям схвата, то вне зависимости от величины угла  $\varphi_5$  наклоны и повороты оси схвата определяют ориентацию и осей камеры. Однако значения угла  $\varphi_5$  сказываются на решении ОКЗ *позиционирования* оси камеры при ее наведении на заданную точку в СКМ, заметно влияя на величину углов  $\varphi_1$  и  $\varphi_4$  при выбранных углах  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$ . Если угол  $\varphi_5$  отличен от нуля или от  $180^\circ$ , то ось камеры после поворота схвата на этот угол больше не принадлежит ВПС – вертикальной плоскости схвата, и тогда она относительно оси  $X_C$  в СКС в ВПМ манипулятора имеет два координатных сдвига (исходные сдвиги ВПС:  $Z_c = -35,5$  мм и камеры:  $Y_{CAM0} = H_{Obj} = 4$  см,  $Z_{CAM0} = 0$ ):

$$Y_{CAM} = (Y_{CAM0} \cdot \cos \varphi_5 - Z_{CAM0} \cdot \sin \varphi_5) \quad \text{и} \quad (2)$$

$$Z_{CAM} = Z_c + Z_{CAM0} \cdot \cos \varphi_5 + Y_{CAM0} \cdot \sin \varphi_5.$$

Получаемая величина 4-сантиметровых вариаций координат привязки луча наведения камеры на фиксированный объект в окружении робота приводит к аналогичным значениям вариаций координат схвата в процессе манипуляций с поворотом схвата по углу  $\varphi_5$  при сохранении объекта наведения в центре кадра.

### **Наведение вертикальной плоскости оси камеры на объект кадра**

Заметим, что предположение о фиксированных углах плеча и предплечья при наведении на заданный объект камеры с осью, *параллельной* оси схвата, снимает неопределенность привязки начала и конца вектора вдоль оси камеры и превращает ОКЗ наведения в решенную выше ОКЗ позиционирования. Это заметно упрощает решение проблемы наведения схватом смещенной от его оси камеры на выбранный неподвижный объект.

Действительно, в этом случае определена позиция вектора  $R_{OK}$  целевого объекта кадра в СКМ<sub>0</sub>, и, следовательно, из начала этой системы координат можно построить вертикальную плоскость, содержащую этот вектор  $R_{OK}$  и (по определению) ось  $Y_M^0 = Y_{СП-1}^0$  СКМ<sub>0</sub>. Отличие от ОКЗ предыдущего пункта здесь лишь в том, что к этой плоскости нужно прикоснуться не вертикальной плоскостью схвата, а параллельной ей вертикальной плоскостью оптической оси камеры (ВПК). Поскольку эта плоскость параллельна плоскости схвата, то при вращении вокруг вертикальной оси манипулятора эта ВПК касается окружности с радиусом ее расстояния до оси вращения (оси СП-1). Это означает, что определение искомого угла  $\varphi_1$  в ОКЗ наведения камеры схвата на известный объект манипуляции сводится к алгоритму, описанному выше в п. 1. Требуется лишь изменение величины и знака радиуса  $R$  (см. рис. 6) обкатываемой плоскостью окружности (при обращении к РкО сообщается  $R$  с его знаком):

$$R = -(Z_c + Z_{CAM0} \cdot \cos \varphi_5 + Y_{CAM0} \cdot \sin \varphi_5) = -(40 \cdot \sin \varphi_5 - 35,5) \text{ мм.}$$

Обращением к оператору РкО и к формулам (1) определяется искомый угол  $\varphi_1$ .

### **Угол наклона схвата для наведения оси камеры на объект**

Как было сказано выше, эта задача решается в более простой модели плоского манипулятора в любой повернутой на угол  $\varphi_1$  вертикальной плоскости (ВПМ, ВПС, ВПК). При выбранных углах  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  положение оси СП-4 известно, и для определения угла  $\varphi_4$  нужно, связав вектором положение любой точки луча оси камеры с точкой объекта наблюдения, найти угол наклона этого луча.

С учетом возможных поворотов на угол  $\varphi_5$  и/или "закидона" проекция оси камеры на ВПМ отстоит от линии продольной оси схвата на величину  $Y_{CAM}$  из (2). И нужно заметить, что по этой причине проекция оси камеры на ВПМ не пересекает, а скрещивается с осью этого вращения СП-4. И поэтому опять при вращении схвата по искомому углу  $\varphi_4$  вектор луча оптической оси кадра с объектом наблюдения в его центре "обкатывает" окружность с радиусом  $R=Y_{CAM}$ .

Это означает, что снова определение искомого угла  $\varphi_4$  в ОКЗ наведения камеры схвата на известный объект манипуляции сводится к алгоритму, описанному выше в п. 1. Для определения искомого угла  $\varphi_4$  требуется при обращении к РкО вместе с X-координатой объекта наблюдения передать величину и знак радиуса  $R$  (рис. 6) обкатываемой лучом зрения вертикальной окружности:

$$R = -(Y_{CAM0} \cdot \cos \varphi_5 - Z_{CAM0} \cdot \sin \varphi_5) \cdot \text{Sign}(\cos(\varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4)),$$

и определить угол  $\beta$  наклона к горизонту вектора  $\mathbf{K}$  ответа. Тогда  $\varphi_4 = (\varphi_2 + \varphi_3 - \beta)$ .

### **Заключение**

Можно утверждать, что описанные выше методы и алгоритмы построения движений манипулятора с помощью специально для этой цели разработанных функций позволяют решать широкий класс задач управления ориентацией и позиционированием его схвата вместе с задачами наведения на объект манипулирующей видеокамеры, установленной на схвате.

Предложенные в работе три базовые функции, на которые раскладываются алгоритмы построения рабочих движений манипулятора с предметом в его схвате, и базовая структура данных с параметрами кинематической схемы манипулятора удобны тем, что позволяют при разработке управляющей программы робота-манипулятора иметь дело лишь с параметрами задачи движения, оставляя вне внимания параметры и способы его реализации.

Приведенные алгоритмы реализации функциональных средств формирования манипуляционных движений с помощью операторов системы РВА показывают ее эффективность при анализе границ рабочих зон манипуляций с различной ориентацией схвата, при решении прямых и обратных задач для манипулятора с кинематической схемой, усложненной боковым выносом схвата, и при раскрытии неоднозначностей построения конфигураций манипулятора.

## Литература

1. Robotics and Innovative Equipments for Land Systems. // <https://www.copybook.com/companies/eca/articles/unmanned-ground-vehicles>
2. TELEROB EOD Robot tEODor. XTEK Release. // 0811. <http://www.xtek.net/assets/Uploads/Sectors/EOD/TEODOR-Brochure.pdf>
3. Keating S. J. et al. Toward site-specific and self-sufficient robotic fabrication on architectural scales // Science Robotics. – 2017. – Т. 2. – №. 5. – С. eaam8986.
4. Vladimir F. Filaretov, Valentin E. Pryanichnikov. Autonomous mobile university robots AMUR: Technology and applications to extreme robotics. // Elsevier. Procedia Engineering Volume 100, 2015, Pages 269–277. 25th DAAAM International Symposium on Intelligent Manufacturing and Automation, 2014. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187770581500394X>
5. Orlov I.A., Aliseychik A.P., Platonov A.K., Ptakhin A.A. and Pavlovsky V.E. Biomechatronic Neurorehabilitation Complex Design, Models and Control. // Proc. 5th IEEE RAS & EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics. 791-796, 2014, August 12-15, Sao Paulo, Brazil. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/mostRecentIssue.jsp?punumber=6903648>
6. Артоболевский И.И., Умнов Н.В. Некоторые проблемы создания шагающих машин // Вестник АН СССР, 1969, № 2.
7. Девянин Е.А., Гурфинкель В.С., Ленский А.В., Штильман Л.Г. // Макет управляемого шагающего аппарата // Труды IV Всес.конф.по бионике 1973г.
8. Охоцимский Д.Е., Платонов А.К. и др. Управление интегральным локомоционным роботом // Изв. АН СССР, Технич.кибернетика, 6, 1974г.
9. Охоцимский Д.Е., Голубев Ю.Ф. Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата. М.: Наука. 1984.
10. Охоцимский Д.Е., Девянин Е.А., Платонов А.К., Боровин Г.К., Буданов В.М., Лапшин В.В., Мирный В.М. Основные проблемы и особенности проектирования многоцелевого гидравлического шагающего шасси // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 1995, № 72. 28 с.
11. Павловский В.Е. О разработках шагающих машин // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2013. № 101, 32 с.
12. Лапшин В.В. Механика и управление движением шагающих машин. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана 2012. 199 с.
13. Казакова Р.К., Платонов А.К. Язык для описания вращения космического аппарата // В сб. "Управление в пространстве" М.: Наука, Т.1, 1973, С. 52-63.
14. Платонов А.К. РВА-операторы для решения задач построения векторных объектов // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2017, № 22. 36 с. doi:10.20948 prepr-2017-22. <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2017-22>
15. Платонов А.К. Геометрические преобразования в робототехнике. М.: Знание Сер. "Математика, кибернетика"; №4. 1988г. С. 32.
16. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: Введение. М.: Мир, 1989, С. 478.
17. Комаров М.М. Система геометрического моделирования и её применение // "Программирование прикладных систем". М.: Наука, 1992, С. 189-196.

18. Белоусов И.Р., Карташов В.А. Натурное моделирование движений манипулятора в реальном масштабе времени // "Программирование прикладных систем" М.: Наука, 1992, С. 189-196.
19. Ефремов Д. Новая геометрия треугольника. Одесса, 1902 г.  
URL: <http://www.math.ru/lib/book/djvu/ngt/ngt.djvu>
20. Ярошевский В. С. Проблемы согласованного управления колесами трехколесного робота с шестью степенями подвижности // Мобильные роботы и мехатронные системы. М.: Изд-во ИМех МГУ, 2003. С 17-20.
21. Емельянов С.Н., Платонов А.К. Метод согласования электрических сенсорных сигналов и геометрических характеристик мобильного робота // "Мобильные роботы и мехатронные системы". М.:МГУ, 2001, С. 78-84.
22. Давыдов О.И., Платонов А.К. Сеть Пассфреймов - комбинированная модель операционной среды мобильного робота // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2015. № 15. 28 с.
23. Давыдов О.И., Пряничников В.Е. Архитектура системы управления мобильного сервисного робота // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2015. № 7, т.13. С. 41-50.
24. Давыдов О.И., Платонов А.К. Комплексная карта операционной среды робота. // Робототехника и искусственный интеллект. Материалы VII Всероссийской научно-технической конференции, Железногорск, 2015, С. 108-114.
25. Давыдов О.И., Платонов А.К. Организация и структура комплексной карты операционной среды сервисного робота // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2015. № 72. 28 с.
26. Носков А.В., Носков В.П. Распознавание ориентиров в дальнометрических изображениях // «Мобильные роботы 2001». М.: Изд-во МГУ, 2001. С.179-192.
27. [https://en.wikipedia.org/wiki/Programmable\\_Universal\\_Machine\\_for\\_Assembly](https://en.wikipedia.org/wiki/Programmable_Universal_Machine_for_Assembly)
28. Robotic Arms & Grippers <http://www.robotshop.com/en/robotic-arms.html>
29. Мобильный робототехнический комплекс МРК-15 // Специальное конструкторско-технологическое бюро прикладной робототехники (СКТБ ПР) <http://sktbpr.ru/robot/mrk-15>
30. Иванов А.Е., Бабаков С.Е. Модернизация системы управления манипулятора МРК-15 // Вопросы радиоэлектроники. Серия Электронная вычислительная техника. Вып. 2. М.: АО «ЦНИИ Электроника». 2015.с. 75-82.  
[http://www.niivk.ru/images/news\\_thumb/VRE\\_2\\_2015.pdf](http://www.niivk.ru/images/news_thumb/VRE_2_2015.pdf)
31. Манипулятор МРК-15. Руководство по эксплуатации. // ЗАО «Энергоконтроль». 2013 г.