



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

**Козлов А.Н., Коновалов В.С.**

Исследование процесса  
ионизации азота и  
образования многозарядных  
ионов в канале плазменного  
ускорителя

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Козлов А.Н., Коновалов В.С. Исследование процесса ионизации азота и образования многозарядных ионов в канале плазменного ускорителя // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017. № 100. 32 с. doi:[10.20948/prepr-2017-100](https://doi.org/10.20948/prepr-2017-100)  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2017-100>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской академии наук**

**А.Н. Козлов, В.С. Коновалов**

**Исследование процесса ионизации азота  
и образования многозарядных ионов  
в канале плазменного ускорителя**

**Москва — 2017**

*Козлов А.Н., Коновалов В.С.*

## **Исследование процесса ионизации азота и образования многозарядных ионов в канале плазменного ускорителя**

Проведено исследование течений ионизирующегося газа и процесса ионизации азота в канале квазистационарного плазменного ускорителя. В основу модели положены модифицированные МГД уравнения для среды, состоящей из атомов, электронов и многозарядных ионов. Численная модель включает электропроводность и теплопроводность многокомпонентной среды, потери энергии на излучение, а также систему уравнений ионизационного равновесия при наличии многозарядных ионов с различной кратностью ионизации.

**Ключевые слова:** уравнения магнитной газодинамики, течения ионизирующегося газа, многозарядные ионы, плазменный ускоритель

*Andrey Nikolaevich Kozlov, Venyamin Sergeevich Konovalov*

## **Investigation of the ionization process for nitrogen and formation of the multiply charged ions in the channel of plasma accelerator**

Research of the ionizing gas flows and the process of ionization of nitrogen in the channel of the quasi-steady plasma accelerator were carried out. The model is based on the modified MHD equations for a medium consisting of atoms, electrons and multiply charged ions. The numerical model includes the electrical conductivity and thermal conductivity of a multicomponent medium, the energy loss for radiation, and a system of the ionization equilibrium equations in the presence of multiply charged ions with the different ionization multiplicities.

**Key words:** equations of magnetogasdynamics, ionizing gas flows, multiply charged ions, plasma accelerator

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 15-01-03085\_a).

## **Оглавление**

Введение .....	3
МГД уравнения для плазмы сложного состава.....	4
Электропроводность плазмы с многозарядными ионами.....	9
Теплопроводность частично ионизованной плазмы .....	10
Потери энергии на излучение .....	12
Система уравнений ионизационного равновесия .....	14
О численном решении МГД задачи.....	17
Результаты исследования течений ионизирующегося газа .....	26
Заключение и библиографический список .....	28

## Введение

Квазистационарные плазменные ускорители (КСПУ) являются многофункциональными системами, предназначенными для различных технологических приложений, термоядерных исследований, а также представляют интерес для разработки перспективных мощных электрореактивных плазменных двигателей. На входе в плазменные ускорители непрерывно подается газ. Поэтому ускорители представляют собой системы проточного типа. В современных экспериментах в качестве рабочей среды выступает, как правило, водород. Возможное в будущем использование плазменных ускорителей в атмосферных условиях означает, что рабочей средой может быть воздух, который примерно на 78% состоит из азота. Данная работа посвящена перспективным разработкам и изучению процесса ионизации азота в канале КСПУ.

Исследованиям динамики потоков ионизирующегося газа и плазмы, в том числе в КСПУ и магнитоплазменных компрессорах (МПК), посвящен целый ряд теоретических, численных и экспериментальных работ (см., например, [1-29]). Предметом изучения в данных системах являются трансзвуковые потоки плазмы, в том числе при наличии дополнительного продольного магнитного поля [16-19], приэлектродные процессы, обусловленные эффектом Холла и предшествующие явлению кризиса тока [20], компрессионные течения [21,22], перенос излучения [23-25] и динамика примесей [26], а также модели процесса ионизации [2, 27-29] различного уровня сложности. Эти исследования связаны с целым рядом других актуальных научных направлений в вычислительной плазмодинамике и физике плазмы, также представленных большим количеством публикаций (см., например, [30-65]).

Плазменные ускорители в классическом исполнении состоят из двух коаксиальных электродов, подключенных к электрической цепи. В результате пробоя между электродами формируется фронт ионизации, отвечающий фазовому переходу от одного состояния материи к другому. В классических системах процессы происходят при наличии азимутального магнитного поля, которое генерируется электрическим током, проходящим вдоль внутреннего электрода. Радиальный плазменный ток, протекающий между электродами, и азимутальное магнитное поле обеспечивают ускорение плазмы за фронтом ионизации благодаря силе Ампера  $\frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{H}$ , где  $\mathbf{j}$  - ток в плазме. Процесс ионизации и предварительного ускорения плазмы происходит, в частности, в первой ступени двухступенчатого КСПУ [4, 6-14].

Течение ионизирующегося газа ранее было рассмотрено в рамках квазиодномерного приближения (см., например, [2, 27, 28]) в узкой цилиндрической трубке канала заданного сечения. Для стационарных течений разработаны также основы теории процессов на фронте ионизации [29].

Установлено, что течения ионизирующегося газа сопровождаются, с одной стороны, резким возрастанием температуры, скорости и степени ионизации, с другой стороны, резким уменьшением плотности и магнитного поля на фронте ионизации.

В данной работе представлены численная модель и результаты расчетов двумерных осесимметричных квазистационарных течений ионизирующегося газа в приближение локального термодинамического равновесия (ЛТР) для плазмы сложного состава, состоящей из электронов, атомов и ионов разной зарядности. Наличие многозарядных ионов приводит к необходимости решать систему уравнений ионизационного равновесия. Одна из основных особенностей процесса ионизации связана с резким изменением магнитной вязкости, отвечающей электропроводности среды, определению которой посвящен отдельный раздел при условии, что плазма содержит ионы с различной кратностью ионизации. Электропроводность определяет джоулев нагрев в уравнение энергии и диффузию магнитного поля, которая учитывается в параболической части модифицированной системы МГД уравнений.

### **МГД уравнения для плазмы сложного состава**

МГД описание плотной среды включает различные приближения, включая классическую систему МГД уравнений (см., например, [1-5, 31-46]), двухжидкостную МГД модель с учетом эффекта Холла [1-5, 16, 18], а также двухжидкостную МГД модель с учетом инерции электронов (см., например, [38, 66]). Для описания плазмы сложного состава, включая ионы с различной кратностью ионизации, используют модифицированные МГД уравнения (см., например, [38, 40, 60, 67-69]). Процесс ионизации также описывается различными способами (см., например, [2-3, 24-25, 27-29, 40, 42, 49]). В данной работе используется модифицированная МГД модель в рамках приближения ЛТР с учетом электропроводности, теплопроводности и потерь энергии на излучение.

Динамику плазмы, состоящей из атомов, электронов и многозарядных ионов, следует рассматривать в рамках общего случая многокомпонентной плазмы. Поэтому в основе модели течений ионизирующегося газа лежат уравнения переноса многокомпонентной среды [38], состоящей из атомов, электронов и ионов с различной кратностью ионизации и зарядовым состоянием  $Z_i$ , а также уравнений Максвелла для электромагнитного поля.

Учитывая, что характерные скорости потоков  $V \ll c$ , можно пренебречь током смещения  $\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$  в уравнении  $\text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ . Поскольку

$m_e \ll m_i = m_a = m$ , инерцией электронов  $m_e \frac{d \mathbf{V}_e}{d t}$  также пренебрегаем. Тогда

имеем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} + \operatorname{div} n_a \mathbf{V}_a = \Gamma_a \quad (1a)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \operatorname{div} n_i \mathbf{V}_i = \Gamma_i \quad (1б)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \operatorname{div} n_e \mathbf{V}_e = \Gamma_e \quad (1в)$$

$$m n_a \frac{d \mathbf{V}_a}{d t} + \nabla P_a = \mathbf{R}_{ae} + \sum_i \mathbf{R}_{ai} \quad (2a)$$

$$m n_i \frac{d \mathbf{V}_i}{d t} + \nabla P_i = Z_i e n_i \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{V}_i, \mathbf{H}] \right) + \mathbf{R}_{ia} + \mathbf{R}_{ie} + \sum_{j \neq i} \mathbf{R}_{ij} \quad (2б)$$

$$\nabla P_e = -e n_e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{V}_e, \mathbf{H}] \right) + \mathbf{R}_{ea} + \sum_i \mathbf{R}_{ei} \quad (2в)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} k_B n_a T_a \right) + \operatorname{div} \left( \frac{3}{2} k_B n_a T_a \mathbf{V}_a \right) + \frac{m \mathbf{V}_a^2}{2} \Gamma_a + P_a \operatorname{div} \mathbf{V}_a = -\operatorname{div} \mathbf{q}_a + Q_a \quad (3a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} k_B n_i T_i \right) + \operatorname{div} \left( \frac{3}{2} k_B n_i T_i \mathbf{V}_i \right) + \frac{m \mathbf{V}_i^2}{2} \Gamma_i + P_i \operatorname{div} \mathbf{V}_i = -\operatorname{div} \mathbf{q}_i + Q_i \quad (3б)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} k_B n_e T_e \right) + \operatorname{div} \left( \frac{3}{2} k_B n_e T_e \mathbf{V}_e \right) + \frac{m \mathbf{V}_e^2}{2} \Gamma_e + P_e \operatorname{div} \mathbf{V}_e = -\operatorname{div} \mathbf{q}_e + Q_e \quad (3в)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -c \operatorname{rot} \mathbf{E} ; \quad \mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{H} \quad (4)$$

$$P_a = k_B n_a T_a ; \quad P_i = k_B n_i T_i ; \quad P_e = k_B n_e T_e \quad (5)$$

В данной системе индексы  $a, e, i$  соответствуют компонентам среды: атомам, электронам и ионам с зарядовым состоянием  $Z_i$  или  $i$ -ой кратностью ионизации,  $i = 1, 2, \dots, Z$ ;  $Z$  – зарядовое число химического элемента;  $n_i$  – концентрация ионов с зарядом  $e Z_i$ ;  $k_B = 1.38 \cdot 10^{-16}$  эрг/град – константа Больцмана. Величины  $\Gamma_a$ ,  $\Gamma_i$  и  $\Gamma_e$  определяют скорость рождения частиц данного сорта в единице объема в результате процессов ионизации и рекомбинации. Согласно законам сохранения массы и заряда имеем  $m_a \Gamma_a + \sum_{i=1}^Z m_i \Gamma_i = 0$  и  $\sum_{i=1}^Z e_i \Gamma_i = e \Gamma_e$ , где  $e_i = e Z_i$  – заряд иона с  $i$ -ой кратностью ионизации.

В соответствии с экспериментами концентрация среды является достаточно высокой  $n = 10^{16} \div 10^{18} \text{ см}^{-3}$ . Кроме того, речь идет о генерации низкотемпературной плазмы, температура которой  $T \sim 1 \text{ эВ}$ . Поэтому радиус Дебая  $R_D = \sqrt{k_B T / 4 \pi e^2 n_e}$  является крайне малой величиной по сравнению с характерными размерами системы и пространственными масштабами процессов, включая толщину фронта ионизации. В этом случае среду можно считать квазинейтральной так, что  $\sum_{i=1}^Z e Z_i n_i = e n_e$ .

Для тяжелых частиц с массой  $m_i = m_a = m$  суммарная концентрация и плотность частиц определяются соотношениями  $n = n_a + \sum_{i=1}^Z n_i$  и  $\rho = m n$ . Для достаточно плотной среды допускается, что скорости всех компонент равны между собой  $\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_i = \mathbf{V}_e = \mathbf{V}$ . Соответствующие незначительные отличия в скоростях электронной и ионной компонент среды, а также между скоростями ионов и атомов, можно оценить с помощью формул, представленных в [38]. Суммируя уравнения (1а), (1б) и (1в), приходим к закону сохранения массы в дифференциальной форме  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \mathbf{V} = 0$ .

Силы взаимного трения  $\mathbf{R}$  в правой части уравнений переноса импульса (2а), (2б) и (2в) соответствуют взаимодействию между частицами различного сорта. С учетом закона сохранения импульса при взаимодействии частиц различного сорта справедливы соотношения:  $\mathbf{R}_{kj} = -\mathbf{R}_{jk}$ . Складывая уравнения переноса импульса для всех компонент среды с учетом сохранения импульса при столкновениях, приходим к уравнению движения многокомпонентной плазмы, представляющее собой суммарный баланс импульса  $\rho \frac{d \mathbf{V}}{d t} + \nabla P = \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{H}]$ . В данном уравнении давление отвечает сумме

всех парциальных давлений  $P = P_a + P_e + \sum_{i=1}^Z P_i$ , а ток в плазме формально

определяется с помощью соотношения  $\mathbf{j} = \sum_{i=1}^Z e Z_i n_i \mathbf{V}_i - e n_e \mathbf{V}_e$ . При этом в

рамках одножидкостного приближения при условии  $\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_i = \mathbf{V}_e = \mathbf{V}$  плазменный ток вычисляется с помощью соотношения (4). В итоговом уравнении движения отсутствуют слагаемые, содержащие электрическое поле в силу квазинейтральности плазмы.

Уравнения переноса энергии для компонент среды, являющиеся следствием кинетических уравнений Больцмана с интегральным

столкновительным членом в форме Больцмана-Ландау, могут быть представлены в различных формах. В частности, изменение кинетической энергии можно исключить с помощью уравнения движения для каждой из компонент. В результате получим уравнения баланса тепла, например, в виде уравнений (3а), (3б) и (3в). В данном случае речь идет о плазме, состоящей из одноатомных компонент. В этих уравнениях слагаемые  $Q_k = \sum_j Q_{kj}$  отвечают

выделению тепла в среде частиц  $k$ -ого сорта вследствие столкновений с частицами  $j$ -ого сорта. Учитывая законы сохранения при столкновениях, имеем  $Q_{kj} + Q_{jk} = -\mathbf{R}_{kj} \mathbf{V}_k - \mathbf{R}_{jk} \mathbf{V}_j = -\mathbf{R}_{kj}(\mathbf{V}_k - \mathbf{V}_j)$ . В соответствии с [38]

запишем  $\mathbf{R}_{kj} = -f_{kj}(\mathbf{V}_k - \mathbf{V}_j)$ , где  $f_{kj} = n_k n_j m_{kj} B_{kj}$ ,  $B_{kj} = \frac{4 \sqrt{2} \pi \Lambda e_k^2 e_j^2}{3 \sqrt{m_{kj}} (k_B T)^{3/2}}$ ,

$m_{kj}$  – приведенная масса частиц,  $\Lambda$  – кулоновский логарифм. Тогда получим,

что  $Q_{kj} + Q_{jk} = \frac{n_k m_{kj} (\mathbf{V}_k - \mathbf{V}_j)^2}{\tau_{kj}}$ , где  $\tau_{kj} = \frac{3 \sqrt{m_{kj}} (k_B T)^{3/2}}{4 \sqrt{2} \pi \Lambda e_k^2 e_j^2 n_j}$ . Основной вклад

в выделение тепла вносят взаимодействия электронов с тяжелыми частицами.

При этом приведенная масса равна  $m_{ei} = \frac{m_e m}{m_e + m} \cong m_e$ , а взаимодействие

электронов с атомами и ионами  $i$ -ой кратности ионизации дает  $Q_{ei} + Q_{ie} = \frac{n_e m_e (\mathbf{V} - \mathbf{V}_e)^2}{\tau_{ei}}$  и  $Q_{ea} + Q_{ae} = \frac{n_e m_e (\mathbf{V} - \mathbf{V}_e)^2}{\tau_{ea}}$ , где вектор  $\mathbf{V}$

отвечает скорости тяжелых частиц. Ток в плазме формально можно представить с помощью соотношения  $\mathbf{j} = e n_e (\mathbf{V} - \mathbf{V}_e)$ . Тогда для суммарного

тепла, выделяемого в результате трения электронов о тяжелые частицы, имеем  $Q_{mp} = n_e m_e (\mathbf{V} - \mathbf{V}_e)^2 \left( \frac{1}{\tau_{ea}} + \sum_{i=1}^Z \frac{1}{\tau_{ei}} \right) = \frac{m_e \mathbf{j}^2}{n_e e^2} \left( \frac{1}{\tau_{ea}} + \sum_{i=1}^Z \frac{1}{\tau_{ei}} \right)$ . Это тепло можно

представить в обычном виде  $Q_{mp} = \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma}$ , где проводимость определяется через

сумму частот столкновений электрона с тяжелыми частицами с помощью следующих соотношений

$$\sigma = \frac{n_e e^2}{m_e \left( \nu_{ea} + \sum_{i=1}^Z \nu_{ei} \right)}, \quad \nu_{ei} = \frac{1}{\tau_{ei}} = \frac{Z_i^2 n_i}{\tau_o n}, \quad \tau_o = \frac{3 \sqrt{m_e} (k_B T)^{3/2}}{4 \sqrt{2} \pi \Lambda e^4 n} \quad (6)$$

Здесь величина  $\nu_{ei}$  отвечает частоте столкновений электронов с ионами  $i$ -ой кратности ионизации, а значение  $\tau_o$  соответствует характерному времени столкновений.

В уравнениях (3а), (3б) и (3в) также пренебрегаем молекулярной вязкостью компонент среды в силу пренебрежимо малого влияния соответствующих диссипативных факторов. В тоже время микроскопические тепловые потоки  $\mathbf{q}_e, \mathbf{q}_i, \mathbf{q}_a$ , обусловленные в первую очередь теплопроводностью, будут учтены. В рассматриваемом диапазоне параметров задачи стандартные оценки передачи тепла и характерного времени обмена энергией между компонентами показывают, что  $T_i \approx T_e = T$ . Это подтверждают экспериментальные данные. Возможное незначительное превышение электронной температуры  $T_e$  над  $T_i$  и  $T_a$  не является существенной деталью проводимых исследований. Соответственно предполагаем, что  $T_a = T_i = T_e = T$ . Итоговое уравнение баланса энергии для многокомпонентной плазмы получается суммированием балансов энергии (3а), (3б) и (3в) для всех компонент.

Закон Ома в обобщенном виде является следствием уравнения переноса импульса (2в) для электронной компоненты, в котором мы пренебрегли инерцией электронов. Учитывая выше приведенные соотношения, слагаемые в правой части уравнения (2в) можно представить в следующем виде:

$$\mathbf{R}_{ea} + \sum_{i=1}^Z \mathbf{R}_{ei} = \frac{n_e m_e}{\tau_{ea}} (\mathbf{V} - \mathbf{V}_e) + \sum_{i=1}^Z \frac{n_e m_e}{\tau_{ej}} (\mathbf{V} - \mathbf{V}_e) = \frac{m_e}{e \tau_{ea}} \mathbf{j} + \sum_{i=1}^Z \frac{m_e}{e \tau_{ej}} \mathbf{j} = \frac{e n_e}{\sigma} \mathbf{j},$$

где проводимость  $\sigma$  определяется соотношениями (6). В одножидкостном приближении  $\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_i = \mathbf{V}_e = \mathbf{V}$ , пренебрегая слагаемым  $\nabla P_e$  в уравнении (2в) для рассматриваемого случая сильных магнитных полей, приходим к закону

Ома в классической форме  $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma} - \frac{1}{c} [\mathbf{V}, \mathbf{H}]$ , где проводимость определяется через сумму частот столкновений электрона с тяжелыми частицами при наличии многозарядных ионов.

В итоге получим модифицированную систему МГД уравнений в рамках одножидкостного приближения с учетом потерь энергии на излучение

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad \rho \frac{d \mathbf{V}}{d t} + \nabla P = \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{H}, \quad \frac{d}{d t} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}, \nabla),$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon) + \text{div}(\rho \varepsilon \mathbf{V}) + P \text{div} \mathbf{V} = \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma} - \text{div} \mathbf{q} - Q_{\text{изл}}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \text{rot}(\mathbf{V} \times \mathbf{H}) - c \text{rot} \frac{\mathbf{j}}{\sigma}, \quad \mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \text{rot} \mathbf{H},$$

$$P = P_a + \sum_{i=1}^Z P_i + P_e = (1 + \frac{n_e}{n})(c_p - c_v) \rho T, \quad \varepsilon = (1 + \frac{n_e}{n}) c_v T + \varepsilon_I,$$

$$k_B / m = R = c_p - c_v = c_v (\gamma - 1), \quad n_e = \sum_{i=1}^Z Z_i n_i, \quad \mathbf{q} = -\kappa_{e \rightarrow a} \nabla T.$$

Здесь  $\rho = m \left( n_a + \sum_{i=1}^Z n_i \right)$  – плотность тяжелых частиц,  $P$  – суммарное давление,  $\mathbf{q}$  – тепловой поток,  $\kappa_{e \rightarrow a}$  – коэффициент электрон-атомарной теплопроводности,  $Q_{изл}$  – потери энергии на излучение. Степень ионизации определяется с помощью соотношения  $\alpha = \frac{\sum_{i=1}^Z n_i}{n_a + \sum_{i=1}^Z n_i}$ . В понятие внутренней энергии на единицу массы  $\varepsilon$  включается дополнительное слагаемое  $\varepsilon_I$ , ответственное за потери энергии на ионизацию. Кроме того, в уравнении состояния среды можно учесть потери энергии на диссоциацию молекул. В уравнении для внутренней энергии джоулев нагрев  $Q_{mp} = \mathbf{j}^2 / \sigma$  за счет взаимодействия электронов с тяжелыми частицами существенно превосходит тепло, выделяемое при трении между собой остальных компонент. Систему (7) вместе с указанными далее способами определения  $n_i$ ,  $\sigma$  и  $\kappa_{e \rightarrow a}$  следует рассматривать как обобщение классической магнитной газодинамики на случай частично ионизованной многозарядной плазмы.

## Электропроводность плазмы с многозарядными ионами

Электропроводность среды в уравнениях равна  $\sigma = e^2 n_e / m_e \nu_e$ , где средняя частота столкновений электронов с другими частицами  $\nu_e$  складывается из частот столкновений с атомами и ионами различной кратности ионизации:  $\nu_e = \nu_{ea} + \sum_{i=1}^Z \nu_{ei}$ . Частоту столкновений можно представить в общем виде  $\nu_{ea} = n_a \langle V_e \rangle S_{ea}$ ,  $\nu_{ei} = n_i \langle V_e \rangle S_{ei}$ , где  $S_{ea}$ ,  $S_{ei}$  – эффективные сечения столкновений.

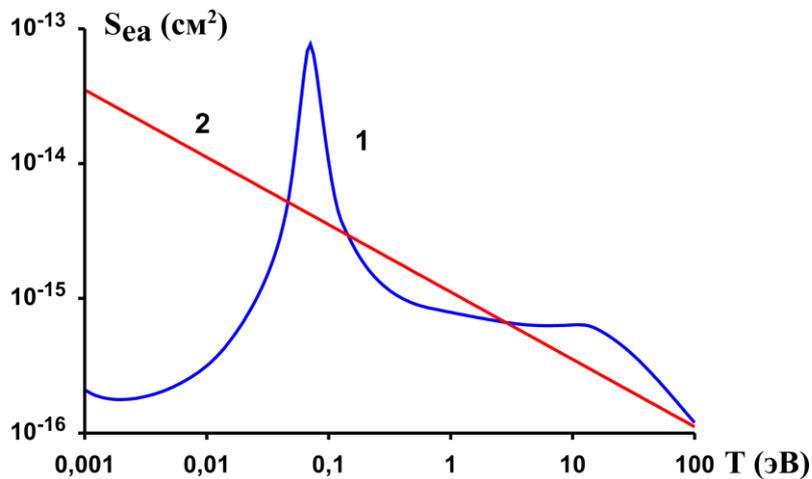


Рис. 1. Сечения столкновения электронов с атомами азота (кривая 1) и водорода (кривая 2)

В предшествующих исследованиях (см., например, [23-25,27-29]) рассматривался процесс ионизации водорода, для которого эффективное сечение столкновения электронов с атомами определялось в соответствии с работой [42] с помощью соотношения  $S_{ea}^H = \frac{1.2 \cdot 10^{-13}}{\sqrt{T}} [\text{см}^2]$ , в котором температуру следует измерять в градусах  $^{\circ}K$ . Соответствующая зависимость представлена кривой 2 на рис. 1. Кривая 1 на данном рисунке отвечает сечению столкновений электронов с атомами азота  $S_{ea}^N$ . Эти данные из работы [70] использованы в модифицированной МГД модели и проведенных расчетах.

Согласно формулам (6) итоговые соотношения для вычисления электропроводности плазмы сложного состава, включая многозарядные ионы, можно представить в следующем виде:

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma_0} + \frac{1}{\sigma_1} \sum_{i=1}^Z Z_i^2 \frac{n_i}{n}, \quad \sigma_0 = \frac{e^2 n_e}{m_e n_a \langle V_e \rangle S_{ea}}, \quad \sigma_1 = \frac{e^2 n_e \tau_0}{m_e}, \quad (8)$$

где величина  $\tau_0$  в соотношениях (6) и (8) отвечает характерному времени столкновений.

## Теплопроводность частично ионизованной плазмы

Микроскопический поток тепла в уравнении для внутренней энергии (7) представлен в упрощенной традиционной форме  $\mathbf{q} = -\kappa_{e \rightarrow a} \nabla T$ . Наряду с электрон-атомарной теплопроводностью учитывается лучистая теплопроводность (см., например, [38,40,42,44,52]).

При больших степенях ионизации заметный вклад в суммарную теплопроводность обусловлен электронной теплопроводностью поперек азимутального магнитного поля в канале плазменного ускорителя. В ранее проведенных исследованиях процесса ионизации водорода в канале КСПУ было использовано следующее соотношение в соответствии с работой [38]

$$\kappa_{\perp e} = \frac{1}{m_e} k_B n_e (k_B T_e) \tau_e \gamma_0(\chi) \left[ \frac{\text{эрг}}{\text{см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}} \right] \quad (9)$$

где  $\gamma_0(\chi) = (11.92 + 4.664 \chi^2) / (3.77 + 14.79 \chi^2 + \chi^4)$  – функция, учитывающая влияние замагниченности электронной компоненты плазмы, определяемой параметром  $\chi = \omega_e \tau_e$ .

Проведенные исследования для азота показали, что в окрестности фронта ионизации, где наблюдаются максимальные значения градиента температуры и теплопроводность может оказывать наиболее существенное влияние, практически отсутствуют многократно ионизованные ионы. В окрестности фронта присутствуют лишь ионы с кратностью ионизации, равной единице. Поэтому коэффициент теплопроводности в форме (9) также можно использовать для исследования процесса ионизации азота. Кроме того, проведенные исследования показали, многократно ионизованные ионы возникают за фронтом в процессе ускорения и существенного разрежения плазмы. В области разреженной и относительно высокотемпературной плазмы параметр  $\omega_e \tau_e \gg 1$ . В этом случае имеем  $\gamma_0(\chi) \approx 4.664 / (\omega_e \tau_e)^2$  и  $\kappa_{\perp e} \sim \frac{\tau_e}{(\omega_e \tau_e)^2} \sim \frac{1}{\tau_e}$ . Соответственно суммарная теплопроводность для плазмы, состоящей из многозарядных ионов, также может быть представлена через сумму частот столкновений электрона с тяжелыми частицами:

$$\kappa_{\perp e}^{\Sigma} \approx \frac{4.664}{m_e \omega_e^2} k_B n_e (k_B T_e) \sum_{i=1}^Z \nu_{ei} \left[ \frac{\text{эрг}}{\text{см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}} \right], \quad (10)$$

где частоты  $\nu_{ei}$  определяются с помощью соотношений (6).

При малых степенях ионизации наибольший вклад вносит теплопроводность атомов  $\kappa_a = 24 \cdot T^{3/4} \left[ \frac{\text{эрг}}{\text{см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}} \right]$ . В соответствии с работой [42] электрон-атомарная теплопроводность с учетом перехода от малой степени ионизации к состоянию с  $\alpha = 1$  вычисляется по формуле

$$\kappa_{a \rightarrow e} = \kappa_{\perp e} \left( 1 + \sqrt{2} \frac{m_e}{m_i} \frac{\kappa_{\perp e}}{\kappa_a} \frac{S_{ea}}{S_{aa}} \frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{-1} + \kappa_a \left( 1 + \frac{S_{ai}}{S_{aa}} \frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{-1}, \quad (11)$$

которая содержит отношения эффективных сечений рассеяния частиц.

Лучистая теплопроводность равна

$$\kappa_{луч} = \frac{16}{3} C L_{cp} T^3 \left[ \frac{\text{эрг}}{\text{см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}} \right], \quad (12)$$

где  $C = 5.67 \cdot 10^{-5}$  эрг / см<sup>2</sup> · сек · град<sup>4</sup> – константа Стефана-Больцмана.

Средний пробег фотонов  $L_{cp} \approx \frac{m_e c}{\pi e^2} \frac{\Delta\omega}{n_k f_{kl}}$  ( $n_k = n_l \approx n_a$ ) определяется на

основе доплеровского уширения спектральных линий  $\Delta\omega = \omega_{kl} V / c$ , где  $\omega_{kl} = 2\pi c / \lambda_{kl}$  и  $f_{kl}$  – спектральная частота и сила осциллятора для наиболее сильной линии, для которой длина свободного пробега фотона, обратно пропорциональная коэффициенту поглощения излучения, много меньше характерных размеров установки.

Основные механизмы теплопередачи зависят от состояния среды. При больших степенях ионизации заметную роль в суммарном теплопереносе играет классическая электронная теплопроводность поперек магнитного поля. При малых степенях ионизации определенный вклад вносит атомарная теплопроводность. Однако проведенные оценки и результаты численных экспериментов показывают, что роль теплопроводности в целом незначительна.

## Потери энергии на излучение

Полноценное решение уравнение переноса излучение в многогрупповом приближении, детально охватывающем все участки спектра, – это весьма трудоемкая задача (см., например, [40,42,47,49,50,52,55,57]). В представленных исследованиях используется более грубый, но весьма эффективный способ учета потерь энергии на излучение, основанный на использовании известных соотношений для мощности излучения единицы объема для различных участков спектра. Рекомбинационное излучение связано с переходами электронов из непрерывного в дискретный спектр, и оценки коэффициента связанно-свободного поглощения  $\kappa_\omega$  водородоподобного газа показывают, что

средняя длина пробега  $L_{cp} = 1 / \kappa_{\omega} \geq 1$  см для характерных параметров КСПУ.

Мощность рекомбинационного излучения равна

$$Q_{рек} = 4.4 \cdot 10^{-24} Z_i^4 \frac{n_e n_i}{\sqrt{T_e(\text{эВ})}} \left[ \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{сек}} \right] \quad (13)$$

Для свободно-свободных переходов оценки коэффициента тормозного поглощения дают  $L_{cp} \geq 10$  см. Это излучение отвечает приближению оптически тонкой плазмы. Мощность тормозного излучения равна

$$Q_{торм} = 1.54 \cdot 10^{-25} Z_i^2 n_e n_i \sqrt{T_e(\text{эВ})} \left[ \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{сек}} \right] \quad (14)$$

Мощность излучения, связанного с переходом электронов с одного уровня на другой, определяется с помощью следующего соотношения [71]

$$Q_{лин} = 80 \cdot 10^{-24} Z_i^6 \frac{n_e n_i}{T_e^{3/2}(\text{эВ})} \left[ \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{сек}} \right] \quad (15)$$

Данный тип излучения вносит наиболее существенный вклад в общие потери энергии на излучение. Это тем более очевидно при наличии многозарядных ионов с зарядовым состоянием  $Z_i$  и концентрацией  $n_i$ . При наличии нескольких ионов с различной кратностью ионизации вместо, например, формулы (15) используется следующее соотношение, включающее сумму по зарядовым состояниям,

$$Q_{лин} = 80 \cdot 10^{-24} \frac{n_e \sum_{i=1}^Z Z_i^6 n_i}{T_e^{3/2}(\text{эВ})} \left[ \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{сек}} \right] \quad (16)$$

Исследования показали, что суммарные потери энергии от всех типов излучения  $Q_{изл} = Q_{рек} + Q_{торм} + Q_{лин}$ , определяемых соотношениями (13), (14), (15) или (16), не оказывают принципиального влияния на динамику плазмы в канале плазменного ускорителя. Однако приведенные соотношения позволяют понять, почему в экспериментах на азоте излучение существенно превосходит соответствующие показатели для водородной плазмы.

## Система уравнений ионизационного равновесия

Рассмотрим ионизацию одноатомного газа, поскольку к моменту наступления тепловой ионизации химические соединения обычно уже полностью диссоциированы. Уравнения ионизационного равновесия или формулы Саха представим в следующем виде

$$\frac{n_e \cdot n_{j+1}}{n_j} = \frac{\Sigma_e \cdot \Sigma_{j+1}}{\Sigma_j} \cdot \exp\left(-\frac{E_{j+1} - E_j}{k_B T}\right), \quad j = 0, \dots, Z-1 \quad (17)$$

Здесь  $n_j$  – концентрация или населенность иона  $j$ -ой кратности ионизации с зарядом  $e Z_j$ ; значение  $j=0$  соответствует нейтральному атому;  $Z$  –

зарядовое число химического элемента;  $\Sigma_j = \sum_{k=0}^{N_j} g_{jk} \exp\left(-\frac{E_{jk} - E_{j0}}{k_B T}\right)$  – статистическая сумма  $j$ -го иона с зарядом  $e Z_j$ ;  $g_{jk}$  – статистический вес  $j$ -го иона в состоянии  $k$ ;  $E_{jk}$  – энергия этого состояния;  $E_{j0}$  – энергия иона с зарядом  $e Z_j$  в основном состоянии, равная энергии ионизации  $E_j$ ;  $N_j$  – количество возбуждённых состояний иона  $j$ -ой кратности ионизации;

$\Sigma_e = 2 \left(\frac{m_e k_B T}{2 \pi \hbar^2}\right)^{3/2}$  – статистическая сумма свободных электронов.

Энергия ионизации  $E_j$ , необходимая для образования  $j$ -го иона с зарядом  $e Z_j$ , и соответствующие статистические веса возбужденных состояний для атома ( $Z_0 = 0$ ) и ионов азота были рассчитаны по вычислительному коду Flexible Atomic Code [72] с учетом 65 конфигураций электронных оболочек и распределения электронов по оболочкам с главными квантовыми числами  $N = 1, \dots, 6$ . Результаты расчетов представлены в таблице 1, где при вычислении статистической суммы  $j$ -го иона использовалась характерная температура  $T = 1$  эВ. Полученные результаты с высокой точностью соответствуют имеющимся базам данных (см., например, [73]).

Система уравнений ионизационного равновесия включает  $Z$  уравнений (17) и содержит  $Z + 2$  неизвестные величины, к которым также относятся концентрации атомов и электронов. Для замыкания системы используют два дополнительных соотношения, отвечающих значению заданной суммарной

концентрации тяжелых частиц  $n = n_a + \sum_{j=1}^Z n_j = \sum_{j=0}^Z n_j$  и условию

квазинейтральности  $\sum_{j=1}^Z e Z_j n_j = e n_e$  или  $\sum_{j=1}^Z j n_j = n_e$ . В случае

низкотемпературной плазмы, когда заведомо исключается образование

сколько-нибудь заметного количества ионов с высокой кратностью ионизации, суммирование в указанных соотношениях может проводиться до определенного верхнего предела, значение которого меньше  $Z$ .

Вводя обозначение  $U_j(T) = \frac{\Sigma_e \cdot \Sigma_{j+1}}{\Sigma_j} \cdot \exp\left(-\frac{E_{j+1} - E_j}{k_B T}\right)$ , где  $j = 0, \dots, Z-1$ ,

запишем уравнения Саха (17) следующим образом:

$$n_e \cdot n_{j+1} = n_j \cdot U_j.$$

Используя относительные концентрации частиц  $y_j = n_j/n$ ,  $y_0 = n_a/n$ ,  $x_e = n_e/n$  и величину  $u_j = U_j/n$ , перепишем последние уравнения в виде:

$$y_{j+1} = y_j \cdot x_e^{-1} \cdot u_j.$$

Данное рекуррентное соотношение позволяет выразить все относительные концентрации ионов различной зарядности  $y_j$  через величины  $y_0$  и  $x_e$ :

$$y_j = y_0 \cdot x_e^{-j} \cdot P_j, \quad j = 1, \dots, Z, \quad P_j = \prod_{i=0}^{j-1} u_i. \quad (18)$$

Учитывая дополнительные соотношения, отвечающие значению суммарной концентрации тяжелых частиц и условию квазинейтральности, приходим к системе уравнений ионизационного равновесия в следующем виде:

$$y_j = y_0 \cdot x_e^{-j} \cdot P_j, \quad j = 0, \dots, Z; \quad \sum_{j=0}^Z y_j = 1; \quad \sum_{j=0}^Z j \cdot y_j = x_e.$$

Здесь дополнительно использовано обобщение уравнения (18) на случай  $j = 0$  для нейтральных атомов, полагая  $P_0 = 1$ . Подставляя первое соотношение в системе для  $y_j$  в два других соотношения и группируя последние, получим уравнение для неизвестной величины  $x_e$ :

$$\sum_{j=0}^Z x_e^{-j} \cdot P_j = \sum_{j=0}^Z j \cdot x_e^{-j-1} \cdot P_j,$$

Умножая данное уравнение на  $x_e^{Z+1}$  и учитывая значение  $P_0 = 1$  для  $j = 0$ , окончательно запишем:

$$x_e^{Z+1} + \sum_{j=1}^Z (x_e - j) P_j \cdot x_e^{Z-j} = 0. \quad (19)$$

Корни уравнения (19) в интервале  $x_e \in [0, Z]$  вычисляются на основе стандартных итерационных методов. Определив величину  $x_e$ , для заданной суммарной концентрации тяжелых частиц с учетом (18) и уравнения

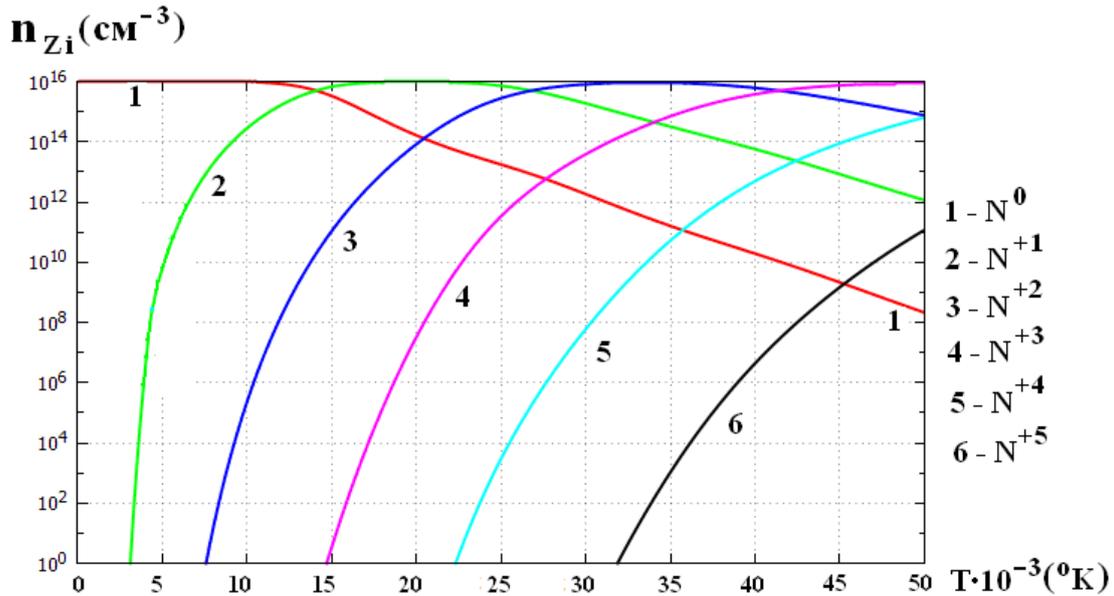
$\sum_{j=0}^Z y_j = 1$

находим значение  $y_0$  и далее последовательно все значения  $y_j$ .

Таблица 1. Энергия ионизации и статистические веса ионов азота

$Z_j$	0	1	2	3	4	5	6
$E_j$ (эВ)	14.53	29.60	47.45	77.47	97.89	552.06	667.03
$\Sigma_j$	1633	2715	2921	1998	123	15	72

а)



б)

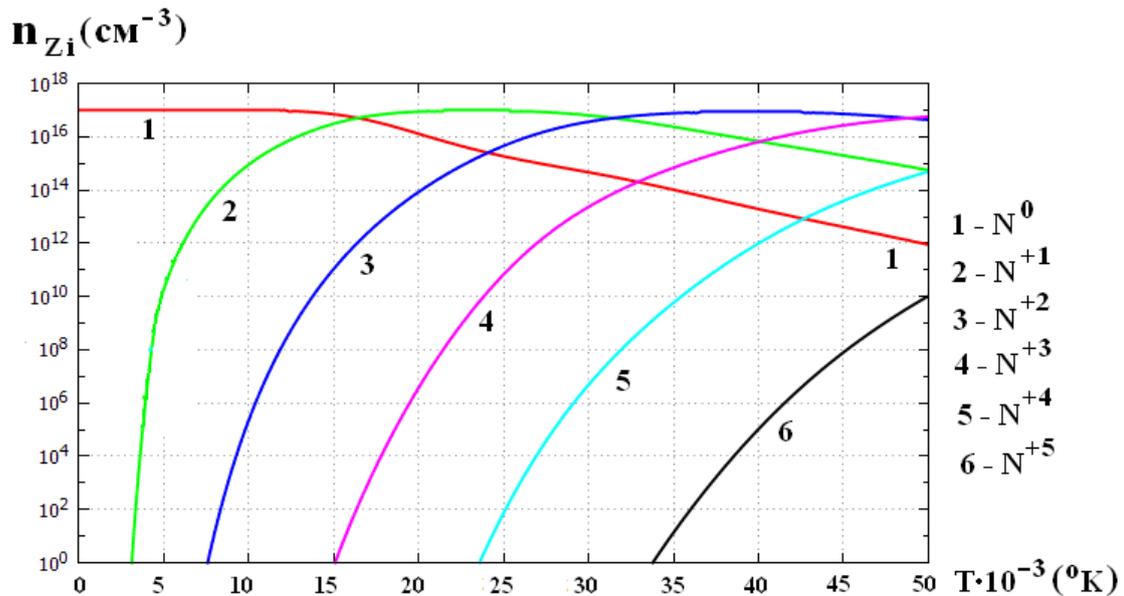


Рис. 2. Равновесное распределение многозарядных ионов азота в зависимости от температуры для двух значений суммарной концентрации  $n = n_a + n_i$ :

а)  $n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , б)  $n = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ .

Кривые 1, 2,...,6 отвечают различным зарядовым состояниям ионов азота

Предварительное исследование процесса образования многозарядных ионов азота по мере увеличения температуры проведено для двух заданных значений суммарной концентрации тяжелых частиц и представлено на рисунках 2а и 2б соответственно для  $n = 10^{16} \text{ см}^{-3}$  и  $n = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ . Кривая 1 на рисунках отвечает концентрации атомов азота. Кривые 2, ..., 6 иллюстрируют изменение концентрации ионов с различной кратностью ионизации, которая указана и соотнесена с порядковым номером кривых справа от рисунков.

Видно, что по мере увеличения температуры возникают ионы азота все более высокой кратности ионизации и соответственно уменьшается концентрация ионов с менее высоким зарядом. Сравнение рисунков для различных значений суммарной концентрации показывает также, что переход к более плотной среде сопровождается сдвигом всех кривых вправо в область более высоких температур. Это означает, что в более плотной среде образование ионов с высокой кратностью ионизации происходит при более высокой температуре.

## О численном решении МГД задачи

Численное решение задачи с уравнениями (7) – (19) осуществляется в безразмерных переменных. В качестве единиц измерения выберем длину канала  $L$ , характерную концентрацию или плотность газа на входе в канал ускорителя  $n_o$  ( $\rho_o = m n_o$ ) и температуру  $T_o$ . Характерная величина азимутального магнитного поля на входе в канал  $H_o$  определяется разрядным током в системе  $J_p$  так, что  $H_o = 2J_p / c R_o$ , где  $R_o$  – характерный радиус канала. С помощью этих величин формируются единицы: давления  $P_o = H_o^2 / 4\pi$ , скорости  $V_o = H_o / \sqrt{4\pi\rho_o}$ , времени  $t_o = L / V_o$ , электрического поля  $E_o = H_o V_o / c$  и тока в плазме  $j_o = c H_o / 4\pi L$ .

В безразмерных переменных система МГД-уравнений содержит такие безразмерные параметры, как отношение характерного газового давления к магнитному  $\beta = 8\pi P_o / H_o^2$  ( $P_o = k_B n_o T_o$ ) и магнитную вязкость  $\nu_m = 1 / \text{Re}_m = c^2 / 4\pi L V_o \sigma$ , которая обратно пропорциональна магнитному числу Рейнольдса  $\text{Re}_m$ .

Постановка задачи включает граничные условия на электродах, входе и выходе из канала ускорителя. Предполагаем, что на входе в канал ( $z = 0$ ) плазма подается с известными значениями плотности и температуры  $\rho(r) = f_1(r)$ ,  $T(r) = f_2(r)$ . Если не рассматривать дополнительное уравнение электрической цепи и считать, что ток поддерживается постоянным и поступает в систему только через электроды, то при  $z = 0$  имеем  $j_z = 0$  или  $r H_\phi = r_o = \text{const}$  ( $r_o = R_o / L$ ). Дозвуковая подача газа при  $z = 0$  осуществляется

вдоль определенного направления, например, вдоль координатных линий. При наличии конечной проводимости и теплопроводности, определяющих параболическую часть системы МГД уравнений, граничные условия для соответствующих переменных необходимы на всех границах.

Граничные условия на электродах  $r = r_a(z)$  и  $r = r_k(z)$ , образующих стенки канала, отвечают эквипотенциальности электродов ( $E_\tau = 0$ ) и непроницаемости их поверхности ( $V_n = 0$ ).

На выходе для исследуемых трансзвуковых потоков предполагается свободное вытекание плазмы. В средней части канала в процессе ионизации происходит последовательный переход скорости потока сначала через газодинамическую скорость звука  $C_g$ , а затем через скорость быстрой магнитозвуковой волны или скорость сигнала  $C_s$  [4] в отсутствие продольного магнитного поля, т.е. при наличии единственной азимутальной компоненты магнитного поля,

$$C_s = \sqrt{C_g^2 + C_A^2}, \quad C_g^2 = \gamma P / \rho, \quad C_A^2 = H^2 / \rho. \quad (20)$$

Численное интегрирование уравнений (7) ведется в области переменных  $(z, r)$ , соответствующей форме канала, представленной, например, на рис. 3. Алгоритм численного решения включает отображение расчетной области на единичный квадрат в плоскости  $(y, z)$  с помощью соотношения

$$r = (1 - y) r_k(z) + y r_a(z). \quad (21)$$

Переход к новым координатам сводится к соответствующей замене производных в системе уравнений (7), которые переписываются в дивергентном виде для координат  $(y, z)$ .

Методам численного решения задач, постановка которых основана на дифференциальных уравнениях в частных производных, в том числе МГД уравнениях, посвящен ряд монографий, учебных пособий и оригинальных работ (см., например, [5,48,52,62-65]).

Данная численная модель двумерных осе симметричных течений ионизирующегося газа и плазмы предполагает расщепление по координатным направлениям и физическим факторам, учитывая смешанный тип МГД-уравнений. Для расчета гиперболической части МГД-уравнений используется разностная схема с коррекцией потоков (см., например, [64]). Магнитная вязкость и теплопроводность учитываются с помощью метода потоковой прогонки [65]. Квазистационарные течения рассчитываются методом установления. Контроль качества численной модели осуществлялся, в частности, с помощью расчетов на сетках с разными пространственными шагами по координатным направлениям.

Численное интегрирование рассматриваемой МГД задачи осложняется необходимостью решать систему уравнений ионизационного равновесия на каждом временном шаге во всех узлах расчетной сетки.

## Результаты исследования течений ионизирующегося газа

В экспериментальных исследованиях КСПУ, как правило, используют водород, поскольку вся программа по разработке мощных плазменных ускорителей изначально была ориентирована на термоядерные исследования. Отдельные эксперименты проводятся с использованием других газов, включая азот. Это связано, в частности, с тем, что соответствующие модификации плазменных ускорителей могут привести к созданию мощных электрореактивных плазменных двигателей. Численное исследование процесса ионизации азота в канале КСПУ проводится впервые.

Одно из принципиальных отличий КСПУ от других аналогичных систем, включая импульсные плазменные ускорители и плазменные пушки, состоит в том, плазменные ускорители являются системами проточного типа. В экспериментах на КСПУ обеспечивается непрерывная подача газа на входе в ускоритель с определенным значением давления  $P_0$ , которое по порядку величины равно  $P_0 \approx 10$  Тор в небольших установках и ускорителях первой ступени КСПУ [4, 6-14]. Однако такие значения  $P_0$  слишком малы для целей использования модификаций КСПУ в качестве электрореактивных плазменных двигателей. В работе рассмотрены течения для более высоких значений  $P_0$ .

Пролетное время в канале КСПУ много меньше длительности разряда конденсаторной батареи в плазменных ускорителях. Поэтому выявление основных закономерностей течений ионизирующегося газа и плазмы основано, как правило, на постановке задачи с заданным фиксированным значением разрядного тока без учета процессов в электрической цепи. При этом характерное время расчета МГД задачи методом установления с выходом на стационарное или квазистационарное решение соответствует характерному времени  $t_0 = L/V_0$  или в безразмерных переменных  $t=1$ . Это время установления, соответствующее времени пролета частиц в канале, также много меньше длительности разряда. Соответственно в представленных численных экспериментах мы полагаем, что  $J_p = const$ .

На рис. 3 демонстрируется вариант расчета квазистационарного течения ионизирующегося азота для следующих исходных параметров задачи  $m = 14 \cdot m_p$ ,  $n_0 = 4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_0 = 750 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $J_p = 50 \text{ кА}$ ,  $L = 10 \text{ см}$ , которым соответствует  $V_0 = 0.27 \cdot 10^6 \text{ см/с}$  и безразмерные параметры:  $\beta = 0.12$ ,  $r_0 = 0.33$  ( $r_0 = R_0 / L$ ). На входе в канал плазма подается с заданным распределением плотности и температуры, в данном случае  $\rho(r)=1$ ,  $T(r)=1$  при  $z=0$ . Двумерным распределениям плотности и температуры отвечают цветные рисунки 3а и 3б. На рис. 3в для степени ионизации особенно отчетливо видно, что фронт ионизации сосредоточен в сужающейся части канала. На рис. 3г изображены линии уровня функции  $r H_\phi$  или электрический ток. При этом на

входе имеем  $r H_\varphi = r_0$ . Направление стрелок для электрического тока на данном рисунке соответствует выбранной полярности электродов. Здесь мы полагаем, что внешний электрод является анодом. На рис. 3г представлено также векторного поля скоростей в потоке ионизирующегося азота. Масштаб векторов на рис. 3г определяется значением  $V_* = 28 \cdot V_0$ , указанным на рисунке.

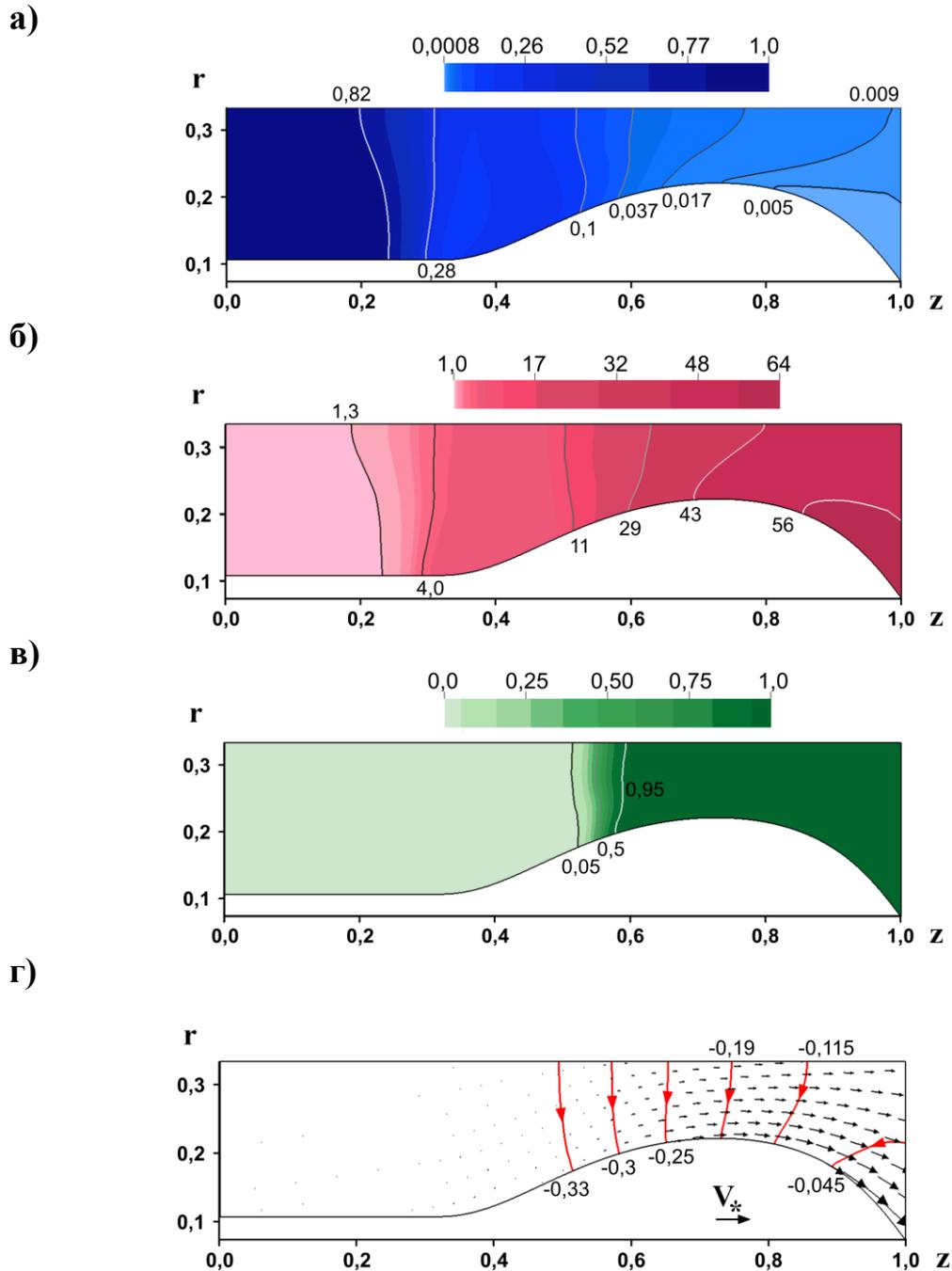


Рис. 3. Распределения а) плотности, б) температуры, в) степени ионизации, г) плазменного тока ( $r H_\varphi = const$ ) и векторного поля скоростей в потоке ионизирующегося азота при  $n_0 = 4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $J_p = 50 \text{ кА}$

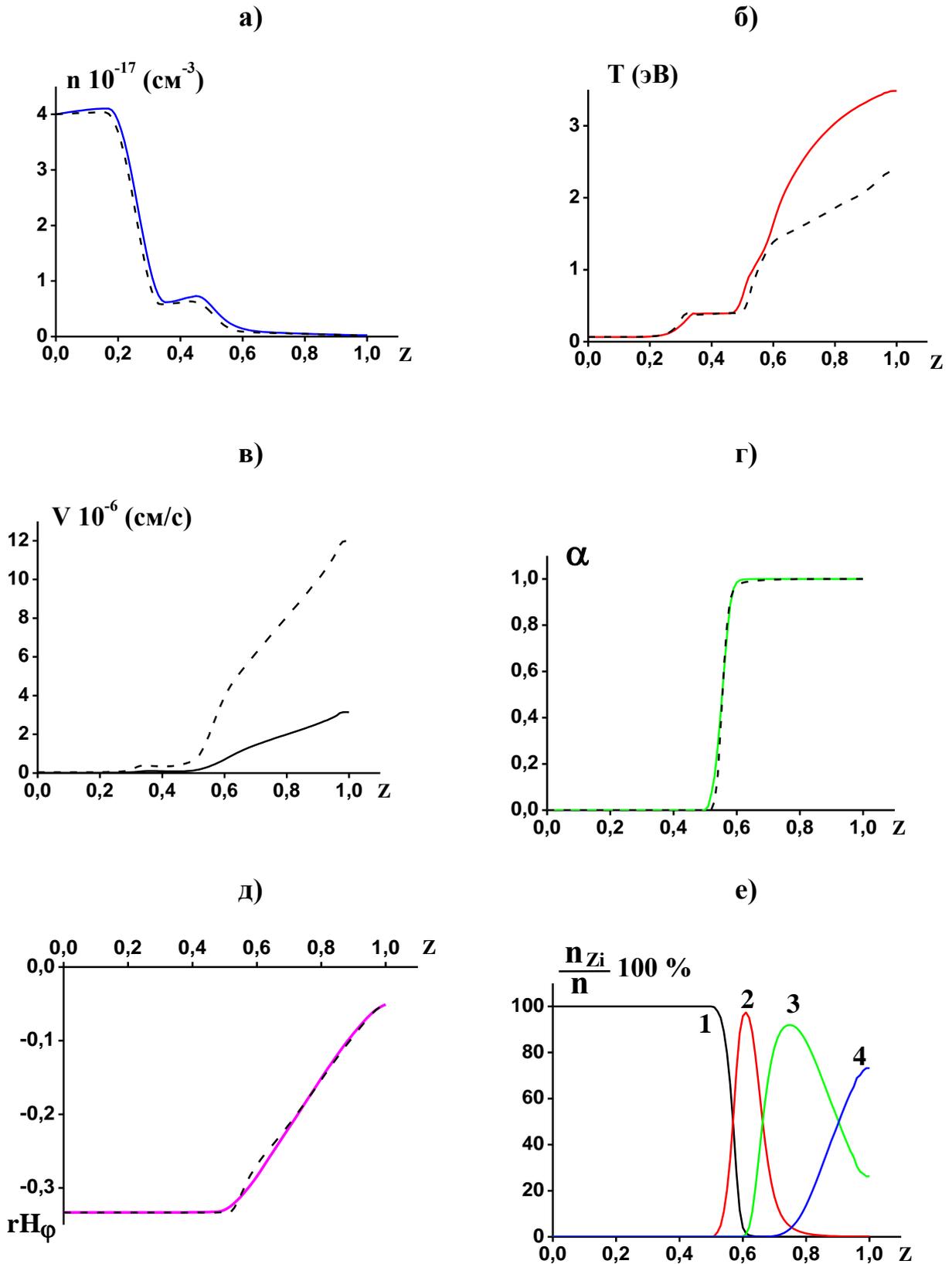


Рис. 4. Изменение МГД переменных в потоке ионизирующегося азота вдоль средней координатной линии канала при  $n_0 = 4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $J_p = 50 \text{ кА}$ . Штриховые кривые отвечают расчетам течения для водорода

Рис. 3 показывает также, что процессы в основном происходят в продольном направлении. Это подтверждает применимость ранее использованной МГД модели в рамках квазиодномерного приближения. На рис. 4 представлены соответствующие одномерные графики зависимости а) суммарной концентрации тяжелых частиц, б) температуры, в) скорости потока, г) степени ионизации, д) значения функции  $r H_\varphi$  и е) относительной концентрации ионов различной кратности ионизации вдоль средней координатной линии при  $y = 0.5$  с учетом соотношения (21).

Видно, что на сформированном фронте ионизации происходит резкое увеличение степени ионизации и температуры. За фронтом благодаря силе Ампера происходит резкое ускорение плазмы, сопровождающееся ее разрежением. Ток в основном протекает в объеме ионизированной среды. В процессе ускорения происходит переход скорости потока через скорость сигнала (20).

Штриховые кривые на рис. 4 отвечают расчетам течения для водорода. Основные отличия связаны с распределениями температуры и скорости. Легкая водородная плазма естественно быстрее ускоряется и скорость потока существенно больше, а температура значительно меньше.

На рис. 4е кривая 1 отвечает распределению концентрации атомов азота вдоль канала. Кривая 2 соответствует распределению ионов с кратностью ионизации, равной единице. Однократно ионизованные ионы азота сосредоточены в окрестности фронта ионизации. Однако в процессе ускорения и соответствующего существенного разрежения плазмы возникают и начинают преобладать ионы с кратностью ионизации равной 2 (кривая 3), а также появляются ионы в зарядовом состоянии  $Z_i = 3$  (кривая 4). Этот неожиданный результат соответствует экспериментальными данными о том, излучение плазмы азота в канале КСПУ является существенно более интенсивным по сравнению с водородной плазмой. Следует заметить, что эффективность ускорительного процесса в канале плазменного ускорителя уменьшается при условии возникновения многозарядных ионов. В этом случае определенная доля энергии тратится не на ускорение потока плазмы, а на дополнительную ионизацию и образование ионов с более высокой кратностью ионизации.

Параметры плазмы на выходе из ускорителя естественно зависят от параметров газа, подаваемого на входе в канал, и разрядного тока в системе. Рис. 5 демонстрирует изменения, которые происходят в потоке ионизирующегося газа при увеличении в четыре раза характерной концентрации и плотности газа на входе в канал ускорителя по сравнению с выше рассмотренным вариантом.

На рис. 5 представлены двумерные распределения МГД переменных в квазистационарном течении ионизирующегося азота для следующих параметров задачи  $m = 14 \cdot m_p$ ,  $n_0 = 1.6 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_0 = 750 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $J_p = 50 \text{ кА}$ ,  $L = 10 \text{ см}$ ,

которым соответствует  $V_0 = 0.14 \cdot 10^6$  см/с и безразмерный параметр  $\beta = 0.46$ . Двумерным распределениям плотности и температуры отвечают цветные картинки 5а и 5б. На рис. 5в для степени ионизации видно, что фронт ионизации сместился вправо по сравнению с предыдущим вариантом. В данном случае фронт сосредоточен в наиболее узкой части канала ускорителя. Линии уровня функции  $r H_\varphi$  или электрический ток, представленные на рис. 5г, сосредоточены в окрестности фронта и в потоке ионизованной среды.

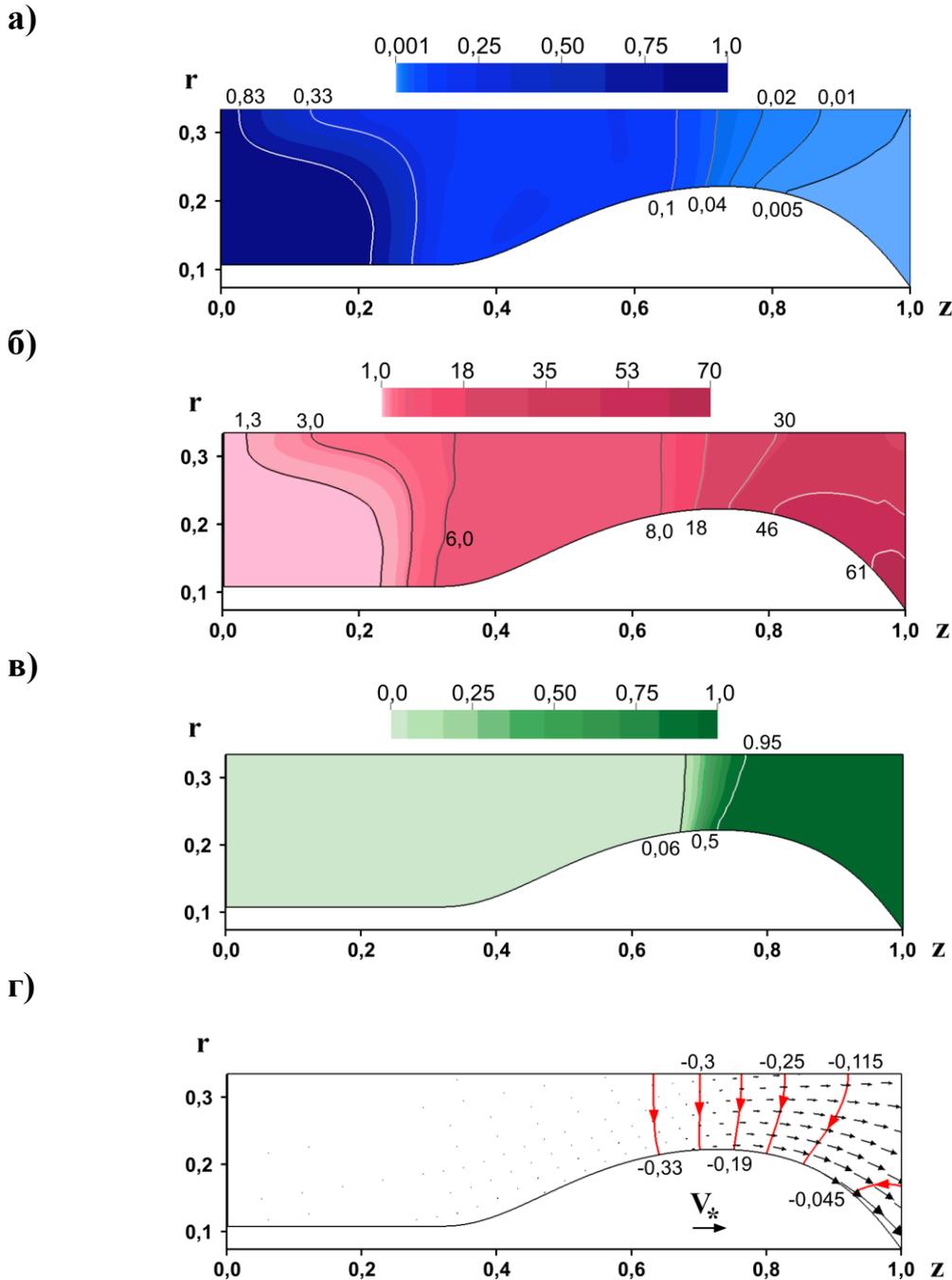


Рис. 5. Распределения а) плотности, б) температуры, в) степени ионизации, г) плазменного тока ( $r H_\varphi = const$ ) и векторного поля скоростей в потоке ионизирующегося азота при  $n_0 = 1.6 \cdot 10^{18}$  см<sup>-3</sup>,  $J_p = 50$  кА

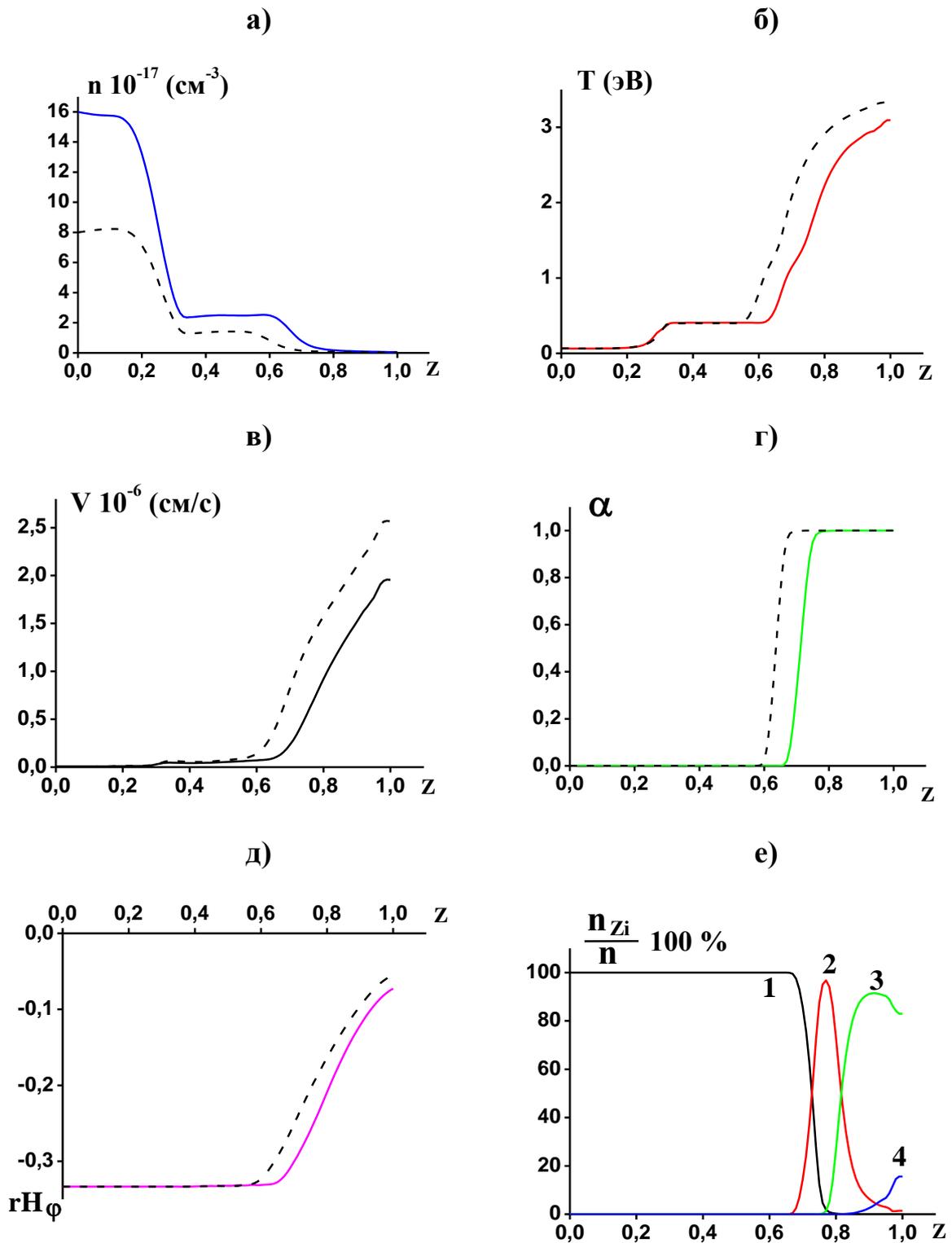


Рис. 6. Изменение МГД переменных в потоке ионизирующегося азота вдоль средней координатной линии канала при  $n_0 = 1.6 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ,  $J_p = 50 \text{ кА}$ .

Штриховые кривые отвечают расчетам течения при  $n_0 = 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$

Масштаб векторов для векторного поля скоростей в потоке ионизирующегося азота на рис. 5г определяется значением  $V_* = 30 \cdot V_o$ , указанным на рисунке. Данный рисунок также показывает, что ускорение ионизированной среды происходит за фронтом ионизации.

Соответствующие одномерные графики зависимости а) суммарной концентрации тяжелых частиц, б) температуры, в) скорости потока, г) степени ионизации, д) значения функции  $r H_\phi$  и е) относительной концентрации ионов различной кратности ионизации вдоль средней координатной линии при  $y = 0.5$  представлены на рис. 6, где сплошные кривые отвечают расчету при  $n_o = 1.6 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , представленному на рис. 5. Штриховые кривые на рис. 6 относятся к расчету течения при  $n_o = 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ . Видно, как меняется положение фронта ионизации при изменении характерной концентрации газа на входе  $n_o$ . Увеличение параметра  $n_o$  приводит к смещению фронта вправо.

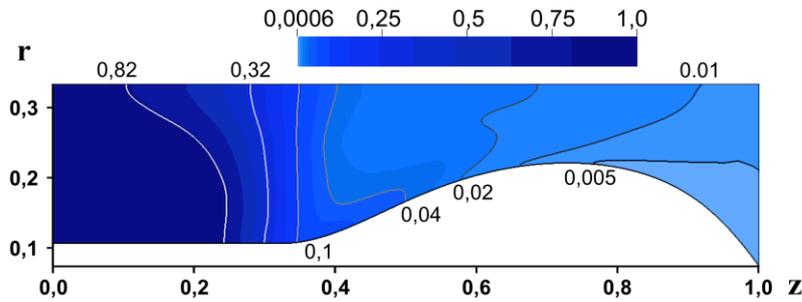
На рис. 6е для значения  $n_o = 1.6 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$  кривая 1 отвечает распределению концентрации атомов азота вдоль канала, кривая 2 соответствует распределению однократно ионизованных ионов, а кривая 3 - ионам с кратностью ионизации, равной 2. Рис. 6е следует сравнить с рис. 4е для значения  $n_o = 4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ . По-прежнему однократно ионизованные ионы азота сосредоточены в окрестности фронта, но в процессе ускорения и разрежения плазмы возникают и начинают преобладать ионы с кратностью ионизации, равной 2, и присутствуют ионы, для которых  $Z_i = 3$  (кривая 4). Сравнивая кривые 4 на рис. 6е и 4е для 3-х кратно ионизованных ионов, следует заметить, что в более плотной среде концентрация многозарядных ионов существенно меньше. Это соответствует предварительным исследованиям равновесных распределений многозарядных ионов азота, представленным на рис. 2.

Изменение разрядного тока в системе также приводит к соответствующим изменениям в потоке ионизирующегося газа. На рис. 7 представлен вариант расчета квазистационарного течения ионизирующегося азота для  $J_p = 75 \text{ кА}$ . Данный пример следует сравнить с расчетом течения, изображенным на рис. 3 и 4 для  $J_p = 50 \text{ кА}$ . Остальные параметры в рассматриваемом примере остались прежними:  $m = 14 \cdot m_p$ ,  $n_o = 4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_o = 750 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $L = 10 \text{ см}$ . Для данного варианта с током  $J_p = 75 \text{ кА}$  имеем  $V_o = 0.42 \cdot 10^6 \text{ см/с}$  и  $\beta = 0.05$ . Масштаб векторов для векторного поля скоростей в потоке на рис. 7г определяется значением  $V_* = 33 \cdot V_o$ , указанным на рисунке.

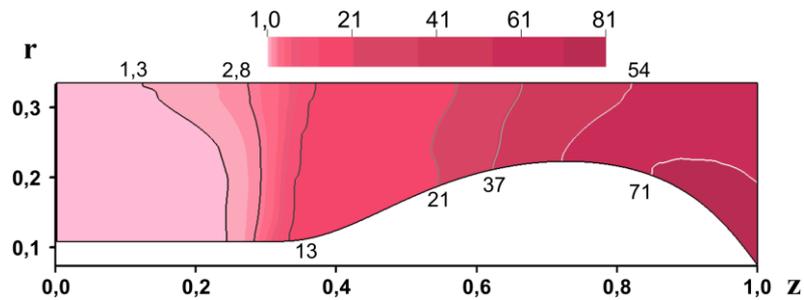
На рис. 7 видно, что фронт ионизации сместился влево в направлении входа в канал по сравнению с вариантом, представленным на рис. 3 для меньшего разрядного тока. При этом границы фронта ионизации оказались не столь четко выраженными.

Для рассматриваемого варианта с разрядным током  $J_p = 75$  кА на рис. 8 представлены аналогичные одномерные графики зависимости а) суммарной концентрации тяжелых частиц, б) температуры, в) скорости потока, г) степени ионизации, д) значения функции  $r H_\varphi$  и е) относительной концентрации ионов различной кратности ионизации вдоль средней координатной линии при  $y = 0.5$  с учетом соотношения (21).

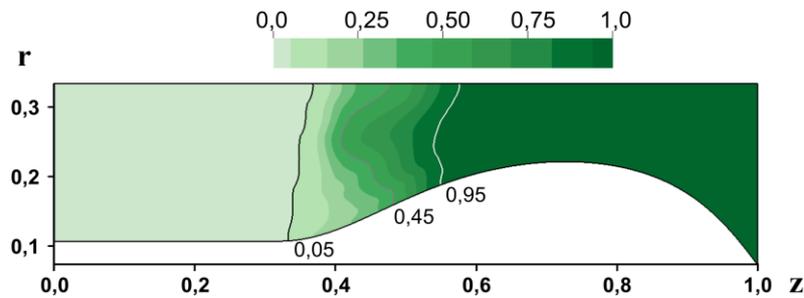
а)



б)



в)



г)

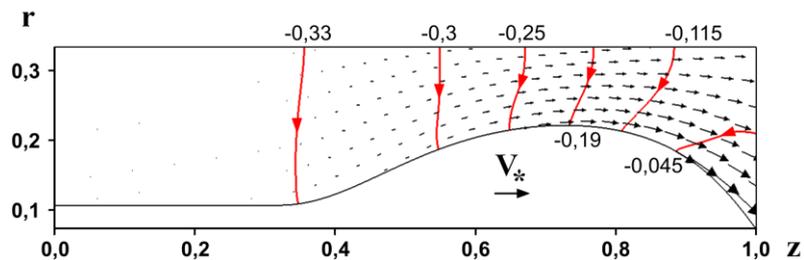


Рис. 7. Распределения а) плотности, б) температуры, в) степени ионизации, г) плазменного тока ( $r H_\varphi = const$ ) и векторного поля скоростей в потоке ионизирующегося азота при  $J_p = 75$  кА,  $n_0 = 4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$

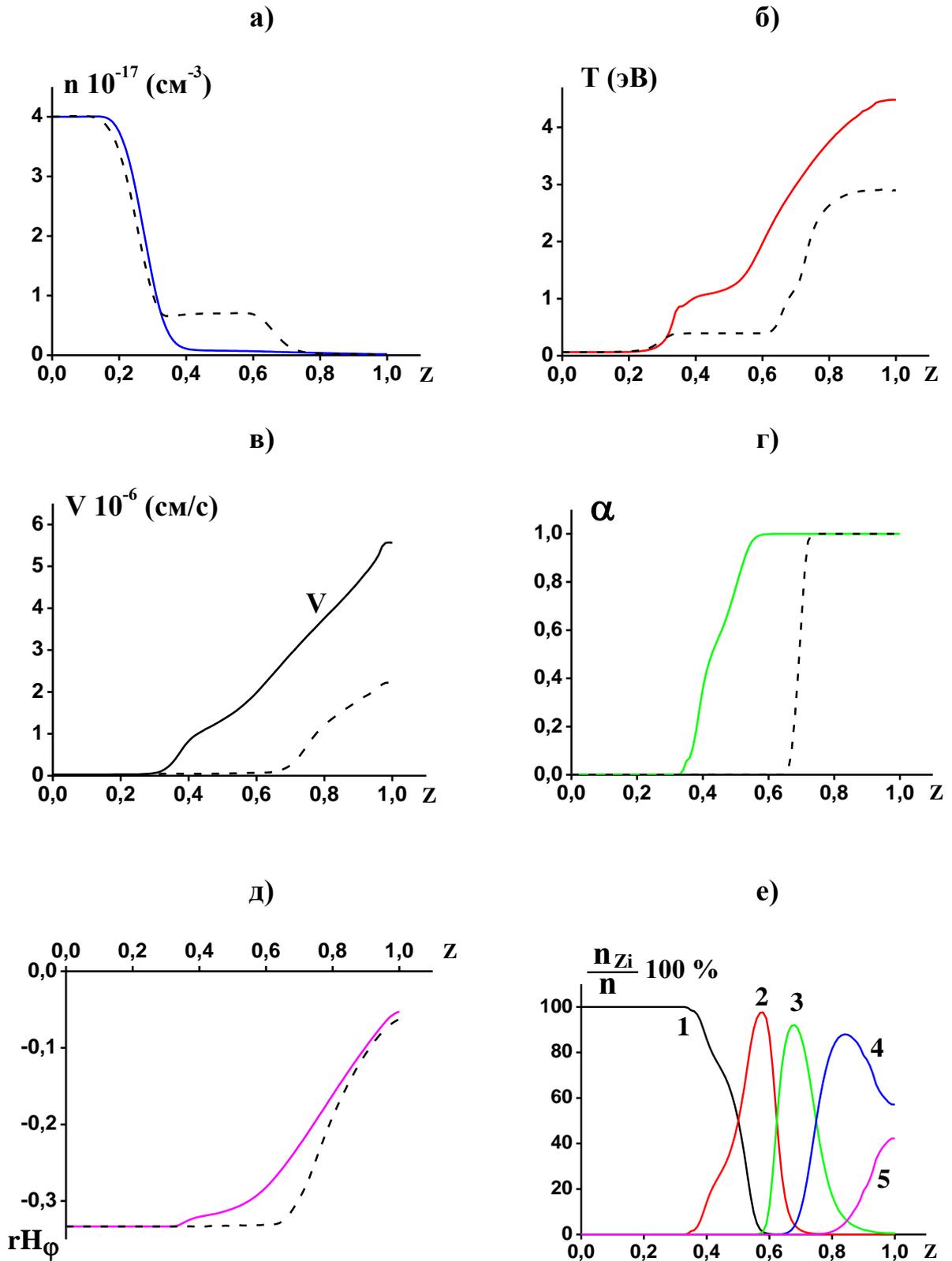


Рис. 8. Изменение МГД переменных в потоке ионизирующегося азота вдоль средней координатной линии канала при  $J_p = 75 \text{ кА}$ ,  $n_0 = 4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ .

Штриховые кривые отвечают расчетам течения при  $J_p = 25 \text{ кА}$

Штриховые кривые на рис. 8 для  $J_p = 25$  кА показывают, что фронт ионизации смещается влево в направлении входа в канал при увеличении разрядного тока. При этом увеличиваются скорость и температура плазмы.

На рис. 8е для  $J_p = 75$  кА кривая 1 вдоль средней линии канала по-прежнему соответствует распределению концентрации атомов азота для  $Z_i = 0$ , кривая 2 отвечает распределению однократно ионизованных ионов для  $Z_i = 1$ , а кривые 3, 4 и 5 показывают изменение концентрации ионов с кратностью ионизации, равной 2, 3 и 4 соответственно. Сравнивая рис. 8е и 4е, обращаем внимание на тот факт, что при достаточно большом разрядном токе появились ионы с кратностью ионизации, равной 4. Иначе говоря, увеличение разрядного тока приводит к образованию ионов с более высокой кратностью ионизации.

Таким образом, при увеличении разрядного тока, а также при уменьшении концентрации газа на входе и соответствующем уменьшении расхода рабочего вещества, возрастает доля энергии, идущая на нагрев и ускорение плазмы, что приводит к увеличению температуры и скорости плазмы на выходе. Эти процессы сопровождаются образованием многократно ионизованных ионов азота с более высоким значением их заряда.

## Заключение

Исследование течений ионизирующегося азота в канале плазменного ускорителя проведено для многокомпонентной среды на основе модифицированных МГД уравнений, дополненных системой уравнений ионизационного равновесия при наличии многозарядных ионов с различной кратностью ионизации. МГД модель двумерных осесимметричных течений ионизирующегося газа и плазмы учитывает основные механизмы электропроводности и теплопередачи, а также потери энергии на излучение. Численные эксперименты показали, что на фронте ионизации образуются однократно ионизованные ионы азота. Однако в процессе ускорения и соответствующего разрежения в потоке плазмы возникают и начинают преобладать ионы азота с более высокой кратностью ионизации.

## Библиографический список

1. Морозов А.И., Соловьев Л.С. Стационарные течения плазмы в магнитном поле. // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат. 1974, вып. 8. С. 3-87.
2. Брушлинский К.В., Морозов А.И. Расчет двумерных течений плазмы в каналах. // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат. 1974, вып. 8. С. 88-163.
3. Брушлинский К.В., Заборов А.М., Козлов А.Н., Морозов А.И., Савельев В.В. Численное моделирование течений плазмы в КСПУ. // Физика плазмы. 1990. Т. 16, № 2. С. 147-157.

4. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. М.: Физматлит, 2008. 613 с.
5. Брушлинский К.В. Математические основы вычислительной механики жидкости, газа и плазмы. г. Долгопрудный: Издат. Дом "Интеллект", 2017.
6. Волошко А.Ю., Гаркуша И.Е., Морозов А.И., Соляков Д.Г., Терешин В.И., Царенко А.В., Чеботарев В.В. Исследование локальной картины течения плазмы в двухступенчатом КСПУ. // Физика плазмы. 1990. Т.16, №2. С.168-175.
7. Tereshin V.I., Bandura A.N., Byrka O.V., Chebotarev V.V., Garkusha I.E., Landman I., Makhraj V.A., Neklyudov I.M., Solyakov D.G., Tsarenko A.V. Application of powerful quasi-steady-state plasma accelerators for simulation of ITER transient heat loads on divertor surfaces. // Plasma Phys. Contr. Fusion. 2007. V. 49. P. A231-A239.
8. Белан В.Г., Золотарев С.П., Левашов В.Ф., Майнашев В.С., Морозов А.И., Подковыров В.Л., Скворцов Ю.В. Экспериментальное исследование квазистационарного плазменного ускорителя, питаемого от индуктивного и емкостного накопителей. // Физика плазмы. 1990. Т.16, № 2. С. 176-185.
9. Klimov N., Podkovyrov V., Zhitlukhin A., Kovalenko D., Bazylev B., Landman I., Pestchanyi S., Janeschitz G., Federici G., Merola M., Loarte A., Linke J., Hirai T., Compan J. Experimental study of PFCs erosion under ITER-like transient loads at plasma gun facility QSPA. // Journal of Nuclear Materials. 2009. V. 390-391. P. 721-726.
10. Ананин С.И., Асташинский В.М., Баканович Г.И., Костюкевич Е.А., Кузмицкий А.М., Маньковский А.А., Минько Л.Я., Морозов А.И. Исследование процессов формирования плазменных потоков в квазистационарном сильноточном плазменном ускорителе (КСПУ). // Физика плазмы. 1990. Т.16, № 2. С. 186-196.
11. Astashynski V.M., Ananin S.I., Askerko V. V., Kostyukevich E.A., Kuzmitski A.M., Uglov V.V., Anishchik V.M., Astashynski V.V., Kvasov N.T., Danilyuk L.A. Materials surface modification using quasi-stationary plasma accelerators. // J. Surface and Coating Technology. 2004. V. 180-181. P. 392-395.
12. Дьяконов Г.А., Тихонов В.Б. Экспериментальное исследование влияния геометрии ускорительного канала и внешнего магнитного поля на режимы течения плазмы в коаксиальном квазистационарном плазменном ускорителе (КСПУ) типа П-50А. // Физика плазмы. 1994. Т. 20, № 6. С. 533-540.
13. Garkusha I.E. High current plasma accelerators: physics and applications. // Journal of Kharkiv National University. Physical series: Nuclei, Particles, Fields. 2013. V. 1040. P. 28-39.
14. Solyakov D.G. High-power plasma dynamic systems of quasi-stationary type in IPP NSK KIPT: results and prospects. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics(21). 2015. No. 1. P. 104-109.
15. Kozlov A.N., Drukarenko S.P., Klimov N.S., Moskacheva A.A., Podkovyrov V.L. The experimental research of the electric characteristics of discharge in the quasi-steady plasma accelerator with the longitudinal magnetic field. // Problems of Atomic Science and Technology. Ser.: Plasma Physics. 2009. No. 1. P. 92-94.

16. Козлов А.Н. Влияние продольного магнитного поля на эффект Холла в канале плазменного ускорителя. // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 4. С. 165-175.
17. Kozlov A.N. Basis of the quasi-steady plasma accelerator theory in the presence of a longitudinal magnetic field. // J. Plasma Physics. 2008. V.74, No.2. P.261-286.
18. Козлов А.Н. Двухжидкостная магнитогидродинамическая модель течений плазмы в квазистационарном ускорителе с продольным магнитным полем. // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50, № 3. С. 44-55.
19. Brushlinskii K.V., Styopin E.V. On the magnetohydrodynamics flows in curved coaxial channels. // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series, 2017, V. 788, No. 012009.
20. Козлов А.Н. Исследование приэлектродных процессов в квазистационарных плазменных ускорителях с непроницаемыми электродами. // Физика плазмы. 2012. Т. 38, № 1. С. 15-25.
21. Kozlov A.N. The study of plasma flows in accelerators with thermonuclear parameters. // Plasma Physics and Controlled Fusion. 2017. V. 59, No. 11. Ar. 115004, P. 1-7.
22. Kozlov A.N., Drukarenko S.P., Seytkhalilova E.I., Solyakov D.G., Velichkin M.A. The comparative analysis of the compressible plasma streams generated in QSPA from the various gases. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2012. No. 6. P. 120-122.
23. Kozlov A.N., Garkusha I.E., Konovalov V.S., Novikov V.G. The radiation intensity of the Lyman alpha line at ionization front in the quasi-steady plasma accelerator. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2013, No.1. P. 128-130.
24. Козлов А.Н., Коновалов В.С. 3D модель переноса излучения в потоках ионизирующегося газа и плазмы. // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2016. №86, 32с. <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-86>
25. Kozlov A.N., Konovalov V.S. Numerical study of the ionization process and radiation transport in the channel of plasma accelerator. // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation (CNSNS). 2017. V. 51. P. 169-179.
26. Морозов А.И., Козлов А.Н. Эффект самоочищения потока водородной плазмы в ускорителе КСПУ. // Физика экстремальных состояний вещества. Под ред. Фортова В.Е. и др. Изд. ИПХФ РАН, Черногловка, 2007, С.316-319.
27. Козлов А.Н. Кинетика ионизации и рекомбинации в канале плазменного ускорителя. // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 5. С. 181-188.
28. Брушлинский К.В., Козлов А.Н., Коновалов В.С. Численные модели стационарных и пульсирующих течений ионизирующегося газа в каналах плазменных ускорителей. // ЖВМ и МФ. 2015. Т. 55, № 8. С. 1405-1416.
29. Бармин А.А., Козлов А.Н. Структура стационарного фронта ионизации в канале плазменного ускорителя. // Изв. РАН. МЖГ. 2013. № 4. С. 155-167.
30. Власов А.А. Теория многих частиц. М.: Гостехиздат, 1950. 345 с.
31. Alfven H. Cosmical electrodynamics. Oxford, N.Y., 1950. (Альфвен Х. Космическая электродинамика. М.: ИЛ, 1952. 291 с.).

32. Spitzer L. Physics of fully ionized gases. Interscience publishers LTD. NY. 1956. (Л. Спитцер. Физика полностью ионизованного газа. М.: ИЛ, 1957. 112 с.)
33. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1957; М.: Наука, 2-е изд., 1982. 620 с.
34. Франк-Каменецкий Д.А. Физические процессы внутри звезд. М.: Физматлит, 1959. 543 с.
35. Арцимович Л.А. Управляемые термоядерные реакции. М.: Физматгиз, 1961.
36. Силин В.П., Рухадзе А.А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмopodobных сред. М.: Госатомиздат, 1961. 244 с.
37. Куликовский А.Г., Любимов Г.А. Магнитная гидродинамика. М.: Физматгиз, 1962. 246 с. (2-е изд. М.: Логос, 2005. 328 с.)
38. Брагинский С. И. Явления переноса в плазме. // Вопросы теории плазмы. Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1963, вып. 1. С. 183-272.
39. Шафранов В.Д. Электромагнитные волны в плазме. // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат. 1963, вып. 3. С. 3-140.
40. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.
41. Ватажин А.Б., Любимов Г.А., Регирер С.А. Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Физматлит, 1970. 672 с.
42. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. М.: Наука, 1971. 543 с.
43. Ландау Л.Д., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1972. 527с.
44. Кролл Н., Трайвелпис А. Основы физики плазмы. М.: Мир, 1975. 525 с.
45. Смирнов Б.М. Физика слабоионизованного газа. М.: Наука, 1978. 423 с.
46. Баранов В.Б., Краснобаев К.В. Гидродинамическая теория космической плазмы. М.: Наука, 1977. 337 с.
47. Вайнштейн Л.А., Собельман И.И., Юков Е.А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука. 1979. 319 с.
48. Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П. Математическое моделирование плазмы. М.: Наука, 1982. 320 с.
49. Биберман Л.М., Воробьев В.С., Якубов И.Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982. 375 с.
50. Михалас Д. Звездные атмосферы (1 часть). М.: Мир, 1982. 352 с.
51. Мирнов С.В. Физические процессы в плазме токамаков. М.: Энергоатомиздат, 1983. 184 с.
52. Четверушкин Б.Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. М.: Наука, 1985. 304 с.
53. Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1988. 303 с.
54. Трубников Б.А. Теория плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1996. 464 с.
55. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. М.: Мир, 1975. 934 с.
56. Александров А.Ф., Рухадзе А.А. Лекции по электродинамике плазмopodobных сред. М.: изд. МГУ, 1999. 336 с.
57. Castor John I. Lectures on radiation hydrodynamics. – Lawrence Livermore National Laboratory, 2000.

58. Никифоров А.Ф., Новиков В.Г., Уваров В.Б. Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы. М.: Физматлит, 2000. 399 с.
59. Фортов В.Е. Уравнения состояния вещества: от идеального газа до кварк-глюонной плазмы. М.: Физматлит, 2012. 492 с.
60. Имшенник В.С., Боброва Н.А. Динамика столкновительной плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1997. 319 с.
61. Суржиков С.Т. Физическая механика газовых разрядов. М.: изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 640 с.
62. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001. 608 с.
63. Четверушкин Б.Н. Кинетические схемы и квазигазодинамическая система уравнений. М.: Макс Пресс, 2004. 328 с.
64. Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков. М.: Мир, 1990. 661 с.
65. Дегтярев Л.М., Фаворский А.П. Поточный вариант метода прогонки для разностных задач с сильно меняющимися коэффициентами. // ЖВМ и МФ. 1969. Т. 9, № 1. С. 211-218.
66. Гавриков М.Б., Савельев В.В. Взаимодействие уединенных волн в двухжидкостной магнитной гидродинамике в продольном магнитном поле. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Естественные науки. 2017. № 1. С. 59-77.
67. Bobrova N.A., Lazzaro E., Sasorov P.V. Magnetohydrodynamic two temperature equations for multicomponent plasma. // Physics of Plasmas. 2005. 12, 022105.
68. Боброва Н.А, Кочарян А.Э., Сасоров П.В. Кинетические коэффициенты для тяжелой примеси в многокомпонентной плазме. // Физика плазмы. 2007. Т. 33, № 9. С. 782–794.
69. Каждан Я.М., Антонова Р.Н., Имшенник В.С. Структура фронтов сильных столкновительных ударных волн в двухтемпературной электронно-ионной идеальной плазме с произвольным зарядом ионов. // Физика плазмы. 2006. Т. 32, № 4. С. 330-339.
70. Bartschat K. and Zatsarinny O. Close-coupling calculations for electron–atom collisions: benchmark studies and uncertainty estimates. // Physica Scripta. 2015. V. 90, No. 5. 054006.
71. Васильев А.П., Долгов-Савельев Г.Г., Коган В.И. Излучение примесей в разреженной горячей водородной плазме. // Nuclear Fusion Supplement. 1962. V. 2. P. 655-661.
72. Gu M. F. The flexible atomic code. // Canadian Journal of Physics. 2008. V. 86, No 5. P. 675-689.
73. Kramida, A., Ralchenko, Yu., Reader, J. and NIST ASD Team. NIST Atomic Spectra Database (version 5.4). // National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD. 2016.