



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 55 за 2016 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Змитренко Н.В., Рагимли О.Р.

Схождение ударной волны
при наличии в среде
энерговыведения

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Змитренко Н.В., Рагимли О.Р. Схождение ударной волны при наличии в среде энерговыведения // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2016. № 55. 18 с. doi:[10.20948/prepr-2016-55](https://doi.org/10.20948/prepr-2016-55)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-55>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М. В. Келдыша
Российской академии наук**

Н. В. Змитренко, О. Р. Рагимли

**Схождение ударной волны при наличии
в среде энерговыделения**

Москва — 2016

Оглавление

1. Введение.....	3
2. Постановка задачи.....	5
3. Анализ размерности.....	7
4. Численный расчет, постановка вычислительной задачи.....	7
5. Заключение.....	14
Литература.....	17

Змитренко Н. В., Рагимли О. Р.

Схождение ударной волны при наличии в среде энерговыведения

Рассмотрена задача о схождении к центру сферической ударной волны, вызванной выделением энергии в среде за счет объемного источника тепла. Закон движения фронта волны, т.е. зависимость радиуса ударного фронта от времени, в этом случае (при степенной зависимости источника от температуры) может быть получен уже из соображений размерности (автомодельность первого рода) в отличие от классической постановки задачи в рамках модели «чистой» газовой динамики (автомодельность второго рода). С целью анализа поведения ударной волны вблизи центра в среде с энерговыведением был проведен ряд вычислительных экспериментов. Эти исследования показали (в рамках приведенных здесь постановок), что, тем не менее, вблизи центра кумуляции по-прежнему реализуется закон схождения ударной волны, как и для случая бездиссипативной газовой динамики.

Ключевые слова: газовая динамика, сходящаяся ударная волна, автомодельность, энерговыведение

Nikolay Vasilievich Zmitrenko, Orkhan Rahim oglu Rahimly

The convergence of the shock wave in the presence of energy release

The task about a convergence to the center of the spherical shockwave caused by an energy liberation at the expense of a volume source of heat is considered. The law of motion of a wave front, i.e. dependence of radius of the shock front on time, in this case can be already received from temperature for dimension reasons (self-similarity of the first sort) unlike a classical problem definition within model of "pure" gas dynamics (self-similarity of the second sort). For the purpose of the analysis of behavior of a shockwave near the center in the environment with an energy release a number of computing experiments was carried out. These researches showed that, nevertheless, near the center of a cumulation the law of a convergence of a shockwave, as well as for a case of non-dissipative gas dynamics is still realized.

Key words: gas dynamics, shock wave converging, self-similarity, energy release

1. Введение

Многие задачи инерционного термоядерного синтеза (ИТС) приводят к необходимости исследовать в рамках модели высокотемпературной гидродинамики следующую ситуацию. Мишень ИТС имеет форму шара с распределенными, в общем случае, сферически-симметрично параметрами (плотность, давление и т.д.). Для шара с радиусом R_0 и характерным значением скорости звука c_0 будет иметь место характерное значение промежутка времени $t_0 = R_0/c_0$, с которым мы имеем право сопоставлять все другие длительности, которые могут возникнуть в нашей задаче. Пусть во внешнем (узком) слое $\Delta R/R_0 \ll 1$ происходит по тем или иным причинам кратковременное энерговыделение (лазерное воздействие, воздействие пучков быстрых частиц – ионов и/или электронов, удар макрочастицы и т.п.) в течение времени $\Delta t \ll t_0$. Возникает вопрос: как будут развиваться процессы распространения энергии внутрь шара? Безусловно, существуют по крайней мере три механизма такого распространения: газодинамический, обеспеченный распространением ударной волны, «теплопроводностный», за счет теплопроводности самого вещества, и механизм передачи энергии излучением. Вместе с тем, если среда способна к собственному энерговыделению (например, имеют место термоядерные реакции), то процессы изменения температуры и давления во внутренних областях мишени могут развиваться совместно или даже независимо от стимулированных ударной или тепловой волной потоков энергии внутрь мишени.

Отметим, что все описанные здесь физические явления укладываются в сравнительно простую модель газодинамики с теплопроводностью и энерговыделением (в случае учета излучения, возможно, будет необходимо привлечь и уравнение переноса), изучению которой посвящен колоссальный по своему количеству ряд работ.

Если речь идет только о «газодинамике», то, как известно, ответ на поставленные вопросы дан уже 70 с лишним лет назад в трудах Гудерлея [1], Ландау [2], Станюковича [3], Брушлинского, Каждана [4].

Целью настоящей работы является попытка выяснить, не меняются ли открытые ранее законы кумуляции энергии при учете дополнительных (энерговыделение, например) физических факторов математической модели.

В 1942 г. впервые задачу о схлопывании сферической ударной волны (УВ) к центру для идеального газа (с показателем адиабаты $\gamma = 1.4$) сформулировал и решил немецкий физик Г. Гудерлей [1]. Позже такая же задача была исследована Л. Ландау и К. Станюковичем [3] для $\gamma = 3$ (далее эти решения будем называть «гудерлеевскими»). Впоследствии основы и обобщения этой задачи детально изучались [4], в том числе и для среды с распределенной плотностью по фону [5]. В результате был определен новый класс автомодельных решений, в которых закон движения возмущенного вещества находился не из соображений

размерности, как, например, в задаче Л. Седова о распространении сильного взрыва [6], а из условий существования решения, непрерывным образом соединяющего граничные условия на ударном скачке с определенной асимптотикой для больших значений радиуса.

Отметим здесь ряд работ, так или иначе затрагивающих означенную выше тематику.

В работе [7] исследуется задача о расходящейся УВ, поддерживаемой плоским поршнем в среде с источником тепла и распределенной по фону плотности по закону $\rho = \rho_1 r^s$ (r – эйлерова координата, $s \geq 0$).

В дипломной работе [8] рассмотрена задача о схождении УВ по «горящему фону». В отличие от фона, позади разрыва энерговыделение отсутствует. Получено точное решение для показателя адиабаты $\gamma > 7$. Также изучено схождение УВ по распределенному фону плотности $\rho = \rho_1 r^s$ при $-3 < s < 0$.

Работы [9-11] посвящены изучению движений газа с учетом энерговыделения и теплопроводности. В них рассматривался разлет конечной массы плазмы в вакуум.

В данной работе исследуется задача о сходящейся сферической УВ при наличии в среде объемных источников тепла вида

$$Q = Q_0 T^a \rho^b. \quad (1)$$

Будем предполагать, что в идеальном и однородном газе с постоянной начальной плотностью ρ_0 , нагреваемом по некоторому закону в соответствии с наличием источника (1), к центру симметрии идет сильная УВ. Задача состоит в исследовании поведения решения вблизи оси симметрии. В таком случае решение задачи, казалось бы, должно стремиться к некоторому предельному автомодельному решению, когда движение газа уже не зависит от конкретных начальных условий. Рассмотрим возможную постановку задачи. Асимптотическое (автомодельное) решение может быть выражено в данном случае как

$$r_\Phi = A(t_f - t)^n, \quad (2)$$

где r_Φ – радиус сходящейся УВ, t_f – момент прихода УВ в центр мишени, n и A – безразмерный и размерный параметры задачи. В ситуации «чистой газодинамики» параметр A неизвестен.

Для сходящейся УВ без учета энерговыделения и диссипации из соображений размерности получить n не удастся, так как в задаче не хватает размерностных параметров. Однако зависимость (2) получается в ходе решения соответствующей системы ОДУ для представителей. В задаче возникает особенность, характеризующая выход решения на предельную характеристику (рис.1 из работы [12]). Эта система ОДУ исследуется на фазовой плоскости хорошо известными математическими методами [14]. Отметим, что предельная

характеристика для задачи о сильном взрыве лежит в невозмущенной области и поэтому особенностей на этой характеристике нет.

Если же предположить, что УВ вызвана «толчком», осуществленным определенным энерговыделением в «узкой области вблизи поверхности шара» и обеспеченным источником тепла вида (1), то в задачу добавляется еще один размерностный параметр Q_0 . Тогда для обезразмеривания всех искомых величин размерных постоянных хватает и задача сводится к автомодельной задаче I рода.

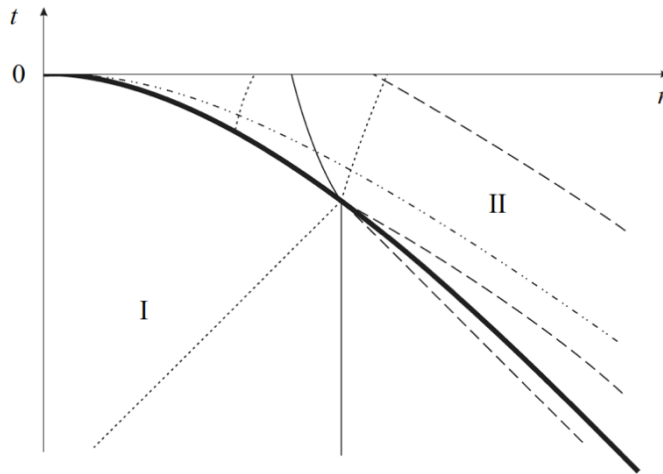


Рис. 1. I – невозмущенная область, II – область за УВ, жирная линия соответствует траектории УВ, тонкая линия отвечает положению частиц среды, точечным пунктиром обозначено семейство характеристик C^+ , штриховым пунктиром – семейство характеристик C^- и штрихпунктиром с двумя точками обозначено положение предельной характеристики.

Разумно поставить вопрос: будет ли влиять это обстоятельство – объемный источник тепла – на закон схождения УВ? Как ни странно, оказалось, что наличие источника не влияет на решение задачи вблизи центра. Закон схождения УВ в среде с энерговыделением совпадает с законом, определенным ранее Гудерлеем для «чистой» газодинамики.

Доказательство этого факта выполнено в настоящей работе с помощью численного эксперимента. Расчеты проводились с помощью программы FLORA, предназначенной для решения уравнений одномерной газовой динамики в лагранжевых координатах. За систему единиц измерения в наших расчетах приняты $см, г, мкс, кэВ$, и в дальнейшем их будем опускать.

2. Постановка задачи

Допустим, что сферический поршень создает давление и осуществляет сжатие газа внутрь сферы в виде УВ. Также предположим, что, когда поршень вдвигается в газ, в среде имеет место нелинейный объемный источник вида (1). В начальный момент времени газ имеет некоторую постоянную плотность ρ_0 , так что его масса

$$M_0 = \int_0^{r_n(0)} \rho_0 r^2 dr ,$$

где $r_n(0)$ – радиус поршня в начальный момент времени ($t = 0$).

Также предполагается, что сходящаяся ударная волна имеет ограниченную силу. Это означает, что на фоне перед волной, где $\rho = \rho_0$, давление отлично от нуля: $p = p_\phi(t)$. Такой случай может реализоваться, если ударная волна идет по однородно горящему газу, когда плотность постоянна по пространству и во времени, а однородная по пространству температура нарастает со временем.

Газ считается идеальным с уравнением состояния

$$p = \rho RT, \quad \varepsilon = RT/(\gamma - 1), \quad (3)$$

где γ – отношение удельных теплоемкостей, R – газовая постоянная.

Задача исследуется в переменных Лагранжа. Из условий симметрии в центре имеем

$$v(0, t) = 0. \quad (4)$$

Поршень действует на газ по закону

$$p(M_0, t) = p_0(-t)^{2(n-1)}, \quad -\infty < t < 0. \quad (5)$$

Для того чтобы задача допускала автомодельное решение, давление на фоне должно меняться таким же образом:

$$p_\phi(t) = p_1(-t)^{2(n-1)}, \quad -\infty < t < 0.$$

Математическая модель для этой задачи (система уравнений) в лагранжевых массовых координатах в сферически-симметричном случае есть

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} (r^2 v), \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -r^2 \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial r}{\partial t} = v, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + p \frac{\partial}{\partial x} (r^2 v) &= \frac{Q}{\rho}, \quad \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{1}{\rho r^2}, \\ \varepsilon &= \frac{R}{\gamma - 1} T, \quad p = R\rho T, \quad Q = Q_0 T^a \rho^b. \end{aligned} \quad (6)$$

3. Анализ размерности

Размерными параметрами задачи являются постоянные p_0, p_1, ρ_0, Q_0, R и переменные x – лагранжевая массовая координата, и время t . В качестве параметров с независимыми размерностями выберем константы p_0, ρ_0 и R . Задача будет являться автомодельной, если размерности постоянных Q_0 и p_1 зависят от вышеуказанных констант, т.е. выполняются соотношения

$$Q_0 = q_0 p_0^{1-a} \rho_0^{a+b} R^a, p_1 = \beta_\phi p_0,$$

где q_0 и β_ϕ – безразмерные постоянные, что верно при

$$n_Q = n = \frac{2a - 3}{2(a - 1)}. \quad (7)$$

Как и следовало ожидать, n_Q не зависит от b в силу того, что начальный фон плотности постоянен.

Единственная безразмерная комбинация для x, t, p_0, ρ_0 и R есть

$$x = x_0 (-t)^{3n} \xi,$$

где $x_0 = p_0^{3/2} \rho_0^{-1/2}$, ξ – безразмерная автомодельная переменная.

Продолжив обезразмеривание, можно выразить искомые величины через их безразмерные представители

$$\begin{aligned} r &= \lambda(\xi) p_0^{1/2} \rho_0^{-1/2} (-t)^n, v = \alpha(\xi) p_0^{1/2} \rho_0^{-1/2} (-t)^{n-1}, \rho = \delta(\xi) \rho_0, \\ p &= \beta(\xi) p_0 (-t)^{2n-2}, T(x, t) = \theta(\xi) p_0 \rho_0^{-1} R^{-1} (-t)^{2n-2}, \\ Q &= q(\xi) p_0 (-t)^{2n-3}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $q = q_0 \theta^a \delta^b$, $\theta = \beta/\delta$. За основные размерные параметры взяты p_0, ρ_0 и R , так что $Q_0 = q_0 p_0^{1-a} \rho_0^{a+b} R^a$.

Задача о сжатии соответствует выбору n в диапазоне $0 < n < 1$. При $n > 0$ массовая и эйлерова координаты волны состояния уменьшаются; при $n < 1$ в волне состояния растет давление. Следовательно, необходимо, чтобы $0 < \frac{2a-3}{2(a-1)} < 1$, что верно при $a > 1.5$.

4. Численный расчет, постановка вычислительной задачи

Сферическая область с радиусом $R_2 = 1$, которая нагревается посредством источника тепла (1), делится на две сферические подобласти с радиусами $R_1 = 0.9$ и $R_2 - R_1 = 0.1$. Температура второй области $T_2 = 10$ превосходит начальную температуру $T_1 = 10^{-3}$ первой области в 10000 раз. Созданное давление во второй области толкает газ, и в центр идет УВ, в результате этого на

фронте происходит концентрирование энергии и волна усиливается. В некоторый момент УВ выходит на автомоделную стадию. Расчеты проводятся для одноатомного газа ($\gamma = 5/3$) с начальной плотностью $\rho_0 = 1$. Универсальная газовая постоянная $R = 766.4$.

Из (8) видно, что давление и радиус на ударном скачке, после выхода на автомоделный режим, меняются по законам

$$p \sim (t_f - t)^{2(n-1)}, r \sim (t_f - t)^n. \quad (9)$$

Выражая зависимость давления на фронте от радиуса получим

$$p \sim r^{(2n-2)/n}. \quad (10)$$

Если зафиксировать два последовательных момента, имеем

$$p_1 \sim r_1^{(2n-2)/n}, p_2 \sim r_2^{(2n-2)/n}, \quad (11)$$

где $p_2 > p_1, r_2 < r_1, r_2 = r(t_2), r_1 = r(t_1)$.

Таким образом, можно определить показатель n по формуле

$$n = \left[1 - \frac{\lg(p_2/p_1)}{2 \lg(r_2/r_1)} \right]^{-1}, \quad (12)$$

а время прихода УВ в центр – по формуле

$$t_f = \frac{t_1 \tilde{P} - t_2}{\tilde{P} - 1}, \quad (13)$$

где $\tilde{P} = (p_2/p_1)^{1/(2n-2)}, p_2 > p_1, t_2 > t_1$.

Первоначально был сделан расчет для показателя степени при температуре в (1) $a = 2$. На рис. 2 показана эволюция изменения давления по мере схождения к центру. Предполагалось, что УВ выйдет на предельную стадию при показателе автомоделности $n_Q = 0,5$, которая следует из (7). Так как (7) не зависит от Q_0 и b , то они выбирались в рамках удобства ($Q_0 = 1, b = 1/3$). Но оказалось, что решение при $Q_0 = 1$ не только выходило на решение Гудерлея, но и движение газа в целом было одинаково с движением для случая «чистой» газодинамики, т.е. источник не успевал нагревать среду к тому времени, как УВ фокусировалась. На рис. 4 и рис. 5 представлены графики зависимостей давления на фронте и радиуса фронта от времени соответственно. Рис. 6 представляет зависимость логарифма радиуса фронта от логарифма $t_f - t$. Известно, что $\lg r_f = n \lg(t_f - t)$. Значит, угол наклона красной линии на рис. 6 и в подобных рисунках будет определять показатель n . В дальнейшем такого типа графики будут наглядно показывать отличие или совпадение законов изменения представителей при различных влияниях со стороны источника.

Зная начальную температуру, посредством решения для хорошо известной задачи о гомотермическом горении [13] приблизительно можно вычислить, при каких значениях Q_0 источник оказывает значительное влияние на течение среды.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \tilde{Q}_0 T^a, \tilde{Q}_0 = \frac{(\gamma - 1)Q_0 \rho_0^{b-1}}{R}, T(0) = T_1,$$

$$T = [\tilde{Q}_0(a - 1)]^{\frac{1}{1-a}} (t_0 - t)^{\frac{1}{1-a}}, a > 1.5, 0 < t < t_0,$$

где $t_0 = \frac{T_1^{1-a}}{\tilde{Q}_0(a-1)}$ – время обострения.

Если $t_0 \gg t_f$, то естественно, что источник не успевает нагревать газ. Нужно выбрать Q_0 таким образом, чтобы $t_0 < t_f$. Тогда, приблизительно, для Q_0 имеем

$$Q_f \equiv Q_0 \approx \frac{RT_1^{1-a}}{\rho_0^{b-1} t_0 (\gamma - 1)(a - 1)}. \quad (14)$$

Для $a = 2$, подсчитав по формуле (14) Q_0 (рис. 3), получим такие значения, при которых вклад источника в движение газа велик, например $Q_f = 23000$. Сделав расчеты для этого значения Q_f , замечаем, что решение снова выходит на «гудерлеевский» режим. На рис. 4, рис. 5 и рис. 6 показаны оба случая. Анализ данной ситуации показывает, что случай $n_Q < n_G$ не может осуществляться: в этом случае скорость УВ при наличии энерговыделения (т.е. $\sim (-t)^{n_Q-1}$) ниже, чем по «гудерлеевскому» закону.

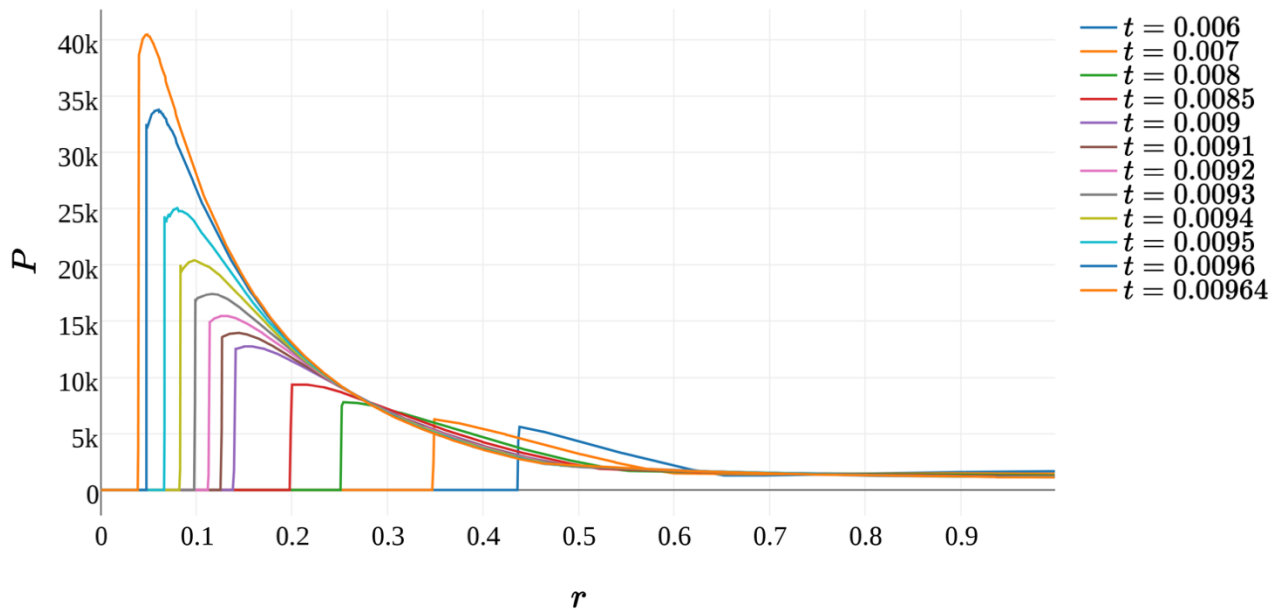
Рассмотрим теперь случай $n_Q > n_G$, т.е. когда

$$a > \frac{2n_G - 3}{2(n_G - 1)} \approx 2.60451. \quad (15)$$

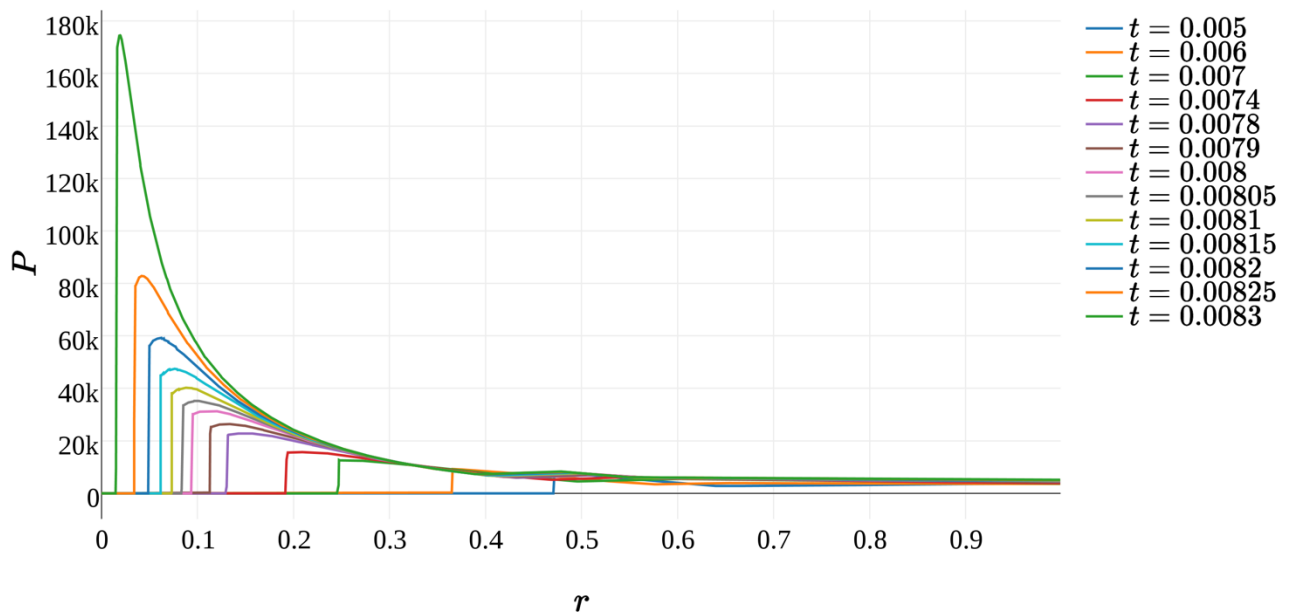
В качестве тестов были взяты $a = 3, a = 4, a = 5, a = 6$ с соответствующими Q_f .

Таким образом, численные решения модели (6) демонстрируют схождение УВ по закону $r_\Phi \sim (-t)^{n_Q}$ вне зависимости от интенсивности и характера источника тепла. Возможное объяснение может состоять в том, что предельная характеристика по-прежнему находится в области течения и на ней возникает та же особенность, связанная с УВ, которая наблюдается в модели газовой динамики без источника.

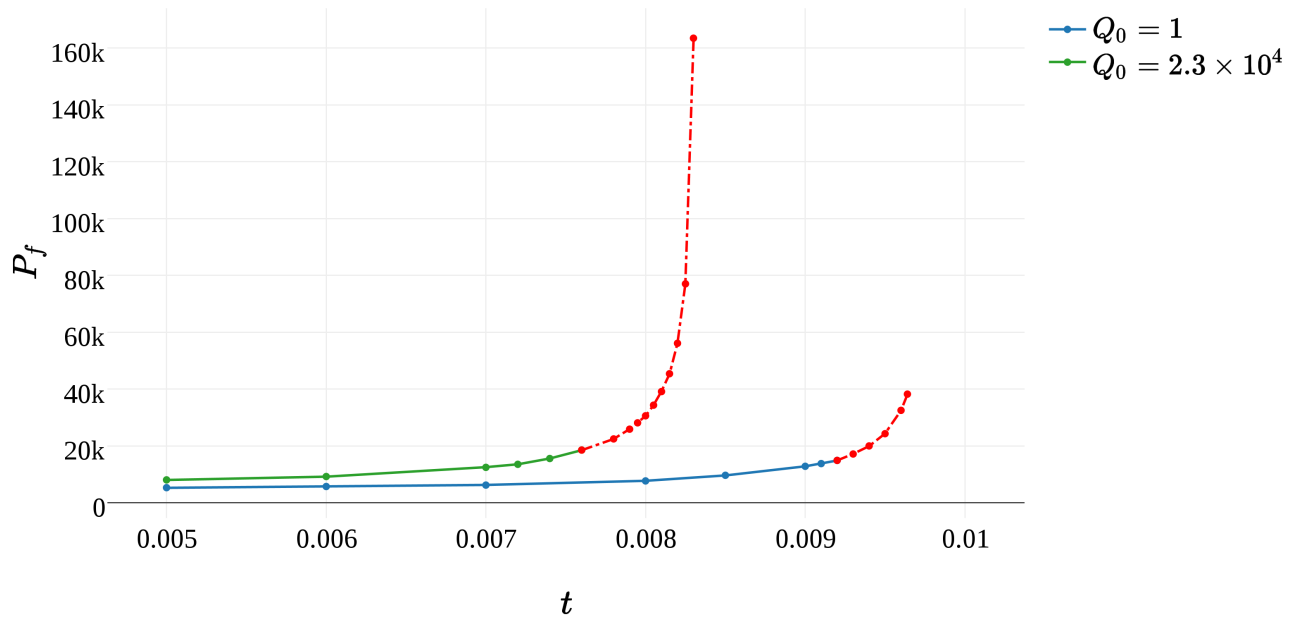
Результаты этих расчетов приведены на рис. 7, рис. 8, рис. 9 и в таблице 1.



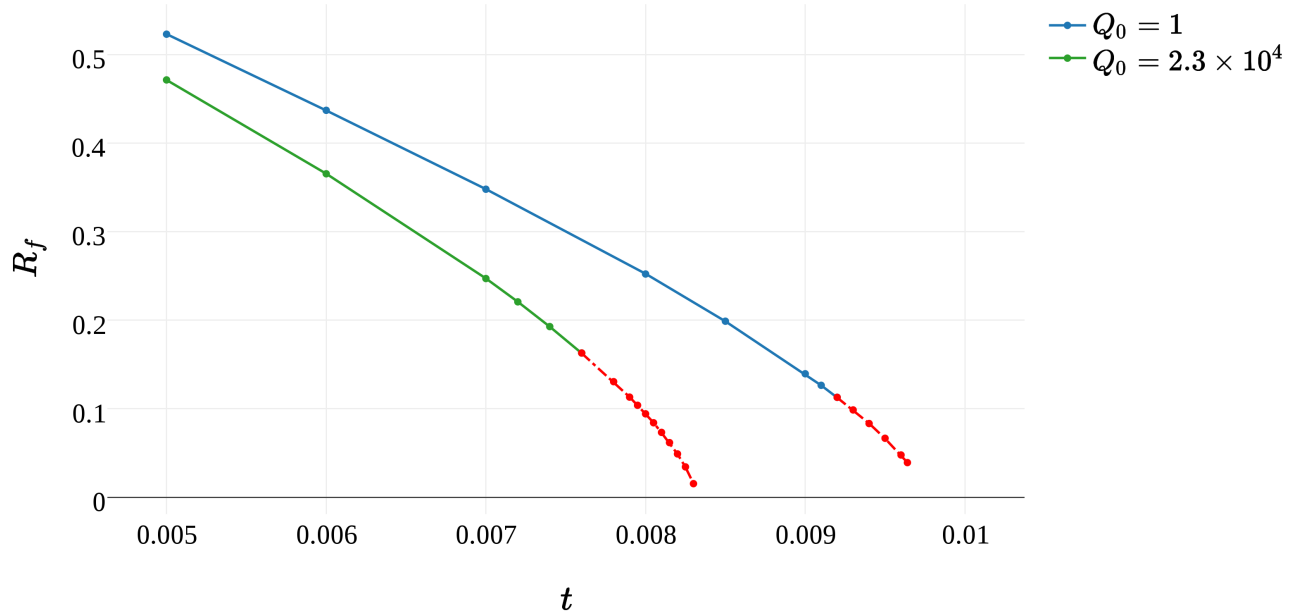
Puc. 2. $a = 2, Q_0 = 1$.



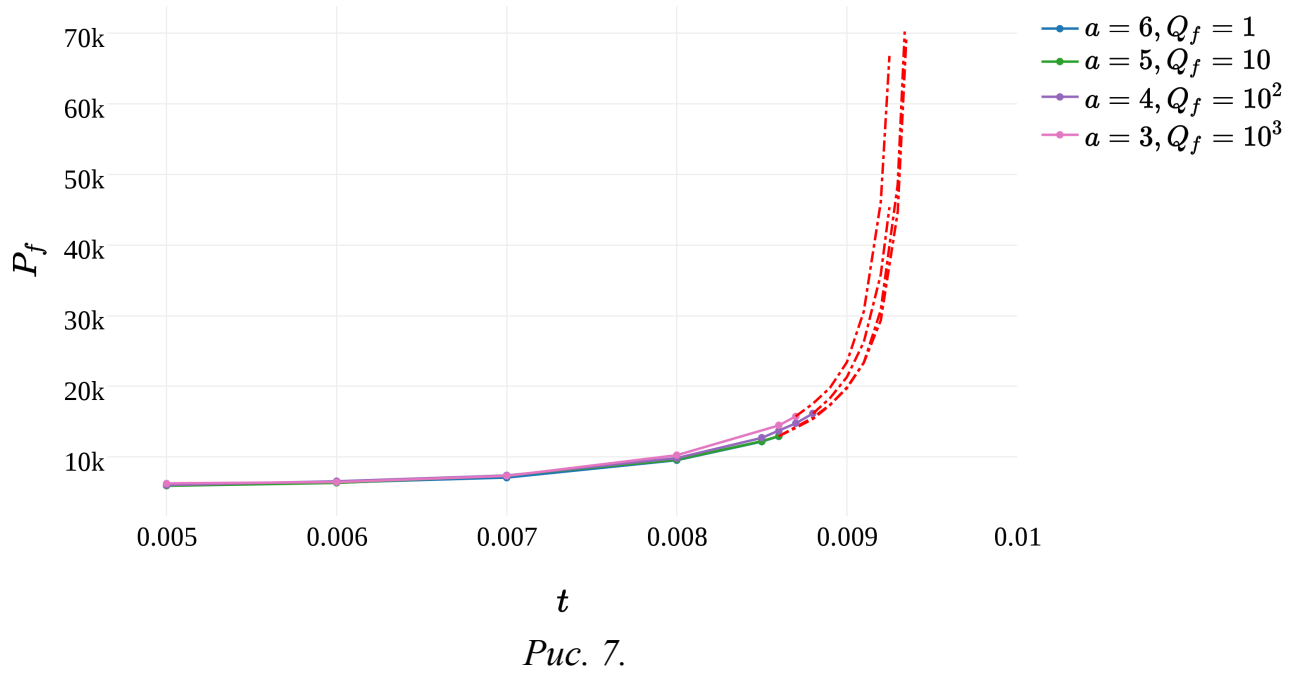
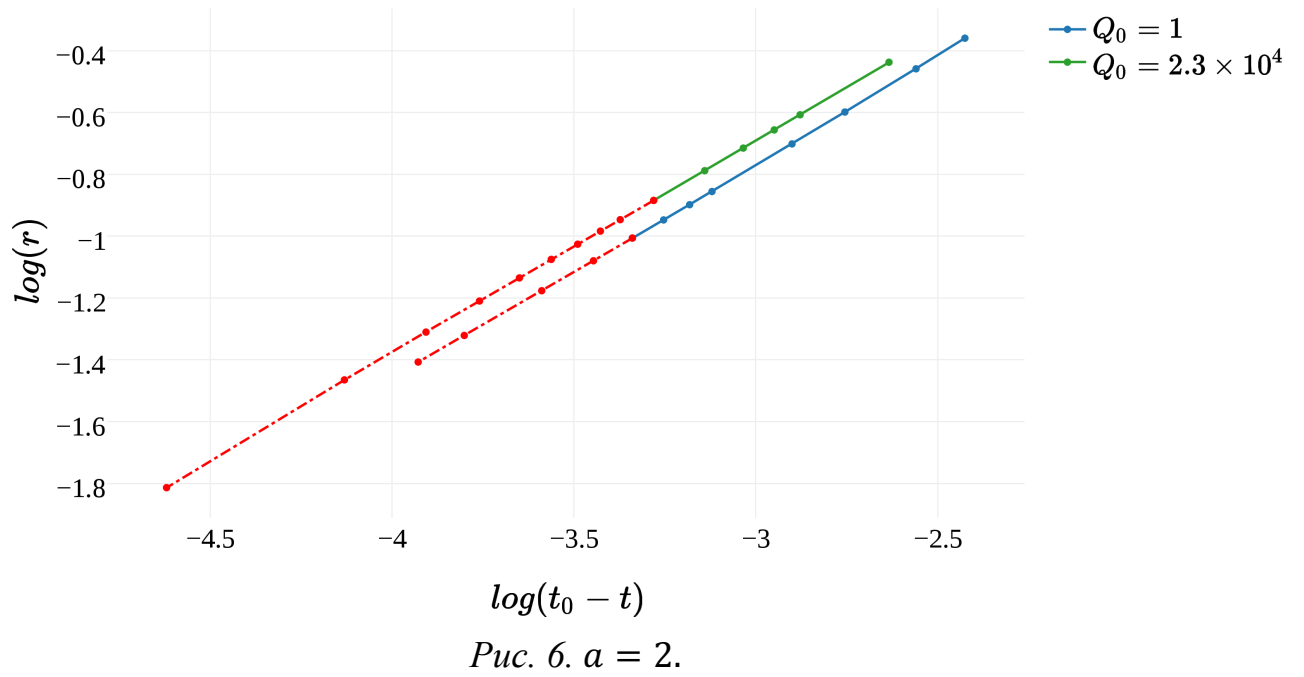
Puc. 3. $a = 2, Q_f = 23000$.

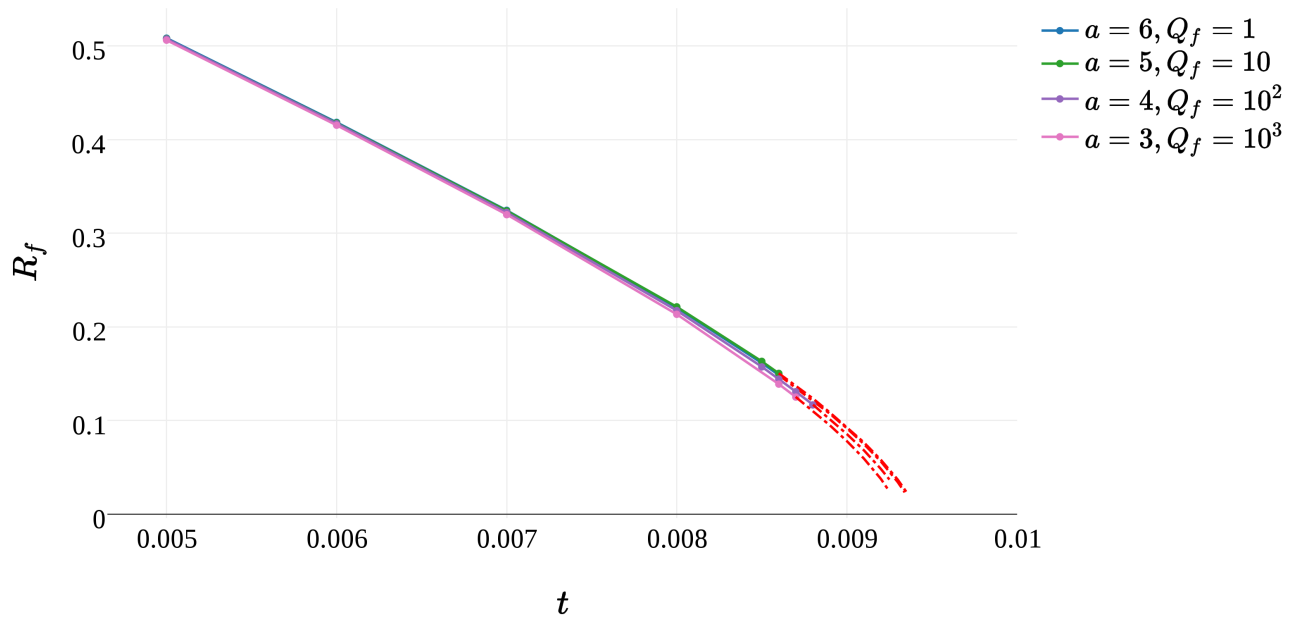


Puc. 4. $a = 2$.

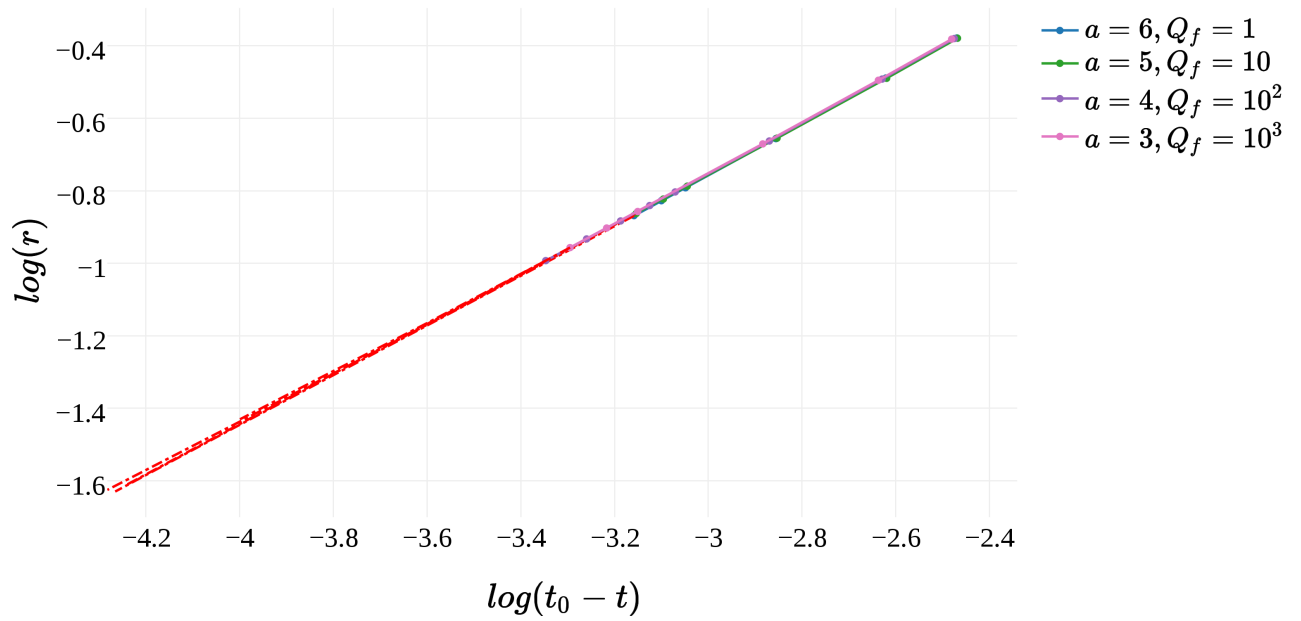


Puc. 5. $a = 2$.





Puc. 8.



Puc. 9.

Таблица 1

a	Q_0	n_{av}	t_f	n_Q
2	1	0.68933	0.009758	0.500
	23000	0.68062	0.008324	
3	1	0.69050	0.009802	0.750
	1000	0.68179	0.009301	
4	1	0.68950	0.009794	0.833
	100	0.68950	0.009802	
5	1	0.69102	0.009765	0.875
	10	0.69047	0.009350	
6	1	0.69135	0.009394	0.900

n_{av} – среднее значение показателя автотомодельности, полученного численно, n_Q – теоретически полученный показатель.

5. Заключение

Настоящая работа была стимулирована анализом расчетов [15-16], связанных с возбуждением термоядерного горения в однородно сжатом шаре (мишень лазерного термоядерного синтеза) путем удара по внешней его поверхности ускоренной (до 1000 км/с) макрочастицы (т.н. «ударный синтез», Impact Fusion). В этом случае за относительно короткие времена в небольшом объеме выделялась значительная энергия, создававшая температуру, достаточную для возбуждения термоядерных реакций. В этих задачах рассматривалось вещество, содержащее изотопы водорода (дейтерий и тритий). Математическая модель включала уравнения гидродинамики, теплопроводности (при наличии двух температур – ионов и электронов), энерговыделения за счет термоядерных реакций, переноса энергии излучением, в частности, в приближении объемных потерь (для имеющей здесь место достаточной прозрачности плазмы). В целом ряде 1D расчетов, проведенных в рамках этих исследований, наблюдались сходящиеся волны повышения плотности, температуры и давления, сопровождаемые увеличением интенсивности термоядерных реакций. В качестве иллюстрации приведем зависимости температуры и плотности от радиуса в такой сходящейся волне. Модель учитывает реальные УРС, электронную и ионную теплопроводность (с учетом необходимых ограничений теплового потока), термоядерное энерговыделение. На рис. 10 изображены профили температуры и плотности, демонстрирующие характер изучаемых зависимостей ($t_f \approx 10.6$ нс), а на рис. 11 – зависимость радиуса волны от времени (правда, для случая несколько большего энерговыделения, чем на рис. 10, $t_f \approx 6.74$ нс).

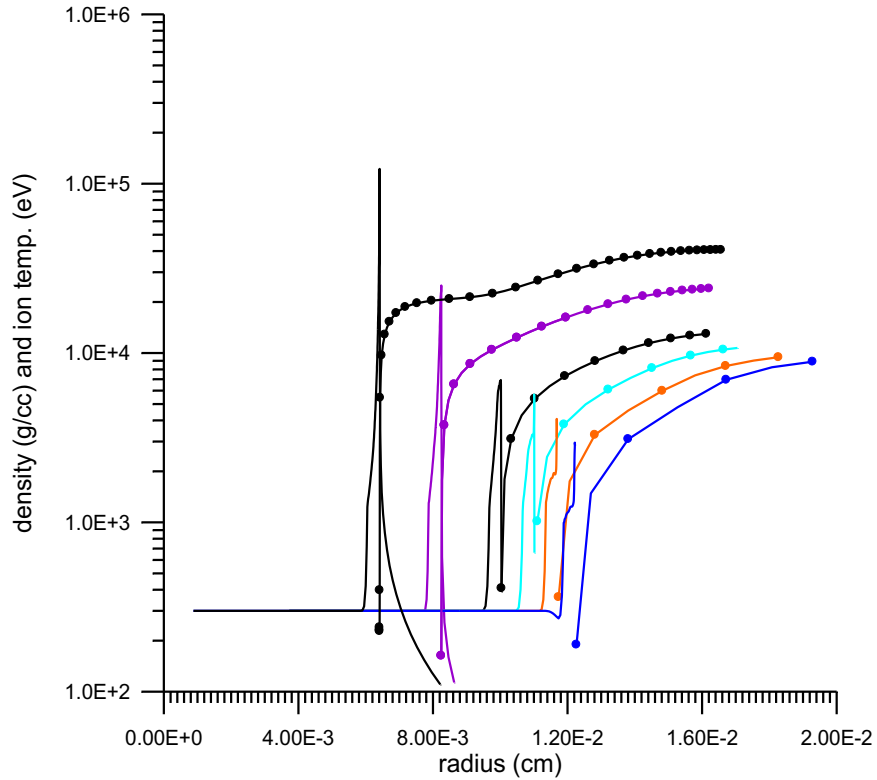


Рис. 10. Профили плотности (сплошные линии) и ионной температуры (помечены кружочками) представлены на следующие моменты времени: 10.1, 10.2, 10.3, 10.4, 10.5 и 10.545 нс.

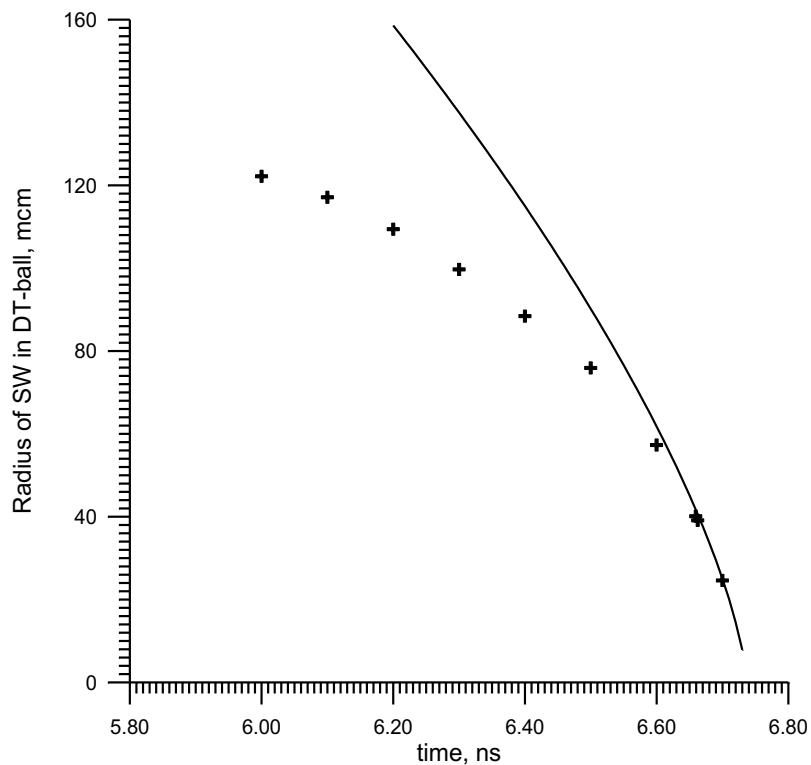


Рис. 11. Зависимость радиуса УВ от времени. Крестики – данные прямого расчета, сплошная линия – закон движения УВ из [4] для $\gamma = 5/3$ ($t_f \approx 6.74$ нс).

Прежде всего, их интерпретация, казалось бы, должна была бы найтись среди автомодельных решений задач о тепловых волнах первого и второго рода [17] (в первом случае превалирует теплопроводностный механизм распространения тепла, во втором – газодинамический). Во всех этих случаях автомодельные решения получаются на основе размерностного анализа (автомодельность первого рода [6]) и не требуют анализа поля интегральных кривых с целью определения показателя степени в законе распространения волны. Казалось бы, разумно ожидать для сходящихся волн, возникающих в описанных выше задачах, ударного синтеза именно такой интерпретации.

С другой стороны, известно, например, что распространение энергии, вызванной «мгновенным» ее выделением в небольшом объеме в среде без теплопроводности и энерговыведения приводит к закону движения сферически-симметрично расходящейся из центра ударной волны (УВ) вонне от области выделения $r_{\phi} \sim t^{2/5}$ (Седов Л.И., [6]). Наличие теплопроводности и энерговыведения кардинально меняет ситуацию. Прежде всего возникает конкуренция между «газодинамическим» и «теплопроводностным» механизмами передачи энергии. Именно эта конкуренция приводит к появлению новых, «гибридных» структур ударной и тепловой волны, известных как ТВ-I и ТВ-II [17]. Описание процесса распространения энергии в тепловой волне первого рода соответствует ситуации, когда газодинамические процессы еще «заморожены» и энергия распространяется посредством теплопроводности. Это, например, начальная стадия сильного взрыва (т.н. «огненный шар»). Впоследствии, в силу различных зависимостей размера области распространения тепловой $r \sim t^{1/2}$ и газодинамической $r \sim t$ (при постоянной температуре для идеального газа) волны «в игру вступает гидродинамика», что и приводит к появлению УВ, в которой уже $r_{\phi} \sim t^{2/5}$ (в сферически-симметричном случае). Режим ТВ-I («теплопроводностный») сменяется режимом ТВ-II («газодинамическим», в котором, в общем случае, присутствует и тепловая волна, обеспеченная теплопроводностью, что вызывает дополнительное сжатие вещества [17]). Этот общий вывод был сделан для расходящихся волн, причем было отмечено [17], что если наличествует энерговыведение или внешнее энергетическое воздействие (заданный поток тепла через границу), то режим ТВ-I может поддерживаться и в дальнейшем.

Для расходящихся волн, стимулированных термоядерным горением из центра, такого сорта решения изучались в [18]. Эти результаты хорошо иллюстрируют процесс возникновения ТВ-II, сопровождающийся ростом температуры и сжатием газа перед фронтом тепловой волны. Полученные здесь решения опирались на размерностный анализ с привлечением как постоянной в законе энерговыведения (объемный источник), так и постоянной в коэффициенте теплопроводности. В рассмотренных в настоящей работе решениях, отметим, теплопроводность не учитывалась.

Исходные для настоящего рассмотрения работы [15,16] относятся к другой ситуации. Здесь начальное энерговыведение также происходит в малом (по

сравнению со всем рассматриваемым веществом) объеме, но в узком приповерхностном слое шара. Для случая модели «чистой» газодинамики (без учета теплопроводности и энерговыделения) известен ответ – внутрь пойдет ударная волна, движущаяся по закону $r_{\phi} \sim (-t^{n_G})$ [1-4], где $n_G \approx 0.68838$ для $\gamma = 5/3$ (мы всюду рассматриваем идеальный газ). Возникает вопрос: а что будет в среде в случае присутствия в ней энерговыделения и теплопроводности? Энергия, распространяющаяся внутри мишени, может приобрести форму «чисто тепловой» волны, обеспеченной своим распространением одной лишь теплопроводностью. Такого сорта проблемы («затекание» тепла в холодные области) решались уже давно [19], в частности в дипломной работе одного из авторов [20]. При наличии же объемного энерговыделения, обеспечивающего «подпитку» внутренней энергии вещества, разумно поставить вопрос о реализации режимов ТВ-I и ТВ-II для сходящихся волн. В этом случае закон схождения волны к центру можно получить из размерных соображений (как в [18]), и, казалось бы, такие режимы должны бы быть реализованы в численном счете. Результаты настоящей работы дают отрицательный ответ. В численных экспериментах не удается продемонстрировать схождение ударной волны к центру по предписываемому размерностным анализом закону, поведение УВ у центра описывается по-прежнему законом [1-4].

Результаты вычислительных экспериментов, проведенных в настоящей работе, говорят о следующем. Внутренняя часть рассмотренной здесь мишени (с температурой T_1) практически «не горит» по сравнению с энерговыделением во внешнем узком слое с температурой T_2 , что отвечает условиям постановок [15,16]. Формальное отношение времен обострения (14) внутренней и внешней области оказывается во всех наших расчетах в диапазоне $10^2 - 10^{16}$. В этом случае, безусловно, схождение волны, подталкиваемой энерговыделением во второй области, сведется к закону [1-4].

Литература

- [1] G. G u d e r l e y, Starke kugelige und zylindrische Verdichtungsstosse in der Nahe des Kugelmittelpunktes bzw. der Zylinderachse, Luftfahrtforschung 19, № 9 (1942).
- [2] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теоретическая физика. Гидродинамика. 3-е изд., испр. -М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. - 736 с. (т. VI).
- [3] К. П. Станюкович Неустановившиеся движения сплошной среды, М.: Наука, 1971, 856 с.
- [4] К. В. Брушлинский, Я. М. Каждан, Об автомодельных решениях некоторых задач газовой динамики // УМН. 1963, т. 18, вып. 2, с. 3—23.
- [5] Ф. Л. Черноусько, Сходящиеся ударные волны в газе переменной плотности // ПММ 24, вып. 5 (1960), 885—897.
- [6] Л. И. Седов, Распространение сильных взрывных волн // Приклад. математика и механика. 1946. Т. 10, вып. 2. С. 241—250.

- [7] П. П. Волосевич, Н. А. Дарьин, Е. И. Леванов, Задача о поршне в газе с источниками энергии, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1983, том 23, номер 3, 693–701.
- [8] Н. Ю. Дмитриева, Автомодельный режим сжатия газа, сопровождаемый сходящейся сферической ударной волной, 1992, дипломная работа, ФУПМ МФТИ.
- [9] В. Е. Неуважаев, Неадиабатические движения в идеальном газе (автомодельные решения), Тр. МИАН СССР, 1973, том 122, 24-51.
- [10] В. Е. Неуважаев, Истечение газа в вакуум при степенном энерговыделении, ДАН СССР, 1961, 141, N5.
- [11] И. В. Немчинов, Разлет плоского слоя газа при постепенном выделении энергии. ПМТФ, 1961, С. 17-26.
- [12] N. Pouchaut, H. G. Hornung, D. I. Pullin, D. I. Mouton, On imploding cylindrical and spherical shock waves in a perfect gas, J. Fluid Mech. 560 (2006) 103-122.
- [13] А. А. Самарский, Н. В. Змитренко, С. П. Курдюмов, А. П. Михайлов, Тепловые структуры и фундаментальная длина в среде с нелинейной теплопроводностью и объемным источником тепла // ДАН. 1976. Т. 227. №2. С. 321-324.
- [14] М. Фроммер, Интегральные кривые обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка в окрестности особой точки, имеющей рациональный характер // Успехи матем. наук. 1941. Вып. 9.С. 212-253.
- [15] M. Murakami, H. Nagatomo, T. Johzaki *et al.* Impact ignition as a track to laser fusion // Nuclear Fusion, 2014, V.54, #5, 054007-054047.
- [16] С.Ю. Гуськов, Н.В. Змитренко. Быстрое зажигание при имплозии тонкой оболочки на предварительно сжатый DT-шар // Физика плазмы, 2012, т.38, №11, С.937-954.
- [17] П.П. Волосевич, С.П. Курдюмов, Е.И. Леванов. Различные режимы теплового нагрева при взаимодействии мощных потоков излучения с веществом. // ПМТФ, 1972, №5, С.41-48.
- [18] Н.В. Змитренко. Автомодельные режимы в одной модели горения. // Препринт ИПМ АН СССР, №105, М., 1989.
- [19] А.А. Самарский, В.А. Галактионов, С.П. Курдюмов, А.П. Михайлов. Режимы с обострением в задачах джля квазилинейных параболических уравнений. // Москва, Наука, 1987, 480 с.
- [20] Рагимли Орхан Рагим оглы. Аналитическое и численное моделирование сходящихся тепловых волн. // Магистерская диссертация, МФТИ, ФУПМ, 2013 г.