ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 77 за 2014 г.

Афендикова Н.Г.

История метода Галеркина и его роль в творчестве М.В.Келдыша

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Афендикова Н.Г. История метода Галеркина и его роль в творчестве М.В.Келдыша // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 77. 16 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-77

О р д е н а   Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Р о с с и й с к о й   а к а д е м и и   н а у к

Н.Г.Афендикова

История метода Галеркина и его роль в творчестве М.В. Келдыша

Москва — 2014

Афендикова Н.Г.

История метода Галеркина и его роль в творчестве М.В. Келдыша.

В работе анализируется история возникновения, развития и обоснования широко известного метода вычислительной математики – метода Бубнова-Галеркина. Приведены некоторые факты из биографий выдающихся русских инженеров – И.Г. Бубнова и Б.Г. Галеркина. Показано, как вслед за использованием этого метода в исследовании проблемы флаттера, М.В. Келдыш исследовал вопрос сходимости метода. Эта работа привела его впоследствии к знаменитым исследованиям по несамосопряженным операторам и тауберовым теоремам. Работа иллюстрирована фотографиями экспонатов кабинета-музея академика М.В. Келдыша.

Ключевые слова: метод Галеркина, кабинет-музей академика М.В. Келдыша

Nadezhda Gennadievna Afendikova

The History of Galerkin's Method and Its Role in M.V. Keldysh's Work

The paper analyses the history of creation, development and justification of the widely known numerical Bubnov-Galerkin method. It gives some background about the prominent Russian engineers I.G. Bubnov and B.G. Galerkin. It shows how after using the method in researching the flutter problem, M.V. Keldysh studied the issue of the method's convergence. This work subsequently led to his famous research in nonself-adjoint operators and tauberian theorems. The paper is illustrated with photographs of exhibits from the Academician M.V. Keldysh Memorial Museum.

Key words: Galerkin method, M.V. Keldysh Memorial Museum.

Метод, который называют методом Галеркина или методом Бубнова-Галеркина, известен как математикам, так и инженерам. Предлагаемая работа рассматривает историю появления этого метода, его применение в решении проблемы флаттера и роль в научном творчестве М.В. Келдыша.

В исследовании истории метода Галеркина нельзя не упомянуть следующих известных ученых.

- Лорд Релей (1842-1919);
- Вальтер Ритц (1878-1909);
- С.П. Тимошенко (1878-1972);
- Б.Г. Галеркин (1871-1945);
- И.Г. Бубнов (1872-1919);
- М.В. Келдыш (1911-1978);
- С.Г. Михлин (1908-1990).

Следует начать с того, что метод решения дифференциальных уравнений путем введения аппроксимирующих функций впервые дал лорд Релей. Задача сводилась к минимизации функционала, связывающего кинетическую и потенциальную энергии системы. Эта идея получила обширное развитие в его монографии «Теория звука» (1877-1878), в которой Релей рассматривал колебания струн, пластин, оболочек, используя для описания системы форму колебаний простейшего осциллятора.

В 1908 году физик из Геттингена Вальтер Ритц (Ritz Walter) выпустил работу «Об одном новом методе решения некоторых вариационных задач математической физики» о приеме приближенного решения задачи минимизации функционала [9]. Он решал задачи теории упругости, в частности, задачу о прогибе пластины.

Ритц излагает метод следующим образом. В классе допустимых функций ставится задача минимизации интеграла

$$J(w) = \int_a^b f(x, w, w', w'', \ldots, w^{(k)})dx, \tag{1}$$

для этого берется последовательность функций:

$$\phi_0, \phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_n, \ldots \quad ,$$

таких, чтобы при любых $a_1, a_2, \ldots, a_n$ функция

$$w_n = \phi_0 + a_1\,\phi_1 + a_2\,\phi_2 + \ldots + a_n\phi_n \tag{2}$$

1) была допустимой,

2) для любой допустимой функции w найдутся n и числа $a_1, a_2, \ldots, a_n$, такие, чтобы функция $w_n = \phi_0 + a_1\,\phi_1 + a_2\,\phi_2 + \ldots + a_n\phi_n$ достаточно мало отличалась от w.

Заметим, что требование 2), обычно называемое условием полноты, нуждается в более точной формулировке.

В интеграл (1) подставляем w_n вместо w, тогда $J(w)$ становится функцией $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Эти числа выбираются так, чтобы $J(w_n)$ приобрел наименьшее значение. Для этого необходимо решить уравнения

$$\frac{\partial J(w_n)}{\partial a_1} = 0, \quad \frac{\partial J(w_n)}{\partial a_2} = 0, \ldots, \frac{\partial J(w_n)}{\partial a_n} = 0.$$

Затем, после подстановки полученных значений $a_1, a_2, \ldots, a_n$ в (2), получим функцию w_n, которую Ритц рассматривает как приближенное решение вариационной задачи.

В 1911 лорд Релей в статье [10] написал, что «удивительно, как он (В.Ритц) мог рассматривать метод как новый», что в «одной из ранних работ… этот метод дан в форме, почти в точности совпадающей с той, в какой он предложен Ритцем». Вероятно, что Ритц развил свой метод независимо. В любом случае заслугой Ритца является то, что он дал первое строгое обоснование метода, исследовав его сходимость для трех задач: 1) изгиб жестко закрепленной по краям упругой пластины; 2) задача Дирихле для уравнения Лапласа; 3) краевая задача для дифференциального уравнения 2-го порядка. Отметим, что в современных курсах вычислительной математики изучают именно метод Ритца.

С.Г. Михлин в [7] указал, что «в применении к задачам теории колебаний метод Ритца является далеко идущим обобщением так называемого метода Релея».

Вальтер Ритц

Приведем краткие биографические сведения о Вальтере Ритце.

Вальтер Ритц – швейцарский физик-теоретик и математик. Окончил Цюрихский университет (1900). Работал в Геттингене, Бонне, Париже, Цюрихе, Тюбингене. Однокурсник Альберта Эйнштейна.

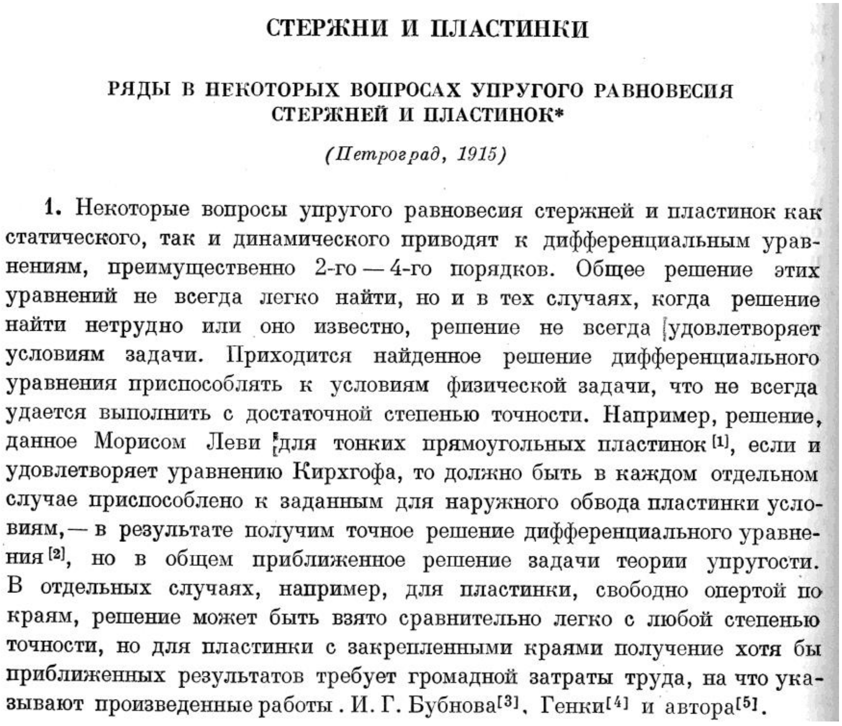
Метод Ритца дал представителям прикладных наук удобное орудие для решения задач, до того совершенно недоступных. Появилось много работ, в которых с помощью метода Ритца строились приближенные решения тех или иных задач математической физики. В тех случаях, когда представлялась возможность сравнить такое приближенное решение с точным или с результатами эксперимента, совпадение обычно оказывалось удовлетворительным. Особенно хорошие результаты получались тогда, когда решалась краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения. Вот что написал С.П. Тимошенко в [6], стр. 217:

«… приложения приближенного метода к задачам, для которых уже имеется точное решение, показывает, что метод дает очень хорошие результаты и практически не приходится искать более двух приближений».

Степан Прокофьевич Тимошенко – крупнейший ученый XX-го века в области механики деформированных твердых тел, который оставил огромный след в теории стержней, пластин и оболочек [11].

Основным недостатком метода Ритца является то обстоятельство, что он применим только для уравнений с самосопряженными и положительно определенными операторами.

В 1915 году вышла работа Бориса Григорьевича Галеркина «Стержни и пластины. Ряды в некоторых вопросах упругого равновесия» (Вестник инженеров, № 19, стр. 897-908), в которой он предложил метод интегрирования дифференциальных уравнений. Приведем начало этой статьи из [4].



СТЕРЖНИ И ПЛАСТИНКИ

РЯДЫ В НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ УПРУГОГО РАВНОВЕСИЯ СТЕРЖНЕЙ И ПЛАСТИНОК*

(Петроград, 1915)

1. Некоторые вопросы упругого равновесия стержней и пластинок как статического, так и динамического приводят к дифференциальным уравнениям, преимущественно 2-го — 4-го порядков. Общее решение этих уравнений не всегда легко найти, но и в тех случаях, когда решение найти нетрудно или оно известно, решение не всегда удовлетворяет условиям задачи. Приходится найденное решение дифференциального уравнения приспособлять к условиям физической задачи, что не всегда удается выполнить с достаточной степенью точности. Например, решение, данное Морисом Леви для тонких прямоугольных пластинок [1], если и удовлетворяет уравнению Кирхгофа, то должно быть в каждом отдельном случае приспособлено к заданным для наружного обвода пластинки условиям, — в результате получим точное решение дифференциального уравнения [2], но в общем приближенное решение задачи теории упругости. В отдельных случаях, например, для пластинки, свободно опертой по краям, решение может быть взято сравнительно легко с любой степенью точности, но для пластинки с закрепленными краями получение хотя бы приближенных результатов требует громадной затраты труда, на что указывают произведенные работы . И. Г. Бубнова [3], Генки [4] и автора [5].

Рис.1. Первая страница статьи Б.Г. Галеркина в издании [4].

В дальнейшем этот метод получил большое распространение под именем «метод Галеркина». Напомним его.

Требуется найти функцию $u(P)$, удовлетворяющую в области Ω линейному уравнению

$$Lu - f(P) = 0 \tag{3}$$

и, может быть, некоторым однородным краевым условиям.

Пусть функции последовательности

$$\phi_1(P), \phi_2(P), \ldots, \phi_n(P), \ldots$$

достаточное число раз непрерывно дифференцируемы и удовлетворяют краевым условиям.

Приближенное решение ищем в виде

$$u_n(P) = \sum_{k=1}^{n} a_k \phi_k(P),$$

где $a_1, a_2, \ldots, a_n$ – неизвестные постоянные.

По методу Галеркина коэффициенты a_k определяются из требования, чтобы левая часть уравнения (3) стала, после подстановки в нее $u_n(P)$ вместо $u(P)$, ортогональной к функциям $\phi_1(P), \phi_2(P), \ldots, \phi_n(P)$.

Тем самым получаем систему линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{k=1}^{n} a_k (L\phi_k, \phi_m) = (f, \phi_m), \quad m = 1, 2, \ldots, n,$$

для определения коэффициентов $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Важно отметить, что если оператор в (3) является самосопряженным и положительно определенным, то при сведении решения уравнения к минимизации соответствующего функционала метод Ритца и метод Галеркина приведут к одной и той же системе линейных уравнений.

Кратко расскажем о Борисе Григорьевиче Галеркине, выдающемся инженере, одном из основоположников русской школы строительной механики.

Борис Григорьевич Галеркин

Б.Г. Галеркин родился в ремесленной семье в городе Полоцке. Уже с 15 лет подрабатывал перепиской бумаг в сиротском приюте. Курс Реального училища сдал экстерном в Минске в 1893 году. В том же году поступил в Петербургский технологический институт. Во время учебы в Петербургском технологическом институте подрабатывал сначала частными уроками, а потом технической работой в качестве конструктора. Как и многие другие студенты, он оказался вовлеченным в политическую жизнь, вошел в социал-демократический кружок. В год окончания института (1899) стал членом РСДРП.

В 1899 году Б.Г. Галеркин начал работать на Харьковском заводе Русского паровозостроительного и механического общества. В 1903 году он – инженер на строящейся линии Восточно-китайской железной дороги, через полгода — заведующий техотделом Северного механического и котельного завода в Санкт-Петербурге. В 1906 году Б.Г. Галеркин становится членом Петербургского Комитета РСДРП. В 1906 году был арестован и за участие в революционном движении осужден на 1,5 года заключения. В заключении написал свою первую научную работу «Теория продольного изгиба и применение ее к расчету конструкций» (опубликована в 1909 году).

В 1909–1915 гг. Б.Г. Галеркин усиленно работает в области теории упругости и публикует ряд важных работ.

С 1909 года преподает в Петербургском технологическом институте. В 1920 году он избирается заведующим кафедрой строительной механики на механическом факультете. С 1923 по 1929 год Борис Григорьевич занимал должность декана инженерно-строительного факультета Ленинградского политехнического института. В 1924-1929 годах Б.Г. Галеркин преподавал также в Ленинградском университете, Ленинградском институте инженеров путей сообщения.

В 1928 году Б.Г. Галеркин был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР, а в 1935 году – действительным членом АН СССР.

Консультировал проектирование и строительство крупных гидроэлектростанций (Волховская ГЭС, ДнепроГЭС и других) и теплоэлектростанций в СССР. По завершении строительства ДнепроГЭС (1932) Б.Г. Галеркин назначается членом Правительственной комиссии по ее приемке. В 1936 году он был назначен председателем экспертной комиссии по проектированию конструкции Дворца Советов в Москве.

Б.Г. Галеркин является одним из создателей и первым директором Института механики АН СССР (1939), а также первым главным редактором журнала «Прикладная математика и механика».

В 1939 году Борис Григорьевич возглавил кафедру строительной механики Военного инженерно-технического университета в Ленинграде. Получил звание инженер-генерал-лейтенанта.

Б.Г. Галеркин участвовал в обороне Ленинграда. Летом 1941 года, с началом Великой Отечественной войны, была создана Комиссия по руководству строительством оборонительных сооружений Ленинграда. В ее составе оказалось несколько академиков и крупных ученых, но непосредственное отношение к строительству имел только один Б.Г. Галеркин, по существу ставший руководителем комиссии.

Труды Б.Г. Галеркина, относящиеся к строительной механике и теории упругости, способствовали внедрению современных методов математического анализа в исследование работы сооружений, конструкций и машин. Он разработал эффективные методы точного и приближенного интегрирования уравнений теории упругости. Он является одним из создателей теории изгиба пластинок. Исследовал влияние формы пластинки на распределение в ней усилий, эффект распределения местного давления, влияние упругости опорного контура. Предложенная Б.Г. Галеркиным в 1930 году форма решения уравнений упругого равновесия, содержащая три бигармонические функции, позволила эффективно решить многие важные пространственные задачи теории упругости. В работах по теории оболочек он отказался от общепринятых гипотез относительно характера изменения смещений по толщине и ввел другие допущения, обеспечивающие большую точность и возможность распространить теорию на оболочки средней толщины.

В 1942 году за работы по теории оболочек Б.Г. Галеркин был удостоен Сталинской премии первой степени. За заслуги перед государством он был награжден двумя орденами Ленина.

В библиотеке кабинета-музея академика М.В. Келдыша хранится первый том собрания сочинений Б.Г. Галеркина, изданный в 1952 году, с дарственной надписью. Этот дар, сделанный уже после смерти Б.Г. Галеркина, косвенно свидетельствует о том, что Б.Г. Галеркин и М.В. Келдыш были знакомы.

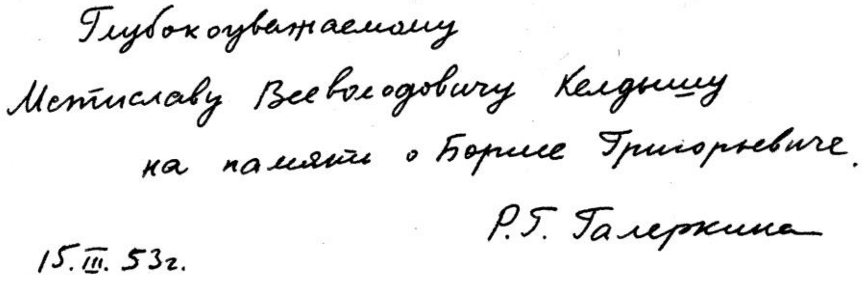

Глубокоуважаемому
Мстиславу Всеволодовичу Келдышу
на память о Борисе Григорьевиче.
Р.Г. Галеркина
15.III.53г.

Рис.2. Дарственная надпись М.В. Келдышу.

Достаточно часто метод Галеркина называют методом Бубнова-Галеркина. Это связано со следующим.

В 1911 был написан, а в 1913 году был напечатан отзыв И.Г. Бубнова о работе С.П. Тимошенко «Об устойчивости упругих систем. Применение новой методы к исследованию устойчивости некоторых мостовых конструкций» [Отзыв о сочинениях проф. Тимошенко, удостоенных премии Д.И.Журавского. Сб. Ин-та инженеров путей сообщения, вып. 81, Петербург, 1913], применявшего метод Ритца к исследованию устойчивости пластин и балок. Процитируем С.Г. Михлина [6, стр. 19]: «И.Г. Бубнов отмечает в этом отзыве, что уравнения, к которым приводит метод Ритца, можно получить, не прибегая к составлению потенциальной энергии системы и не решая вариационной задачи. Замечая, что Тимошенко ищет перемещение в виде

$$\mathrm{W} = a_1\, \phi_1 + a_2\, \phi_2 + a_3\phi_3 + \ldots.,$$

где $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \ldots$ – данные функции, $a_1, a_2,\ a_3, \ldots$ – коэффициенты, подлежащие определению, Бубнов пишет: "… весьма простые решения можно получить и обычным путем, т.е. не прибегая к рассмотрению энергии системы, если только сходимость ряда для W достаточно велика. При этом простой подстановкой разложения для W в общее дифференциальное положение равновесия, затем умножением полученного выражения на $\phi_к dxdy$ и интегрированием по всему объему тела мы получим уравнение, связывающее коэффициент a_k со всеми другими, если только функции ϕ выбраны так, что $\iint \phi_n\ \phi_к = 0$ при $n \neq к$. Это равенство имеет место почти во всех задачах рассматриваемой работы, так как автор обычно берет выражение W в виде тригонометрических рядов, где это условие выполнено… Написав из полученного соотношения столько уравнений, сколько членов ряда мы желаем сохранить, и уравнивая нулю определитель из множителей при коэффициентах, мы сведем задачу о нахождении критической нагрузки к определению наименьшего корня целой рациональной функции, высшая степень которой равна числу сохраненных членов."»

Таким образом, получается, что И.Г. Бубнов описал метод Галеркина раньше, чем сам Б.Г. Галеркин. Однако в работе Б.Г. Галеркина 1915 года существенно новым было то, что он не связывал свой метод ни с какой вариационной задачей, так что его можно было применять к любому уравнению и не только к дифференциальному, в том числе и несамосопряженному, и не требовал ортогональности координатных функций. Б.Г. Галеркин применил этот метод к несамосопряженным задачам и к определению собственных значений.

И.Г. Бубнов использовал для расчетов ряда задач описанный им метод во второй части «Курса строительной механики корабля», опубликованной в 1914 году (см.[5], стр. 190-218). Б.Г Галеркин в статье «Стержни и пластины. Ряды в некоторых вопросах упругого равновесия» (см. Рис. 1) ссылается на расчеты И.Г. Бубнова в этой книге, но ничего не говорит о методе Бубнова решения дифференциальных уравнений. Далее Б.Г. Галеркин написал: «Эта статья посвящена разработке и применению другого (т.е. не метода Ритца) метода приближенного решения некоторых задач упругого равновесия, исходящего непосредственно из уравнения упругой линии или поверхности, именно метода Навье» и далее описывает сущность этого метода по работе Clebsch R.F. Théorie de l`élasticité des corps solides. Paris, 1883.

Таким образом, идея решения дифференциального уравнения, в конце концов воплощенная в методе Бубнова-Галеркина, имеет давние корни. А четкое и красивое описание метода в статье Б.Г. Галеркина дает полное основание для того, чтобы метод носил его имя.

Приведем кратко биографические сведения и обзор деятельности Ивана Григорьевича Бубнова, выдающегося российского корабельного инженера, математика и механика [5].

Иван Григорьевич Бубнов

И.Г.Бубнов окончил Морское техническое училище в Кронштадте в 1891 году и начал свою инженерную деятельность младшим помощником судостроителя в Управлении Петербургского порта. В начале 1894 года морское министерство объявило конкурс на проект океанского быстроходного крейсера. Проект И.Г. Бубнова в 1895 году был удостоен первой премии.

В 1894 году И.Г. Бубнов поступил в Морскую академию, на кораблестроительное отделение. В 1896 году, после ее блестящего окончания он был оставлен на преподавательскую работу, начав ее с чтения курса «Проектирование боевых судов». В дальнейшем, наряду с преподаванием в Морской академии (профессор с 1910 года), И.Г. Бубнов преподавал в Петербургском политехническом институте (профессор с 1909 года), в Петербургском морском училище.

В труде «Напряжения в обшивке судов от давления воды» (1902) И.Г. Бубнов впервые выяснил основные вопросы расчета пластин, работающих в составе судна. В последующих работах он дал математическое обоснование вопросов местной и общей прочности судов. И.Г. Бубнову принадлежит фундаментальный труд «Строительная механика корабля» (1909-1911), являвшийся в то время единственным по строгой научности и полноте изложения. Руководя в 1907-1909 годах проектированием корпусов крупных линейных кораблей, И.Г. Бубнов создал теоретически обоснованную систему набора корпуса, которая навсегда вошла в историю кораблестроения как «русская система набора».

Педагогическая и научная работа И.Г. Бубнов неотделима от его инженерной деятельности. В 1900 году он был назначен старшим помощником заведующего Опытовым бассейном. В том же году по поручению Морского технического комитета И.Г. Бубнов возглавил при нем комиссию по разработке проекта первой российской подводной лодки с двигателями внутреннего сгорания «Дельфин». В 1901 году он был назначен ее строителем, руководил успешными испытаниями и сдачей. С 1903 года И.Г. Бубнов назначается начальником Кораблестроительной чертежной Морского технического комитета, где были разработаны проекты подводных лодок «Касатка», «Минога», «Акула» и т.п. Всего по его проектам было построено 32 подводные лодки.

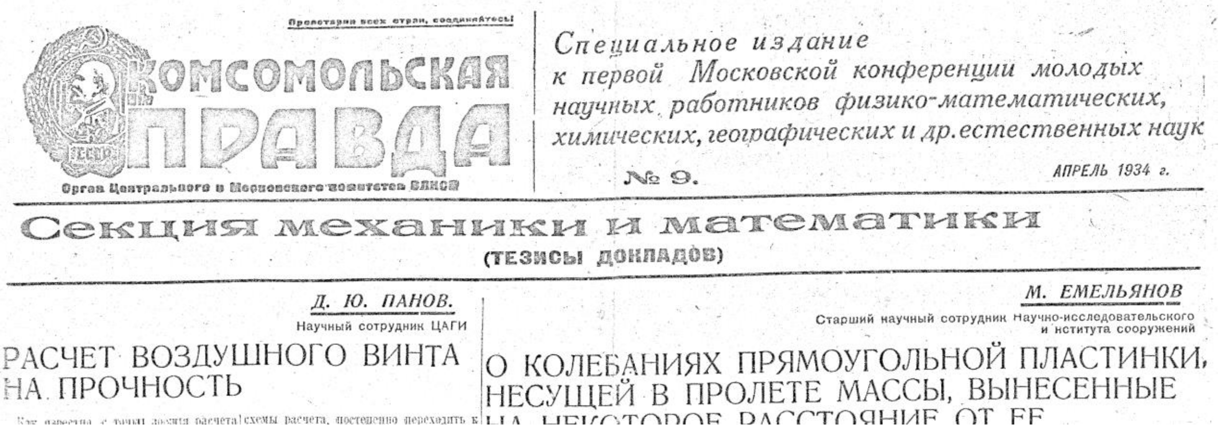
И.Г. Бубнов был награжден орденами Святого Владимира 3 и 4 степени, Святой Анны 2 степени.

Со времени опубликования основополагающей статьи Б.Г. Галеркина было напечатано большое количество работ, в которых метод Бубнова-Галеркина применялся к практическому решению самых разнообразных прикладных задач. Важно указать, что именно этот метод сыграл важную роль в решении проблемы внезапно возникающих вибраций самолета. При превышении некоторой критической скорости в системе «набегающий поток воздуха–крыло» возникают нарастающие изгибно-крутильные колебания крыла, приводящие к его поломке. Такие же вибрации, получившие название «флаттер», возникают и у хвостового оперения, у элерона и т.п. Флаттер грозил стать настоящим бичом авиации. Первые работы, посвященные флаттеру, появились в 20-х годах. В экспериментальном аэродинамическом отделе ЦАГИ с 1931 года началась работа по исследованию этой проблемы. Выяснилось, что явление флаттера весьма сложно по природе, статьи же по вибрациям и за границей, и у нас были полны путаницы и противоречий (Я.М. Пархомовский, Л.С. Попов [3]).

Мстислав Всеволодович Келдыш пришел на работу в ЦАГИ в 1931 году после окончания Московского университета. Несмотря на свою молодость, Келдыш сразу был замечен в научном коллективе института. В нем работали будущие академики Л.И. Седов, Л.С. Лейбензон, Н.Е. Кочин, М.А. Лаврентьев, С.А. Христианович. Научным руководителем ЦАГИ был академик С.А. Чаплыгин. За сравнительно короткий срок М.В.Келдышем был выполнен ряд талантливых исследований в комплексном анализе и в аэрогидродинамике.

Мстислав Всеволодович Келдыш. Фото 1935 г.

В кабинете-музее представлена ксерокопия газеты «Комсомольская правда» за апрель 1934 года. Ниже мы приводим фрагмент первой полосы и заметку М.В.Келдыша.


Пролетарии всех стран, соединяйтесь!

КОМСОМОЛЬСКАЯ ПРАВДА

Орган Центрального и Московского комитетов ВЛКСМ

Специальное издание к первой Московской конференции молодых научных работников физико-математических, химических, географических и др. естественных наук

№ 9. АПРЕЛЬ 1934 г.

Секция механики и математики

(ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ)

Д. Ю. ПАНОВ.
Научный сотрудник ЦАГИ

РАСЧЕТ ВОЗДУШНОГО ВИНТА НА ПРОЧНОСТЬ

М. ЕМЕЛЬЯНОВ
Старший научный сотрудник Научно-исследовательского института сооружений

О КОЛЕБАНИЯХ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНКИ, НЕСУЩЕЙ В ПРОЛЕТЕ МАССЫ, ВЫНЕСЕННЫЕ НА НЕКОТОРОЕ РАССТОЯНИЕ ОТ ЕЕ

Рис. 3. Фрагмент газеты «Комсомольская правда» за апрель 1934 г.


М. КЕЛДЫШ
ЦАГИ

ТЕОРИЯ КРЫЛА В СЖИМАЕМОМ ГАЗЕ

Задача об отыскании потенциальных потоков сжимаемого газа приводит к нелинейному уравнению с частными производными второго порядка для потенциала скоростей течения. Это уравнение принадлежит к гиперболическому типу, если скорость потока больше скорости звука, и к эллиптическому, если скорость потока меньше скорости звука. Нахождение потока, обтекающего тело заданной формы, приводит к решению внешней задачи Неймана для этого уравнения. В настоящей работе рассматривается случай потоков со скоростью меньшей скорости звука. Мы даем решение внешней задачи для одного класса нелинейных эллиптических уравнений. Решение пишется в виде разложения по степеням параметра, входящего в уравнение. В частности полученные результаты применяются к газовым потокам. Кроме того, в последнем случае имеет интерес задача построения неоднозначных решений, соответствующих циркуляционным потокам около профилей с острыми кромками. Для этой задачи также приводится решение. Полученные результаты позволяют дать строгое доказательство теоремы Жуковского о под'емной силе для сжимаемых потоков.

Примечание.
Работа проведена совместно с Ф. Франклем.

А. Н. МАРКОВ
Аспирант МГУ

...ЯХ
...КИ

...нзона

...ное перемещения, мною рассмотрена задача о колебании при любых граничных условиях, развертывая решение по балефункциям.

Таким образом, составляя выражение потенциальной и кинетической энергии, мы получаем решение с желаемой точностью.

...ты «Правда», Москва, ул. Горького, 48. Зак. № 1308.

Рис. 4. Фрагмент газеты «Комсомольская правда» за апрель 1934 г.

Также мы представляем фрагменты газеты ЦАГИ за 7 ноября 1934 года с заметкой профессора А.И. Некрасова о М.В. Келдыше и его работах.

Да здравствует XVII годовщин

ВЫШЕ ЗНАМЯ БОРЬБЫ ЗА СОВЕТСКО САМОЛЕТ

ЗА ПЕРЕДОВУЮ НАУЧНУЮ АВИАЦИОННУЮ

Пролетарии всех стран, соединяйтесь!

ЦАГИ

7 НОЯБРЯ 1934 г. | ОРГАН ПАРТКОМА, ЗАВКОМА, АДМИНИСТРАЦИИ И КОМИТЕТА ВЛКСМ ЦАГИ. Выходит 15 раз в мес. 4-й ГОД ИЗДАНИЯ. | № 135—136 (384)

17 лет Октября

Славный и трудный путь — 17-летний путь социалистической революции — пройден пролетариатом и трудящимся крестьянством страны Советов под руководством партии ЛЕНИНА—СТАЛИНА.

17 лет — такой короткий исторический период и такие всемирно исторические победы! «Социалистический уклад является безраздельно господствующей и единствено командующей силой во всем народном хозяйстве. Таков итог. В этом итоге основа прочности внутреннего положения СССР, основа стойкости его передовых и тыловых позиций в обстановке капиталистического окружения». Так тов. СТАЛИН кратко и выразительно охарактеризовал наши победы на 17-м С'езде партии.

17 лет после великой Октябрьской победы — это 17 лет героической борьбы партии рабочего класса за осуществление грандиозных социалистических задач, за превращение отсталой аграрной страны в страну индустриальную, за страну самого крупного в мире сельского хозяйства, за страну социа-

ЗА

ЗА НО

ЭГО

Испытан на

сер ЭГО ЦА

работе устан

моделей при

невренность.

чати статьи т

«Расчет взлет

статья т.

«Определени

ских характе

Гидроавиа

МСТИСЛАВ ВСЕВОЛОДОВИЧ КЕЛДЫШ

Еще будучи студентом 4-го курса, **М. В. Келдыш** начал вести педагогическую работу в качестве преподавателя в вузах Москвы.

В 1932 г. **М. В. Келдыш** был доцентом по математике при физическом факультете МГУ, позднее являясь докторантом математического института при Академии наук СССР.

В ЦАГИ **М. В. Келдыш** начал свою работу с 16 июля 1932 г. сначала в качестве инженера, а затем в качестве старшего инженера при экспериментально - аэродинамическом отделе ЦАГИ. В настоящее время **М. В. Келдыш** работает в физико - аэродинамической секции (ФАС) ЭАО ЦАГИ.

Основные работы **М. В. Келдыш** по- [illegible] родинамики.

Все научные работы **М. В. Келдыша** связаны с ЦАГИ, так как тематика этих работ всецело определялась задачами ЦАГИ.

Когда встал вопрос о необходимости изучения явлений удара о воду гидросамолета для ЭГО, **М. В. Келдыш** были выполнены две работы: 1) О решении задачи об ударе о воду совместно с проф. **М. А. Лаврентьевым** — сотрудником ОТГ ЦАГИ и 2) Об ударе о воду, имеющую конечную глубину. Обе работы печатаются в трудах ЦАГИ.

Большая и интересная работа выполнена **М. В. Келдыш** под заглавием: «О колебательных движениях крыла».

В работе «Внешняя задача Неймана для нелинейных уравнений эллиптического типа и приложения к теории крыла в сжимаемом газе», выполненной **М. В. Келдыш** совместно с **Ф. И. Франкль** и печатанной в «Известиях Академии Наук СССР» (№ 4 за 1934 г.).

В сборнике статей по аэродинамике, под редакцией В. А. Александрова, вышедшем в 1933 г., **М. В. Келдыш** дана интересная обзорная статья вопроса о [illegible] установившемся движении крыла.

В работе: «Обоснование теории винта Н. Е. Жуковского, выполненной [illegible] местно с **Ф. И. Франкль** и доложен[illegible] на 2-й всесоюзной конференции по аэродинамике, авторами показано, что теория **Н. Е. Жуковского** есть в сущности первая ступень в сходящемся бесконечном процессе последовательных приближений, дающем возможность учесть сжатие струи за винтом.

Последняя работа **М. В. Келдыш**, выполненная осенью текущего года — работа по глубокому критическому анализу большой и трудной работы, выполненной ЭАО по теории [illegible] крыла — дает совершенно четкие указания о достоинствах и недостатках выполненной работы и намечает пути, по которым с точки зрения теории надо продолжать исследования.

Все работы и доклады **М. В. Келдыш** всегда отличаются чрезвычайной четкостью мысли и глубиной математического анализа, умением ясно и полно осветить существенное, и поэтому всегда являются высоко интересными для читателей и слушателей.

[illegible] все время своей работы в ЦАГИ **М. В. Келдыш** ведет и общественную работу в качестве уполномоченного СНР, инженерно - технического организатора и редактора стенгазеты секции.

Несомненно, что ЦАГИ в лице **М. В. Келдыш** имеет молодого и в то же время очень крупного специалиста, способного выполнять ответственные научные поручения.

профессор А. И. НЕКРАСОВ.

...МЯ ЗАВОДА

жизни цеха, не ходил на собрания, не брал обязательств. Когда парторг группы т. **Журавлев** побеседовал у него дома с родителями, он на второй же день написал обязательство и стал активно работать в группе.

Выпустили в цехе 4 газеты стенных и 4 номера цехового «Крокодила». Выпущено 3 номера газеток в группах.

Мы организовали переходящее красное знамя по цеху, два раза передали, и сейчас держит это знамя группа **Лашкова.**

Коллективно цех посетил Политехнический музей и выставку «Наши достижения».

За все это наш цех первый раз получил переходящее знамя завода и надеется удержать его в дальнейшем.

КОМАЛЕНКОВ, ДЕВЯТАЙКИН, МАТЮКИН.

Рис. 5. Фрагменты газеты «ЦАГИ» за ноябрь 1934 г.

Нельзя не процитировать последнюю фразу этой заметки.

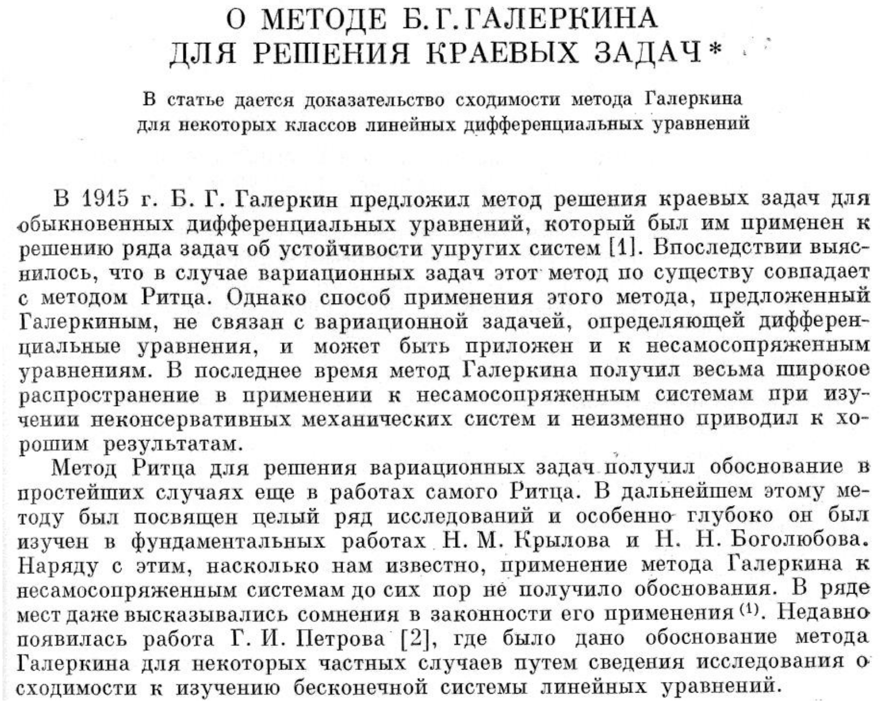
«Несомненно, что ЦАГИ в лице М.В.Келдыш имеет молодого и в то же время очень крупного специалиста, способного выполнить ответственные научные поручения».

Именно таким поручением явилось задание С.А. Чаплыгина М.В.Келдышу прорецензировать проведенные в ЦАГИ работы по вибрациям, выполнение которого привело к переводу Мстислава Всеволодовича в группу вибраций. Эти новые задачи заинтересовали молодого ученого. Работы по флаттеру занимают значительное место среди всех его прикладных исследований [2].

Крыло самолета в потоке газа является сложной упругой системой с бесконечным числом степеней свободы, и для создания методики расчета на флаттер необходимо создать адекватную математическую модель. Для упрощения модели была принята гипотеза стационарности, а крыло рассматривалось как балка, работающая на кручение и изгиб в пустоте. Для приближенного решения был предложен метод, адекватный тем упрощениям, которые были сделаны в постановке задачи. Именно, задача решалась методом Бубнова-Галеркина с одной (!) базисной вектор функцией. В результате задача о расчете на флаттер была сведена к исследованию решений линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Скорость полета входит в систему как параметр, и требуется определить то ее значение, называемое критическим, при котором возможны незатухающие колебания. В результате работы была разработана простая, но эффективная и хорошо схватывающая суть явлений схема расчета на флаттер сначала крыла, затем крыла с элероном, с подкосами и т.п., которая, в случае необходимости, допускала уточняющие поправки. В то же время был разработан, говоря современным языком, четкий алгоритм расчета самолета на флаттер, с последующим уточнением расчета по результатам продувок моделей в аэродинамических трубах, и указаны методы балансировки, предотвращающие флаттер. Замечательным во всех этих работах являлось то обстоятельство, что, несмотря на грубость схемы, принятой для расчета флаттера, она правильно схватывала сущность явления, и в результате расчетов получались верные значения критической скорости.

Этот алгоритмический подход, намного опередивший зарубежные разработки, был отмечен Сталинской премией II степени, которая была присуждена Е.П. Гроссману и М.В. Келдышу за научные работы по предупреждению разрушения самолетов.

М.В. Келдыш не ограничился только применением метода Галеркина, он работал над обоснованием этого метода. В 1942 году в журнале «Известия АН СССР» была опубликована его статья «О методе Галеркина решения краевых задач». В этой работе он обосновал метод для случая обыкновенного дифференциального уравнения четного порядка, а также доказал сходимость метода в случае простейшей краевой задачи для общего уравнения эллиптического типа второго порядка.



О МЕТОДЕ Б. Г. ГАЛЕРКИНА
ДЛЯ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ*

В статье дается доказательство сходимости метода Галеркина для некоторых классов линейных дифференциальных уравнений

В 1915 г. Б. Г. Галеркин предложил метод решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, который был им применен к решению ряда задач об устойчивости упругих систем [1]. Впоследствии выяснилось, что в случае вариационных задач этот метод по существу совпадает с методом Ритца. Однако способ применения этого метода, предложенный Галеркиным, не связан с вариационной задачей, определяющей дифференциальные уравнения, и может быть приложен и к несамосопряженным уравнениям. В последнее время метод Галеркина получил весьма широкое распространение в применении к несамосопряженным системам при изучении неконсервативных механических систем и неизменно приводил к хорошим результатам.

Метод Ритца для решения вариационных задач получил обоснование в простейших случаях еще в работах самого Ритца. В дальнейшем этому методу был посвящен целый ряд исследований и особенно глубоко он был изучен в фундаментальных работах Н. М. Крылова и Н. Н. Боголюбова. Наряду с этим, насколько нам известно, применение метода Галеркина к несамосопряженным системам до сих пор не получило обоснования. В ряде мест даже высказывались сомнения в законности его применения (1). Недавно появилась работа Г. И. Петрова [2], где было дано обоснование метода Галеркина для некоторых частных случаев путем сведения исследования о сходимости к изучению бесконечной системы линейных уравнений.

Рис.6. Начало статьи М.В. Келдыша из издания [1].

Следует отметить, что ранее, в 1940 году, Ю.В. Репман обосновал метод Галеркина в применении к интегральным уравнениям типа Фредгольма, в том же году Г.И. Петров получил аналогичный результат для некоторого специального обыкновенного дифференциального уравнения 4-го порядка.

В дальнейшем много внимания методу Галеркина уделил известный советский математик С.Г. Михлин. В 1948 году была опубликована его работа «О сходимости метода Галеркина». В этой и последующих работах С.Г. Михлин получил общий признак сходимости метода Галеркина и дал приложение этого признака к ряду задач; в частности, выяснилось, что под упомянутый признак подходят все перечисленные выше результаты.

Все вышесказанное подтверждает слова академика И.М. Виноградова, что этот метод правильнее называть методом Бубнова-Галеркина-Келдыша-Михлина [8].

Отметим, наконец, что этот метод лежит в основе хорошо известного и широко используемого **метода конечных элементов**.

В заключение приведем цитату из статьи К.И. Бабенко «О работах М.В. Келдыша по механике»[3, стр.318]:

«Эти же задачи вибраций на самолете привели Мстислава Всеволодовича к последующим занятиям теорией несамосопряженных операторов, в результате которых появилась такая жемчужина функционального анализа, как его работа

«О полноте собственных функций некоторых классов несамосопряженных операторов». Эта работа открыла новую главу в функциональном анализе, которой законно гордится советская математика».

В дальнейшем, при исследовании распределения собственных значений пучка операторов по схеме Карлемана, М.В. Келдыш столкнулся с необходимостью применения тауберовых теорем нового типа, которые сейчас носят его имя [1, стр.150-159].

Таким образом, можно утверждать, что метод Галеркина сыграл важную роль в научном творчестве М.В. Келдыша.

Литература

1. Келдыш М.В. Избранные труды. Математика. М.: Наука, 1985.
2. Келдыш М.В. Избранные труды. Механика. М.: Наука, 1985.
3. М.В. Келдыш Творческий портрет по воспоминаниям современников. М.: Наука, 2002.
4. Галеркин Б.Г. Собрание сочинений. Том I. М.: Издательство АН СССР, 1952.
5. Бубнов И.Г. Труды по теории пластин. М.: Гостехиздат, 1953.
6. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. М.: Наука, 1971.
7. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М.: Гостехиздат, 1957.
8. М.В.Келдыш – ученый и государственный деятель (к столетию со дня рождения) // Успехи математических наук, т.66, вып.1 (397), 2011.
9. Ritz W. Über eine neue Methode zur Lösung gewisser Randwertaufgaben. Göttingen Nachrichten, mathematische-physikalische Klasse, 1908, S.S. 236-248.
10. Rayleigh J.W.S. On the calculation of Chladni`s figures for a square plate. Philosophycal magazine and journal of science, 1911, series 6, vol. 22, p.p.208-217.
11. Григолюк Э.И. С.П.Тимошенко. Жизнь и судьба. М.: Изд-во МАИ, 2002.