

### ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 54 за 2014 г.



<u>Орлов Ю.Н.,</u> Федоров С.Л., Давидько В.А.

К вопросу классификации нестационарных временных рядов: состав индекса РТС

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Орлов Ю.Н., Федоров С.Л., Давидько В.А. К вопросу классификации нестационарных временных рядов: состав индекса РТС // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 54. 18 с. URL: <a href="http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-54">http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-54</a>

# Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В.Келдыша Российской академии наук

Ю.Н. Орлов, С.Л. Федоров, В.А. Давидько

# К вопросу классификации нестационарных временных рядов: состав индекса РТС

#### Орлов Ю.Н., Федоров С.Л., Давидько В.А.

К вопросу классификации нестационарных временных рядов: состав индекса РТС

Проведена классификация набора временных рядов по особенностям их нестационарного поведения на основе анализа близости выборочных функций распределения для приращений элементов ряда. В качестве примера рассмотрены 50 рядов минутных цен закрытия акций компаний, входящих в индекс РТС. Для каждого ряда вычислен его индекс нестационарности, позволяющий определить длину выборки, на которой ряд имеет стационарное выборочное распределение приростов, и длину с максимально нестационарным поведением.

*Ключевые слова*: нестационарный временной ряд, индекс РТС, согласованный уровень стационарности, индекс нестационарности

#### Orlov Yu.N., Fedorov S.L.6 Davidko V.A.

To the classification of non-stationary time series: RTS index composition

The classification of a set of time-series with respect to non-stationary index is carried out for RTS instruments. The variation of sampling distribution function is analyzed. The closed prices for 50 RTS instruments are examined. For each of them the non-stationary index, depending on sample length, is calculated.

*Key words:* non-stationary time series, RTS index, self-consistent stationary level, non-stationary index

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, проект

№ 13-01-00617

#### Содержание

Введение	3
1. Методика построения индекса нестационарности в норме С	4
2. Результаты расчетов индекса нестационарности	8
3. Классификация инструментов, составляющих индекс РТС	10
Заключение	17
Литература	18

# Введение

В настоящей работе представлены практические результаты применения теории анализа нестационарных временных рядов, развитой в [1-3]. Эта теория опирается на понятие индекса нестационарности временного ряда как такого его индикатора, который показывает, какие длины выборок типичны для стационарного поведения ряда, а на каких он проявляет нестационарные свойства своего выборочного распределения. Исследование проводилось на практически важной группе временных рядов, образованных минутными ценами закрытия акций компаний, входящих в состав биржевого индекса РТС.

Цель работы – изложить методику измерения нестационарного случайного процесса, реализованного в виде временного ряда, и проиллюстрировать ее на измерением понимается вычисление конкретных примерах. Под определенному правилу выборочного значения некоторого функционала, заданного на траектории временного ряда. Поскольку значение функционала на нестационарном ряде зависит как от момента времени, так и от длины выборки, нуждается в определенной интерпретации, которая использует исследования уровня стационарности ряда выборках соответствующей длины. Анализируя с этих позиций достаточно большое количество временных рядов, можно обнаружить определенное сходство между рядами в смысле их статистических свойств и провести классификацию этих рядов по отношению к специальному функционалу, называемому авторами индексом нестационарности (далее ИН).

Практическая необходимость анализа уровня стационарности вызвана тем, что в задачах управления объектом, подверженным воздействию случайного фактора, в первую очередь следует определить оптимальную длину выборки (так называемое окно наблюдения за процессом), чтобы минимизировать ошибку управляющего функционала. Применительно к биржевым рядам таким функционалом является, например, доходность торговой системы.

Если на определенных длинах выборки ряд проявляет стационарные свойства, то возникает вопрос о горизонте стационарности, по истечении которого необходимо пересчитать статистики, которые использовались в управляющем функционале. В качестве горизонта естественно взять длину, превышение которой приводит к нарушению в среднем стационарности выборочной функции распределения приращений значений ряда.

Если задача состоит в моделировании именно нестационарных свойств ряда, что нужно для тестирования управляющего функционала на устойчивость, как это было описано в [4], то ИН позволяет определить длины выборок, на которых поведение ряда наиболее нестационарно – именно, это длина выборки, на которой ИН максимален.

Таким образом, в ходе исследования будет выяснено, на каких длинах выборки ряды, входящие в индекс РТС, являются стационарными, каков горизонт этой стационарности, а также на каких длинах выборки нестационарность проявляется наиболее сильно. По указанным параметрам

финансовые инструменты могут быть сгруппированы в классы близких случайных процессов. Классификация статистических свойств этих инструментов представляет основной результат данной работы.

## 1. Методика построения индекса нестационарности в норме С

На вход в программный модуль-анализатор, разработанный в [4], поступает временной ряд  $\xi(t)$  в виде конечной последовательности N+1 чисел (элементов ряда), каждое число имеет свой порядковый номер (время). С этим рядом выполняется пред-обработка, которая состоит в том, что:

а) анализируется ряд его первых разностей, т.е. ряд величин  $z(t) = \xi(t+1) - \xi(t); \tag{1}$ 

б) элементы приращений нормируются на отрезок [0;1].

Получившиеся числа обозначаются далее как x(t):

$$x(t) = \frac{z(t) - z_{\min}}{z_{\max} - z_{\min}}, \ t = 1, 2, ..., N.$$
 (2)

Далее промежуток [0;1] равномерно разбивается на достаточно большое число классовых интервалов, чтобы можно было считать выборочную функцию распределения (ВФР) с точностью, превосходящей статистическую ошибку в определении эмпирических вероятностей в предположении стационарности распределения. Поскольку в работе анализируются функции распределения, а не плотности вероятности, то мелкость разбиения не играет роли, если она «достаточно мелкая». Внутри k-го классового интервала эмпирическая вероятность  $f_k$  есть частота попадания в него элементов выборки из рассматриваемого ряда. Соответствующая ВФР имеет вид

$$F(x) = (nx - j)f_{j+1} + \sum_{k=1}^{j} f_k, \quad x \in \left[\frac{j}{n}; \frac{j+1}{n}\right], \quad j = 0 \div n - 1.$$
 (3)

Близость между ВФР в норме C в разные моменты времени определяется формулой

$$\rho(F,F') = \|F - F'\| = \sup_{x} |F(x,t) - F'(x,t')|. \tag{4}$$

Будем далее обозначать ВФР величин x, построенную по выборке длины N, отсчитанной назад от момента времени t, через  $F_N(x,t)$ . В частности, рассматривается расстояние между встык-выборками длины N, обозначаемое как

$$\rho_N(t) = \sup_{x} |F_N(x,t) - F_N(x,t+N)|.$$
 (5)

Пусть расстояние (5) вычислено в последовательные моменты времени  $t_0+1,...,t_0+T$ . По этим T статистическим экспериментам строится выборочная функция распределения  $G_N(\rho)$  расстояний (5) между встык-выборками длины N. В соответствии с работами [2, 3] для распределения  $G_N(\rho)$  согласованным

уровнем стационарности (далее СУС) называется величина  $\rho^*(N)$ , являющаяся решением уравнения

$$G_N(\rho) = 1 - \rho. \tag{6}$$

В норме C уровень стационарного шума  $\varepsilon_0(N)$  между двумя независимыми выборками длины N определяется решением трансцендентного уравнения (см. [2])

$$1 - \varepsilon = K \left( \sqrt{\frac{N}{2}} \varepsilon \right), \tag{7}$$

где K(z) есть функция Колмогорова. Величина  $\varepsilon_0(N)$  есть доля выборок из стационарного ряда, расстояние между которыми больше, чем  $\varepsilon_0(N)$ . Подчеркнем, что вид функции  $\varepsilon_0(N)$  не зависит от конкретного временного ряда, если только он стационарный в смысле своей ВФР.

Аналогично и  $\rho^*(N)$  есть доля выборок из рассматриваемого временного ряда, расстояние между которыми больше, чем  $\rho^*(N)$ .

Индексом нестационарности (ИН) будем называть отношение

$$J(N) = \frac{\rho^*(N)}{\varepsilon_0(N)}.$$
(8)

Этот индекс показывает, во сколько раз доля расстояний, больших СУС, превосходит аналогичный показатель для стационарных рядов. Если  $J(N) \le 1$ , ряд считается стационарным, а если J(N) > 1, то ряд нестационарный. На практике пороговым значением, отделяющим с точностью  $\varepsilon_0(N)$  стационарное поведение ряда от нестационарного, является значение ИН, равное  $J(N) = 1 + \varepsilon_0(N)$ , поскольку сам этот индекс определен с указанной точностью.

Описанная методика применяется к составляющим индекса РТС. Для примера взят промежуток времени с января по март 2013 г. В состав индекса входят 50 акций компаний, упорядоченных по уменьшению капитализации. Пересчет состава компаний, входящих в индекс, происходит раз в квартал, и потому состав индекса, вообще говоря, переменный. Однако изменения касаются акций с малым удельным весом, поэтому о самом индексе РТС приближенно можно говорить как об одном и том же временном ряде. В табл. 1 приведены инструменты РТС, отнесенные к моменту проведения анализа. Далее будет использоваться принятая кодировка инструментов.

Табл. 1. Состав индекса РТС [5]

Nº	Код	Наименование	Вес акции
1	GAZP	ОАО "Газпром	15,00%
2	LKOH	ОАО "ЛУКОЙЛ"	14,04%
3	SBER	ОАО "Сбербанк России"	12,88%
4	SBERP	ОАО "Сбербанк России"	1,01%
5	MGNT	ОАО "Магнит"	6,62%
6	SNGS	ОАО "Сургутнефтегаз"	3,30%
7	SNGSP	ОАО "Сургутнефтегаз"	2,15%
8	GMKN	ОАО "ГМК "Норильский никель"	4,89%
9	NVTK	ОАО "НОВАТЭК"	4,70%
10	ROSN	ОАО "НК "Роснефть"	4,45%
11	MTSS	OAO "MTC"	4,43%
12	VTBR	ОАО Банк ВТБ	3,75%
13	TATN	ОАО "Татнефть" им. В.Д. Шашина	2,18%
14	TATNP	ОАО "Татнефть" им. В.Д. Шашина	0,29%
15	AFKS	ОАО АФК "Система"	2,33%
16	TRNFP	ОАО "АК "Транснефть"	1,92%
17	URKA	ОАО "Уралкалий"	1,55%
18	MFON	ОАО "МегаФон"	1,46%
19	BANE	ОАО АНК "Башнефть"	0,63%
20	BANEP	ОАО АНК "Башнефть"	0,78%
21	HYDR	ОАО "РусГидро"	1,15%
22	ALRS	АК "АЛРОСА" (ОАО)	1,08%

		Ι	
23	RTKM	ОАО "Ростелеком"	0,96%
24	RTKMP	ОАО "Ростелеком"	0,12%
25	POLY	Полиметалл Интернэшнл	0,93%
26	MOEX	ОАО Московская Биржа	0,86%
27	CHMF	ОАО "Северсталь"	0,80%
28	NLMK	ОАО "НЛМК"	0,61%
29	EONR	ОАО "Э.ОН Россия"	0,48%
30	PHOR	ОАО "ФосАгро"	0,46%
31	RUALR	Юнайтед Компани РУСАЛ	0,35%
32	TRMK	OAO "TMK"	0,32%
33	LSRG	ОАО "Группа ЛСР"	0,31%
34	PIKK	ОАО "Группа Компаний ПИК"	0,31%
35	AFLT	ОАО "Аэрофлот"	0,30%
36	MVID	ОАО "Компания "М.видео"	0,30%
37	IRAO	ОАО "Интер РАО"	0,28%
38	DIXY	ОАО "ДИКСИ Групп"	0,24%
39	FEES	ОАО "ФСК ЕЭС"	0,24%
40	GCHE	ОАО "Группа Черкизово"	0,20%
41	RSTI	ОАО "Россети"	0,18%

42	MAGN	OAO "MMK"	0,16%
43	MSTT	OAO "MOCTOTPECT"	0,15%
44	PHST	ОАО "Фармстандарт"	0,15%
45	VSMO	ОАО "Корпорация ВСМПО-АВИСМА"	0,14%
46	MTLR	ОАО "Мечел"	0,11%
47	BSPB	ОАО "Банк "Санкт- Петербург"	0,11%
48	NMTP	ОАО "НМТП"	0,11%
49	SVAV	ОАО "СОЛЛЕРС"	0,10%
50	MSRS	ОАО "МОЭСК"	0,09%

# 2. Результаты расчетов индекса нестационарности

Рассматриваются длины выборок от 100 до 10 тыс. Отметим, что торговый день содержит 525 минутных данных, однако сделки могут происходить не каждую минуту. В случае отсутствия сделки соответствующей минуте приписывается цена предыдущей минуты. Такая коррекция исходного ряда позволяет определить текущее время как номер элемента ряда.

Величина ИН для самого индекса РТС показана на рис. 1 в первый (RTS1) и последний (RTS2) кварталы 2013 г.

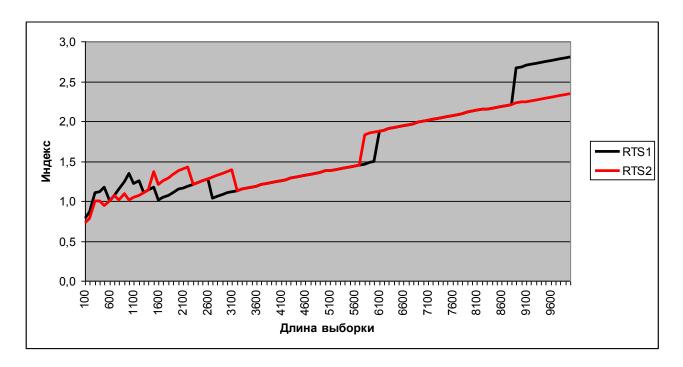


Рис. 1 – Индекс нестационарности РТС

На графиках рис. 1 видно, что поведение ИН остается типичным для данного ряда, что свидетельствует об устойчивости этого индикатора на промежутке времени, значительно превосходящем длину выборки. Аналогичный результат наблюдается и для других рассматриваемых в работе рядов. Причем для разных рядов, как будет показано далее, этот индикатор как функция длины выборки различен, т.е. обладает типовой индивидуальностью. Тем самым зависимость ИН от длины выборки является функцией. специфичной для данных инструментов.

Из рис. 1 видно также, что после череды колебаний в окрестности единицы (при малых длинах выборки) зависимость ИН от дины выборки носит кусочнонепрерывный монотонный характер. Это связано с тем, что для большинства нестационарных рядов c увеличением длины выборки происходит стабилизация индикатора СУС, тогда как для стационарных рядов он монотонно убывает. Скачкообразное изменение ИН и СУС связано с конечностью расчетного шага для ВФР. В результате в силу формулы (8) получаем возрастание показателя ИН пропорционально  $1/\varepsilon_0(N)$ . Эта ситуация иллюстрируется на рис. 2 зависимостью решения уравнения (7) от длины выборки. В частности, СУС РТС достигает минимума на длине 3200, после чего перестает убывать. Строго говоря, отрезки с постоянным значением СУС наблюдаются и ранее, чему соответствуют участки, где ИН больше единицы. Формально ряд нестационарный, начиная с выборок длины 1200 (примерно два дня торгов). В конце недели (длина 3200) ряд становится почти стационарным, после чего нестационарность в пределах выборки до 10 тыс. возрастает.

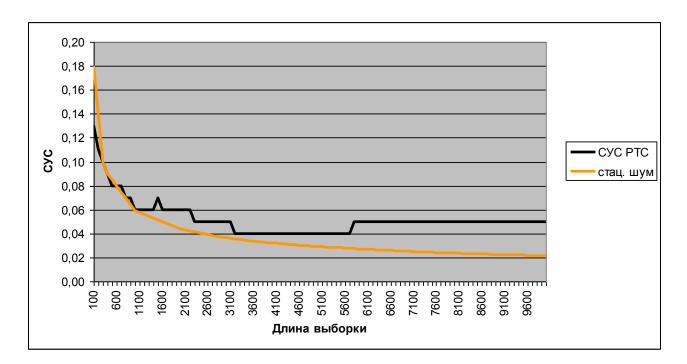


Рис. 2 – СУС минутных цен закрытия индекса РТС в сравнении со стационарным уровнем шума

Аналогичный анализ далее проводится для отдельных инструментов. Результаты расчетов индекса нестационарности позволяют выделить группы рядов как с качественно схожим поведением ИН, так и имеющим близкие количественные характеристики: примерно совпадающие горизонты стационарности или области максимума нестационарности.

## 3. Классификация инструментов, составляющих индекс РТС

Всю совокупность инструментов можно сгруппировать в пять кластеров по типу качественного поведения индекса нестационарности. На рис. 3 приведены графики характерных представителей каждого типа.

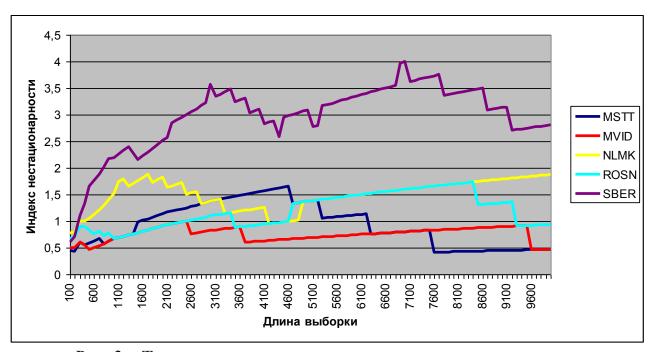


Рис. 3 – Типовые индексы нестационарности разных кластеров

Первый тип рядов – стационарный (S). Типовой представитель – MVID, красная линия на графике рис. 3. Для рядов этого типа линия ИН проходит ниже единичного уровня или незначительно – в пределах точности оценки вероятностей – превосходит его. В кластере S содержится 14 инструментов: AFKS, EONR, FEES, GCHE, GMKN, IRAO, MFON, MVID, PHOR, PHST, RUALR, TATNP, TRMK, VSMO. Из этих 14-ти рядов лишь 2 действительно стационарны – FEES и GMKN. Это связано с тем, что, как говорилось выше, для неликвидных инструментов, каковыми являются остальные 12 (доля нулевых сделок в них превосходит 0,7), ряд фактически состоит из больших фрагментов одинаковых чисел. Для FEES и GMKN доля нулевых сделок составляет менее 0,04.

Второй тип — ряд, становящийся нестационарным после определенной длины, т.е. сначала ряд стационарный, а потом — нестационарный. Такой тип обозначим как S-NS. Его представитель на рис. 3 — SBER, фиолетовая линия. В

этом кластере содержится больше всего инструментов — 19: BANE, BANEP, BSBP, HYDR, MAGN, MGNT, MOEX, MSRS, MTSS, NMTP, RTKMP, SBER, SBERP, SNGS, SNGSP, TATN, TRNFP, URKA, VTBR. К этому же типу относится и сам индекс RTS (см. рис. 1). Представители S-NS различаются только горизонтом стационарности, т.е. длиной выборки, на которой происходит первое пересечение единичного уровня линией ИН.

Третий тип состоит из рядов, похожих на ряды второго типа, но продолженных до стационарного уровня, т.е. это ряды вида S-NS-S. На рис. 3 такому ряду отвечает синяя линия MSTT. В кластере 8 инструментов: ALRS, DIXY, GAZP, LKOH, LSRG, MSTT, POLY, SVAV. Для этих рядов характерно наличие максимума ИН, т.е. длины, на которой ряд наиболее нестационарный. Такая длина может быть и у рядов второго типа, хотя не обязательно.

Четвертый тип состоит из рядов переменной нестационарности, т.е. это ряды вида S-NS-S-NS. Этому типу отвечает желтая линия NLMK на рис. 3. В кластере 5 инструментов: CHMF, NLMK, PIKK, RSTI, RTKM.

К пятому типу относятся ряды вида S-NS-S-NS-S, представитель – ROSN (голубая линия на рис. 3). В этот кластер входит 4 инструмента: AFLT, MTLR, NVTK, ROSN.

Два последних типа представляют собой чуть более детализированный третий тип. В силу ограниченности ценовых приростов и близости к нулю их среднего значения при достаточно большой длине выборки ряд приближенно станет стационарным, и типы 4 и 5 дают примеры колебательного выхода на стационарное состояние через два (в принципе, возможно и большее число) нестационарных состояния.

Нестационарные ряды можно в свою очередь объединить в группы по двум параметрам — горизонту стационарности  $T_s$  и длине максимальной нестационарности  $L_{ns}$ .

Пересечение линией ИН единичного уровня в точке с длиной выборки  $T_s$  означает, что, основываясь на статистике, собранной за любой промежуток времени  $T < T_s$  назад от момента  $t_0$ , можно делать выводы вперед не далее, чем на горизонт длины  $t_0 + T_s$ .

В первую группу объединим нестационарные ряды, у которых малый горизонт стационарности  $T_s = 400 \div 600$  (рис. 4), равный примерно одному торговому дню. В эту группу входят 17 инструментов: AFLT, MAGN, MGNT, MTLR, MTSS, NLMK, NVTK, PIKK, RSTI, RTKM, SBER, SNGS, SNGSP, SVAV, TATN, TRNFP, URKA.

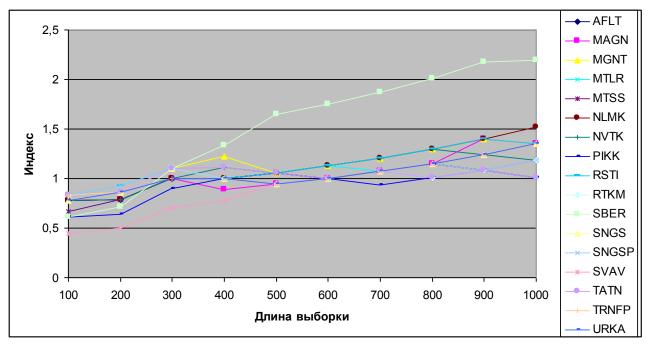


Рис. 4 — Нестационарные ряды с малым горизонтом стационарности

Во вторую группу по величине параметра  $T_s$  объединим 6 рядов: BSBP, CHMF, LSRG, MSTT, NMTP, SBERP. Их горизонт стационарности лежит между 1000 и 1600, т.е. составляет от 2,5 до 3-х дней (рис. 5).

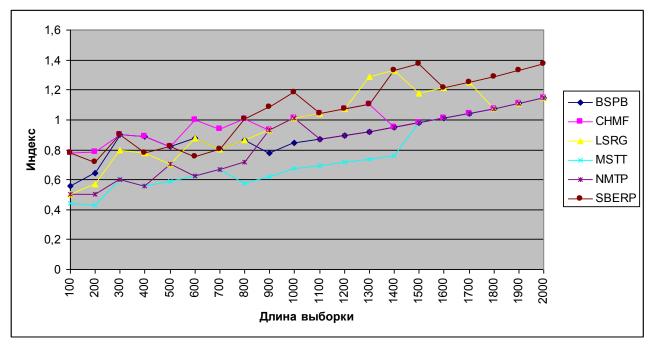


Рис. 5 – Нестационарные ряды с горизонтом стационарности 3 дня

Третью группу образуют 5 рядов с горизонтом стационарности от 2 до 2.5 тыс. (приблизительно торговая неделя). Это BANE, DIXY, POLY, ROSN, VTBR. Их ИН показан на рис. 6.

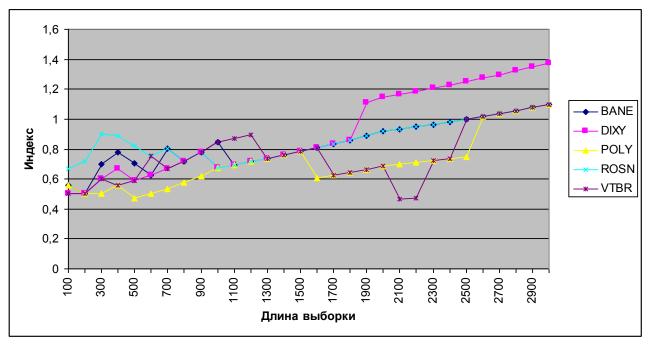


Рис. 6 – Нестационарные ряды с горизонтом стационарности 5 дней

Четвертую группу образуют 6 рядов с двухнедельным горизонтом стационарности (4,7 тыс. минут, рис. 7). Это BANEP, MOEX, ALRS, GAZP, LKOH, RTKMP.

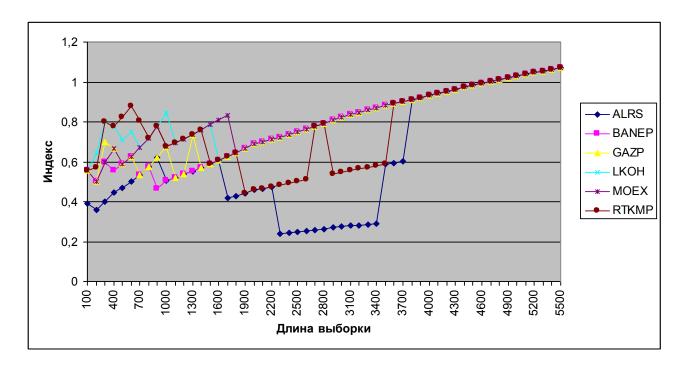


Рис. 7 – Нестационарные ряды с горизонтом стационарности 4,7 тыс. минут

Последнюю пятую группу составляют два ряда (рис. 8): HYDR с горизонтом стационарности 6 тыс. и MSRS с горизонтом 8,6 тыс. минут.

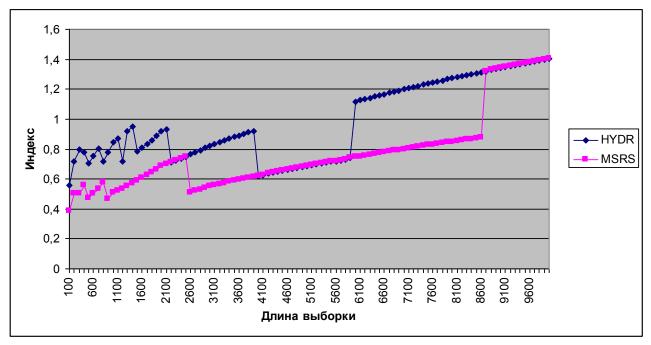


Рис. 8 – Нестационарные ряды с горизонтом стационарности более 6 тыс. минут

Приведем теперь результаты группировки инструментов по второму параметру – длине максимальной нестационарности  $L_{ns}$ .

В первую группу отнесем 10 рядов, не имеющих максимума ИН (рис. 9). Это BANEP, CHMF, HYDR, MAGN, MGNT, MOEX, MSRS, NMTP, RTKM, RTKMP. На протяжении по крайней мере одного квартала эти ряды с увеличением длины выборки имеют все более нестационарный характер.

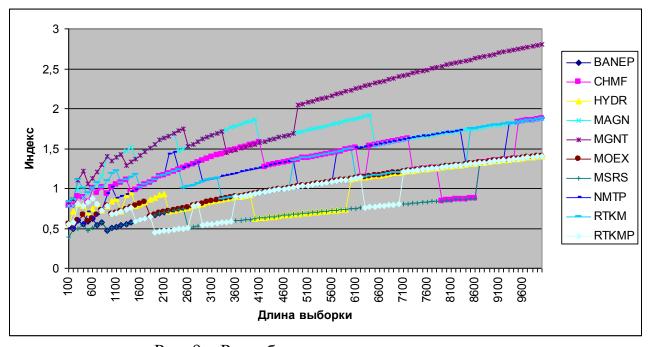


Рис. 9 – Ряды без длины нестационарности

Во вторую группу отнесем 7 рядов, которые имеют локальный максимум ИН в окрестности 8,5 тыс. (рис. 10). Это AFLT, GAZP, LKOH, ROSN, RSTI, TATN, TRNFP.

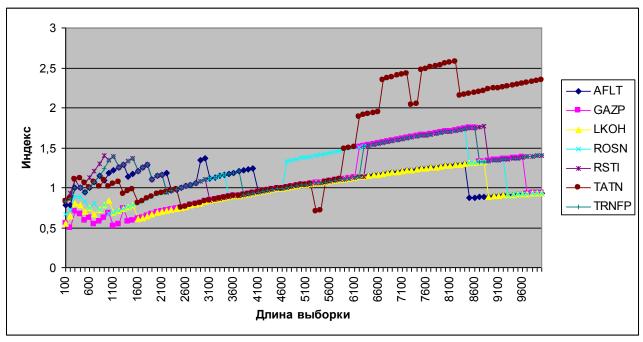


Рис. 10 — Ряды с длиной нестационарности  $L_{ns}=8100\text{--}8600$ 

На рис. 11 показаны ИН третьей группы, в которую входят 9 рядов: ALRS, BANE, BSBP, MTSS, PIKK, SBER, SBERP, SNGS, URKA. Они имеют длину нестационарности на уровне 7,1-7,6 тыс.

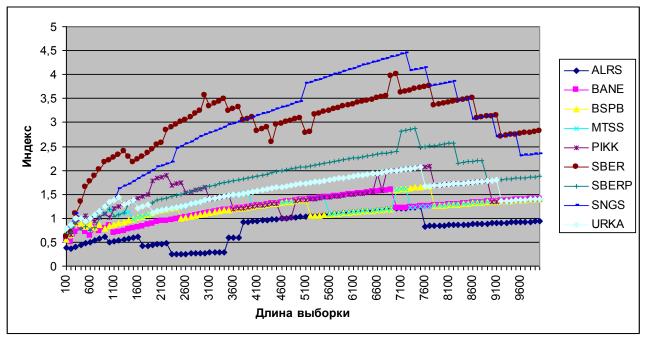


Рис. 11 — Ряды с длиной нестационарности  $L_{ns}=7100\text{-}7600$ 

Четвертую группу рядов (рис. 12) образуют 2 инструмента с длиной нестационарности  $L_{ns}=4700$ : DIXY и MSTT.

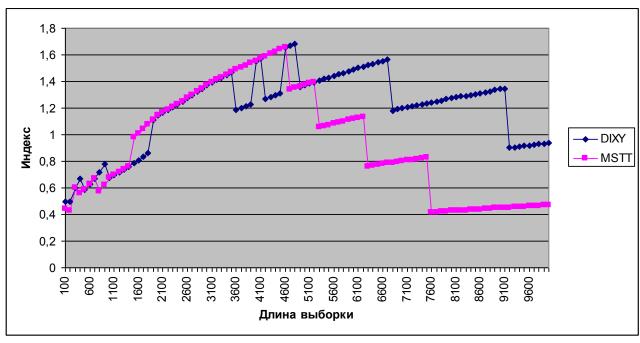


Рис. 12 — Ряды с длиной нестационарности  $L_{ns} = 4700$ 

К пятой группе (рис. 13) относятся 3 ряда с короткой длиной нестационарности  $L_{ns}=1500$ : LSRG, NLMK и SVAV.

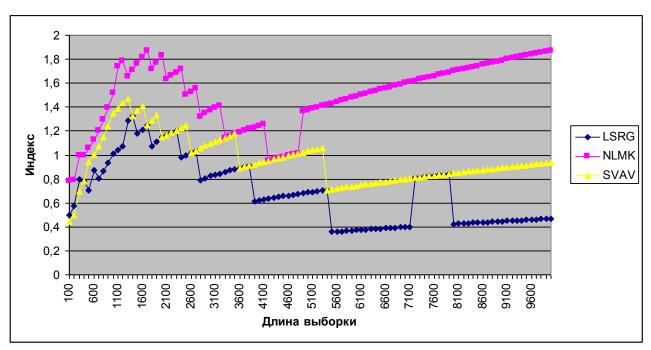


Рис. 13 — Ряды с длиной нестационарности  $L_{ns} = 1500$ 

Ряды VTBR, SNGSP, NVTK, POLY и MTLR не входят в кластеры, имея индивидуальные длины нестационарности, равные соответственно  $L_{ns}=9600$ , 6200, 5400, 3500 и 2200.

Анализируя распределение инструментов по обоим параметрам  $T_s$  и  $L_{ns}$ , замечаем, что существуют ряды, которые можно объединить в «супергруппы». Эти ряды обладают близким в смысле нестационарности поведением на всей длине 10 тыс. В соответствии с порядком перечисления множеств обозначим  $K_{ij}$  набор рядов, для которых первый индекс отвечает их принадлежности к множеству с равными  $T_s$ , а второй – к множеству с равными  $L_{ns}$ .

Так, множеству  $K_{11}$  принадлежат ряды MAGN, MGNT и RTKM. Они имеют  $T_s$  на уровне 600 и не имеют длины нестационарности.

Множество  $K_{12}$ : AFLT, RSTI, TATN, TRNFP.

Множество  $K_{13}$ : MTSS, PIKK, SBER, SNGS, URKA.

Множество  $K_{15}$ : NLMK, SVAV.

Множество  $K_{21}$ : NMTP, CHMF.

Множество  $K_{23}$ : BSBP, SBERP.

Множество  $K_{41}$ : BANEP, MOEX, RTKMP.

Множество  $K_{42}$ : GAZP, LKOH.

Множество  $K_{51}$ : HYDR, MSRS.

Таким образом, 25 из 36 нестационарных инструментов удалось объединить в 9 двумерных кластеров, в четырех из которых число рядов больше двух.

# Заключение

В работе описан метод определения характерных длин выборок, на которых временные ряды можно считать стационарными или, напротив, сильно нестационарными. Практические выводы из проведенного анализа применительно к биржевой торговле состоят в следующем.

Во-первых, если торговая стратегия (ТС) использует статистики, считающиеся постоянными (средние значения или дисперсии и т.п. величины, оцениваемые по выборке), то определять эти статистики лучше всего внутри горизонта стационарности. По выборкам большего объема это делать может привести ухудшению нецелесообразно, так как К Соответствующие длины  $T_s$  приведены выше на рис. 4-8. Строго говоря, наилучший объем выборки для определения параметров ТС может быть и большим, чем  $T_s$ . Согласно [1], для его нахождения надо определить минимум совокупной априорной ошибки прогноза среднего значения временного ряда как функции объема выборки. Если  $\sigma^2(N)$  есть средняя дисперсия ряда по выборке дины N, то оптимальная длина находится по формуле

$$N_{opt} = \operatorname{arg\,min} \left( \sigma^2(N) + \left( \rho^*(N) \right)^2 \right). \tag{9}$$

Исследование этого функционала применительно к рассмотренным в данной работе рядам предполагается провести отдельно, поскольку тестирование результатов имеет смысл проводить для конкретной TC.

Во-вторых, если ТС использует комбинированные данные с нескольких рядов (арбитраж, портфель), то эти ряды должны быть стационарными, и средние значения и прочие функционалы от ВФР должны определяться по длине выборки, не превосходящей меньший горизонт стационарности. Так, не имеет смысла ставить в пару стационарный и нестационарный инструменты.

В-третьих, если надо определить, меняется ли функция распределения ряда, т.е. поставлена задача о разладке, то лучше всего ее решать на выборках длины  $L_{ns}$  (рис. 10-13). Разладкой следует признавать каждое превышение уровня СУС  $\rho^*(N)$ . При этом уровень значимости такого решения равен СУС.

Анализ СУС позволяет также сделать и качественные выводы о временном ряде. Длины выборок, на которых снижение СУС сменяется ростом или стабилизируется, отвечают либо специфике управляющих воздействий на сами акции, либо отражают особенности применяемых к этому инструменту торговых систем. Изменение вида СУС в критических точках с течением времени свидетельствует об изменении структуры участников рынка.

#### Литература

- 1. Орлов Ю.Н., Осминин К.П. Нестационарные временные ряды: методы прогнозирования с примерами анализа финансовых и сырьевых рынков. М.: Editorial URSS, Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011. 384 с.
- 2. Орлов Ю.Н., Шагов Д.О. Индикативные статистики для нестационарных временных рядов / Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2011. № 53. 20 с. URL: <a href="http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2011-53">http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2011-53</a>
- 3. Орлов Ю.Н. Кинетические методы исследования нестационарных временных рядов. М.: МФТИ, 2014. 276 с.
- 4. Орлов Ю.Н., Федоров С.Л. Моделирование и статистический анализ функционалов, заданных на выборках из нестационарного временного ряда // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2014. № 43. 26 с.

URL: <a href="http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-43">http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-43</a>

5. База Расчетов Индексов Московской Биржи. / <a href="http://moex.com/s772">http://moex.com/s772</a>