ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 37 за 2014 г.

Платонов А.К., Казакова Р.К.

Создание проектного и оперативного баллистического обеспечения полётов космических аппаратов. Проектные работы на первых ЭВМ

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Платонов А.К., Казакова Р.К. Создание проектного и оперативного баллистического обеспечения полётов космических аппаратов. Проектные работы на первых ЭВМ // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 37. 35 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-37

О р д е н а   Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Р о с с и й с к о й   а к а д е м и и   н а у к

А.К. Платонов, Р.К. Казакова

Создание проектного и оперативного баллистического обеспечения полётов космических аппаратов

Проектные работы на первых ЭВМ

Москва — 2014

Платонов А.К., Казакова Р.К.

Создание проектного и оперативного баллистического обеспечения полётов космических аппаратов. Проектные работы на первых ЭВМ

Препринт описывает процесс создания баллистического обеспечения космических проектов в 50–70-е годы XX века в ИПМ им. М.В. Келдыша. Обсуждаются алгоритмы решения задач ракетодинамики в первых цифровых компьютерах. Приводятся обстоятельства решения ключевых проблем баллистики для первых полетов на Луну и планеты. Рассказ касается приближенных и точных методов решения краевых задач прицеливания, направленных на создание траекторий космических станций.

Ключевые слова: БЭСМ, «Стрела», баллистика, проектные расчёты, оперативные расчёты, численное интегрирование, локальная погрешность, интегральные критерии точности, определение орбит, коррекция орбит

Alexandr Konstantinovich Platonov, Raisa Konstatinovna Kazakova

Creating tools for design and operational works for ballistic ensuring of space missions. Project works at the first computers

Preprint describes how it was created ballistic space projects support in 1950es-1970es in the Keldysh IAM. We discuss algorithms for solving rocket dynamics in the first digital computers. The circumstances of solving for key ballistics problems of the first flights to the moon and planets are given. The story concerns building approximate and exact methods for solving boundary target problems, aimed at creating the trajectories of spacecraft.

Key words: BESM, “Strela”, ballistics, operative calculations, numerical integration, local error, integral accuracy criteria, orbit determination, orbit correction.

Оглавление

Введение – немного истории

В последнее время стало заметно, что роль и значение работ ИПМ в ранние годы становления вычислительной и космической техник и исследований слабо известны новому поколению энтузиастов космической техники. Ниже делается попытка это исправить.

Институт Прикладной Математики (ИПМ) под именем Отделение прикладной математики (ОПМ) Математического института Академии наук (МИАН) им. В.А. Стеклова был создан в 1953 г. по постановлению правительства для решения задач в атомной и в космической отраслях науки. Директором был назначен академик М.В. Келдыш. Создание такого института и выбор его директора были не случайны.

Дело в том, что Келдыш, будучи в те годы очень молодым академиком, раньше других понял роль и значение вычислительной техники в задачах прикладной математики. Эти задачи были хорошо ему знакомы и по его работе в ЦАГИ, и по его работе директором НИИ-1 МАП (этот знаменитый в истории ракетной техники довоенный РНИИ теперь носит имя «Центр Келдыша»).

Математические содержания методов решения новых задач авиации и атомной промышленности были настолько М.В. Келдышу понятны, что очень знаменитый математик того времени директор МИАН академик И.М.Виноградов обычно отвечал на просьбы из промышленности о математической помощи: «Идите к молодому Келдышу. Он решит Вам любую задачу!» [1, стр. 179]. Эта легенда подтверждается и тем обстоятельством, что именно к М.В. Келдышу (который в те годы заведовал в МИАН отделом Механики) обратился С.П. Королёв с просьбой об участии в разработке новой схемы многоступенчатой ракеты. Работы, развёрнутые в отделе Келдыша в МИАН ещё до организации ОПМ, как известно, сыграли важную роль при создании знаменитой Р-7 [2, 3].

Но есть и ещё одно обстоятельство, связанное не только с возникновением нашего института, но и самого названия нового для того времени раздела науки «прикладная математика». Дело в том, что М.В. Келдыш был в своё время назначен председателем большой правительственной комиссии, которой была поставлена задача разобраться с необходимостью выделения средств на продолжение работы в Киеве по созданию молодым изобретателем С.А. Лебедевым в институте М.А. Лаврентьева макета какого-то малопонятного и сомнительного (как всякое новое изобретение) электронного арифмометра. И надо отдать должное прозорливости М.В. Келдыша, который сразу понял и оценил громадную значимость работы С.А. Лебедева и добился не только продолжения, но и постановления Правительства о крупном расширении этой работы с поставленной задачей срочного создания знаменитой теперь БЭСМ – «Большой электронной счётной машины» (интересные обстоятельства этих событий можно найти в [4, стр. 137]).

Запланированное возникновение нового эффективного вычислительного средства в свою очередь потребовало опережающего развития работ по приспособлению развитых ранее и созданию новых математических методов для решения этими средствами широкого спектра практически важных задач того времени. С этой целью и был создан нынешний «Институт Келдыша», первыми сотрудниками которого стали многие члены упомянутой комиссии (например, А.Н. Тихонов, А.А. Самарский и др.) с их соратниками по предыдущей работе и практически весь отдел механики МИАН.

О значении института можно судить по фотографии президиума 20-летнего юбилейного собрания нашего института (рис. 1). Здесь можно видеть руководителя атомного проекта страны, трижды Героя Социалистического Труда Ю.Б.Харитона, и Президента Сибирского отделения Академии наук М.А. Лаврентьева, и директоров академических институтов различных научных направлений, академиков: дважды Героя Социалистического Труда А.П. Виноградова (Институт биохимии и аналитической химии АН СССР), Героя Социалистического Труда А.А. Дородницына (Вычислительный центр АН СССР).

Рис. 1. Дом Учёных: ИПМ АН СССР 20 лет

Институт разместился в старом здании Физического института им. Лебедева, построенном в 1916 году на средства передовой русской общественности для развития физической науки. М.В.Келдыш привлёк к работе в ОПМ лучшие математические силы страны. Усилиями М.В.Келдыша были созданы и в дальнейшем из института выделились коллективы Вычислительного центра Академии наук (ВЦ АН СССР) и Института космических исследований (ИКИ АН СССР). Подробности богатой истории жизни института можно найти, например, в [1] – [11]).

Создание методов прикладной ракетодинамики в ОПМ МИАН СССР

В новом институте коллектив отдела механики МИАН (его возглавил Д.Е. Охоцимский [6, 7]) был нацелен на продолжение и развитие работ в интересах проектов новых образцов авиационной и ракетной техники. В продолжение упомянутой работы по ракете Р-7 (её в МИАНе выполнили Д.Е. Охоцимский и С.С. Камынин) были развиты работы по поиску оптимальных траекторий полёта баллистических и крылатых ракет. В их основу были положены более ранние теоретические результаты Д.Е. Охоцимского и его лекции в МГУ по исследованию свойств движения тел в центральном поле сил. Надо отдать должное этим лекциям и их публикациям [11], которые для многих военных и штатских работников нарождающейся ракетной техники стали единственным и очень популярным тогда источником необходимых сведений для перехода от понятного с прежних времён «параболического» способа формирования артиллерийских таблиц стрельбы к способам формирования дальнего эллиптического движения наземных баллистических ракет. Но важно отметить, что в этих исследованиях были предусмотрены и описаны способы перехода от классических артиллерийских задач внешней баллистики к задачам «небесной баллистики» в их современном содержании движения в космическом пространстве.

Здесь нельзя не упомянуть знаменитую «формулу Охоцимского» в его исследовании сформулированной им задачи о перелёте за заданное время t_{12} с одного небесного тела на другое (получившей позже в среде баллистиков имя «задачи Ламберта[1]»). Важность задачи Ламберта в том, что её решение является первым необходимым шагом планирования орбит полётов в космосе. Большая трудность её решения связана с трансцендентностью связи между заданными временными и искомыми угловыми параметрами орбитального движения, найденной ещё Иоганном Кеплером (1571-1630) в виде его уравнения:

$$\Delta t=(a^{3/2}/\sqrt{\mu})(E - e\cdot\sin E).$$

Напомним, что в задаче двух тел Δt – время движения от перицентра орбиты до точки на орбите, определяемой значением угла её эксцентрической аномалии E; a – большая полуось орбиты; e – эксцентриситет орбиты; μ – гравитационный параметр центра притяжения.

В постановке Охоцимского предполагаются заданными величины двух радиусов векторов r_1, r_2 из центра притяжения до двух выбранных точек в пространстве и угловая дальность между ними Ф. Найденная им формула устанавливает совсем неочевидную связь между углом возвышения θ_1 вектора скорости в точке старта r_1 и величиной V_1 этой скорости. Ключевым моментом здесь является удачно найденный «энергетический параметр» β, равный отношению

---

[1] Иоганн Генрих Ламберт (1728-1777) в 1761 г. в книге «Замечательные свойства кометных орбит» доказал теорему о существовании двузначной функциональной связи большой полуоси орбиты, времени полёта между двумя её точками, суммы расстояний этих точек до Солнца и расстояния между этими точками. Найденная функциональная зависимость не давала простого решения задачи перелёта между этими точками за заданное время, но существование теоремы дало имя этой задаче.

И.Г.Ламберт знаменит также и «Теоремой косинуса» о диаграмме рассеивания света на плоскости.

величины квадрата искомой скорости V_1 к квадрату второй космической скорости в точке старта r_1: $\beta = V_1^2 \cdot r_1/2\mu$.

Тогда:
$$2\beta_1 = \frac{1-\cos\Phi}{\frac{r_1}{r_2}\cos^2\theta_1 - \cos(\Phi+\theta_1)\cos\theta_1} .$$

Формула Охоцимского в найденных им её параметрах позволяла построить траекторию полёта простым итерационным алгоритмом:

$$\Phi, r_1, r_2, t_{12}, \ \theta_1 \to \beta \to V_1 \to \ a, e, E_1, E_2 \to t_{12} = \Delta t_2 - \Delta t_1 = ?\ t_{12}$$

с подбором угла θ_1 для поиска такого V_1, которое обеспечивает достижение точки r_2 за заданное время t_{12}. В отличие от работ других и более поздних авторов, решающих задачу Ламберта (см., например, [12]), Охоцимским было дано очень удачное геометрическое описание решения этой задачи в виде гиперболы годографа скоростей V_1 с её асимптотами $\mathbf{r}_1$ и ламбертовой хорды орбиты $\mathbf{L}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ (рис. 2). Анализ годографа позволяет построить описание всех возможных случаев реализаций траекторий перелёта из точки A в точку B за заданное время. Оказалось, что для больших значений времени полёта t_{12} число решений может быть 2n.

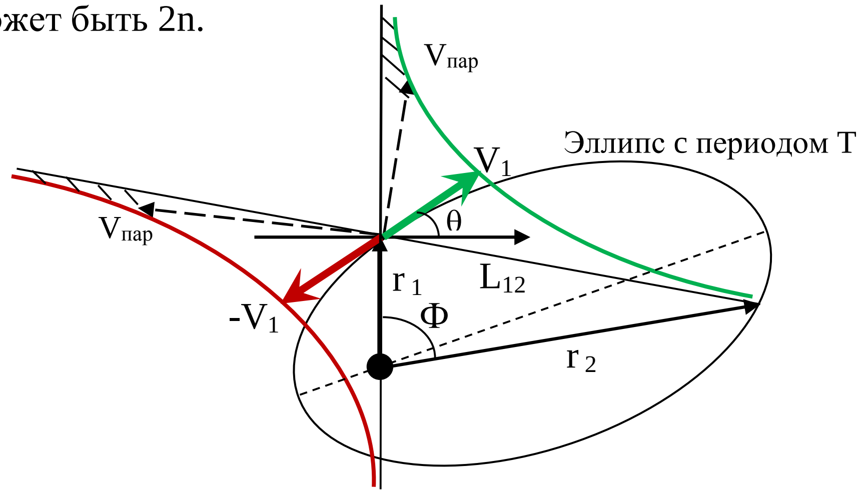


Рис. 2. Годограф скоростей задачи Ламберта. Каждая точка годографа отвечает времени t_{12} полёта из точки r_1 в точку r_2. Множество решений формируется совокупностью прямых и обратных, одновитковых и многовитковых таких полётов с их временем t_{12}+nT

Решение задачи Ламберта, давая ответ о нужной траектории, вместе с тем не давало ответа на два других первоочередных вопроса:

- Как управлять направлением тяги ракетного двигателя, чтобы получить нужную скорость V_1 в конце «активного участка траектории» с наименьшими затратами топлива?
- Как получить более точные «прицельные» параметры вектора $\mathbf{V}_1$ с учётом всех действующих на «пассивном участке траектории» (после выключения ракетного двигателя) гравитационных возмущений от Солнца, Луны, планет и нецентральности поля тяготения Земли, «сплюснутой» на 20 км от полюсов к экватору?

Для ответа на первый вопрос нужно было найти не известный науке того времени способ решения вырожденной вариационной задачи ракетодинамики[2].

К счастью, к моменту образования ОПМ у Д.Е. Охоцимского и Т.М. Энеева уже был опыт решения вырожденных вариационных задач ракетодинамики. Поэтому они сразу же применили метод [14] к новым задачам выведения ракет на баллистическую траекторию (см. [16]). А тремя годами позже эти ранние наработки позволили Т.М. Энееву уже на первой и единственной тогда в СССР ЭВМ БЭСМ конструкции С.А. Лебедева численно построить оптимальную траекторию выведения ракеты Р-7 на орбиту искусственного спутника Земли (ИСЗ). К этой работе был подключён молодой прикомандированный из НИИ-1 МАП к ОПМ А.К. Платонов, для которого эта работа с Т.М. Энеевым стала прекрасной школой.

В свою очередь, ответ на второй вопрос об уточнении прицельных параметров потребовал развития в ОПМ численных методов решения новыми средствами ЭВМ краевых задач прицеливания с учётом особенностей ракетной техники и небесно-механических и вычислительных проблем задачи N-тел.

Цифровые машины ОПМ и методы их использования

Здесь нужно кратко остановиться на истории использования и развития вычислительной техники в ОПМ и в его «Баллистическом центре». Первые расчёты выполнялись на упомянутой вычислительной машине БЭСМ (рис. 3), созданной по заданию Правительства будущим академиком С.А. Лебедевым в Институте точной механики и вычислительной техники (ИТМиВТ) АН СССР. Подчеркнём, что эта первая цифровая вычислительная машина СССР, обладавшая проектными характеристиками лучшей машины в мире, была создана руками молодых студентов и выпускников МГУ и других вузов, и *создана она была не в промышленности, а именно в академическом институте*. Поэтому не был случайным тот факт, что одними из первых «пользователей» БЭСМ были сотрудники ОПМ, которым была отдана левая башня здания ИТМ и ВТ, где шло программирование и было организовано хранение секретных материалов

---

[2] Напомним, что это – обширный класс вариационных проблем оптимизации функционала Φ(x,y,y'), линейно зависящего или совсем независящего от производной y' искомой функции-экстремали y(x). В этом случае классическое дифференциальное уравнение Эйлера

$$d\Phi/dy-d/dt(d\Phi/dy')=0$$

(бывшее в то время единственным способом решения вариационных проблем) вырождается в конечное соотношение $d\Phi/dy=0$, не имеющее свободных параметров интегрирования дифференциального уравнения, которые необходимы для удовлетворения начальных $y(x_0)$ или граничных условий $y(x_0)$ и $y(x_k)$. В ракетодинамике оптимизируются расходы топлива $G_т$ ракеты, связанные уравнением Циолковского с функционалом величины получаемой «кажущейся» (определяемой бортовым интегратором сигналов акселерометров) характеристической скоростью ракеты:

$$V_x=C\cdot\ln(G(x_0)/(G(x_0)-G_т(x_k)).$$

Хорошо видно, что этот функционал вырожденный.

Решение вырожденных вариационных задач методом исследования вариаций функционала было найдено в студенческие годы молодым Д.Е.Охоцимским (подробности см. в [13] и [14]). Значительно позднее возник и известный «принцип максимума» [15].

(секретными были не только тексты программ, но и перфокарты с их константами).

Рис. 3. Почти единственная известная фотография БЭСМ из первой публикации о ней [17]. У стойки памяти на ртутных трубках (их можно разглядеть) стоит молодой В.А.Мельников – создатель видной справа стойки «арифметического устройства» (теперь говорят – «процессора»). А слева виден орехового дерева очень удобный пульт управления БЭСМ, на котором было легко следить за процессом работы программы. При ликвидации БЭСМ для этого пульта сотрудники политехнического музея, по словам В.А. Мельникова, места не нашли, и пульт просто вынесли во двор ИТМ и ВТ.

По мере развития проектных баллистических изысканий на БЭСМ (их описание приводится ниже) ОПМ стал крайне нуждаться в ресурсах машинного времени[3]. В связи с этим вскоре в Институт была поставлена первая созданная в в СКБ-245 Минрадиопрома так называемая «Специализированная цифровая машина» (СЦМ) с оперативной памятью на магнитном барабане. Несмотря на то что «специализация» СЦМ заключалась, образно говоря, лишь в отсутствии универсальности как в её архитектуре, так и в системе команд, тем не менее, первые упомянутые выше очень значимые проектные расчёты баллистики полёта к Луне, показавшие реальную возможность такого полёта и положившие начало их осуществлению, были героически выполнены настойчивым по харак-

[3] На БЭСМ работали сотрудники многих научных институтов страны – от Ленинграда до Владивостока. Кванты выделяемого времени были 4-6-8-12 часов. Все вычисления велись с двойным и более расчётом – до совпадения их результатов. Основные задачи были связаны с созданием атомной бомбы. В частности, Д.Е. Охоцимский, З.П. Власова и Р.К. Казакова провели большой цикл вычислений по моделированию процессов распространения и разрушительного действия взрывной волны [8]. Но спектр решаемых задач был обширен – от попыток автоматического перевода (Д.Ю. Панов совместно с И.С. Мухиным, Л.Н. Королевым и др. [18]), до примера пионерской работы Гидрометцентра по сверхточному (с точностью до 30 мин) предсказанию начала хорошей погоды после утреннего дождя 18 августа 1956 г. в день авиационного праздника в Тушино. Программы на БЭСМ молодого инженера ИТМ и ВТ А.А. Соколова, написанные во время ночных дежурств на работающей БЭСМ, исполняли популярные песни, играли в БИМ и показывали смешные «рожи» на электронной трубке, связанной с памятью магнитного барабана БЭСМ. К слову, А.А. Соколов во время дневных дежурств сыграл ключевую роль при внедрении на БЭСМ оперативной памяти на магнитных доменах. После появления этой памяти случайные сбои памяти кончились, и двойные расчёты были отменены.

теру В.А. Егоровым именно на этой очень слабой машине, созданной, по замыслу её авторов, именно для численного интегрирования дифференциальных уравнений.

Когда промышленность наладила серийный выпуск вычислительных машин, соизмеримых и превышающих мощность БЭСМ, то практически все первые экземпляры этих машин – «Стрела», М-20, Днепр, БЭСМ-4, Минск-32 и позже БЭСМ-6 – поставлялись именно в Институт прикладной математики и сразу находили там применение для решения стоящих перед страной задач. Причиной этому были не только старания директора ИПМ М.В.Келдыша, но прежде всего то, что новый вид вычислительной техники (ВТ) требовал создания и новых областей прикладной математики в интересах развития численных методов и средств программирования[4]. А это, в свою очередь, привело к участию инженеров ВТ и её программистов в ОПМ (А.Н. Мямлина, В.А. Сильвинского, А.А. Ляпунова, М.Р. Шуры-Буры, С.С. Камынина с молодыми И.Б. Задыхайло, Э.З. Любимским и В.С. Штаркманом) в создании архитектур, систем команд и, как тогда говорили, «стандартных программ» для новых ЭВМ.

Надо сказать, что проблема обращения к вычислениям стандартных тригонометрических и других функций из любых мест выполняемой машиной программы с последующим возвращением к местам их вызова была болезненной проблемой архитектуры ЭВМ того времени. У С.А. Лебедева на БЭСМ эта проблема была решена путём удвоения счётчиков команд и цепей управления арифметического устройства – парадигмой центрального и местного управления командами (ЦУК и МУК) в общей памяти с командами изменения (передачи) управления ИЦУК и ИМУК и возврата ПМУК. К слову, А.П. Ершов был признанным мастером разработки стандартных программ для БЭСМ.

Усилиями коллектива М.Р. Шуры-Буры, подключённого М.В. Келдышем к созданию «Стрелы» и нацеленного на поиск путей «сокращения числа ламп»

---

[4] «*Появление ЭВМ вызвало к жизни широкий круг новых математических вопросов и новых областей математики. С одной стороны, много нового возникло в области вычислительных методов, с другой стороны, появилась необходимость развития прикладной теории алгоритмов, т.е. рациональных способов составления программ для решения различных задач на «АБЦВМ». Эта область получила название программирования*». Это текст из статьи [19]. АБЦВМ – «Академическая Большая Цифровая Вычислительная Машина» – так назвал БЭСМ А.А. Ляпунов в момент обострения кабинетной борьбы между АН и Минрадиопромом за первенство в организации серийного производства ЭВМ страны – академической БЭСМ (уже эксплуатируемой) или промышленной «Стрелы»» (ещё изготавливаемой). В результате принятого правительственного решения о передаче партии изготовленной Минэлектронпромом памяти на электростатических трубках (ЭСТ) именно «Стреле» БЭСМ пришлось остаться на более медленной памяти на «ртутных трубках» (линиях задержки), спустившись с проектных (наиболее быстрых в мире) 10 тыс. операций в сек. на скорость вычислений лишь в 1 тыс. операций в сек. «Стрела» на более быстрой ЭСТ-памяти имела скорость 2 тыс. операций в сек. Ввиду этого и было принято решение о пуске в серию именно «Стрелы». Когда вторую партию памяти на ЭСТ наконец получила и БЭСМ, то её создатели меньше чем за месяц перестроили БЭСМ с последовательной архитектуры памяти на ртутных трубках на параллельную для ЭСТ и получили сначала 10 тыс. операций в сек, а чуть позже, подняв частоту главного генератора, – и 12 тыс. операций в сек. «Смотри: мы простым поворотом ручки генератора подарили стране ещё одну «Стрелу»» гордо сказал тогда Володя Мельников Саше Платонову, пришедшему считать на БЭСМ свою задачу. Но мировое первенство, увы, было потеряно: машины США к этому времени уже достигли 20 тыс. операций в сек. Позже и БЭСМ под именем БЭСМ-2 (рис.4) была (до появления М-20) запущена в серийное производство и нашла применение в ряде НИИ, КБ и вузах страны.

машины (хотя число ламп «Стрелы» всё же получилось больше, чем было у БЭСМ [20]), проблема стандартных программ была решена выделением для них отдельных адресов специальной памяти с реализацией одного процессора.

А позже – на М-20, ими была придумана знаменитая «интерпретирующая система», решившая «проблему стандартных программ» раз и навсегда не аппаратным, а чисто программным путём.

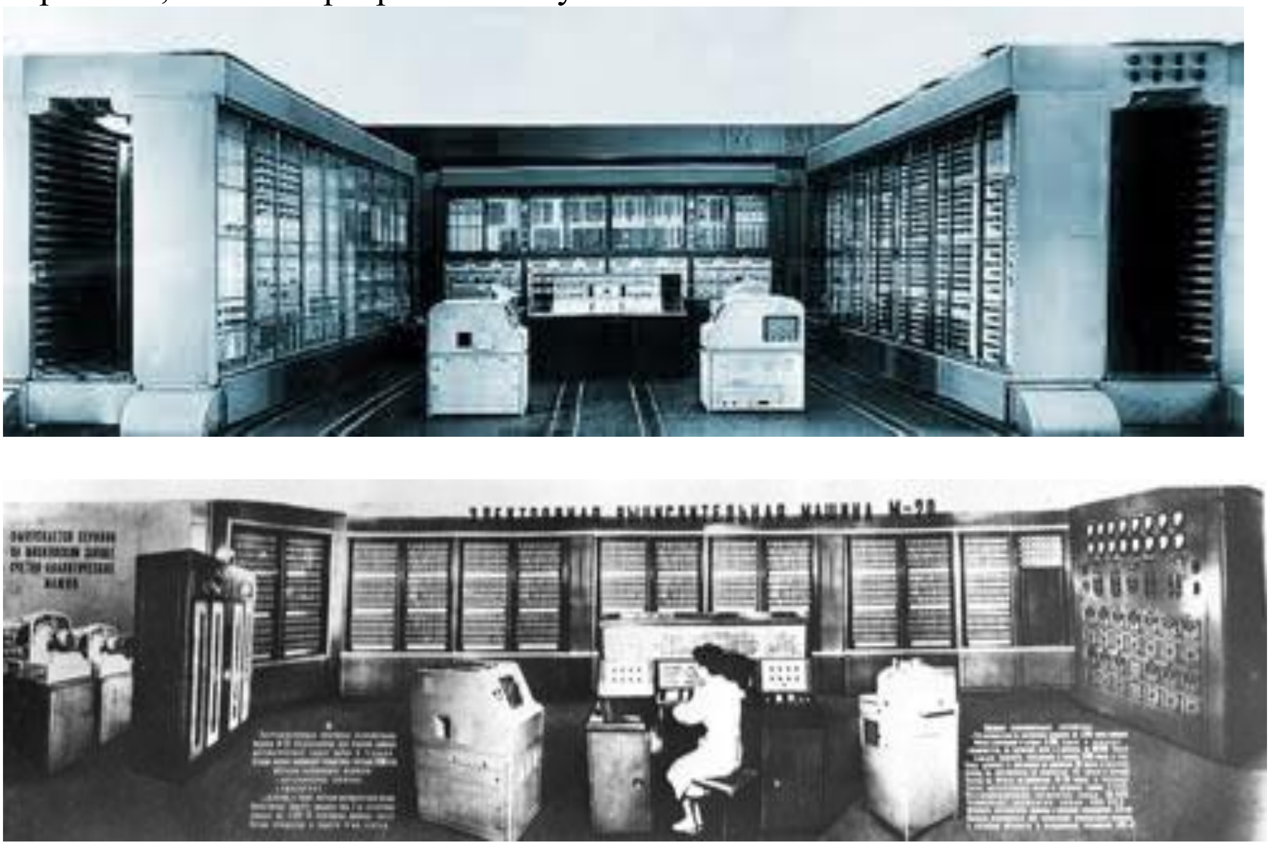


Рис. 4. Стрела и сменившая её М-20 [20].

На вопрос: «Скоро ли будет М-20?» В.А. Мельников ответил, что ИТМ и ВТ, МРП и МЭП в процессе разработки М-20 ведут себя в точном соответствии с басней Крылова о лебеде, раке и щуке.

Позже коллектив А.Н. Мямлина создал и свою[5] ОПМ-скую ЭВМ «Восток» с реализованными в ней оригинальными способами аппаратного контроля правильности выполнения арифметических команд. Эта надёжно и долго работавшая «последняя ламповая машина» сыграла важную роль в развитии работ в интересах Средмаша учеником С.К. Годунова А.В. Забродиным.

Пионерские работы, выполненные на цифровых машинах в ОПМ и в других организациях страны, заложили прочные основы широкого перехода к цифровой вычислительной технике. За короткий период 1953 – 1960 гг. использование вычислительных и, главное, логических возможностей ЭВМ привело к резкому обновлению методов решения прикладных задач самолётостроения и

[5] Это было время «машинного радиолюбительства», но уже не отдельных людей, а целых научных организаций страны. Появление БЭСМ с дефицитом её машинного времени всколыхнуло большое число попыток сделать самим это чудо техники того времени. В результате были созданы уникальные по своим характеристикам такие ЭВМ, как троичная «Сетунь» в ВЦ МГУ, «Стрела-М» в ВЦ АНСССР, первая управляющая машина «Днепр», первая ЭВМ для аналитических преобразований «Мир» Института кибернетики в Киеве и большой ряд военных ЭВМ [16].

ракетодинамики, развитых во время Отечественной войны на аналоговых вычислительных машинах и на механических арифмометрах.

А затем – уже в конце 60–х годов того века – в ИПМ начался новый этап развития вычислительных средств – создание сетей ЭВМ. Большую роль в развитии этого направления сыграли описываемые ниже оперативные работы Баллистического центра ИПМ. Проблема автоматизации логики взаимодействия задач обработки траекторных измерений и задач формирования требуемых траекторных коррекций привела к созданию в ОПМ оперативной связи программ двух БЭСМ-4 через их общий барабан внешней магнитной памяти. Затем усилиями баллистиков и инженеров ИПМ (А.Н. Мямлин, В.Г. Буликов, А.К. Платонов, Т.И. Фролова, Н.М. Тесленко) были созданы крайне необходимые средства оперативного сравнения получаемых результатов путём организации телетайпной связи машин ИПМ с далёкими машинами НИИ-4. Центром этой связи стали аппаратура и программное обеспечение «информационно-логического устройства» (ИЛУ), обеспечившего первый опыт крайне необходимой тогда стыковки ЭВМ с телеграфным телетайпом. Это потребовало освоения протокола «Международного телеграфного кода» (МТК) и реализации логической связи 42-разрядных чисел и команд БЭСМ-4 с 5-разрядной перфолентой телетайпа. *После этого, по идее начальника отдела баллистики в НПО им. С.А. Лавочкина В. Нагорного, сотрудники трёх баллистических центров и НПО стали гордо именовать себя «баллистик-телеграфист».*

Позже, крайне неудобное обстоятельство расположения используемой вычислительной техники в разных корпусах института породило успешную попытку реализации впервые в стране чисто сетевой связи программ этих двух БЭСМ-4 и появившейся в ИПМ мощной БЭСМ-6 (В. Сельвинский, А.К. Платонов, Г.К. Боровин и Н.В. Григорьева).

Затем усилиями Э.Л. Акима и Г.П. Попова в ИПМ была создана большая баллистическая вычислительная сеть с центральной машиной Минск-32. Эта сеть связала процессы оперативных расчётов на всех машинах ИПМ и на ЭВМ других Баллистических центров с процессами на пунктах приземной системы наблюдений траектории полёта КА и на пунктах дальней космической связи.

И, наконец, развитие этих работ привело перед самым концом существования СССР к завершению создания специальной мощной сетевой машины АС-6, основы которой были заложены ещё С.А. Лебедевым и развиты В.А. Мельниковым (в ИПМ этими работами руководил Ю.П. Смольянов).

Методы баллистического проектирования на ЭВМ

Первыми примерами применений БЭСМ были, в частности, проектные расчёты ОПМ, связанные с проектами крылатых ракет и с созданием первого в мире искусственного спутника Земли. Это не удивительно, поскольку уравнения пространственного движения ракеты в поле сил сжатой Земли с учётом сопротивления атмосферы при переменной по высоте её плотности и с моделированием механики средств управления направлением тяги ракетного двигателя –

эти уравнения в квадратурах не интегрируются. Поэтому решение даже простых краевых задач прицеливания и, тем более, задач их оптимизации возможно лишь численно. Подобные задачи дождались создания БЭСМ, которая потенциально могла стать мощным средством их численного решения. Но математический инструментарий этого средства ещё нужно было создать и освоить.

Первыми проблемами на БЭСМ были следующие вопросы:

- Как построить алгоритмы численного интегрирования уравнений движения ракеты?
- Как вводить в машину графики аэродинамических характеристик ракеты и графики характеристик работы ракетных двигателей?
- Как моделировать технические средства управления направлением и величиной тяги этих двигателей?
- Как решать краевые задачи прицеливания ракет?
- Как правильно писать программы и, главное, как их отлаживать?

Всё это тогда было совершенно неочевидно…

История ответов на эти вопросы в ОПМ, тесно связанная с определением оптимального способа выведения на орбиту первого ИСЗ и ожидаемого времени его существования на орбите [21], уже была подробно описана в [4]. Заметим, что аналогичные работы по созданию ракетных систем в это же время активно вели на БЭСМ и сотрудники главного баллистика ОКБ-1 С.С. Лаврова.

Интересно вспомнить, что начались их работы с выполнения просьбы Королёва к Келдышу, в результате которой по поручению Д.Е. Охоцимского один из авторов этой публикации (уже освоивший к тому времени все нюансы работы на БЭСМ) подробно познакомил с БЭСМ баллистиков ОКБ-1 (М.С.Флорианского, Е.Макарова и ещё двоих человек). А его самого работе на БЭСМ ранее обучила другой автор, которая, в свою очередь, вместе с Д.Е. Охоцимским ещё раньше освоила БЭСМ, участвуя в их совместной самой первой в стране попытке машинного интегрирования траектории движения ракеты. Процесс освоения БЭСМ, этого нового для всех и мощного средства вычислений, быстро и очень эффективно шёл тогда именно так – с помощью рассказов и объяснений коллег, присутствующих в машинном зале ИТМ и ВТ, и попыток программирования в кодах системы команд машины – с самостоятельным и ответственным процессом распределением переменных и команд программы по адресам ячеек долговременной и оперативной памяти машины.

Проблемы скорости и точности численного интегрирования задач ракетодинамики

Упомянутая первая проба численного интегрирования на ЭВМ простейшим методом Эйлера была выполнена Д.Е. Охоцимским ещё на самой ранней стадии процесса создания БЭСМ. В это время ещё только начался процесс наладки машины. Тогда у неё работала лишь одна (из 64) ртутная трубка (т.е. для переменных чисел и команд было всего 16 39-разрядных слова оперативной памяти) и ещё 128 слов для команд программы на ДЗУ (диодном запоминающем устройстве со штекерным набором). Для «пробы пера» этого хватило!

В это же время аспирант М.В. Келдыша В.А. Егоров активно развивал более мощные численные методы решения задач полёта к Луне. Одной из острых проблем здесь была необходимость для сокращения требуемого машинного времени вести вычисления с переменным размером шагов интегрирования, учитывая изменения сил гравитации при удалении от Земли и затем – при сближении с Луной. После ряда попыток им был найден удачный способ управления точностью машинного численного интегрирования при использовании классического метода Рунге-Кутты 4-го порядка.

Предложенный «контрольный член Егорова» КЧЕ представлял собой третий член разложения в ряд Тейлора приращений интегрируемых функций ΔY на шаге интегрирования с остаточным членом 5-го порядка. Оказалось, что его было можно формировать взвешенной суммой тех же коэффициентов K_i метода Рунге-Кутты, которые участвуют в вычислении искомого приращения ΔY на шаге интегрирования:

$$\Delta Y=\sum(Y^{(n)}/n!)\cdot h^n=1/6(K_1+2K_2+2K_3+K_1);$$
$$КЧЕ = (Y'''/3!)\cdot h^3=2/3(K_1-K_2-K_3+K_1).$$

Заметим, что из анализа случая интегрирования методами типа Рунге-Кутты высокого порядка простого линейного дифференциального уравнения следует, что сумма весов в выражении для ΔY должна равняться единице, а сумма весов в выражении для КЧ любого порядка выше первого должна равняться нулю. Видно, что КЧЕ этому условию удовлетворяет.

Способ КЧЕ управления точностью интегрирования классического метода Рунге-Кутты 4-го порядка доказал свою эффективность опытом долгих лет его успешного использования в разработанном А.К.Платоновым для проектных и оперативных расчётов методе численного интегрирования с расширенными функциями управления вычислениями [22].

В этой же работе [22] для специфической задачи интегрирования уравнений 2-го порядка без зависимости правых частей от первых производных 3-х пошаговом методе 4-го порядка типа Рунге-Кутты был найден более эффективный КЧ 4-го порядка – взвешенным суммированием ряда коэффициентов текущего и предыдущего шагов интегрирования. Этот метод был нацелен на интегрирование уравнений движения на пассивном участке траектории, где ввиду отсутствия атмосферы знание скорости не требуется.

Здесь нужно подчеркнуть большую важность исследования и развития в те годы скорости, точности и гибкости методов численного интегрирования для решения задач ракетодинамики и прикладной небесной механики. Дело в том, что на ЭВМ того времени время расчёта одной траектории полёта объекта с требуемой точностью порядка 10^{-6} занимало от 30 мин до двух часов. Необходимость ускорения расчётов требовала использования переменного шага интегрирования с учётом изменений динамики полёта и возможностей резких скачков сил в задачах ракетодинамики (здесь были необходимы допускающие такие скачки методы типа Рунге-Кутты), а также гладких, но заметно меняющихся гравитационных сил в задачах небесной механики (здесь очень удобны многоточечные методы типа Адамса-Штёрмера). Однако в многоточечных методах были трудности с изменением шага интегрирования на равномерных интервалах шага используемых таблиц, а метод Рунге считал траектории недопустимо дольше метода Адамса[6].

Это породило большое число не очень успешных попыток авторов этой публикации ускорить метод Рунге. Например, «скрестив» его с методом Адамса на интервалах равномерного шага. Результатом таких исследований стала идея построить многоточечный метод численного интегрирования типа метода Адамса-Штёрмера, но с неравномерной таблицей производных, аппроксимируемых полиномом Лагранжа. К разработке такого метода активно подключились и большой вклад внесли З.П. Власова с В.А. Степаньянцем [23]. Здесь, в частности, был построен эффективный контрольный член 5-го порядка шагов интегрирования по разности предиктора и корректора (тогда это называлось «косая и ломанная» строки таблицы разностей производных). Причём – добавление такого контрольного члена к результату корректора простым способом превращало так построенный «ползучий метод Адамса» в метод интегрирования 5-го порядка с несколько большими размерами шага.

Кроме этого, З.П. Власовой было показано, что повсеместно принятый способ увеличения и уменьшения шага в два раза не только неправомерно замедляет процесс интегрирования, но для многоточечных методов с переменным шагом типа ползучего Адамса он крайне и не эффективен с точки зрения получаемой величины остаточного члена метода. Это станет понятным, если рассмотреть многоточечный метод 4-го порядка, у которого какой-либо интервал в его таблице производных стремится к нулю (очевидно, что в этом случае остаточный член и порядок метода стремятся к 3-му порядку). Иными словами, шаги интегрирования наиболее разумно изменять не более, чем на 15%, уменьшая этим запаздывание процесса выбора шага и сохраняя относительную равномерность интервалов таблицы «ползучего Адамса».

Работы по повышению эффективности методов численного интегрирования велись практически везде. Помнится доклад на семинаре сотрудников ЦНИИМАШ, которые ответили на волновавший всех баллистиков вопрос: какой порядок метода интегрирования приведёт за счёт уменьшения числа шагов к наиболее быстрому ответу при той же точности? Ответ был неожиданным: – такой порядок (более сотни!) неявного с нужным числом корректоров многоточечного метода, построенного на интерполяционном многочлене Ньютона для

[6] Традиционно считалось, что из-за 4-кратного обращения на каждом шаге к сложным вычислениям правых частей метод Рунге-Кутты работает в 4 раза медленнее метода Адамса. Однако выполненные нами эксперименты показали, что практически всегда замедление вычислений было не хуже, чем в 2 раза. Объяснение этого факта заключается в отличии требований этих методов к уровню гладкости интегрируемых функций. Для метода Рунге-Кутты 4-го порядка достаточна гладкость полинома 4-го порядка на протяжении 1 шага интегрирования, в то время как для предиктора метода Адамса-Штёрмера аналогичная степень гладкости аппроксимирующего полинома того же 4-го порядка требуется на протяжении всех 4 шагов его таблицы.

первого узла таблицы разностей, степень которого обеспечивает получение нужной точности результата за один шаг интегрирования!

Позже большое влияние на развитие методов численного интегрирования, используемых в ИПМ, оказала работа [24] из Томского университета. В настоящее время повсеместно используется также зарубежный метод типа Рунге-Кутты 4-го порядка со встроенным КЧ 5-го порядка [25].

Для всех описанных методов в ОПМ был найден малоизвестный эффективный приём резкого (в разы) сокращения времени решения краевых задач, возникший в процессе решения задач управления траекториями полёта к Луне и планетам. В интересах управления точностью получаемых результатов коррекции космических траекторий был выполнен анализ функции влияния ошибок интегрирования, получаемых на каждом текущем шаге интегрирования на терминальные (целевые) краевые условия [26]. Исследование показало, что такие «локальные»» (шаговые) погрешности интегрирования текущих значений координат имеют примерно постоянное влияние на интегральную погрешность координатных краевых условий, взаимно осредняясь и медленно накапливаясь. В то же время, более значимое влияние локальных погрешностей интегрирования текущих компонент вектора скорости на конечные координаты со временем интегрирования постепенно уменьшается – примерно пропорционально величине оставшемуся времени полёта.

Это обстоятельство привело к мысли сократить получаемое время интегрирования, заменив обычно принимаемую постоянной величину КЧ компонент вектора скорости полета её растущим значением, обратно пропорциональным линейной функции остающегося времени полёта.

Идея была проверена на модельной вариационной задаче[7] выбора оптимальной функции шага численного интегрирования в интервале периода эллиптической траектории облёта орбиты Луны с известными аналитически из задачи двух тел координатами конца движения. Минимизируемым функционалом в такой постановке была получаемая численная погрешность значения радиуса перигея при возвращении к Земле с периметрическим условием заданного числа шагов, подбираемого из условия нужной интегральной точности.

Такой функционал является примером только численно вычислимого функционала, и его оптимизация была одним из первых примеров использования метода Т.М. Энеева для численного решения вариационных задач подобного типа. Идея метода Энеева была проста: нужно постепенно улучшать значения функционала, варьируя значения подбираемой функции с учётом знака функциональной производной на каждом шаге интегрирования динамической системы, определяемого по значениям её сопряжённой системы на этих шагах.

[7] Это была дипломная работа студента МФТИ П.Мухина, выполненная под руководством А.К.Платонова. Такая задача с её неожиданным ответом была поставлена с целью освоения студентом численного метода решения вариационных задач для тех функционалов, значение которых можно найти лишь численным способом с помощью программы на ЭВМ. Эффективный метод численного решения вариационных задач такого типа разработал в то время Т.М. Энеев. Этот результат заметно повлиял на характер выполнения оперативных работ. В силу ряда причин он не был опубликован и здесь описывается впервые.

Вычисление и запоминание значений сопряжённых переменных выполняется в процессе интегрирования динамической системы «в прямом направлении», а варьирование подбираемой функции выполняется в обратном направлении с конца траектории к её началу с использованием таблицы запомненных сопряжённых переменных.

На рис. 5 показан результат численного решения описанной задачи, показывающий возможность заметного увеличения шага по мере приближения к концу движения.

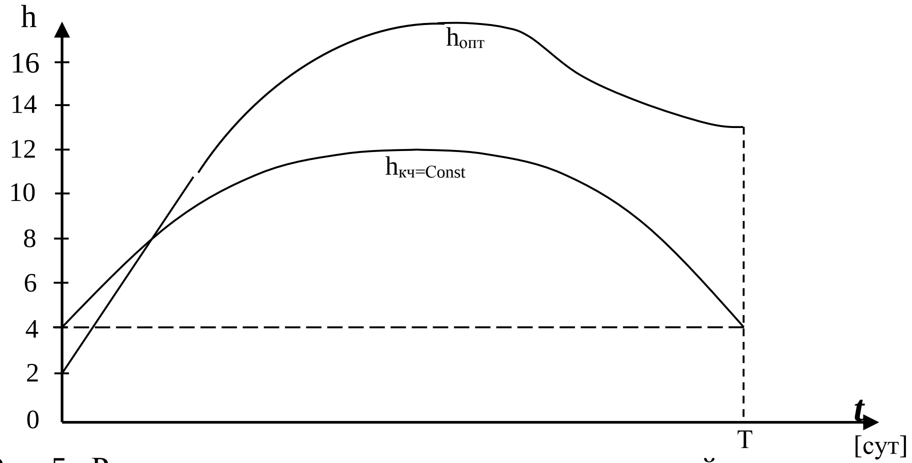


Рис. 5. Результат численного решения вариационной задач об оптимальном размере шага при заданной точности интегрирования

Кроме этого, достаточно очевидно, что далёкие от цели промежуточные траектории на итерациях решения краевой задачи можно интегрировать с невысокой точностью. Поэтому дополнительным и весьма эффективным способом ускорения итерационного решения краевых задач прицеливания стал способ управления выбором размера контрольного члена для каждой следующей итерации в зависимости от ожидаемой её краевой невязки.

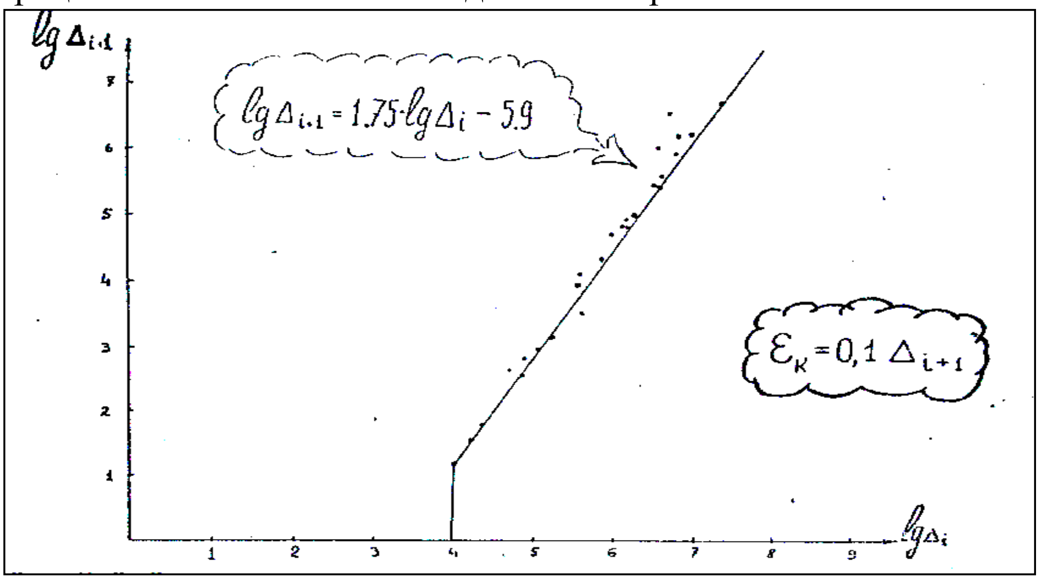


Рис. 6. Опытная зависимость относительной интегральной погрешности на следующей итерации от такой же величины на предыдущей итерации

Из опыта решения большого числа краевых задач стало ясно, что каждая следующая итерация уменьшает примерно на порядок краевую невязку (см. рис.6).

Применение описанных средств сокращения времени численного интегрирования и решения краевых задач стало стандартным способом надёжного выполнения проектных и оперативных расчётов траекторий КА в условиях дефицита вычислительных возможностей ЭВМ и жестких сроков, отводимых на получение требуемых результатов.

Методы управления численным моделированием процесса движения

Весьма важным свойством любого метода численного интегрирования уравнений движения КА является предоставляемый им набор функциональных средств для управления процессом интегрирования в соответствии с принятыми моделями процессов управления движением и возмущений внешней среды. Опыт работы с самыми разными типами таких моделей позволил выделить три необходимые функции, обязательные для любого используемого в баллистике метода интегрирования. Ими являются обеспечение баллистику возможности:

1. - строгого выхода на заданное им множество $\{t_{зад}\}$ моментов времени полёта;
2. - выхода с заданной им точностью на заданное им множество значений заданного набора $\{F(x)=F_{зад}\}$интегрируемых переменных или их функций;
3. - запуск в моменты выполнения этих условий привязанных к этим моментам программных операторных модулей баллистика R_t или R_F .

Зачем это было нужно? Прежде всего, – для управления процессом вычислений разрывных правых частей уравнений движения. Кроме того, эти средства позволяют управлять сохранением результатов моделирования полёта в хорошо организованных таблицах равномерного шага.

Например, на активном участке траектории полёта КА были заранее известны моменты времени, в которых скачком изменяется сила тяги между ступенями ракет. Бывали также заданными значения атмосферного скоростного напора в модели сил сопротивления воздуха, при достижении которых сбрасывается головной обтекатель полезного груза ракеты. Наконец, часто имелась необходимость определять неизвестные моменты времени достижения определённых точек траектории полёта КА (например, моменты достижения ряда заданных значений расстояний до Луны) и выполнять в этих точках предписанные изменения модели движения.

В каждом из этих случаев требуемые разрывы в вычисляемых значениях функций в правых частях уравнений нужно выполнять не внутри шага интегрирования, а строго между шагами. Для реализации этого в любом методе интегрирования после окончания процедур текущего шага с их выбором из условий точности величины стандартного шага h и с определением новых значений текущего времени t со значениями интегрируемых функций $y_i(t)$ и строго до начала следующего шага должны быть выполнены следующие действия:

1. Проверка условия совпадения полученного времени с массивом $\{t_{зад}\}$ и в случае совпадения t с каким-либо $t_{зад}$ передача управления программе $R_{tзад\ i}$, соответствующей этому времени:

$$t_{зад\ i}-t=0 \rightarrow R_{tзад\ i}$$

(массив операторов $t_{зад\ i}$-t=0 таких проверок с соответствующими модулями $R_{tзадi}$ составляет содержание «Программы по t» внешнего пользователя, вызываемой программой метода интегрирования в конце каждого шага).

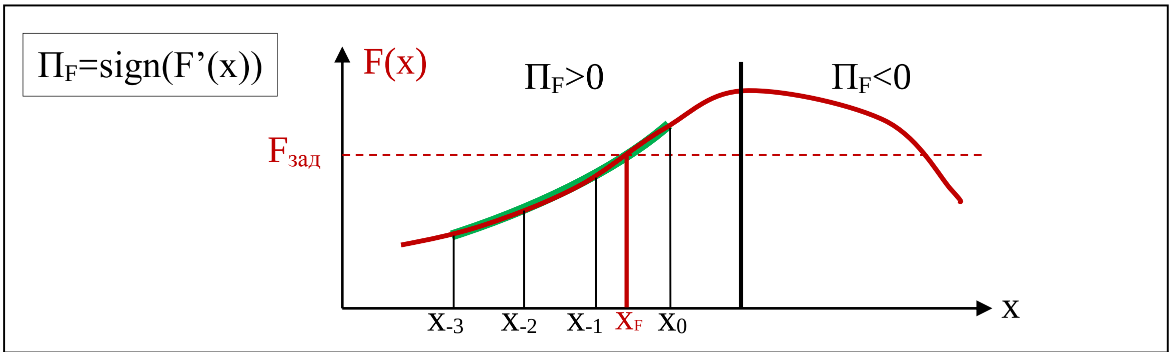
2. Выбор нестандартного шага, меньшего, чем стандартный, обеспечивающего после выполнения нового шага выход на заданное значение времени или функции. Это сравнительно просто устроить для выхода на заранее известный момент времени интегрирования. Для этого в программе любого метода интегрирования перед началом вычислений каждого нового шага (такта) интегрирования с его уже ранее выбранной из условий точности величиной шага h должен быть просмотрен массив $\{t_{зад}\}$ заданных моментов времени полёта с проверкой условия и выполнения действия выбора нестандартного шага:

$$t_{зад\ i}-t< h \rightarrow h:= t_{зад\ i}-t.$$

Этим способом обеспечивается выбор минимального нестандартного шага для выхода в самый ближайший к текущему времени заданный момент времени из массива $\{t_{зад}\}$.

Но для организации с требуемой точностью выхода («интерполяции») на заранее не известный момент достижения интегральной функцией её заданного значения требуется заметно больше усилий. При этом способы организации функции интерполяции существенно различны для многоточечных методов и для одношаговых методов Эйлера, Эйлера с пересчётом или типа Рунге-Кутты.

<u>В случае многоточечных методов</u> можно воспользоваться стандартными средствами табличной интерполяции высокого порядка на памяти результатов прошлых шагов (рис.7):



$$\left.\begin{array}{c} П_F>0\ \&\ x_0 \geq F_{зад}\ \&\ x_{-1}<F_{зад} \\ \text{или} \\ П_F<0\ \&\ x_0 \leq F_{зад}\ \&\ x_{-1}>F_{зад} \end{array}\right\} \rightarrow P_3(x, F(x_{-3}),F(x_{-2}),F(x_{-1}),F(x_0))=F_{зад} \rightarrow R_F$$

Рис.7 Алгоритм полиномиальной интерполяции для многоточечных методов интегрирования

Правда, после выхода на момент достижения x_F заданного значения $F_{зад}$ интерполируемой функции, в случае если нужно здесь изменить процесс вычисления правых частей с помощью операций R_F, то возникает проблема создания новой таблицы производных на числе шагов, равном порядку многоточечного метода интегрирования. Но это для любого многоточечного метода есть стандартная проблема начала интегрирования. Для решения этой проблемы был известен целый ряд «алгоритмов разгона», среди которых чаще всего использовался и поныне используется простой способ интегрирования нужного числа первых шагов методом типа Рунге-Кутты.

<u>В случае использования одношагового метода</u> решение проблемы выхода на заданное значение заданной интегрируемой функции F(x) было найдено на пути использования метода Ньютона для построения итерационного алгоритма выбора следующего шага интегрирования, нацеленного на выход на заданное значение функции интегрируемых переменных (рис.8).

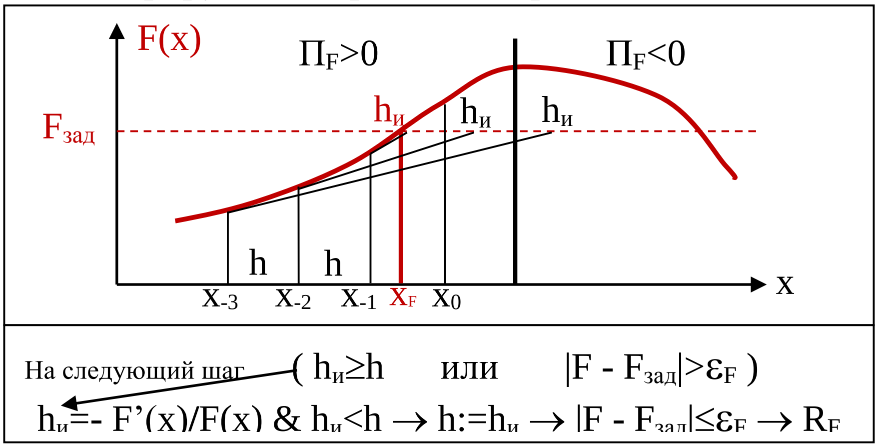


Рис. 8. Алгоритм итеративной интерполяции для одношаговых методов интегрирования

Для реализации этих алгоритмов интерполяции в программе любого метода интегрирования перед началом вычислений каждого нового шага (такта) интегрирования с уже ранее выбранной величиной стандартного или нестандартного шага h должен быть предусмотрен вызов внешней «программы интерполяции» с вычислением всех функций $F_i(x)$ с их параметрами ε_F и $П_{Fi}$. При этом в программе интерполяции одношаговых методов должны также вычисляться и производные $F_i'(x)$ интерполируемых функций. Их часто вычисляют численно по значениям функций $F_i(x)$ на текущем и на предыдущем шагах интегрирования. Заметим, что в этом методе интерполяции важны только правильные знаки производных $F_i'(x)$. Погрешности их величин приводят лишь к увеличению числа промежуточных шагов сходимости процесса Ньютона.

Вычисленные функции должны быть проверены на условия:

$$П_{Fi}=\mathrm{sign}(F_i'(x))\ \&\ |F_i(x)-F_{задi}|\leq\varepsilon_{Fi} \rightarrow R_{Fi},\ П_{Fi}:=-П_{Fi}.$$

Здесь пришло время описать «главную хитрость» – логику использования параметра включения–выключения интерполяции $П_F$ для каждой интерполируемой функции F(x). Параметр $П_F$ обеспечивает исполнение процедур интерполяции лишь на тех участках изменения функции F(x), где знак параметра совпадает со знаком её производной F'(x). Если нужно знание всех корней функции $F\text{-}F_{зад}=0$, то в момент завершения интерполяции нужно в «Программе по F» R_F менять знак этого параметра. Это не только запрещает повторное обращение к уже исполненным действиям «программы по F» R_F, но и позволяет несколько повысить быстродействие алгоритма интерполяции.

Если же задан набор $\{F_{задij}\}$ последовательных значений одной и той же функции F(x) (например, высот подъёма ракеты), то в момент достижения заданного значения $F_{задij}$ следует выбрать очередное целевое значение $F_{задij+1.}$ В таком случае знак ПF_i остаётся постоянным до тех пор, пока вычисляемая на каждом шаге функция $F_i(x)$ не достигнет экстремального значения и не станет изменяться в обратном направлении. Реализация описанной логики управления интерполяцией распределяется между «Программой F» и «Программой по F».

Таким образом, при реализации численного интегрирования уравнений движения ракет и КА была понята важность и необходимость встраивания в программы используемого численного метода интегрирования специальных алгоритмов для выбора нестандартного шага интегрирования в определённых точках траекторий полёта и связанных с ними алгоритмов управления изменениями процесса вычисления правых частей дифференциальных уравнений движения. Эти функции были реализованы во всех упомянутых выше методах численного интегрирования, предназначенных для решения задач баллистики активных и пассивных участков полёта КА. Подобное расширение функций стандартных методов численного интегрирования является общей проблемой для задач численного моделирования движения любой динамической системы. Поэтому описанные способы и средства организации численного интегрирования успешно применяются и теперь в задачах интегрирования уравнений движения робототехнических систем и в задачах моделирования походок человека.

Проектные работы ОПМ на цифровых машинах

Крылатая «Буря» С.А. Лавочкина

В эти же первые годы существования ОПМ работы отдела Д.Е. Охоцимского на БЭСМ по поручению М.В. Келдыша были тесно связаны с рядом разрабатываемых в стране проектов крылатых ракет – с проектом «Буран» В.М. Мясищева и, главное, с проектом «Буря» С.А. Лавочкина (рис. 9). Эти работы начались ещё в МИАНе – задолго до начала работ промышленности по этим проектам. Интересно отметить, что если кандидатская диссертация Д.Е. Охоцимского была посвящена движению баллистических ракет в центральном поле сил гравитации, то кандидатская диссертация Т.М. Энеева была посвящена вариационным проблемам именно крылатых ракет.

Рис. 9 «Буря» в полёте

Появление ЭВМ дало резкий импульс созданию новых алгоритмических и программных инструментов решения возникающих нелинейных задач баллистического обеспечения таких проектов. В частности, сначала на БЭСМ, а позже и на первой серийной ЭВМ «Стрела» Д.Е. Охоцимский вместе с сотрудниками НИИ-1 МАП А.К. Платоновым и Д.Я. Германом и сотрудниками ОПМ В.А. Сарычевым и З.П. Власовой вели массовые расчёты по формированию траектории активного участка полёта в атмосфере Земли крылатой ракеты «Буря» конструкции С.А. Лавочкина.

Эти работы моделирования движения «Бури» сыграли важную роль для реализации последующих полётов в космосе. Именно здесь исследовались и были созданы описанные выше методы численного интегрирования. С большим трудом решённая первая краевая задача выведения «Бури» на маршевый режим полёта стала родоначальником алгоритмов и программ для активных участков космических ракет. Активный участок движения «Бури» моделировался от вертикального старта до горизонтального полёта крылатой ракеты в возмущённой ветрами стратосфере, с учётом движения ракеты вокруг центра масс под действием нелинейных законов запаздывания управления движением газовых и аэродинамических рулей и сложных аэродинамических сил и моментов от треугольного крыла с подвешенными под ним ракетными ускорителями.

Многие операции углового и силового управления на участке выведения происходили по сигналам датчика скоростного напора или по временным меткам программатора автомата управления. Именно эти обстоятельства и потребовали развития описанных выше программных средств «Программы по t», «Программы F» и «Программы по F» (где роль интерполируемых функций F играли скоростной напор, угол тангажа, высота и скорость полёта).

С точки зрения методической пользы этой работы надо вспомнить и горький опыт отчаянной борьбы А.К. Платонова и Д.Я. Германа с «несходимостью» итераций первой попытки решения краевой задачи выведения «Бури» на маршевый режим. Нужная для реализации автомата управления программная зависимость угла тангажа по времени полёта на активном участке траектории была получена лишь после восьмисуточной (!) непрерывной работы и жизни в машинном зале БЭСМ. Причина была в неудачном выборе варьируемых параметров управления итерациями – удобных с точки зрения физики процесса управления движением, но оказавшихся в высокой степени линейной зависимости их влияния на краевые условия[8].

В этом эпизоде было получено понимание необходимости анализа меры линейной зависимости градиентов выбираемых параметров краевой задачи. В качестве такой меры μ во всех последующих работах ОПМ была принята известная мера «отношения объёмов» для векторов строк $\mathbf{s}_i$ матрицы M производных краевых условий по варьируемым параметрам n-мерной краевой задачи:

$$\mu_M = \det M \Big/ \prod_{i=1}^{n} \sqrt{(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_i)} > 0{,}5.$$

Одновременно здесь был получен и первый боевой опыт организации круглосуточного оперативного режима выполнения срочных работ (взаимозаменяемость, поочерёдность сна, организация питания).

[8] Много лет спустя на семинаре ИПМ А.М.Молчанов, рассказывая о подобной ситуации полугодовых поисков в Пущино причин несходимости их новой модели «хищник-жертва» (с неожиданно оказавшейся особенностью вблизи нуля для отрицательного количества животных), сформулировал такое непреложное правило:

«Будьте физиком, когда ставите задачу, но, поставив её, ещё до начала программирования станьте математиком и исследуйте её математические свойства и особенности!»

Важной и очень трудоёмкой составляющей этой работы оказался ввод в ЭВМ большого объёма графических аэродинамических характеристик «Бури» и «Бурана». Эти измеренные в трубах ЦАГИ (а иногда, как оказалось, и просто сочинённые при отсутствии продувок) данные силовых и моментных коэффициентов для разных чисел Маха приходили к нам на больших листах миллиметровой бумаги. Как ввести эти графики в виде чисел в машину на первых порах было совершенно непонятно. Выход нашёл Д.Е.Охоцимский, придумав (за 15 лет до появления сплайнов!) простой и эффективный способ аппроксимации графиков гладкими кубическими полиномами в числах, снимаемыми с графиков с помощью линейки и карандаша. С тех пор в ОПМ не было никаких проблем с вводом графиков в машину, а упоминание сплайнов вызывало в ответ лишь улыбку. Подробности и описание устройства этого метода описаны в [6]. Поскольку это важная часть работ с ЭВМ, повторим и здесь его описание.

Параметрами аппроксимации удобно выбрать легко считываемые значения ординаты графика y(x) в выбранных точках границ участков аппроксимации её графика и их "*девиации*" – параметры наклонов касательных к графику в этих выбранных точках. Девиация – это отличие линейного (вдоль касательной) значения y_{d1} функции на участке аппроксимации от истинного её значения Δy y_1 на этом участке (см. рис. 10).

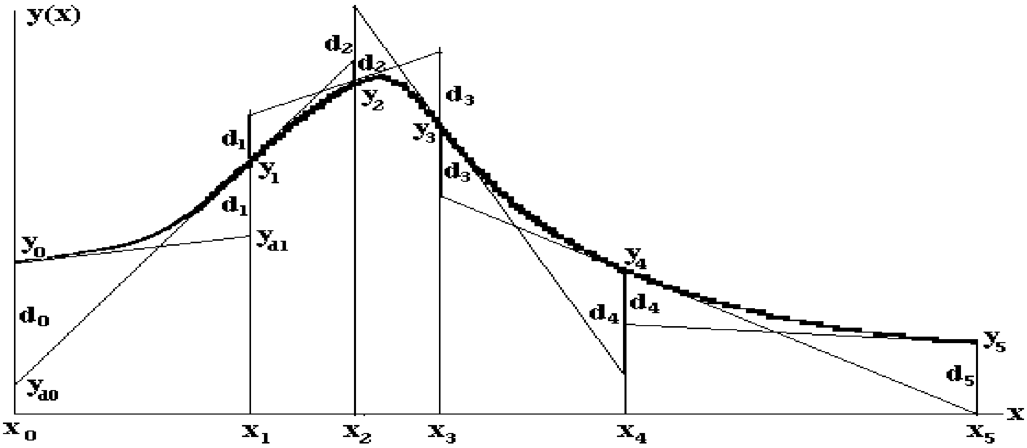


Рис. 10. Пример построения аппроксимирующей последовательности полиномов, аппроксимирующих типичную функцию коэффициента сопротивления Cx

Таким образом, лаборант должен был выбрать и записать значения границ участков аппроксимации (например, x_0 и x_1), соответствующих значений $y_0=y(x_0)$ и $y_1=y(x_1)$ на ординатах границ и, приложив линейку касательно к этим точкам графика, прочертить прямую до её пересечения в точках y_{di} с ординатами соседних выбранных границ слева и справа от рассматриваемого узла x_i. После этого оставалось считать с графика две девиации для каждого участка аппроксимации $\{x_0, x_1\}$ как $d_0 = y_{d0} - y_0$ и $d_1 = y_{d1} - y_1$.

По четырём снятым значениям $y_0=y(x_0)$ и $y_1=y(x_1)$, $d_0(x_0)$ и $d_1(x_1)$ на участке аппроксимации и строится кубический полином, аппроксимирующий в относительных абсциссах $\xi=(x - x_1)/(x_2 - x_1)$ функцию графика на участке в виде:

$$y(\xi)=y_0+\Delta y\cdot\xi+\xi\cdot(1-\xi)\cdot[d_0\cdot\xi + d_1\cdot(1-\xi)],$$

причём поскольку соседние участки имеют общую касательную на их границе, то такой процедурой реализуется гладкая кубическая аппроксимация графика (в современных терминах это был кубичный сплайн).

Сами значения производных $y'=\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{d\xi}\cdot\frac{d\xi}{dx}$ вычислять нет необходимости, хотя не трудно получить их общее выражение:

$$y'=\frac{\Delta y+d_1+2(d_0-2d_1)\xi+3(d_1-d_0)\xi^2}{x_1-x_0}$$

и удобные, геометрически очевидные соотношения:

$$y_0'=\frac{\Delta y+d_1}{x_1-x_0}=\frac{y_{d1}-y_0}{x_1-x_0} \text{ и } y_1'=\frac{\Delta y-d_0}{x_1-x_0}=-\frac{y_{d0}-y_1}{x_1-x_0}.$$

Для выбора максимально удалённых узловых точек при такой аппроксимации следует на выбранных участках вычислить значения $y(\xi)$ для $\xi=\{0,25;\ 0,5;\ 0,75\}$ и сравнить их с графиком. Это позволяет избегать ненужного ветвления кубической кривой и проверять погрешность аппроксимации. Однако по мере накопления опыта необходимость в этих действиях практически отпала, когда авторам удалось получить условие отсутствия ветвления в виде: $0<\frac{d_2}{d_1}<1$ и учитывать его в процессе построения границ участков численной аппроксимации графика.

Самый трудный цикл этих работ был связан и со сложнейшей задачей моделирования механики и аэродинамики процесса расцепки «Бури» в конце участка её выведения на маршевый режим с висящими под её крыльями и механически связанными между собой двумя ракетными ускорителями. Искомый процесс относительного движения ускорителей и маршевой ступени «Бури» в условиях аэродинамической интерференции был существенно трёхмерным. Не только алгоритмов, но даже самого понятия трёхмерной машинной графики тогда ещё не существовало. Слишком слабы для этого были эти первые ЭВМ.

Тем не менее разработанная В.А. Сарычевым алгоритмическая модель этого процесса *была первой попыткой рассчитать на ЭВМ и каким-то способом графически отобразить 3-D геометрию взаимного движения сложной конфигурации трёх близко расположенных тел.* Решение было им найдено на пути выделения ряда выбранных характерных «точек внимания» на поверхности этих тел и вычисления их относительного движения.

Программная реализация этого алгоритма была на грани пределов памяти и производительности БЭСМ. Только один расчёт движения координатных осей маршевой ступени и ускорителей под действием сложнейшей модели интерференции аэродинамических сил и сил реакций механической связи ускорителей требовал более получаса. Таких расчётов для разных вариантов условий расцепки требовалось несколько десятков. Далее выполнялось ручное построение графиков и их анализ с целью представить взаимное движение ускорителей и маршевой ступени. Выполненная на этом этапе работа позволила разобраться со свойствами механики процесса сверхзвуковой расцепки ускорителей под крылом маршевой ступени в присутствии аэродинамических возмущений

К сожалению, после смерти С.А Лавочкина работы были прекращены.

Задача прицеливания трубкой траекторий полёта к Луне

Одновременно с работами по крылатым ракетам в отделе Охоцимского были развёрнуты проектные работы по полётам к Луне, а позже – к Марсу и Венере. «Закопёрщиком» полётов к Луне был В.А. Егоров (который и предложил М.В. Келдышу тему своей кандидатской диссертации – «Исследование траекторий полёта к Луне»). А инициатором, вдохновителем и активным исполнителем всех работ по созданию ИСЗ и полётам к планетам был Т.М. Энеев.

Ещё в 1956 г аспирант М.В.Келдыша В.А.Егоров[9] первым исследовал траектории полёта к Луне и свойства гравитационного манёвра на всём множестве возможных траекторий [28]. Кроме этого, он построил на Луне "паук" (по выражению М.В.Келдыша) траекторных отклонений от всех ожидаемых ошибок регулирования направления и скорости системой управления ракеты Р-7 с ошибками азимута и момента запуска ракеты (не более 10` и 3 сек) и доказал, что получаемая точность гарантирует возможность попадания в Луну. Поскольку это была хорошая возможность показать уровень точности прицеливания советской ракетной техники, то по предложению М.В. Келдыша в ОКБ-1 С.П.Королёва началась работа по подготовке полёта к Луне. В ОПМ была оперативно создана бригада (М.Л. Лидов, А.К. Платонов, Р.К. Казакова и З.П. Власова) и постепенно возникло полное понимание и умение решать проблемы организации средств баллистического обеспечения проектирования полётов к Луне и к планетам.

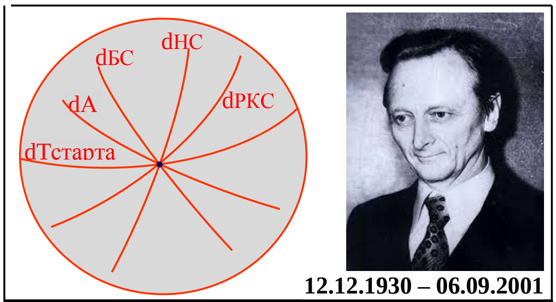


Рис. 11. "Паук" В.А.Егорова (1956 г.)

В результате этих работ в ОПМ в 1959 г. был успешно спроектирован для ОКБ-1 первый в нашей истории гравитационный манёвр у Луны с реализацией условий первого фотографирования её обратной стороны и условий последующего возвращения к Земле [29], [30], [6 – С.137-146 и С. 311-312]. Это возвращение путём использования, по идее Д.Е. Охоцимского, притяжения Луны удалось организовать по такой северной траектории, которая обеспечила возможность выполнения траекторных измерений и формирование целеуказаний наземным радиосистемам для приема полученных фотографий Луны в краткий момент пролёта КА на расстоянии от Земли не более 50 тыс. км.

Множество требований к траектории такого полёта к Луне было большим:

- пролёт Луны не ближе, чем 100 км;
- фотографирование всей обратной стороны Луны;

[9] Лауреат Ленинской премии, доктор физико-математических наук, профессор МГУ им. М.В.Ломоносова В.А.Егоров был зверски убит в 2001 г. в г. Сочи, и это преступление до сих пор не раскрыто.

- фотографирование должно выполняться вблизи прямой Луна–Солнце;
- наклонение плоскости траектории возвращения 50°;
- КА на расстоянии до Земли 50 тыс. км должен быть видим из Крыма;
- этим требованиям должны удовлетворять все траектории трубки рассеивания.

Итак, для каждой расчётной траектории надо было найти все траектории возможного рассеивания в конце работы ракеты-носителя КА и прицелиться так, чтобы все траектории этого множества («трубки рассеивания») удовлетворяли всем перечисленным требованиям. Такая постановка краевой задачи прицеливания не одной «номинальной» траекторией полёта, а всей областью возможных траекторных ошибок выведения возникла впервые.

Трудность решения краевой задачи прицеливания всей областью рассеивания траекторий в данном случае была связана с пролётом Луны, поле притяжения которой было нелинейным усилителем отклонений трубки траекторий. Это обстоятельство крайне затрудняло согласование условий фотографирования Луны с условиями возвращения к Земле.

Выход подсказал "поставщик" нам официальных эллипсов рассеивания космических траекторий, сотрудник Н.А. Пилюгина – А.Б. Найшуль. Он посоветовал найти способ исключить притяжение Луны, аналогично тому, как физики исключают силы отталкивания заряженной частицы при движении около атомного ядра, считая её незаряженной[10]. Идея была активно подхвачена, и после недолгих усилий в бригаде родилось ставшее теперь баллистически стандартным «преобразование прицельной дальности» [4], [6 – с. 141], [31] – отображение нелинейных и всегда гиперболических траекторий в окрестности центра притяжения на линейную картинную плоскость на бесконечности, ортогональную гиперболической V_∞ (иначе – относительной скорости сближения с небесным телом без учёта его притяжения). Каждая точка такой картинной плоскости соответствует определённой траектории. Ортогональность относительной скорости избавляет окрестности точек картинной плоскости от геометрических нелинейностей, в то время как преобразование прицельной дальности избавляет их от гравитационных нелинейностей.

При таком линейном описании параметров траекторий полёта в поле притяжения Луны трубка траекторий описывается в координатах прицельной дальности в виде неизменного для всей картинной плоскости эллипса рассеивания.

---

[10] Это был один из множества примеров взаимной поддержки баллистиков и управленцев практически всех организаций, с которыми работало ОПМ. Вот что и как написал об этом в своих знаменитых книгах Б.Е.Черток: **«Период первого ракетного десятилетия ознаменовался межведомственным неформальным объединением баллистиков разных организаций. Сотрудники Института прикладной математики, руководимые Дмитрием Охоцимским (ныне академик Российской АН), военные теоретики Георгий Нариманов и Павел Эльясберг, руководимые Тюлиным в НИИ-4, уже упоминавшиеся Лавров, Аппазов, молодые Макаров, Караулов в ОКБ-1 и организованная в отделении Хитрика группа баллистиков «для системы управления», возглавлявшаяся Найшулем, составили своего рода идеологическую ассоциацию. К ним примыкали и военные баллистики полигона, которые не просто отслеживали расчеты своих коллег по промышленности, но активно вмешивались в процесс составления таблиц стрельбы, полетных заданий и контроля траекторий полета.**

…Одним из стимулов объединения баллистиков являлась их общая заинтересованность в создании средств внешнетраекторных измерений…. Пример межведомственной баллистической солидарности очень показателен».

Этот двумерный эллипс рассеивания является линейным отображением в двумерную картинную плоскость шестимерного эллипса рассеивания координат и компонент скорости КА в конце активного участка выведения КА на орбиту полёта к Луне.

В этих условиях оставалось выполнить относительно простые операции: массовыми расчётами траекторий облёта Луны построить в её линейной картинной плоскости границы области удовлетворения всех перечисленных условий. А сделав это, – наилучшим образом разместить внутри найденной области упомянутое двумерное отображение привезённого А.Б. Найшулем шестимерного эллипса рассеивания.

Г.М. Гречко как-то на полигоне в горячей ситуации высказал замечательную мысль, что: «данные бывают либо верными, либо официальными» (продолжение было: «Дайте хоть какие-нибудь!).

Успех выполненного полёта для фотографирования обратной стороны Луны со всей очевидностью показал, что подписанный А.Б. Найшулем и Н.А. Пилюгиным их шестимерный эллипсоид был и официальным, и верным…

Проектирование полётов к Марсу и Венере

И в это же время в ОПМ началось активное исследование возможностей и всех обстоятельств полёта к Марсу и к Венере. Этот процесс пошёл в рамках выпуска знаменитого сверхтолстого «сиреневого отчёта» на эту тему, душой которого был Т.М. Энеев (похоже, этот отчёт теперь уничтожен, но некоторые его главы были рассекречены и опубликованы в трудах М.В. Келдыша [2]).

Для получения материалов отчёта на «Стреле» был создан большой ряд методических и программных инструментов, обеспечивших, к слову, впоследствии и возможности выполнения оперативных работ. К ним относятся:

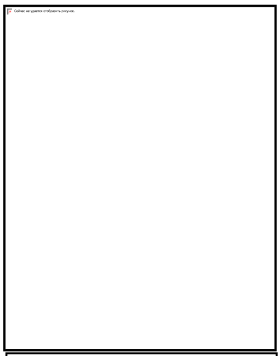
- создание набора операторов расчёта характеристик движения КА в кеплеровом приближении гелиоцентрического движения по сферам действия Земли и планет [32]. Позже эта система легла в основу первой в стране «Дисплейной интерактивной системы проектирования орбит» ДИСПО [33] – А.К. Платонов, Р.К. Казакова;
- разработка программы «Планетария» для численного интегрирования движения планет солнечной системы и их возмущений на движение КА (М.Л. Лидов, А.К. Платонов, В.К. Шелухина);
- создание ряда программ точного расчёта пассивного участка движения КА (А.К. Платонов, М.Л. Лидов, З.П. Власова, В.К. Шелухина);
- создание программы точного расчёта активного участка многоступенчатых ракет на базе ракеты Р-7 для дублирования, по просьбе С.П. Королёва, расчётов ОКБ-1 (А.К. Платонов, Р.К. Казакова, Н.В. Григорьева);
- разработка эффективного метода массового решения задачи Ламберта для определения возможных «окон старта» [34];
- создание системы прогнозирования характеристик движения КА по радионаблюдениям траектории его полёта [35], [36], [37];

- разработка метода оценки достижимой точности определения орбит КА при полёте к Луне, Венере и Марсу [38], [39];
- построение метода определения способов коррекции орбит КА и требуемых для этого запасов топлива на борту КА [40] – [43].

Что касается самого предмета отчёта, то после реализации лунных полётов к этому времени уже хорошо было известно, что ответы на вопрос «когда и как лететь к Венере, Марсу?» привязаны к синодическому периоду повторения взаимного углового положения Земли, этих планет и Солнца. Это обстоятельство приводило к неодинаковому в момент прилёта положению Марса и Венеры относительно линии узлов её орбиты и к неодинаковому их углу склонения относительно экватора Земли. Первое обстоятельство влияло на потери веса КА, связанные с невозможностью реализации оптимальной («гомановской») траектории полёта. Второе обстоятельство приводило к увеличению гравитационных потерь скорости разгона АК ввиду невозможности реализовать единственную наилучшую траекторию активного участка полёта КА на всём диапазоне требуемых направлений скорости в его конце.

В результате не все годы были благоприятны с точки зрения размеров веса КА, выводимого на межпланетную траекторию. И если ближайшие в то время пуски к Марсу и Венере в 1959 г. и 1961 г. были ещё возможны, то в последующие окна старта в 1962г., 1964г. и 1965г. назревала критическая ситуация отмены полёта или посылки к планетам неработоспособных аппаратов.

Выход из этой неприятной ситуации в процессе подготовки сиреневого отчёта нашел Т.М. Энеев: он предложил поменять схему разгона КА, сделав ее такой, чтобы энергозатраты не зависели от угла склонения планеты-цели. Для этого, по идее Энеева, нужно было ставшим уже стандартным оптимальным образом с минимальными гравитационными потерями выйти на круговую орбиту спутника Земли и выключить двигатель ракеты. Затем было нужно пассивно лететь вокруг Земли до такой орбитальной точки, которая могла после нового включения двигателя на следующем участке разгона тоже в оптимальном режиме обеспечить выход на нужную орбиту полёта к планете-цели.



Т.М. Энеев

От главных конструкторов ракетной техники это требовало создания новой четвёртой ступени ракеты и организации запуска её двигателя после сорокаминутного полёта где-то в районе Гвинейского залива или южнее - в условиях невидимости с территории СССР. Все параметры такого способа разгона КА с выведением ракеты-носителя на промежуточную орбиту ИСЗ были в импульсно-кеплеровом приближении подробно рассчитаны и изучены в ОПМ, прежде чем они были Келдышем показаны Королёву[11].

Схема требуемого расчёта кратко описывается так:

[11] Драматические подробности совещания на эту тему, буквально открывшего дорогу в космос по новой схеме выведения, названной «Звёздочка», описаны в [6, стр. 147-150 и 313-314].

Точка импульсного старта с орбиты спутника должна быть перигеем такой геоцентрической гиперболической траектории, у которой её асимптотическая скорость V_∞, имеет нужное склонение, получаемое из решения гелиоцентрической задачи Ламберта для полёта в нужную точку орбиты планеты-цели.

Расчёт по такой схеме был первым примером необходимости соединения параметров «внешней» гелиоцентрической траектории полёта с параметрами «внутренней» геоцентрической траектории, привязанной к координатам ракетного полигона.

Алгоритм реализации этого таков (рис 12):

1. в гелиоцентрической эклиптической системе координат с использованием элементов орбит Земли и планеты-цели для выбранных дат старта и прилёта к планете решается задача Ламберта (см. выше) и определяется вектор скорости $\mathbf{V}_1$ отлёта от Земли;
2. по полученному вектору абсолютной скорости $\mathbf{V}_1$ из треугольника скоростей определяется относительная скорость $\mathbf{V}_o$ отлёта от Земли с её вектором в этот момент переносной скорости $\mathbf{V}_\oplus$;
3. полученный в осях эклиптической системы вектор относительной скорости $\mathbf{V}_o$ проектируется на оси абсолютной геоэкваториальной системы координат, и полученные компоненты считаются компонентами вектора скорости на бесконечности $\mathbf{V}_\infty$ геоцентрического движения КА по гиперболической[12] траектории;

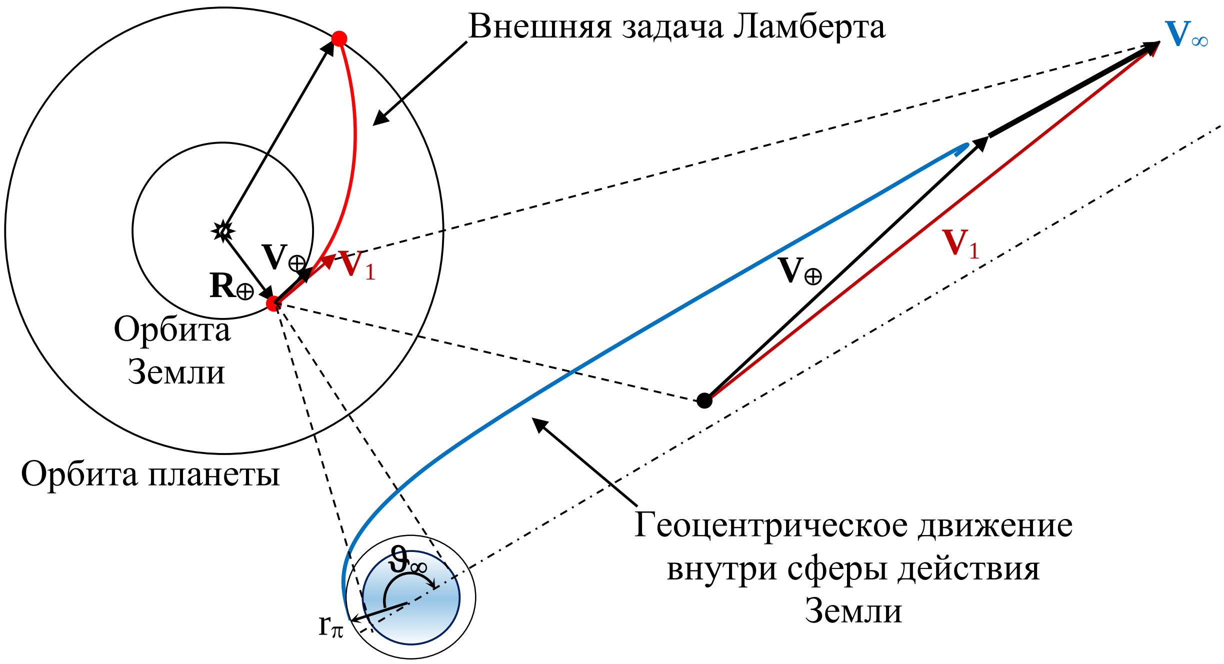


Рис. 12. Баллистическая модель полёта к планете со стартом с орбиты спутника

[12] Из «Теоремы о возвращении» Ж.А.Пуанкаре [44] с её обобщением П. Пенлеве на любое число тел следует вывод, что если тело пришло из бесконечности в рассматриваемое гравитационное поле, то оно его обязательно должно покинуть. В приближении простейшей модели разбиения сил гравитации на сферы действия центральных сил задачи двух тел используется вытекающее отсюда предположение о гиперболичности тех траекторий, которые пересекают сферу действия.

4. по известным величинам перигея гиперболы r_π (радиуса орбиты спутника) и её скорости на бесконечности V_∞ определяется угловая дальность гиперболической траектории, равная предельному значению истинной аномалии ϑ_∞:
$$\vartheta_\infty = \arccos(-1/(r_\pi \cdot V_\infty^2/\mu + 1);$$
5. положение вектора **N** нормали плоскости орбиты определяется поворотом вектора оси мира $\mathbf{Z}_\oplus$ вокруг вектора $\mathbf{V}_\infty$ на угол (90^o – i), где i – угол наклонения орбиты спутника к плоскости экватора (оператор PVV(**A**,**B**,φ) – см. ниже);
6. направление вектора $\mathbf{r}_\pi$ в абсолютной геоэкваториальной системе координат определяется поворотом вектора $\mathbf{V}_\infty$ вокруг вектора **N** на угол $-\vartheta_\infty$;
7. искомая широта точки старта последней ступени ракеты на орбите спутника определяется из скалярного произведения векторов оси мира и точки старта:
$$\varphi_\pi = 90^o - \arccos((\mathbf{Z}_\oplus \bullet \cdot \mathbf{r}_\pi));$$
8. и, наконец, момент старта ракеты определяется условием прохождения при вращении Земли вектора гринвичских координат полигона через плоскость орбиты спутника с учётом звёздного времени выбранных суток старта.

Для поворотов векторов очень полезен упомянутый выше оператор PVV(**A**,**B**,φ) [45] конического поворота вектора **B** вокруг вектора **A** на заданный угол φ. Он реализуется в связанной с векторами **A** и **B** ортогональной системе координат {X,Y,Z}, которая определена осевым вектором **A** и проекцией поворачиваемого вектора **B** на плоскость, нормальную вектору **A**, как это показано на рис. 13.

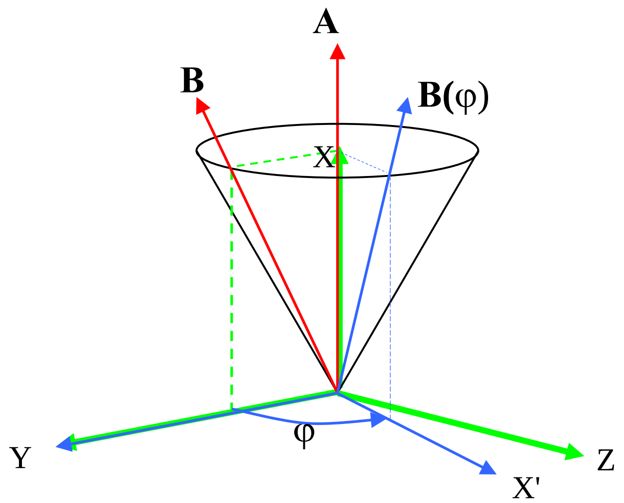


Рис. 13. Система координат, присоединённая к векторам **A** и **B**, и реализация поворота вектора **B** вокруг вектора **A** на угол φ

Орты X,Y, и Z этой системы и координаты вектора B в её осях равны;

$$\mathbf{X^0} = \mathbf{A}^0, \quad \mathbf{Y}^0 = [\mathbf{A}\times\mathbf{B}]^0 \times \mathbf{A}^0, \quad \mathbf{Z}^0 = [\mathbf{A}\times\mathbf{B}]^0 \quad \text{и} \quad B_X = (\mathbf{B}\bullet\mathbf{X}^0), \; B_Y = (\mathbf{B}\bullet\mathbf{Y}^0), \; B_Z = 0.$$

Тогда после поворота на угол φ искомый вектор **B'** в исходной системе координат равен векторной сумме:
$$\mathbf{B'} = B_Y \cdot \mathrm{Cos}\varphi \cdot \mathbf{Y}^0 + B_Y \cdot \mathrm{Sin}\varphi \cdot \mathbf{Z}^0 + B_X \cdot \mathbf{X}^0,$$
что и обозначается как **B'** = PVV(**A**,**B**,φ)[13] .

[13] Опытный глаз легко увидит здесь и мнимую, и действительную части кватерниона.

Баллистика такой схемы разгона и программы для определения места второго старта в импульсном Кеплеровом приближении были достаточно просты. Позже они с успехом обеспечивали получение первого приближения для точных решений краевых задач прицеливания, дублирующих все работы ОКБ-1 по построению траекторий полётов к Луне, Марсу и Венере по схеме Энеева.

Но для решения этих краевых задач потребовалось дополнительное точное моделирование орбитального движения «блока Л» (созданной 4-й ступени ракеты) с его обратным разворотом по углу тангажа, с пороховым БОЗ («блоком обеспечения запуска) двигателя («блока Д») и с уникальным автоматом Н.А. Пилюгина И-100, управляющим движением последних ступеней ракеты. Потребовались большие усилия для создания теперь уже на «Стреле» средств моделирования процессов работы активных участков, аналогичных тем, что были описаны выше для крылатой ракеты «Буря».

Большим разделом исследований «Сиреневого отчёта» была задача коррекции орбит полёта к Марсу и Венере. История и результаты работ в этом направлении подробно уже описаны в [40], [41] и особенно – в [6]. Здесь можно привести найденные ответы на главные вопросы: сколько раз и когда нужно корректировать ошибки траектории и какой нужен для этого запас топлива на борту, куда направлять корректирующий импульс скорости и как устроить для этого систему ориентации КА. Длинная история поиска ответов на эти вопросы привела к пониманию, что:

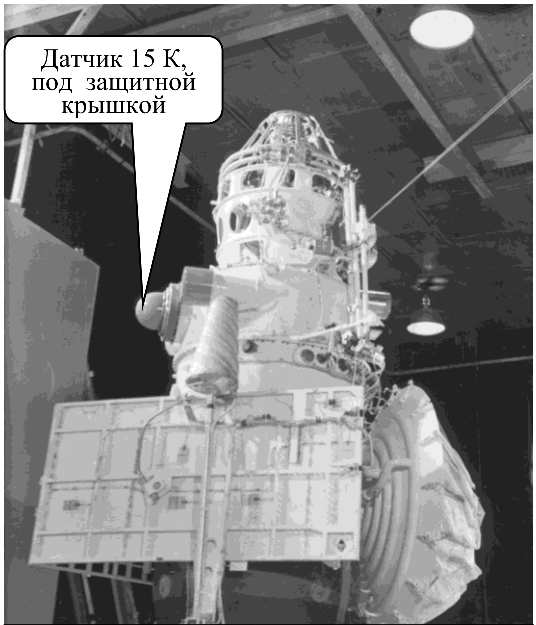


Рис.14. Космический аппарат 2МВ в сложенном состоянии перед пуском к к Венере

- не более трёх раз;
- через трое (мало вероятно) и после 60 сут. полёта, и (очень возможно) – в последние сутки полёта;
- нужен суммарный запас топлива для 150 м/сек скорости коррекции;
- в каждый момент существуют «оптимальная плоскость коррекции» и её нормаль, которые и определяют направление минимального корректирующего импульса, которое при полете к планетам может быть любым;
- ориентация начинается с поиска Солнца, а затем либо нужно ориентироваться по звезде Канопус[14], либо разворачиваться нужным образом по гироскопам.

При полёте к Луне как правило было достаточно одной коррекции с импульсом скорости, ортогональным направлению на Луну. Это обстоятельство определяет устройство системы ориентации КА.

[14] Сотрудниками Б.В.Раушенбаха Б.П.Скотниковым и С.А.Савченко был создан для этой цели оригинальный солнечно-звёздный датчик 15-К с полусферой из кварцевого стекла, обеспечивший возможность направления ракетного двигателя КА в любом нужном направлении. Создание этого датчика создало условия выполнения коррекций траекторных погрешностей с минимальными затратами топлива.

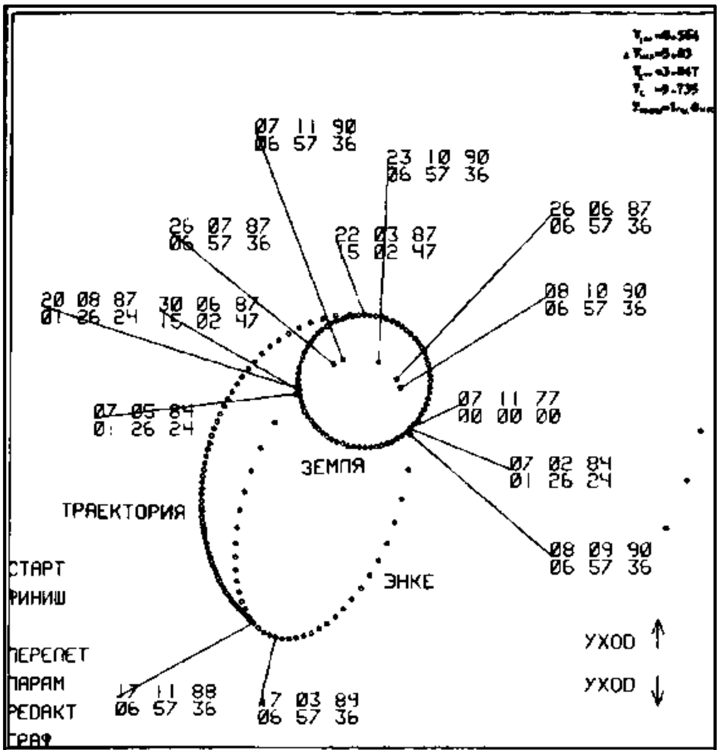


Рис. 25 Полет к комете Энке Оптимальная траектория при полете в район апоцентра – старт – 22.III.1987 финиш – 17.XI.1988

Позже удобным инструментом проектирования траекторий полёта КА стала разработанная авторами в начале 1970-х гг. «Дисплейная интерактивная система проектирования орбит» (ДИСПО) [47]. В ней каждая точка орбиты вызванного на экран небесного тела была гиперссылкой его параметров движения в этот момент в этом месте пространства.

Для построения орбиты перелёта между указанными точками двух орбит решалась задача Ламберта («перелет»). В точках отлёта и прилёта были предусмотрены операторы решения задач внутри их сфер действия – старта с орбиты и параметров гравитационного манёвра в картинной плоскости прицельной дальности.

Все расчёты велись с помощью разработанного набора операторов задачи двух тел [48].

В конце 70-х годов М.В.Келдыш поставил перед нами задачу найти также кометы солнечной системы, к которым мы смогли бы долететь на существовавшей тогда ракете. Рассматривались варианты попадания в комету, пролета и её сопровождения [49].

При выборе доступных комет мы исходили из следующих условий:

1- орбиты кометы должны быть известны с высокой точностью,

2- комета видна более 4 месяцев до запуска исследовательского зонда,

3- её яркость не менее 20 звездной величины (для сравнения, Венера – $3{,}5^{m}$)

С помощью ДИСПО были выбраны 20 комет юпитерианской группы.

Очень интересна история с кометой Чурюмова – Герасименко. Наш киевский коллега К.И. Чурюмов, один из лучших наблюдателей-астрономов, узнав, что мы проектируем полеты к кометам, попросил исследовать и открытую им комету, благо, используемая нами ДИСПО позволяла без труда это сделать прямо при нём. И к нашей общей радости комета оказалась настолько удачной, что при запуске к ней в 1988 году, мы бы попали в неё в 1989 году. Но…наша космическая программа была разрушена и полеты в дальний космос были отменены. Однако в рамках ESA (Европейское космическое агентство) в 2004 г. был отправлен КА «Розета» именно к комете Чурюмова-Герасименко. Можно только по-доброму порадоваться вместе с Климом Ивановичем.

Вместо заключения

Описанные выше ранние работы Института им. М.В.Келдыша сыграли свою роль в процессах развития ракетодинамики, космической техники и прикладной небесной механики. Эта весьма востребованная роль заключалась в создании и внедрении в смежных организациях новых методов использования невиданных ранее ЭВМ для решения сложных, не решаемых ранее задач. Новизна задач и средств для их решения наполняли атмосферу ОПМ духом исканий и находок.

К 25-летию отдела оргкомитет (Охоцимский, Казакова, Ефимов) организовал большое торжество, которое, конечно, помнят все его участники. Для этого праздника Г.Б. Ефимов нашёл удивительный пример гомеоморфизма знаменитой подписи Д.Е.Охоцимского с образом юбилейной даты. Все сотрудники отдела были (и это хорошо видно на фотографии) награждены таким символом торжества коллективной мысли отдела и славы его создателя. Энтузиазм и радость события остались в фотографиях.

Коллектив, работы которого были описаны выше, к этому дню уже удвоился выпускниками мехмата и физтеха. Перечислим имена «могучей кучки» этих людей, много сделавших не только для развития космической техники, но и (позже) для создания двух совершенно новых научных направлений в областях вычислительной техники и автоматики: машинной графики и робототехники.

Слева направо: внизу Н. Тесленко, В. Гончар, И. Карпов, В. Павловский, В. Лапшин, Н.Малинина, А. Платонов, С. Соколов, Р. Казакова, Л. Громова, К. Волкова, Ю. Лазутин, Н.Григорьева;
наверху А. Кирильченко, Г. Боровин, С. Шибаев, Ф. Плотников, В. Ярошевский, В. Пряничников, Е. Кугушев.

Литература

1. *Келдыш М.В.* Творческий портрет по воспоминаниям современников. – М.: Наука,2002. – 398 с.
2. *Келдыш М.В.* Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика. М.: Наука, 1988. – 493 с.
3. *Охоцимский Д.Е., Камынин С.С.* Баллистические возможности составных ракет. Отчет МИАН СССР им. В.А.Стеклова. 1951 г.
4. *Платонов А.К.* Долгий путь к звёздам. В кн. Будущее прикладной математики. Лекции для молодых учёных. Поиски и открытия. / под ред. Г.Г. Малинецкого. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ»,2009. – 640 с.
5. Келдыш и его институт. Первое двадцатилетие. – Сб. статей. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2001.
6. Прикладная небесная механика и управление движением. - Сб. статей, посвящённый 90-летию со дня рождения Д.Е.Охоцимского. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2010. – 368 с.
7. *Казакова Р.К.* Охоцимский Дмитрий Евгеньевич - основатель прикладной небесной механики // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша, 2009. № 25. 28 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2009-25
8. *Казакова Р.К.* Точечный взрыв в атмосфере (как это было…) // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2010. № 40. 17 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-40
9. *Луховицкая Э.С., Езерова Г.Н.* Информатика в ИПМ. 1960-е годы. // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2013. № 29. 33 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-29
10. *Бухштаб Ю.А., Гримайло С.И., Луховицкая Э.С.* Воспоминания о Сергее Сергеевиче Камынине // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2014. №22. 28 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-22
11. *Охоцимский Д.Е.* Динамика космических полётов. Конспект лекций, прочитанных на механико-математическом факультете МГУ в 1962/63 уч. году. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1968. 157 с.
12. *Суханов А.А.* Астродинамика //М.: ИКИ Серия «Механика, управление, информатика», 2010. – 202 с.
13. *Охоцимский Д.Е.* О вертикальном подъеме ракеты // "Прикладная математика и механика", т.10, вып.2. М.: 1946г. С.251.
14. *Голубев Ю.Ф.* Дифференцирование функционалов. Метод Охоцимского.// Прикладная небесная механика и управление движением. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2010. – С. 33 – 57.
15. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматгиз, 1961.
16. *Охоцимский Д.Е., Энеев Т.М.* Некоторые вариационные задачи, связанные с запуском искусственного спутника Земли // "Успехи физических наук" т.LXIII, вып.1, сентябрь 1957г. С. 5-32.

17. *Лебедев С.А.* Электронные вычислительные машины //М.: Изд-во АН СССР, Научно-популярная серия, 1956.
18. *Панов Д.Ю.* Автоматический перевод // М.: Изд-во АН СССР, Научно-популярная серия, 1956. – 72 с.
19. *Ляпунов А.А.* О логических схемах программ. «Проблемы кибернетики». Сборник статей. //М.: Физматгиз, 1958, вып.1, С.5-28.
20. Компьютерный музей: Электронный ресурс. Режим доступа: URL: http://computer-museum.ru/histussr/alphabet.htm .
21. *Охоцимский Д.Е., Энеев Т.М., Таратынова Г.П.* Определение времени существования искусственного спутника Земли и исследование вековых возмущений его орбиты // "Успехи физических наук" т.LXIII, вып.1, сентябрь 1957. С. 33-52.
22. *Карпов И.И., Платонов А.К.* Ускорение численного интегрирования уравнений движения в небесной механике //Космические исследования, т.10, вып. 6, 1972 . С. 811-826.
23. *Платонов А.К., Власова З.П., Степаньянц В.А.* Многоточечный метод интегрирования с переменным шагом для обыкновенных дифференциальных уравнений. // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 1976. №72. 18 с.
24. *Бордовицына Т.В.* Современные численные методы в задачах небесной механики. М.: Наука 1984. – 136 с.
25. *Fehlberg E.* Klassische Runge-Kutta-Nistrom Formeln mit Schrittweiten Controll fur Differentialgleichungen x=f(t,x). //Computing, 1972, v. 10, p. 305-315.
26. *Платонов А.К.* Двухуровневый метод ускоренного решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. //Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 1981. №119. 32 с.
27. *Энеев Т.М.* О применении градиентного метода в задачах оптимального управления. Ж. Космические исследования, том IV, вып.5, сентябрь-октябрь, М.: Наука. 1966 .
28. *Егоров В.А.* Пространственная задача достижения Луны. М.: Наука. 1965.
29. Первые фотографии обратной стороны Луны. М.: Изд-во АН СССР, 1959.
30. *Келдыш М.В., Власова З.П., Лидов М.Л., Охоцимский Д.Е., Платонов А.К.* Исследование траекторий облета Луны и анализ условий фотографирования и передачи информации. // В кн.: Келдыш М.В. Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика. М.: Наука, 1988. С. 261-309.
31. *Казакова Р.К., Киселев В.Г., Платонов А.К.* Исследование свойств энергетически оптимальных орбит полета к Юпитеру // "Космические исследования", т.6, вып.1 М.:Наука, 1968г. С. 3–12.
32. *Платонов А.К, Казакова Р.К.* Язык для расчета характеристик движения в прикладных задачах небесной механики // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 1974. № 78. 49 с.
33. *Платонов А.К., Казакова Р.К.* Система проектирования орбит в прикладных задачах небесной механики // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 1976. № 106. 39 с.

34. *Келдыш М.В., Ершов В.Г., Охоцимский Д.Е., Энеев Т.М.* Теоретические исследования по динамике полёта к Марсу и Венере. – В кн. М.В.Келдыш "Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика". М.: Наука, 1988г. С. 243 – 261.
35. *Энеев Т.М., Платонов А.К.. Казакова Р.К.* Определение параметров искусственного спутника по данным наземных измерений// В сб. "Искусственные спутники Земли" М.: АН СССР вып.4, 1960г. С. 43-55.
36. *Аким Э.Л., Энеев Т.М.* Определение параметров движения космического летательного аппарата по данным траекторных измерений // Космич. исслед. 1963. Вып. 1. Т. 1. – С. 5.
37. *Платонов А.К., Казакова Р.К.* Первая машинная обработка траекторных измерений спутника Земли. // Вестник Российской Академии наук. Том 72, № 9. Изд. Наука. 2002.
38. *Келдыш М.В., Аким Э.Л., Энеев Т.М., Золотухина Н.И.* // В кн. М.В.Келдыш "Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика". М.: Наука, 1988. С. 339 – 347.
39. *Лидов М.Л.* К априорным оценкам точности определения параметров по методу наименьших квадратов. //Косм. иссл. т.2, вып.5. М.:Наука, 1964.
40. *Келдыш М.В., Платонов А.К., Казакова Р.К.* Коррекция траекторий полёта к Венере и Марсу. - В кн. М.В.Келдыш "Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика". М.: Наука, 1988г. С. 385 – 414.
41. *Платонов А.К.* Исследование свойств коррекционных манёвров в межпланетных полётах //Косм. иссл.", т.4, вып.5. М.:Наука, 1966. С. 670-693.
42. *Платонов А.К.* Оптимальные свойства корректирующих манёвров при использовании двигателя с ограниченной тягой. // Косм. иссл., т.V, вып.2. М.:Наука, 1967. С. 170-175.
43. *Платонов А.К., Дашков А.А., Кубасов В.Н.* Оптимальное управление полетом космических аппаратов// Сборник трудов I-го Симпозиума ИФАК. Ставангер, Норвегия.1965 г.
44. *Пуанкаре А.* Новые методы небесной механики. //Анри Пуанкаре «Избранные труды», т.1., М.: «Наука», 1971—771 с.
45. *Платонов А.К., Казакова Р.К.* Язык для описания вращения космического аппарата. //сб. "Управление в пространстве" т.1, М.: Наука 1973. – 12 с.
46. Scientific data systems: Электронный ресурс. Режим доступа: URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Scientific_Data_Systems
47. *Казакова Р.К., Платонов А.К.* Система проектирования орбит в прикладных задачах небесной механики (ДИСПО). // Препринты ИПМ им.М.В.Келдыша, №106, 1976, 39с.
48. *Платонов А.К, Казакова Р.К.* Язык для расчета характеристик движения в прикладных задачах небесной механики // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 1974. №78. 49 с.

49. Аким Э.Л., Беляев Н.А., Казакова Р.К., Платонов А.К., Савченко В.В., Суханов К.Г. Баллистические аспекты исследования комет. // Доклады Академии наук СССР. Том 275, № 2. 1984.