



Абрашкин В.И., Воронов К.Е.,
Пияков А.В., Пузин Ю.Я.,
Сазонов В.В., Семкин Н.Д.,
Филиппов А.С., Чебуков С.Ю.

Определение
вращательного движения
спутника Аист по данным
бортовых измерений
магнитного поля Земли

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Определение вращательного движения спутника Аист по данным бортовых измерений магнитного поля Земли / В.И.Абрашкин [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 17. 38 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-17>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

В.И.Абрашкин, К.Е.Воронов, А.В.Пияков, Ю.Я.Пузин,
В.В.Сазонов, Н.Д.Сёмкин, А.С.Филиппов, С.Ю.Чебуков

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ
СПУТНИКА *АИСТ* ПО ДАННЫМ БОРТОВЫХ
ИЗМЕРЕНИЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ**

Москва - 2014

Аннотация

Приведены результаты реконструкции неуправляемого вращательного движения малого спутника *Aist* во время его полета в мае 2013 г. Реконструкция выполнена посредством обработки данных бортовых измерений магнитного поля Земли. Процедура обработки имела дело с порциями данных, охватывающими отрезки времени длиной около 100 мин. Данные, полученные на каждом таком отрезке, обрабатывались совместно методом наименьших квадратов с помощью интегрирования уравнений движения спутника относительно центра масс. При обработке оценивались начальные условия движения и параметры используемой математической модели. Результаты обработки нескольких отрезков данных позволили получить достаточно полное представление о движении спутника.

V.I. Abrashkin, K.E. Voronov, A.V. Piyakov, Yu.Ya. Puzin, V.V. Sazonov, N.D. Semkin, A.S. Filippov, S.Yu. Chebukov. Determination of the spacecraft *Aist* attitude motion on measurements of the Earth magnetic field. We present the results of reconstruction of the uncontrolled attitude motion of the small spacecraft *Aist* during its flight in May 2013. The reconstruction was realized by processing onboard measurements of the Earth magnetic field strength. The measurement data were accumulated in time segments, which had length about 100 min. The measurement data on each such segment were processed simultaneously by means of the least squares method and integration of the spacecraft attitude motion equations. The estimates of the mathematical model parameters and initial conditions of the attitude motion were obtained as a result of such processing. The results of processing some segments above made clear the attitude motion of the spacecraft.

1. Малый искусственный спутник Земли *Аист* разработан ФГУП ГНПРКЦ "ЦСКБ-Прогресс" и предназначен для научных исследований. Его бортовая аппаратура изготовлена с участием специалистов Самарского аэрокосмического университета. Запуск спутника осуществлен 21 апреля 2013 года посредством отделения от космического аппарата *Бион М-1*, находящегося на почти круговой орбите с высотой 570 км и наклоном $64,9^\circ$. Режим орбитального полета спутника — неориентированный, время активного существования — до трех лет. Задачи, решаемые бортовой научной аппаратурой: 1) отработка средств измерения геомагнитного поля и уменьшения угловой скорости спутника системой электромагнитов, 2) измерение параметров высокоскоростных пылевых частиц естественного и искусственного происхождения, 3) измерение параметров потоков заряженных частиц на поверхность спутника и определение уровня электризации ее элементов. На борту установлена командно-управляющая навигационная система разработки НИЛАКТ ДОСААФ (Калуга), которая обеспечивает информационное взаимодействие спутника с наземными средствами управления в Самаре.

2. Уравнения вращательного движения спутника. Спутник считаем твердым телом, центр масс которого — точка O — движется по геоцентрической орбите. Для записи уравнений движения спутника относительно центра масс и соотношений, используемых при обработке данных измерений, введем четыре правые декартовы системы координат.

Приборная система $Oy_1y_2y_3$ жестко связана со спутником. В ней интерпретируются данные измерений бортовых магнитометров.

Система $Ox_1x_2x_3$ образована главными центральными осями инерции спутника. Оси Ox_i составляют острые углы с осями Oy_i ($i = 1, 2, 3$). Ниже, если не оговорено особо, компоненты векторов относятся к системе $Ox_1x_2x_3$.

Система $CY_1Y_2Y_3$ близка ко второй геоэкваториальной системе координат эпохи даты. Ее начало находится в центре масс Земли, плоскость CY_1Y_2 совпадает с плоскостью экватора, ось CY_3 направлена в северный полюс мира, ось CY_1 направлена приблизительно в точку весеннего равноденствия — повернута от плоскости гринвичского меридиана на среднее звездное время против вращения Земли. Система $CY_1Y_2Y_3$ используется в модели SGP4 [1], принятой в данной работе для описания орбитального движения спутника. Эту систему считаем инерциальной.

$CZ_1Z_2Z_3$ — квазиинерциальная система координат. Ось CZ_2 параллельна вектору кинетического момента орбитального движения спутника, ось CZ_3 лежит в плоскости экватора и направлена в восходящий узел оскулирующей орбиты спутника. Абсолютная величина угловой скорости этой системы не превышает 5 град./сут.

Положение системы $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $Oy_1y_2y_3$ будем задавать углами γ , α и β , которые введем следующим образом. Система $Oy_1y_2y_3$ может быть переведена в систему $Ox_1x_2x_3$ тремя последовательными пово-

ротами: 1) на угол α вокруг оси Oy_2 , 2) на угол β вокруг новой оси Oy_3 , 3) на угол γ вокруг новой оси Oy_1 , совпадающей с осью Ox_1 . Матрицу перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к системе $Oy_1y_2y_3$ обозначим $\| a_{ij} \|_{i,j=1}^3$, где a_{ij} — косинус угла между осями Oy_i и Ox_j . Элементы этой матрицы выражаются через введенные углы с помощью формул

$$\begin{aligned} a_{11} &= \cos \alpha \cos \beta, & a_{21} &= \sin \beta, \\ a_{12} &= \sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma, & a_{22} &= \cos \beta \cos \gamma, \\ a_{13} &= \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma, & a_{23} &= -\cos \beta \sin \gamma, \\ & & a_{31} &= -\sin \alpha \cos \beta, \\ & & a_{32} &= \cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma, \\ & & a_{33} &= \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma. \end{aligned}$$

Положение системы координат $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $CY_1Y_2Y_3$ будем задавать нормированным кватернионом $\mathbf{Q} = (Q_0, Q_1, Q_2, Q_3)$, $Q_0^2 + Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2 = 1$. Матрицу перехода от первой из этих систем ко второй обозначим $\| b_{ij} \|_{i,j=1}^3$; b_{ij} — косинус угла между осями CY_i и Ox_j . Элементы этой матрицы выражаются через компоненты \mathbf{Q} по формулам

$$\begin{aligned} b_{11} &= Q_0^2 + Q_1^2 - Q_2^2 - Q_3^2, & b_{21} &= 2(Q_2Q_1 + Q_0Q_3), \\ b_{12} &= 2(Q_1Q_2 - Q_0Q_3), & b_{22} &= Q_0^2 + Q_2^2 - Q_1^2 + Q_3^2, \\ b_{13} &= 2(Q_1Q_3 + Q_0Q_2), & b_{23} &= 2(Q_2Q_3 - Q_0Q_1), \\ & & b_{31} &= 2(Q_3Q_1 - Q_0Q_2), \\ & & b_{32} &= 2(Q_3Q_2 + Q_0Q_1), \\ & & b_{33} &= Q_0^2 + Q_3^2 - Q_1^2 + Q_2^2. \end{aligned}$$

Кватернионный вид формул перехода (при совпадении точек O и C)

$$(0, Y_1, Y_2, Y_3) = \mathbf{Q} \circ (0, x_1, x_2, x_3) \circ \mathbf{Q}^{-1}.$$

Положение системы $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $CZ_1Z_2Z_3$ будем задавать углами Эйлера ψ , θ и ϕ , которые введем по общепринятой схеме. Система $CZ_1Z_2Z_3$ может быть переведена в систему $Ox_1x_2x_3$ тремя последовательными поворотами: 1) на угол ψ вокруг оси OZ_3 , 2) на угол θ вокруг новой оси OZ_1 , 3) на угол ϕ вокруг новой оси OZ_3 , совпадающей с осью Ox_3 .

Орбитальное движение спутника описывается формулами модели SGP4, исходной информацией для которой служат двухстрочные элементы NORAD [1]. Система уравнений вращательного движения спутника образована динамическими уравнениями Эйлера для компонент его абсолютной угловой скорости ω_i и кинематическими уравнениями для компонент кватерниона \mathbf{Q} . В уравнениях Эйлера учитываются гравитационный момент и момент, обусловленный взаимодействием магнитного поля Земли (МПЗ) с собственным дипольным магнитным моментом спутника. Уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned}
\dot{\omega}_1 &= \mu(\omega_2\omega_3 - \nu x_2x_3) + p_2h_3^\circ - p_3h_2^\circ, \\
\dot{\omega}_2 &= \frac{1-\lambda}{1+\lambda\mu}(\omega_1\omega_3 - \nu x_1x_3) + \frac{\lambda}{1+\lambda\mu}(p_3h_1^\circ - p_1h_3^\circ), \\
\dot{\omega}_3 &= -(1-\lambda+\lambda\mu)(\omega_1\omega_2 - \nu x_1x_2) + \lambda(p_1h_2^\circ - p_2h_1^\circ), \\
2\dot{Q}_0 &= -\sum_{i=1}^3 Q_i\omega_i, \quad 2\dot{Q}_i = Q_0\omega_i + \sum_{j,k=1}^3 e_{ijk}Q_j\omega_k \quad (i=1,2,3), \\
\lambda &= \frac{I_1}{I_3}, \quad \mu = \frac{I_2 - I_3}{I_1}, \quad \nu = \frac{3\mu_e}{R^5}.
\end{aligned} \tag{1}$$

Здесь x_i — компоненты геоцентрического радиуса-вектора точки O , h_i° — компоненты вектора \mathbf{H} напряженности МПЗ в этой точке, I_i — моменты инерции спутника относительно осей Ox_i , p_i — отнесенные к I_1 компоненты магнитного диполя спутника, e_{ijk} — символ Леви-Чивиты (равен 1, если i, j, k — четная перестановка чисел 1, 2 и 3, равен -1 для нечетной перестановки и равен 0 в остальных случаях).

Имеют место формулы

$$h_i^\circ(t) = \sum_{j=1}^3 H_j(t)b_{ji}(t) \quad (i=1,2,3), \tag{2}$$

где $H_j(t)$ — компоненты вектора \mathbf{H} в системе координат $CY_1Y_2Y_3$. Эти компоненты определяются моделью IGRF, формулами теории SGP4, задающими движение точки O , и формулами перехода от гринвичской системы координат к системе $CY_1Y_2Y_3$. При численном интегрировании уравнений (1) используются следующие единицы измерения переменных и параметров: $[t] = 10^3\text{с}$, $[x_i] = 10^3\text{км}$, $[\omega_i] = 10^{-3}\text{с}^{-1}$, $[p_i] = 10^{-1}\text{Г}^{-1/2}\text{см}^{1/2}\text{с}^{-1}$, $[h_i^\circ] = 10^{-5}\text{Г}^{1/2}\text{см}^{-1/2}\text{с}^{-1} = 10^{-5}\text{Э}$. Размерности p_i и h_i° указаны в системе физических величин СГСМ.

Переменные Q_i зависимы — они связаны условием нормировки кватерниона \mathbf{Q} . Если это условие выполнено в начальный момент времени, то в силу свойств кинематических уравнений в системе (1) оно будет выполняться тождественно. Следовательно, достаточно обеспечить условие нормировки только в начальный момент.

Величины λ , μ , p_i , γ , α и β считаются неизменными на каждом интервале обработки данных измерений (см. ниже), но их значения определяются в результате этой обработки наряду с неизвестными начальными условиями движения спутника. Иными словами, перечисленные величины являются параметрами согласования.

3. Тестирование магнитных измерений. На борту спутника находились два трехкомпонентных магнитометра, которые будем называть магнитометр 1 и магнитометр 2. Измерения проводились на отрезках полета длиной до 6 часов. Оцифровка показаний магнитометров выполнялась в единые моменты времени. Шаг измерений по времени менялся регулярным образом: пять шагов подряд имели длину 5 с, шестой шаг — 10 с, затем шли пять шагов с длиной 5 с, шестой имел длину 10 с и. т. д. Компоненты измеряемых векторов напряженности магнитного поля выдавались в собственных системах координат магнитометров. Обе эти системы — левые декартовы. Чтобы перейти к правым системам, направления осей 2 обеих систем были изменены на противоположные (у данных измерений компонент поля вдоль осей 2 менялся знак). Измененная таким образом система координат магнитометра 2 служила приборной системой $Oy_1y_2y_3$.

Тестирование измерений магнитометров выполнялось двумя способами. *Первый способ* основан на следующих предположениях: 1) магнитометры измеряют одно и то же переменное поле, 2) постоянные составляющие поля в точках расположения магнитометров, вообще говоря, различны (или измерения магнитометров могут содержать постоянные смещения). В случае точной реализации этих предположений измерения магнитометра 2, пересчитанные в систему координат магнитометра 1, отличались бы от измерений последнего на постоянный вектор смещения. Из-за разного рода ошибок точного постоянства вектора смещения достичь невозможно, однако его вариации во времени должны быть малыми. Согласующие параметры — матрица перехода между системами координат магнитометров и постоянный вектор смещения — определялись методом наименьших квадратов. Методика определения этих параметров описана в [2] и состоит в следующем.

Результаты измерений обоих магнитометров, полученные на некотором интервале времени, обозначим

$$t_n, g_1^{(n)}, g_2^{(n)}, g_3^{(n)}, h_1^{(n)}, h_2^{(n)}, h_3^{(n)} \quad (n = 1, 2, \dots, N). \quad (3)$$

Здесь $g_i^{(n)}$ и $h_i^{(n)}$ — результаты измерений i -ых компонент магнитного поля магнитометрами 1 и 2 в их собственных системах координат в момент времени t_n . С высокой точностью должны выполняться соотношения

$$g_i^{(n)} = d_i + \sum_{j=1}^3 c_{ij} h_j^{(n)} \quad (i = 1, 2, 3; n = 1, 2, \dots, N), \quad (4)$$

где d_i — компоненты постоянного вектора смещения в системе координат магнитометра 1, c_{ij} — элементы матрицы перехода C от системы координат магнитометра 2 к системе координат магнитометра 1. Если на отрезке $t_1 \leq t \leq t_N$ спутник совершал сложное вращательное движение, то для

отыскания матрицы C и смещений d_i удобно воспользоваться методом наименьших квадратов. Применение этого метода означает принятие следующей гипотезы: ошибки в соотношениях (4) некоррелированы, имеют нулевые математические ожидания и одинаковые дисперсии.

Следуя методу наименьших квадратов, ищем минимум выражения

$$Z = \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^3 \left[g_i^{(n)} - \hat{g}_i^{(n)} \right]^2, \quad \hat{g}_i^{(n)} = d_i + \sum_{j=1}^3 c_{ij} h_j^{(n)}$$

по величинам d_i и c_{ij} при условии, что матрица C ортогональна и имеет положительный определитель. Эта задача решается с помощью стандартных процедур вычислительной линейной алгебры. Обозначим ее решение $d^\circ = (d_1^\circ, d_2^\circ, d_3^\circ)^T$, C° . В линейном приближении окрестность решения параметризуется независимыми параметрами ξ_i и θ_i ($i = 1, 2, 3$): $d_i = d_i^\circ + \xi_i$, $C = E_\theta C^\circ$, где

$$E_\theta = \begin{vmatrix} 1 & -\theta_3 & \theta_2 \\ \theta_3 & 1 & -\theta_1 \\ -\theta_2 & \theta_1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Величины θ_i представляют собой компоненты вектора бесконечно малого поворота системы координат магнитометра 1 относительно ее номинального положения, задаваемого матрицей C° . Эти компоненты относятся к системе координат магнитометра 1. Согласно методу наименьших квадратов параметры ξ_i и θ_i образуют случайный вектор $\eta \in R^6$ с математическим ожиданием, равным нулю. Ковариационная матрица K_η этого вектора выражается через матрицу P системы нормальных уравнений, получающейся линеаризацией исходной задачи по η в точке минимума Z , и значение Z_{\min} :

$$K_\eta = \sigma_0^2 P^{-1}, \quad \sigma_0 = \sqrt{\frac{Z_{\min}}{3N - 6}}.$$

Здесь σ_0 — стандартное отклонение ошибок в соотношениях (4). Стандартные отклонения величин ξ_i и θ_i — квадратные корни из соответствующих диагональных элементов матрицы K_η — обозначим σ_{di} и $\sigma_{\theta i}$.

Таблица 1. Интервалы магнитных измерений

№ инт.	Дата май 2013	t_1 (ДМВ, ч:мин:с)	N	$t_N - t_1$ (мин)
1	16	20 : 25 : 29	2098	214.4
2	24	17 : 47 : 06	3049	352.9
3	27	17 : 53 : 36	2671	341.2
4	29	16 : 24 : 34	2946	342.2

Сопоставление данных измерений магнитометров описанным методом было выполнено на четырех интервалах времени. Параметры t_1 , N и $t_N - t_1$ этих интервалов указаны в табл. 1. Ниже приводится решение описанной задачи для каждого интервала

$$\text{инт. 1 : } d^\circ = \begin{vmatrix} -3078\gamma \\ 1733\gamma \\ 6298\gamma \end{vmatrix}, \quad C^\circ = \begin{vmatrix} -0.001203 & -0.998957 & 0.045653 \\ -0.999768 & 0.000218 & -0.021555 \\ 0.021523 & -0.045668 & -0.998725 \end{vmatrix},$$

$$\text{инт. 2 : } d^\circ = \begin{vmatrix} -2756\gamma \\ 1485\gamma \\ 6330\gamma \end{vmatrix}, \quad C^\circ = \begin{vmatrix} 0.039578 & -0.998630 & 0.034224 \\ -0.999215 & -0.039504 & 0.002840 \\ -0.001484 & -0.034309 & -0.999410 \end{vmatrix},$$

$$\text{инт. 3 : } d^\circ = \begin{vmatrix} -2960\gamma \\ 956\gamma \\ 5697\gamma \end{vmatrix}, \quad C^\circ = \begin{vmatrix} 0.034880 & -0.998359 & 0.045420 \\ -0.999370 & -0.034542 & 0.008207 \\ -0.006625 & -0.045677 & -0.998934 \end{vmatrix},$$

$$\text{инт. 4 : } d^\circ = \begin{vmatrix} -1877\gamma \\ 1377\gamma \\ 5887\gamma \end{vmatrix}, \quad C^\circ = \begin{vmatrix} 0.021972 & -0.998751 & 0.044883 \\ -0.999735 & -0.022261 & -0.005944 \\ 0.006936 & -0.044741 & -0.998975 \end{vmatrix}.$$

Оценки точности этих решений приведены в табл. 2.

Наглядное представление о полученных решениях дают рис. 1 – 4. На рис. 1а, ... 4а в каждой системе координат изображены две ломаные. Звенья одной из них последовательно соединяют точки $(t_n, g_i^{(n)})$, другая проходит через точки $(t_n, \hat{g}_i^{(n)})$, $n = 1, 2, \dots, N$. На вид эти ломаные очень близки. Чтобы наглядно показать их различие, на рис. 1б, ... 4б маркерам указаны точки $(t_n, g_i^{(n)} - \hat{g}_i^{(n)})$. Анализ последних рисунков показывает, что различие между показаниями магнитометров достаточно велико.

Таблица 2. Стандартные отклонения параметров согласования показаний магнитометров

№ инт.	σ_0 ,	σ_{d1} ,	σ_{d2} ,	σ_{d3} ,	$\sigma_{\theta 1}$,	$\sigma_{\theta 2}$,	$\sigma_{\theta 3}$
	γ				град.		
1	2404	57	57	53	0.11	0.11	0.11
2	1944	43	41	36	0.071	0.081	0.070
3	1884	44	44	37	0.079	0.079	0.081
4	2383	45	45	44	0.090	0.085	0.088

Второй способ основан на предположении, что магнитометры должны измерять в основном МПЗ. С учетом большого числа электрических цепей на борту спутника это предположение выглядит несколько наивным, однако, опыт магнитных измерений на трех последних *Фотонах* [3 — 5] и *Бионе М-1* [6] позволял надеяться, что оно окажется адекватным. Этот способ состоял в сравнении модуля напряженности измеренного поля с модулем напряженности МПЗ, рассчитанной с помощью модели IGRF. Сравнение модулей не требует знания ориентации магнитометра; надо знать только орбитальное движение спутника. Такой подход позволяет проверить данные измерений каждого магнитометра, используя минимальную дополнительную информацию. В случае достаточно точных данных в рамках второго способа можно уточнить их временную привязку и постоянную систематическую ошибку (смещение нуля). Как оказалось, привязка ко времени данных магнитных измерений на *Аисте* была достаточно точной, тем не менее, небольшой временной сдвиг повышал качество их согласования с МПЗ. Этот сдвиг, обозначим его τ , прибавлялся ко времени привязки измерения и принимался постоянным на всем временном интервале сравнения. Постоянную систематическую ошибку в измерениях компоненты поля вдоль оси магнитометра с номером i обозначим Δ_i ($i = 1, 2, 3$). Эти величины вычитались из соответствующих измерений и также принимались постоянными на интервале сравнения. Значения величин τ и Δ_i определялись методом наименьших квадратов из условия наилучшего совпадения на этом интервале модулей измеренного и расчетного векторов напряженности [3 — 5].

Детали методики и результаты тестирования опишем на примере измерений магнитометра 2. Измерения магнитометра 1 при таком тестировании оказались существенно хуже и в дальнейшей обработке магнитных измерений не использовались. Введем функцию

$$\Psi(\tau, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3) = \sum_{n=1}^N \left\{ \sqrt{\sum_{i=1}^3 [h_i^{(n)} - \Delta_i]^2} - \sqrt{\sum_{i=1}^3 H_i^2(t_n + \tau)} \right\}^2.$$

Положим

$$\Psi_1(\tau) = \min_{\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3} \Psi(\tau, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3).$$

Функция $\Psi_1(\tau)$ вычислялась на равномерной сетке с шагом 1 с. Минимизация Ψ по Δ_i на каждом шаге выполнялась методом Гаусса-Ньютона [7]. Значение τ^* , доставляющее минимум функции Ψ_1 на этой сетке, принималось в качестве сдвига, а соответствующие экстремальные значения Δ_i служили оценками смещений.

Стандартное отклонение σ_H ошибок согласования измеренных и расчетных модулей напряженности МПЗ и стандартное отклонение σ_τ сдвига τ^* рассчитывались в рамках метода наименьших квадратов по формулам

$$\sigma_H^2 = \frac{\Psi_1(\tau^*)}{N-4}, \quad \sigma_\tau^2 = 2\sigma_H^2 \left[\frac{\partial^2 \Psi_1(\tau^*)}{\partial \tau^2} \right]^{-1}.$$

Вторая производная здесь вычислялась по сеточным значениям Ψ_1 разностным способом. Стандартные отклонения оценок смещений находились из решения задачи наименьших квадратов с функционалом $\Psi(\tau^*, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3)$, где $\tau = \tau^*$ фиксировано. Такие стандартные отклонения несколько занижены, но это занижение весьма мало. Найденные оценки приведены в табл. 3, рядом с ними в скобках указаны их стандартные отклонения. После того, как оценка τ получена, величины t_n в (3) заменяются величинами $t_n + \tau$, которые используются в дальнейшей обработке. Однако для удобства в подписях к рисункам указывается нескорректированное время.

Обозначим

$$h_{\text{calc}}(t) = \sqrt{H_1^2(t) + H_2^2(t) + H_3^2(t)} \quad (t_1 \leq t \leq t_N),$$

$$h_{\text{mes},n} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 [h_i^{(n)} - \Delta_i]^2}, \quad \Delta h_n = h_{\text{mes},n} - h_{\text{calc}}(t_n) \quad (n = 1, 2, \dots, N).$$

В верхней части рис. 1в, ... 4в приведены графики функции $h_{\text{calc}}(t)$ и ломаные, проходящие через точки $(t_n, h_{\text{mes},n})$. Графики функции $h_{\text{calc}}(t)$ выглядят более плавными, ломаные отмечены маркерами. В нижней части рис. 1в, ... 4в маркерами указаны точки $(t_n, \Delta h_n)$. Полученное согласие примерно такое же, как в случае магнитных измерений на *Фотоне М-2* и *Бионе М-1*.

Таблица 3. Сравнение модуля показаний магнитометра 2 с моделью IGRF

№ инт.	$\sigma_H(\gamma)$	τ (с)	$\Delta_1(\gamma)$	$\Delta_2(\gamma)$	$\Delta_3(\gamma)$
1	817	-4 (1.4)	-151 (31)	1736 (31)	6174 (36)
2	942	6 (1.5)	-121 (27)	1991 (35)	6186 (30)
3	956	9 (1.7)	-643 (35)	1694 (33)	5556 (30)
4	1047	-4 (1.6)	-174 (35)	1528 (33)	5656 (33)

4. Методика определения движения спутника по данным магнитных измерений. Следуя методу наименьших квадратов, аппроксимацией фактического движения спутника на отрезке $t_1 \leq t \leq t_N$ будем считать решение системы (1), доставляющее минимум функционалу

$$\Phi = \sum_{i=1}^3 \left\{ \sum_{n=1}^N [h_i^{(n)} - \hat{h}_i(t_n)]^2 - N\Delta_i^2 \right\}, \quad (5)$$

$$\Delta_i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left[h_i^{(n)} - \hat{h}_i(t_n) \right], \quad \hat{h}_i(t) = \sum_{j=1}^3 a_{ij} h_j^{\circ}(t).$$

Здесь функции $h_i^{\circ}(t)$ определены соотношениями (2), Δ_i — оценки постоянных смещений в измерениях.

Функционал (5) получен в результате преобразования стандартного функционала метода наименьших квадратов, возникающего при уравнивании соотношений $h_i^{(n)} \approx \hat{h}_i(t_n) + \Delta_i$ ($i = 1, 2, 3; n = 1, 2, \dots, N$) (ср. [3]). Минимизация Φ проводится по начальным условиям решения $\omega_i(t_1)$, $Q_j(t_1)$ ($j = 0, 1, 2, 3$) и параметрам математической модели p_i , λ , μ , γ , α , β . При этом учитывается условие нормировки

$$Q_0^2(t_1) + Q_1^2(t_1) + Q_2^2(t_1) + Q_3^2(t_1) = 1. \quad (6)$$

Для простоты письма все уточняемые величины объединим в один вектор $z \in R^{15}$. В принятых обозначениях $\Phi = \Phi(z)$, $z_* = \operatorname{argmin} \Phi(z)$ — искомая оценка вектора z . Минимизация $\Phi(z)$ выполнялась в несколько этапов разными методами. Ее описание начнем с заключительного этапа, на котором применялся метод Гаусса — Ньютона [7].

На каждой итерации этого метода поправки $\Delta Q_j(t_1)$ к имеющимся значениям $Q_j(t_1)$ ищутся в виде (ср. кинематические уравнения системы (1))

$$\Delta Q_0(t_1) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 Q_i(t_1) \theta_i, \quad (7)$$

$$\Delta Q_i(t_1) = \frac{1}{2} \left[Q_0(t_1) \theta_i + \sum_{j,k=1}^3 e_{ijk} Q_j(t_1) \theta_k \right] \quad (i = 1, 2, 3).$$

Параметры θ_i суть компоненты вектора бесконечно малого поворота, задающего изменение ориентации спутника в окрестности положения $\mathbf{Q}(t_1)$. Эти параметры и поправки $\Delta \omega_i(t_1)$, Δp_i и др. находятся из системы нормальных уравнений с матрицей $\| C_{ij} \|_{i,j=1}^{14}$ и правой частью $\| D_i \|_{i=1}^{14}$:

$$C_{ij} = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \hat{h}_k(t_n)}{\partial P_i} \frac{\partial \hat{h}_k(t_n)}{\partial P_j} - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^3 B_{ki} B_{kj},$$

$$D_i = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^3 [h_k^{(n)} - \hat{h}_k(t_n)] \frac{\partial \hat{h}_k(t_n)}{\partial P_i} - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^3 \Delta_k B_{ki},$$

$$\frac{\partial \hat{h}_k(t)}{\partial P_i} = \sum_{l,m=1}^3 e_{klm} \hat{h}_l(t) \frac{\partial \hat{\varphi}_m(t)}{\partial P_i}, \quad B_{ki} = \sum_{n=1}^N A_{ki}(t_n)$$

$$(k = 1, 2, 3; \quad i, j = 1, 2, \dots, 14).$$

Здесь P_1, P_2, \dots, P_{14} — обозначения величин $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \omega_1(t_1), \omega_2(t_1), \omega_3(t_1), p_1, p_2, p_3, \lambda, \mu, \gamma, \alpha$ и β в указанном порядке, $\partial\hat{\varphi}_m(t)/\partial P_i$ — псевдопроизводные, служащие для представления истинных производных $\partial\hat{h}_k/\partial P_i$. Псевдопроизводная — это не частная производная некоторой функции по какому-то параметру. Запись ее в виде частной производной используется лишь для удобства. Такую запись следует воспринимать как единый символ с двумя индексами. Псевдопроизводная — это вектор, являющийся аналогом угловой скорости. В кинематике твердого тела угловая скорость служит для расчета производных по времени, а псевдопроизводная — для расчета производных по параметру. В обозначении $\partial\hat{\varphi}_m/\partial P_j$ индекс m указывает векторную компоненту, индекс j — номер параметра, по которому выполняется дифференцирование. Приведем формулы для расчета псевдопроизводных в системе нормальных уравнений и расчета некоторых настоящих производных

$$\frac{\partial\hat{\varphi}_i(t)}{\partial P_j} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} \frac{\partial\varphi_k(t)}{\partial P_j}, \quad \left\| \frac{\partial\hat{\varphi}_i}{\partial P_s} \right\| = - \left\| \begin{array}{ccc} a_{11} & 0 & \sin \alpha \\ a_{21} & 1 & 0 \\ a_{31} & 0 & \cos \alpha \end{array} \right\|$$

$$(i = 1, 2, 3; \quad j = 1, \dots, 11; \quad s = 12, 13, 14),$$

при этом (ср. выписанные выражения для $\partial Q_i/\partial P_j$ с кинематическими уравнениями в (1) и формулами (7))

$$\frac{\partial Q_0(t)}{\partial P_j} = -\frac{1}{2} \sum_{l=1}^3 Q_l(t) \frac{\partial\varphi_l(t)}{\partial P_j},$$

$$\frac{\partial Q_i(t)}{\partial P_j} = \frac{1}{2} \left[Q_0(t) \frac{\partial\varphi_i(t)}{\partial P_j} + \sum_{l,m=1}^3 e_{ilm} Q_l(t) \frac{\partial\varphi_m(t)}{\partial P_j} \right],$$

$$\frac{\partial b_{ik}(t)}{\partial P_j} = \sum_{l,m=1}^3 e_{klm} b_{il}(t) \frac{\partial\varphi_m(t)}{\partial P_j}, \quad \frac{\partial a_{ik}}{\partial P_s} = \sum_{l,m=1}^3 e_{ilm} a_{lk} \frac{\partial\hat{\varphi}_m}{\partial P_s},$$

$$(i, k = 1, 2, 3; \quad j = 1, \dots, 11; \quad s = 12, 13, 14).$$

Значения псевдопроизводных $\partial\varphi_k(t)/\partial P_j$ определяются в процессе интегрирования уравнений

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial\varphi_i}{\partial P_j} = \sum_{k,l=1}^3 e_{ikl} \frac{\partial\varphi_k}{\partial P_j} \omega_l + \frac{\partial\omega_i}{\partial P_j} \quad (i = 1, 2, 3; \quad j = 1, \dots, 11)$$

совместно с уравнениями (1) и уравнениями в вариациях для $\partial\omega_i/\partial P_j$. Последние получаются дифференцированием по P_j первых трех уравнений (1),

причем производные $\partial Q_i/\partial P_j$ выражаются через $\partial\varphi_i/\partial P_j$ с помощью приведенных выше формул. Ненулевые начальные условия для $\partial\varphi_i/\partial P_j$ и $\partial\omega_i/\partial P_j$ имеют вид

$$\left. \frac{\partial\varphi_i}{\partial\theta_i} \right|_{t=t_1} = \left. \frac{\partial\omega_i}{\partial\omega_i(t_1)} \right|_{t=t_1} = 1 \quad (i = 1, 2, 3).$$

Прибавление найденных поправок $\Delta Q_j(t_1)$ к имеющимся значениям $Q_j(t_1)$ нарушает условие (7), поэтому новый кватернион ориентации нормируется. Внесенные нормировкой изменения уточненных компонент кватерниона являются величинами второго порядка относительно $\Delta Q_j(t_1)$.

Интегрирование уравнений (1) и указанных выше уравнений в вариациях выполняется одним из методов Дормана – Принса 8-го порядка. Это — метод типа Рунге – Кутты, реализованный в стандартной процедуре DOP853 [8]. Метод и программа позволяют строить полином, интерполирующий вычисляемое решение внутри шага интегрирования. Этот полином используется для вычисления функционала (5), матрицы $\|C_{ij}\|$ и правой части $\|D_i\|$ системы нормальных уравнений. При этом интегрирование уравнений движения и уравнений в вариациях выполняется с оптимальным достаточно большим шагом, величина которого выбирается по критерию локальной точности интегрирования. Наличие интерполяционного полинома и возросшее быстродействие персональных компьютеров позволили осуществлять совместную обработку всех собранных данных измерений, не проводя их предварительную обработку. Это — одно из отличий описываемой методики от методик, использованных в [3 – 5]. Другое отличие заключается в использовании компонент кватерниона \mathbf{Q} в качестве кинематических переменных уравнений движения спутника и в способе уточнения начальных условий этих переменных при реализации метода Гаусса — Ньютона. В [3 – 5] кинематическими переменными служили элементы первых двух строк матрицы перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к гринвичской системе координат, начальные условия которых параметризовались тремя углами аналогично тому, как величины a_{ij} параметризуются углами γ , α и β .

Вернемся к описанию методики. Точность аппроксимации измерений и оценки z_* будем характеризовать, следуя методу наименьших квадратов, соответствующими стандартными отклонениями. Последние вычисляются в предположении, что ошибки в измерениях некоррелированы и имеют одинаковые дисперсии, средние значения ошибок в измерениях одной и той же векторной компоненты напряженности МПЗ равны. Такой подход выбран из соображений удобства и вида функционала (5). При сделанных допущениях z_* — случайный вектор, который имеет приблизительно нормальное распределение со средним значением, равным истинному значению z . Вследствие условия (6) это распределение — несобственное, т. е. имеет вырожденную ковариационную матрицу. Чтобы избежать вырождения и сделать харак-

теризацию ошибок более наглядной, ошибки $\Delta Q_j(t_1)$ в задании компонент $Q_j(t_1)$ вектора z_* представим в виде (7), где теперь θ_i образуют случайный вектор бесконечно малого поворота. Величины θ_i имеют нулевые математические ожидания и вместе с ошибками остальных компонент z_* описываются ковариационной матрицей

$$K_z = \sigma^2 C^{-1} = \| K_{ij} \|_{i,j=1}^{14}, \quad \sigma^2 = \frac{\Phi(z_*)}{3N - 14}.$$

Здесь σ^2 — оценка дисперсии ошибок в измерениях (3), C — матрица $\| C_{ij} \|$, вычисленная в точке z_* . Точность аппроксимации измерений будем характеризовать стандартным отклонением σ , точность оценки z_* — стандартными отклонениями $\sqrt{K_{ii}}$ ($i = 1, 2, \dots, 14$). Стандартные отклонения величин θ_i , $\omega_i(t_1)$ и p_i обозначим σ_{θ_i} , σ_{ω_i} и σ_{p_i} .

Чтобы обеспечить надежную сходимость описанного процесса, надо иметь достаточно точное начальное приближение точки минимума функции $\Phi(z)$ и предусмотреть возможность регуляризации процесса минимизации. Регуляризация сводилась к предварительному использованию метода Левенберга — Марквардта [7] перед переходом к методу Гаусса — Ньютона. В большинстве случаев метод Левенберга — Марквардта плавно трансформировался в метод Гаусса — Ньютона, но иногда после окончания его работы метод Гаусса — Ньютона расходился. В таком случае в качестве окончательного результата использовался результат метода Левенберга — Марквардта. Даже такой результат обеспечивал требуемую точность реконструкции движения спутника.

Поиск начального приближения точки минимума выполнялся в несколько этапов. На самом первом этапе минимизировался так называемый укороченный функционал. Он задавался теми же формулами (5), но при уменьшенном в несколько раз значении N и специальном выборе параметров уравнений (1) и начальных условий движения. Сокращенный отрезок данных имел длину 15 — 30 мин. В уравнениях движения принималось $p_1 = p_2 = p_3 = \lambda = \mu = \gamma = \alpha = \beta = 0$. Начальные условия для кватерниона задавались в виде

$$Q_0(t_1) = \sqrt{\frac{S}{2}} \cos \phi,$$

$$Q_i(t_1) = \frac{1}{\sqrt{2S}} \left[(a_i + b_i) \sin \phi + \left(\sum_{k,j=1}^3 e_{ijk} a_k b_j \right) \cos \phi \right],$$

$$a_i = h_i^{(1)} \left(\sum_{j=1}^3 [h_j^{(1)}]^2 \right)^{-1/2}, \quad b_i = H_i(t_1) \left(\sum_{j=1}^3 H_j^2(t_1) \right)^{-1/2} \quad (i = 1, 2, 3),$$

$$S = 1 + a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3.$$

Здесь ϕ — параметр. Выписанные соотношения получены при следующих предположениях. Орт \mathbf{e} , имеющий в системах координат $Ox_1x_2x_3$ и $CY_1Y_2Y_3$ компоненты a_i и b_i соответственно, в этих системах фиксирован. В системе $CY_1Y_2Y_3$ он направлен по расчетному вектору напряженности МПЗ, а в системе $Ox_1x_2x_3$ — по измеренному вектору. Поворот спутника вокруг этого орта может быть произвольным и задается углом ϕ . Укороченный функционал рассматривался в функции четырех параметров: ϕ и $\omega_i(t_1)$ ($i = 1, 2, 3$). Для его минимизации последовательно применяются случайный перебор в параллелепипеде $\{0 \leq \phi \leq 2\pi, \omega'_i \leq \omega_i(t_1) \leq \omega''_i\}$ (ω'_i и ω''_i заданы), случайный поиск и метод Левенберга — Марквардта.

Затем на несколько более продолжительном отрезке времени функционал (5) минимизировался по 10 величинам — начальным условиям уравнений (1) и параметрам p_i . При этом в уравнениях (1) и функционале (5) полагалось $\lambda = \mu = \gamma = \alpha = \beta = 0$ (тензор инерции спутника априори не был известен; считалось, что он близок к шаровому). Затем в число уточняемых параметров включались λ и μ , но в (5) по-прежнему оставалось $\gamma = \alpha = \beta = 0$; отрезок $[t_1, t_N]$ постепенно удлинялся. Наконец, уточняемыми становились все 14 параметров принятой модели. Окончательная длина отрезка $[t_1, t_N]$ выбиралась такой, чтобы обеспечить не очень большое значение σ и определенную стабильность оценок параметров тензора инерции на всей совокупности обработанных интервалов. На всех перечисленных этапах минимизация выполнялась методами Левенберга — Марквардта и Гаусса — Ньютона.

5. Примеры реконструкции движения *Аиста* приведены на рис. 5 — 20. Реконструкция выполнена на восьми интервалах времени, перечисленных в табл. 4. Первый из этих интервалов совпадает с интервалом 1 из табл. 1, остальные являются подынтервалами ее интервалов 2 — 4. Число в обозначении подынтервала (см. первый столбец табл. 4) указывает номер интервала из табл. 1, которому данный подынтервал принадлежит. Табл. 4 содержит следующие характеристики интервалов реконструкции: t_1 , N , $t_N - t_1$, Δ_i , p_i , σ_{p_i} ($i = 1, 2, 3$), а также оценки параметров тензора инерции спутника и их стандартные отклонения. Углы выражены в радианах, параметры p_i — в единицах, использованных при интегрировании системы (1). Оценки параметров λ , μ , α , p_3 и Δ_3 довольно стабильны. Оценки остальных параметров испытывают более значительные вариации, но лежат в достаточно узких пределах. Следует отметить, что при минимизации функционала (5) априорная информация о параметрах системы (1) не учитывалась. Она неизвестна.

Рисунки иллюстрируют движение спутника. В правых частях рисунков с нечетными номерами (рис. 5а, 7а, ... 19а) изображены графики углов Эйлера ψ , θ и ϕ , описывающих движение системы координат $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $OZ_1Z_2Z_3$. Здесь также приведены графики угла δ между вектором напряженности МПЗ и найденным дипольным моментом спутника. В левых

частях этих рисунков (рис. 5б, 7б, ... 19б) приведены графики угловых скоростей ω_i . Рисунки с четными номерами (рис. 6, 8, ... 20) характеризуют магнитные измерения. В правых частях этих рисунков приведены графики функций $\hat{h}_i(t)$ (см. (5)) и ломаные, звенья которых последовательно соединяют точки $(t_n, h_i^{(n)})$, $n = 1, 2, \dots, N$. Каждая ломаная и график аппроксимирующей ее функции $\hat{h}_i(t)$ изображены в единой системе координат, ломаная отмечена маркерами. Такие ломаная и график почти совпадают, поэтому в правых частях этих рисунков изображены ломаные, проходящие через точки $(t_n, h_i^{(n)} - \hat{h}_i(t_n))$. Как видно из графиков, аппроксимация магнитных измерений получилась вполне приемлемой — хуже, чем в случае *Фотона М-2*, но лучше, чем на *Фотоне-12*. Найденным движениям спутника пока трудно дать содержательную интерпретацию, т. е. связать с каким-либо хорошо известным типом движений. Ясно только, что угловая скорость спутника была невелика.

Последнее обстоятельство объясняется функционированием магнитной системы компенсации возмущений — угловая скорость спутника после отделения от *Биона М-1* была значительной. Эта система включалась дважды. Первое включение имело место 01:14:07 ДМВ 02.05.2013 г. Система работала примерно 7000 с и снизила угловую скорость с 2.5 град./с до значений, приведенных на графиках. Второе включение произошло в то же время 07.05.2013 г. и практически не изменило экстремальные значения угловой скорости спутника.

Представление о точности построенных реконструкций дают стандартные отклонения найденных начальных условий движения. Эти стандартные отклонения лежат в пределах: $\sigma_{\theta_i} = 0.6 \div 2.3^\circ$, $\sigma_{\omega_i} = 0.00002 \div 0.0007$ град./с ($i = 1, 2, 3$). Опыт реконструкции по магнитным измерениям неуправляемого вращательного движения орбитальных станций *Салют-7* и *Мир* показывает, что реальные ошибки реконструкции примерно в два раза выше стандартных отклонений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 14-01-00423).

Таблица 4. Интервалы реконструкции вращательного движения спутника

№ инт.	t_1 (ДМВ)	N	$t_N - t_1$ (мин)	S (g)	D_1 (g)	D_2 (g)	Δ_3 (g)	P_1 $\times 10^7$	S_{p1} $\times 10^8$	P_2 $\times 10^7$	S_{p2} $\times 10^8$	P_3 $\times 10^7$	S_{p3} $\times 10^8$
1	20:25:29	2908	214.4	1420	13	-1321	5741	-1017	19	-432	29	1321	19
2a	17:47:06	850	100.3	1072	328	-2064	5536	-857	124	-414	177	1270	70
2б	19:21:49	994	114.1	1620	835	-1361	5767	-987	133	-546	88	1319	110
2в	20:48:05	1501	171.9	1603	-378	-2345	6435	-1003	63	-765	56	1358	70
3a	17:53:36	1600	208.1	1943	-394	-1396	5563	-918	52	-573	144	1449	23
3б	20:35:30	1462	178.6	1614	-911	-1585	5529	-684	88	-793	97	1344	33
4a	16:24:34	1600	187.6	2400	-308	-769	5642	-1094	72	-360	155	1345	28
4б	19:20:39	1449	166.1	2052	-26	-1382	5196	-889	53	-706	48	13552	44

№ инт.	I	S_I	m	S_m	g	S_g	a	S_a	b	S_b
1	1.226	0.00042	0.306	0.00045	0.024	0.0015	0.160	0.0017	-0.191	0.0020
2a	1.273	0.0068	0.302	0.0035	0.026	0.0072	0.183	0.010	-0.258	0.017
2б	1.254	0.0050	0.330	0.0035	0.003	0.0064	0.152	0.0088	-0.310	0.0080
2в	1.212	0.0015	0.385	0.0017	-0.047	0.0031	0.193	0.0052	-0.368	0.0034
3a	1.223	0.00089	0.321	0.0021	0.029	0.0021	0.183	0.0024	-0.289	0.011
3б	1.258	0.00094	0.280	0.0011	0.068	0.0022	0.262	0.0025	-0.614	0.012
4a	1.223	0.0017	0.271	0.0021	0.017	0.0029	0.176	0.0029	-0.116	0.014
4б	1.323	0.0015	0.406	0.0014	0.137	0.0033	0.254	0.0037	-0.474	0.0030

Литература

- [1] Hoots F.R., Roehrich R.L. Models for propagation of NORAD element sets. Spacetrack report No. 3. 1988.
- [2] Панкратов В.А., Сазонов В.В. Проверка согласованности данных измерений магнитометров, установленных на борту ИСЗ // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2010. № 42.
- [3] Абрашкин В.И., Балакин В.Л., Белоконов И.В., Воронов К.Е., Зайцев А.С., Иванов В.В., Казакова А.Е., Сазонов В.В., Семкин Н.Д. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон-12* и квазистатические микроускорения на его борту // Космические исследования. 2003. Т. 41. № 1. С. 45-56.
- [4] Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е., Казакова А.Е., Пузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Чебуков С.Ю. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон М-2* и квазистатические микроускорения на его борту // Космические исследования. 2007. Т. 45. № 5. С. 450-470.
- [5] Бойзелинк Т., Ван Бавинхов К., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Сазонов В.В. Определение вращательного движения спутника *Фотон М-3* по данным бортовых измерений магнитного поля Земли // Космические исследования. 2010. Т. 48. № 3. С. 252-265.
- [6] Абрашкин В.И., Воронов К.Е., Пияков И.В., Пузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Чебуков С.Ю. Определение движения спутника "Бион М-1" средствами аппаратуры ГРАВИТОН // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2014. № 2.
- [7] Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М., Мир, 1985.
- [8] Hairer E., Norset S.P., Wanner G. Solving ordinary differential equations. I. Nonstiff problems. 1993, Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg.

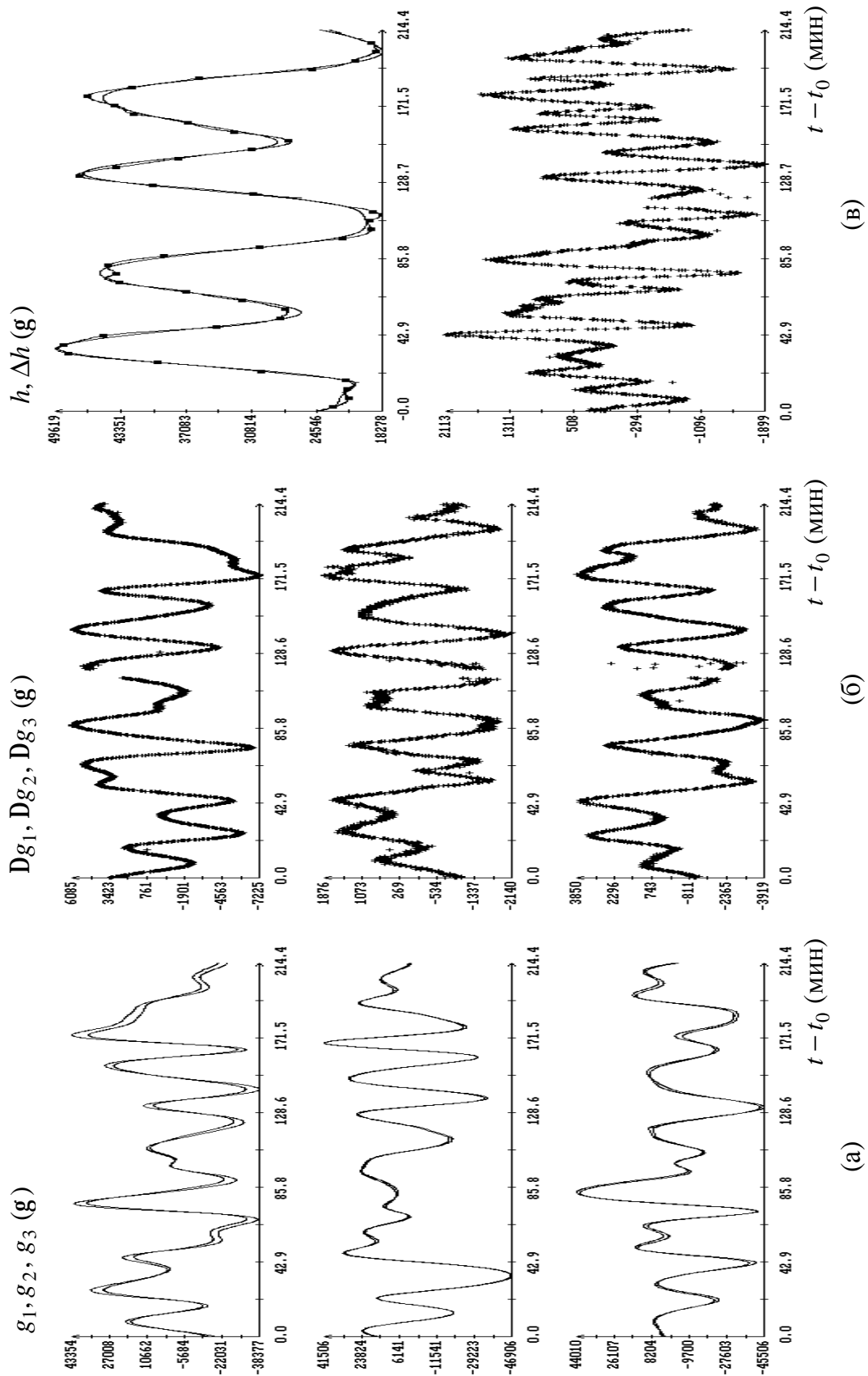


Рис. 1. Интервал 1; (а), (б) – сравнение данных измерений магнитометров 1 и 2; (в) – сравнение модуля измерений магнитометра 2 с модулем напряженности МПЗ (модель IGRF).

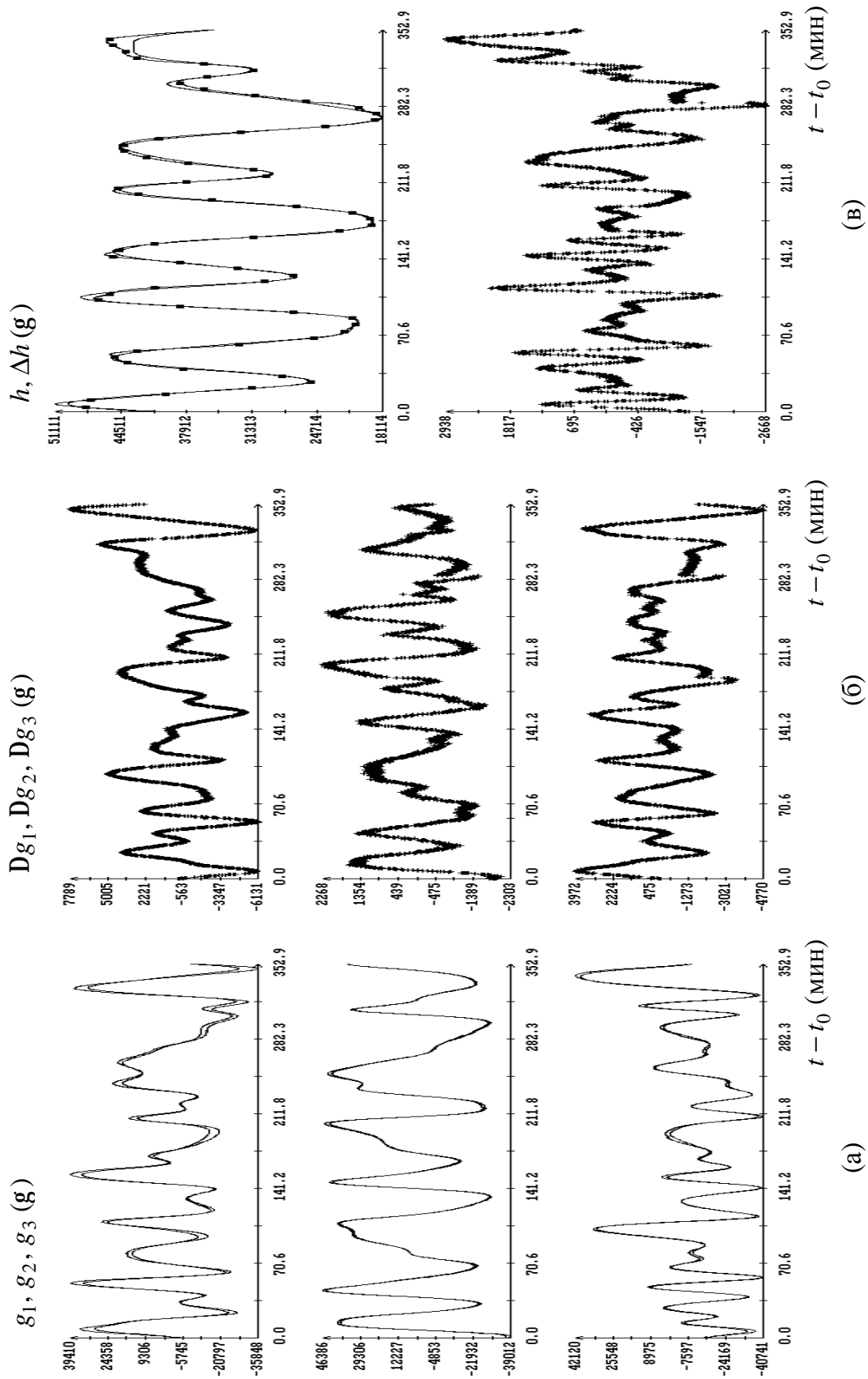


Рис. 2. Интервал 2; (а), (б) – сравнение данных измерений магнитометров 1 и 2; (в) – сравнение модуля измерений магнитометра 2 с модулем напряженности МПЗ (модель IGRF).

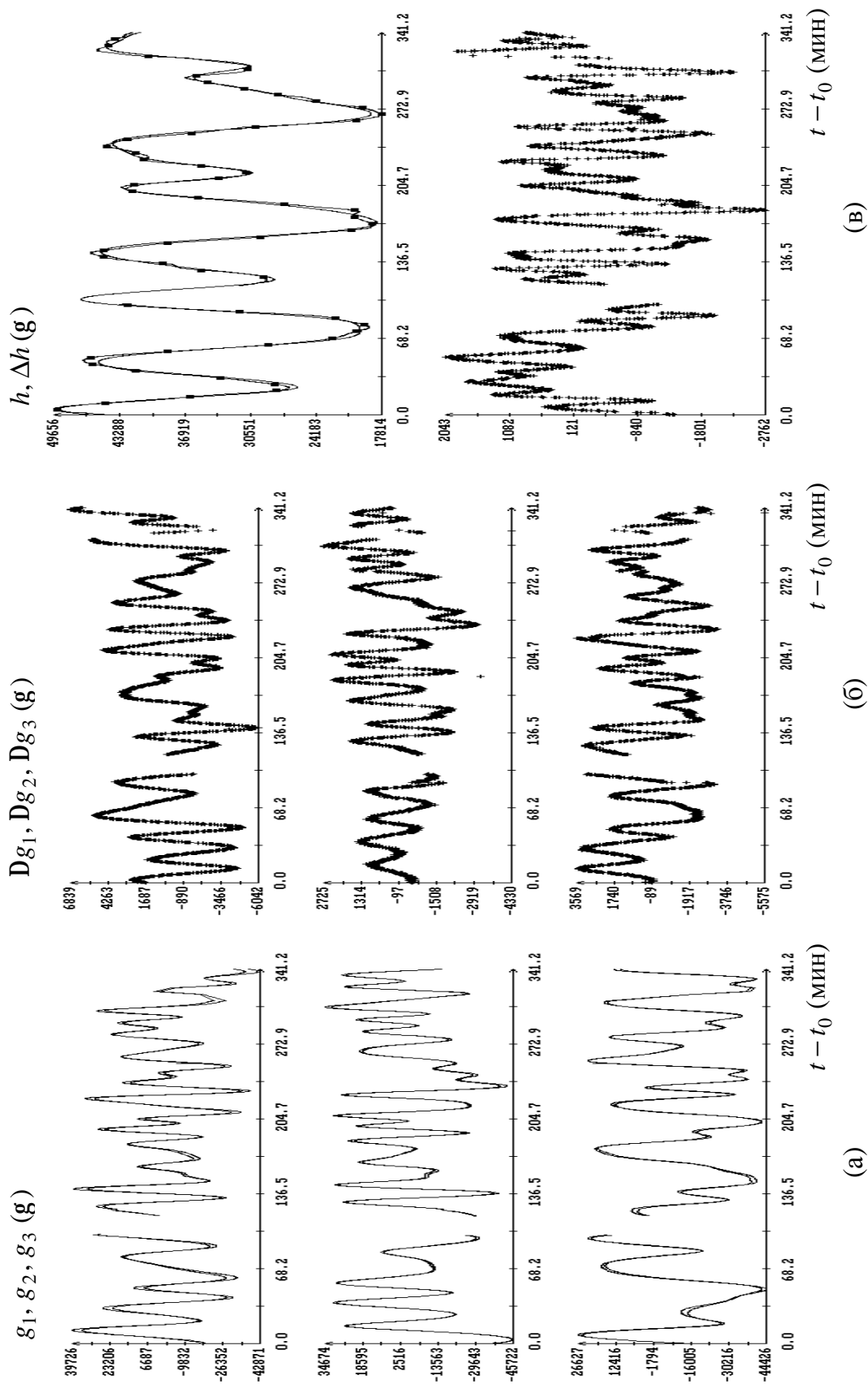


Рис. 3. Интервал 3; (а), (б) – сравнение данных измерений магнитометров 1 и 2; (в) – сравнение модуля измерений магнитометра 2 с модулем напряженности МПЗ (модель IGRF).

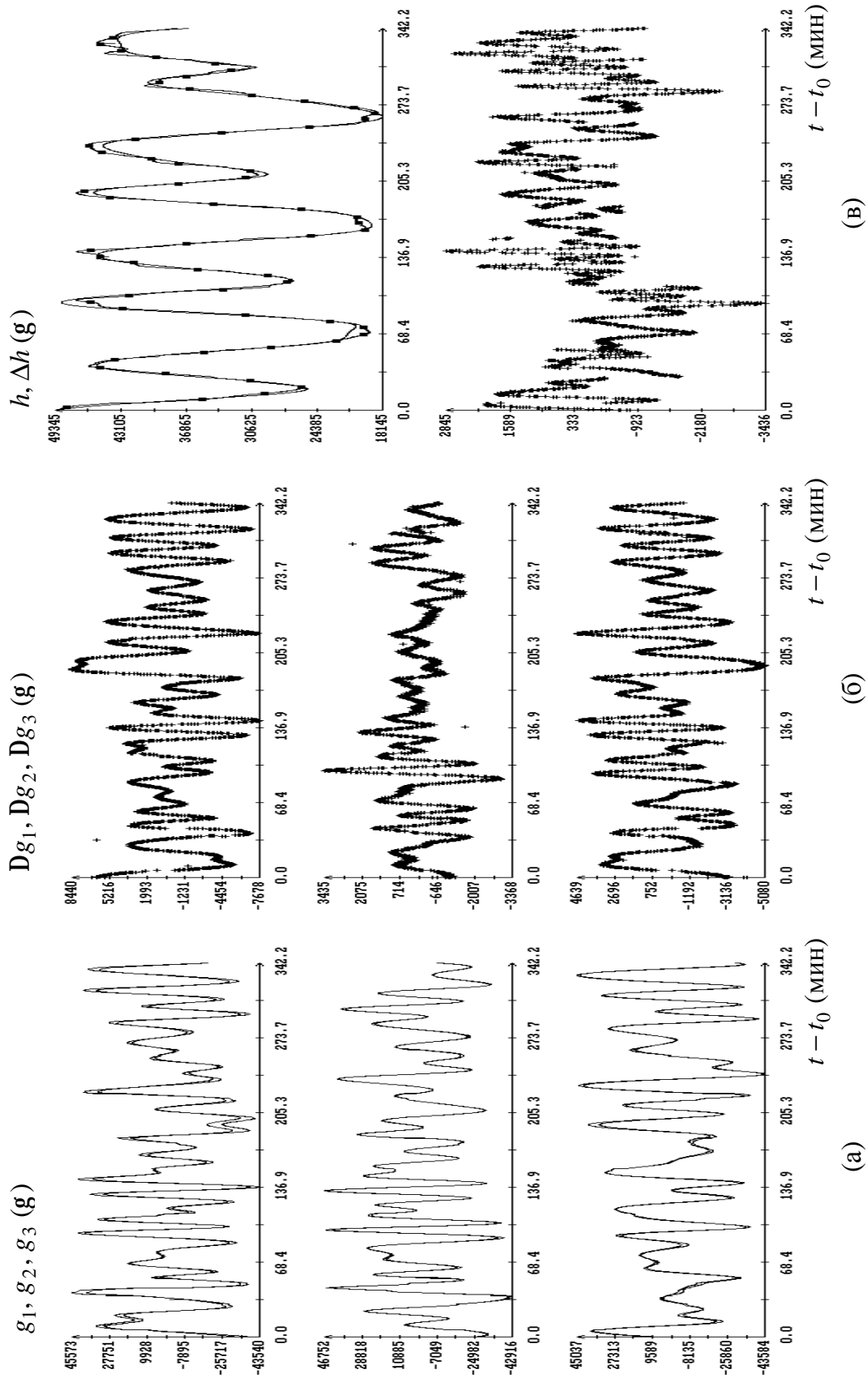


Рис. 4. Интервал 4; (а), (б) – сравнение данных измерений магнитометров 1 и 2; (в) – сравнение модуля измерений магнитометра 2 с модулем напряженности МПЗ (модель IGRF).

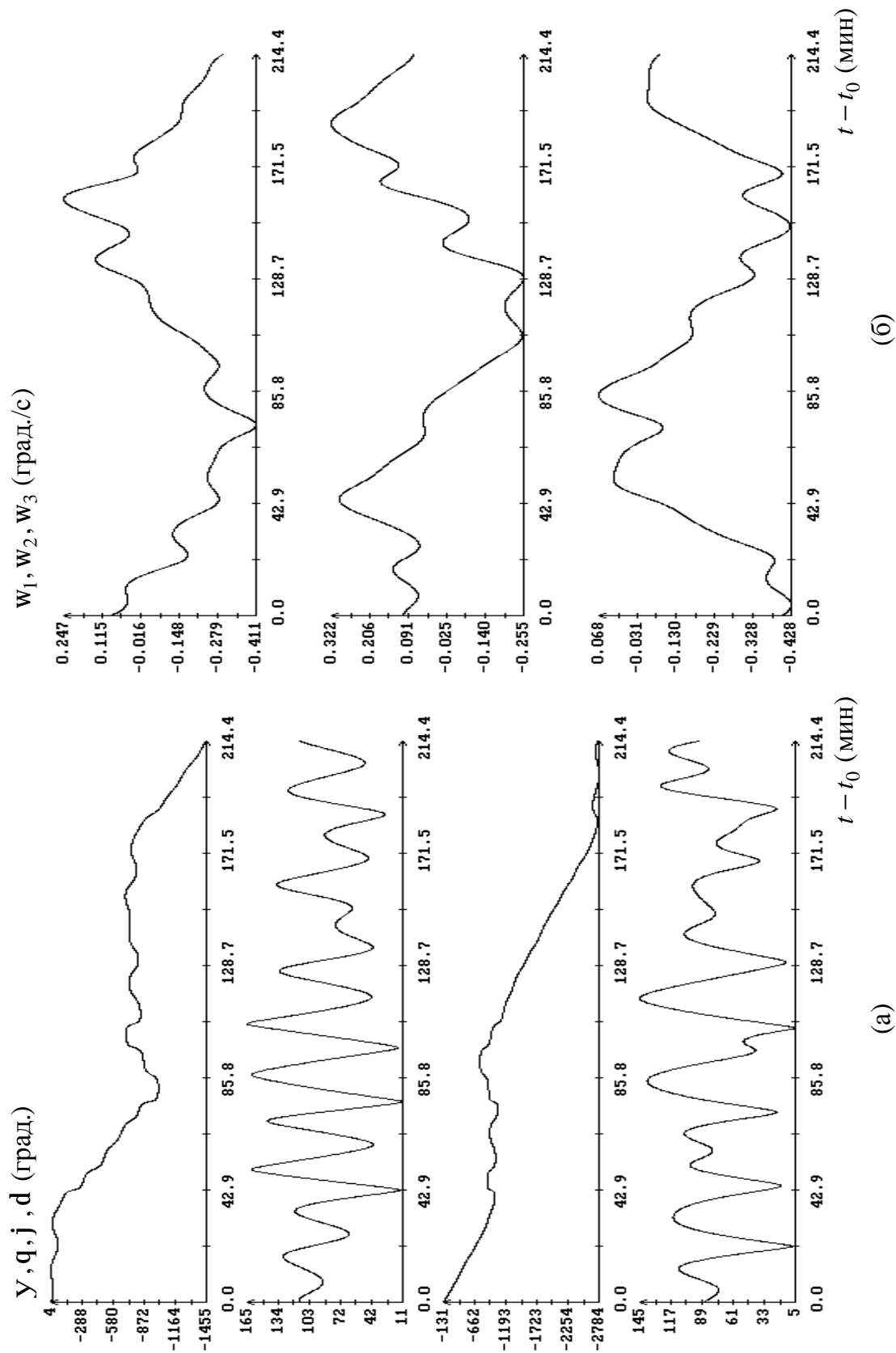


Рис. 5. Интервал 1; вращательное движение спутника.

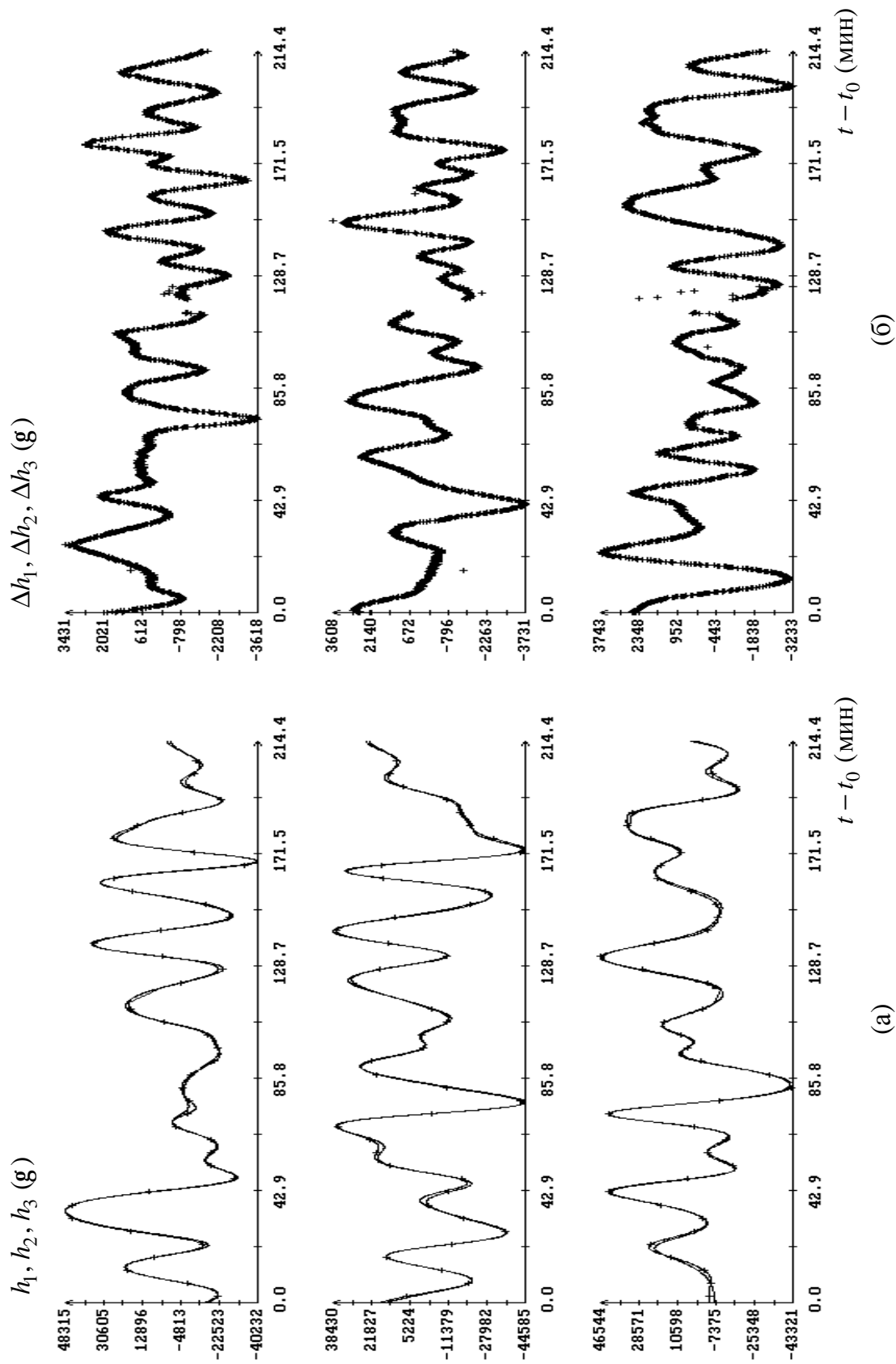


Рис. 6. Интервал 1; сравнение данных измерений магнитометра 2 и напряженности МПЗ (модель IGRF).

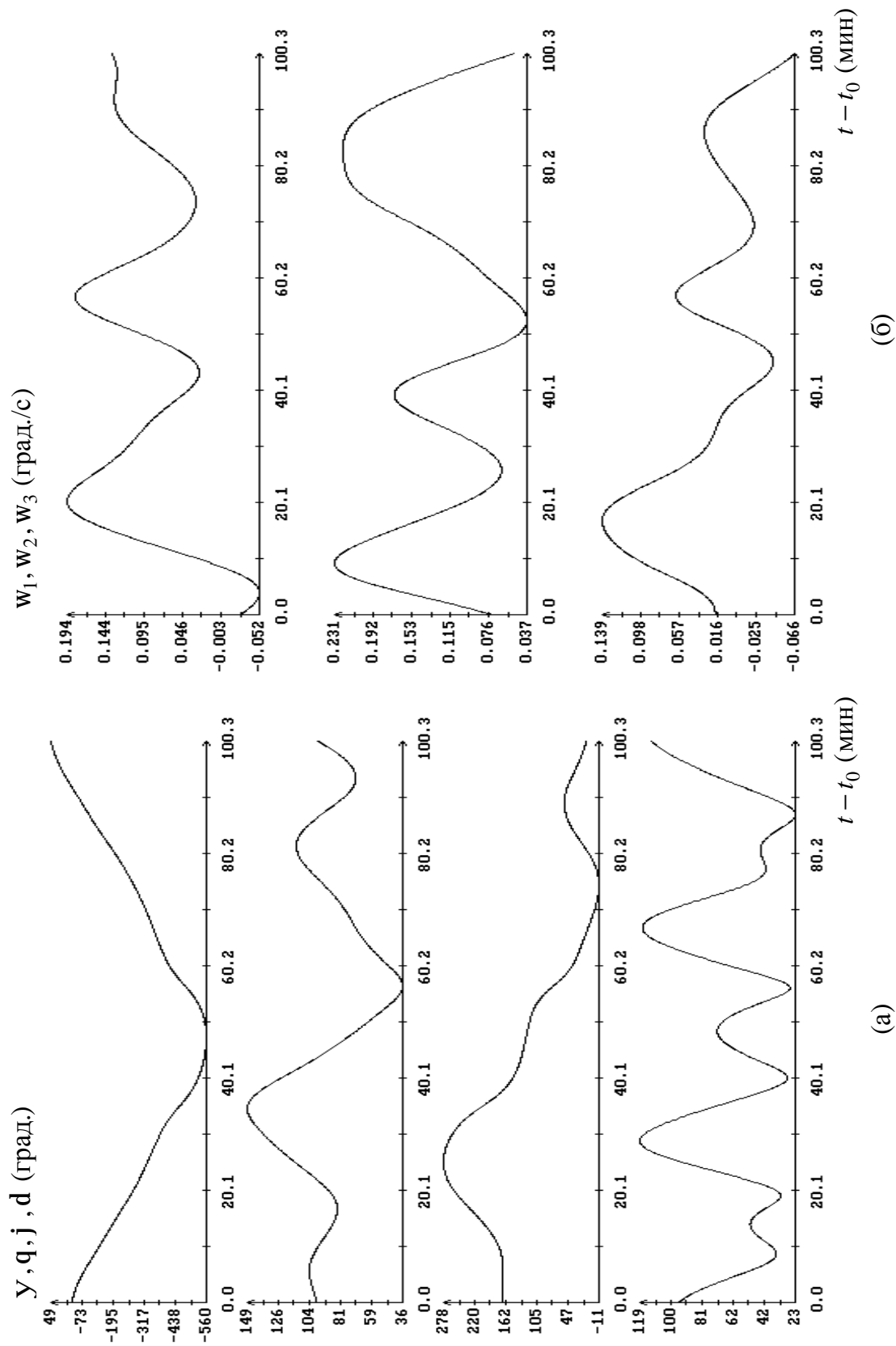


Рис. 7. Интервал 2а; вращательное движение спутника.

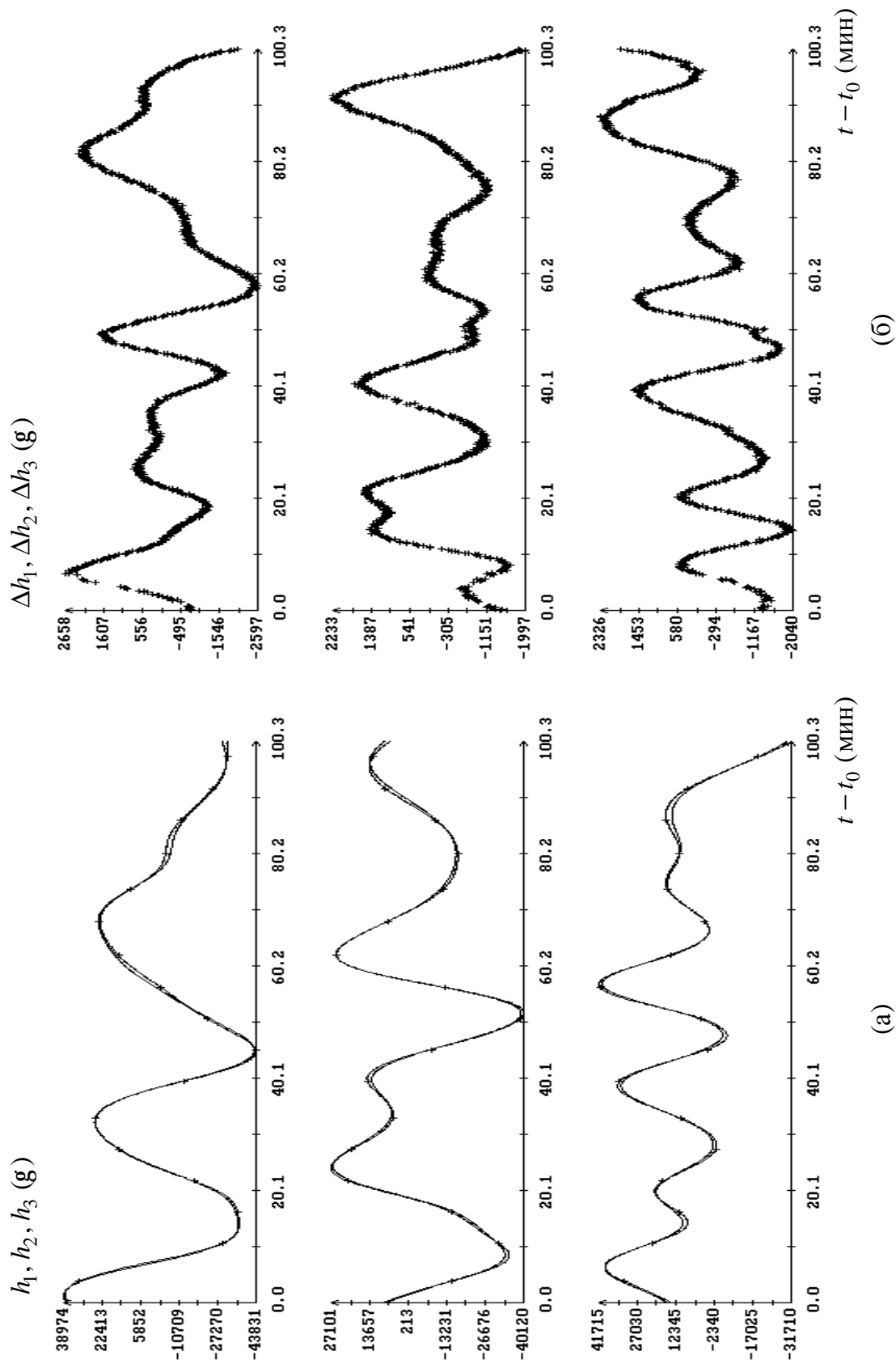


Рис. 8. Интервал 2а; сравнение данных измерений магнитометра 2 и напряженности МПЗ (модель IGRF).

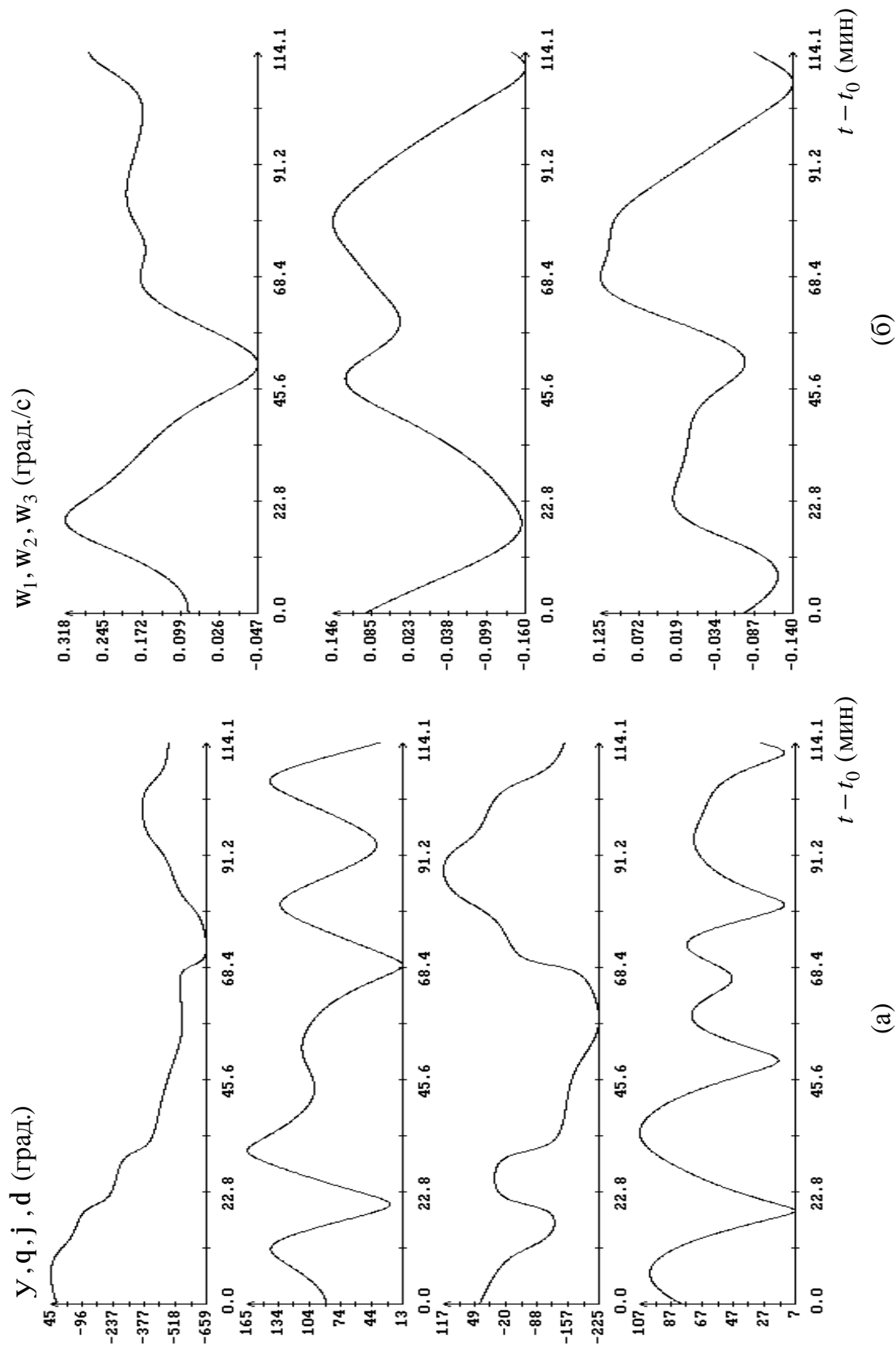


Рис. 9. Интервал 2б; вращательное движение спутника.

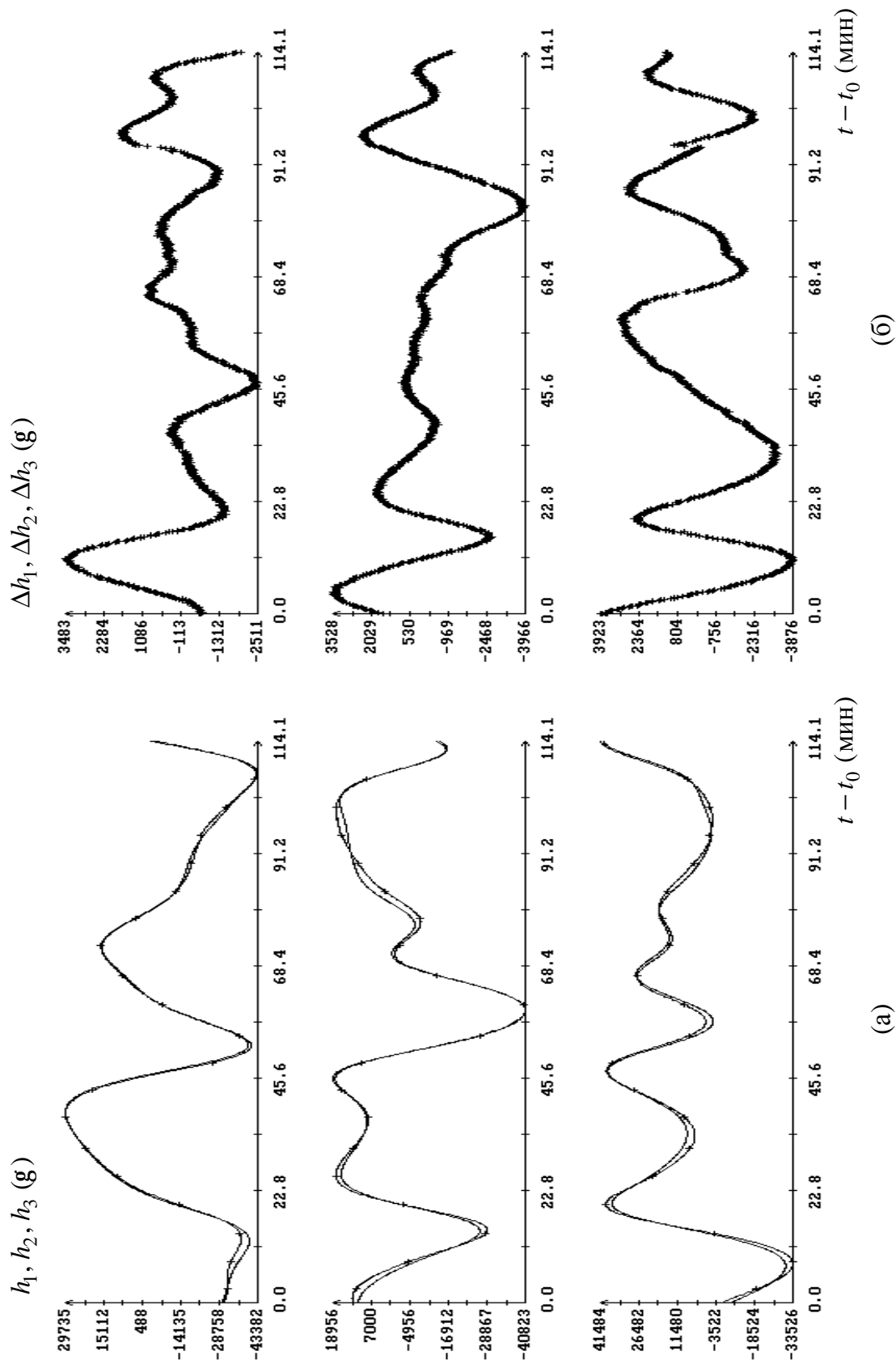


Рис. 10. Интервал 2б; сравнение данных измерений магнитометра 2 и напряженности МПЗ (модель IGRF).

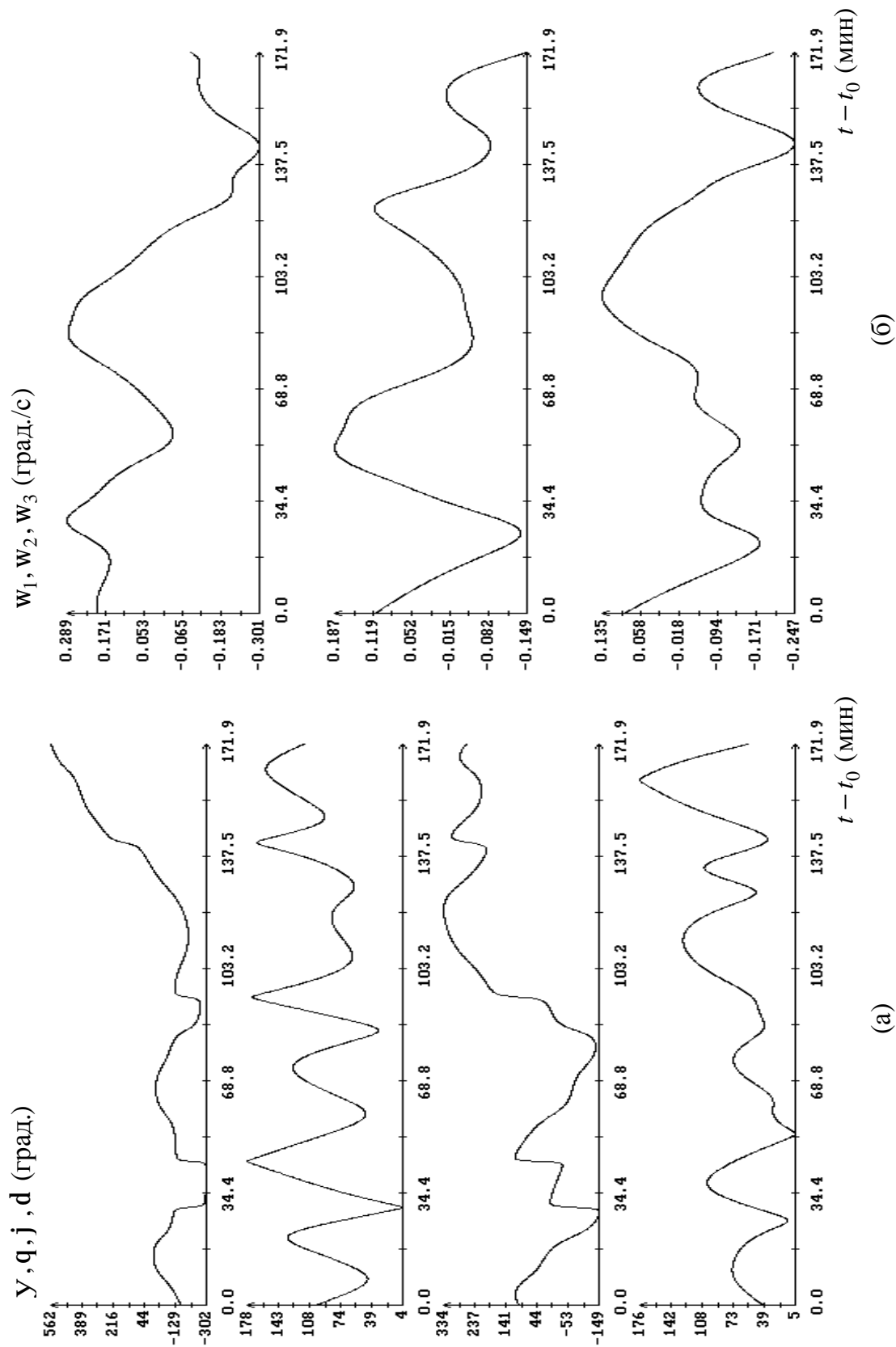


Рис. 11. Интервал 2в; вращательное движение спутника.

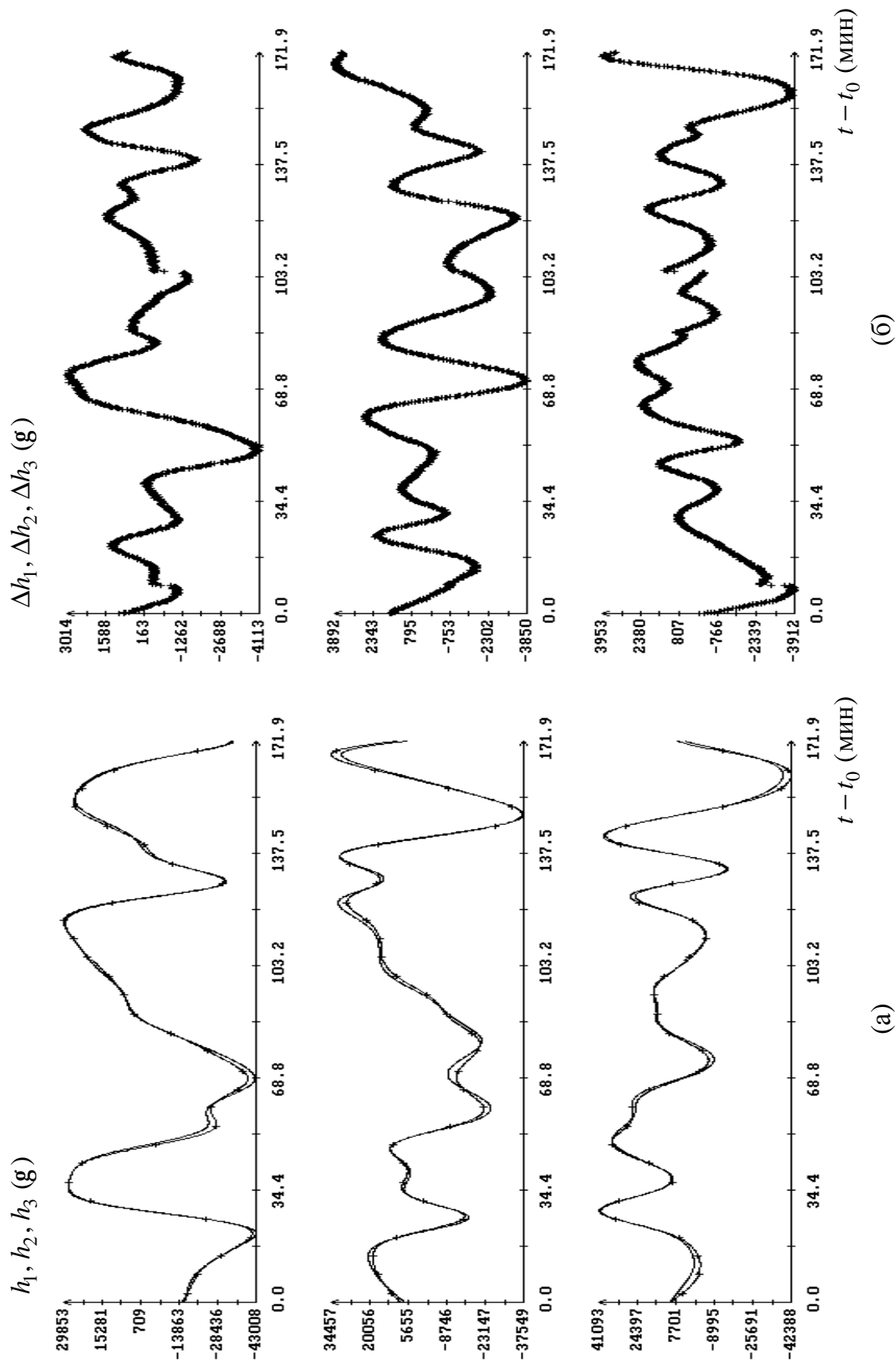


Рис. 12. Интервал 2в; сравнение данных измерений магнитометра 2 и напряженности МПЗ (модель IGRF).

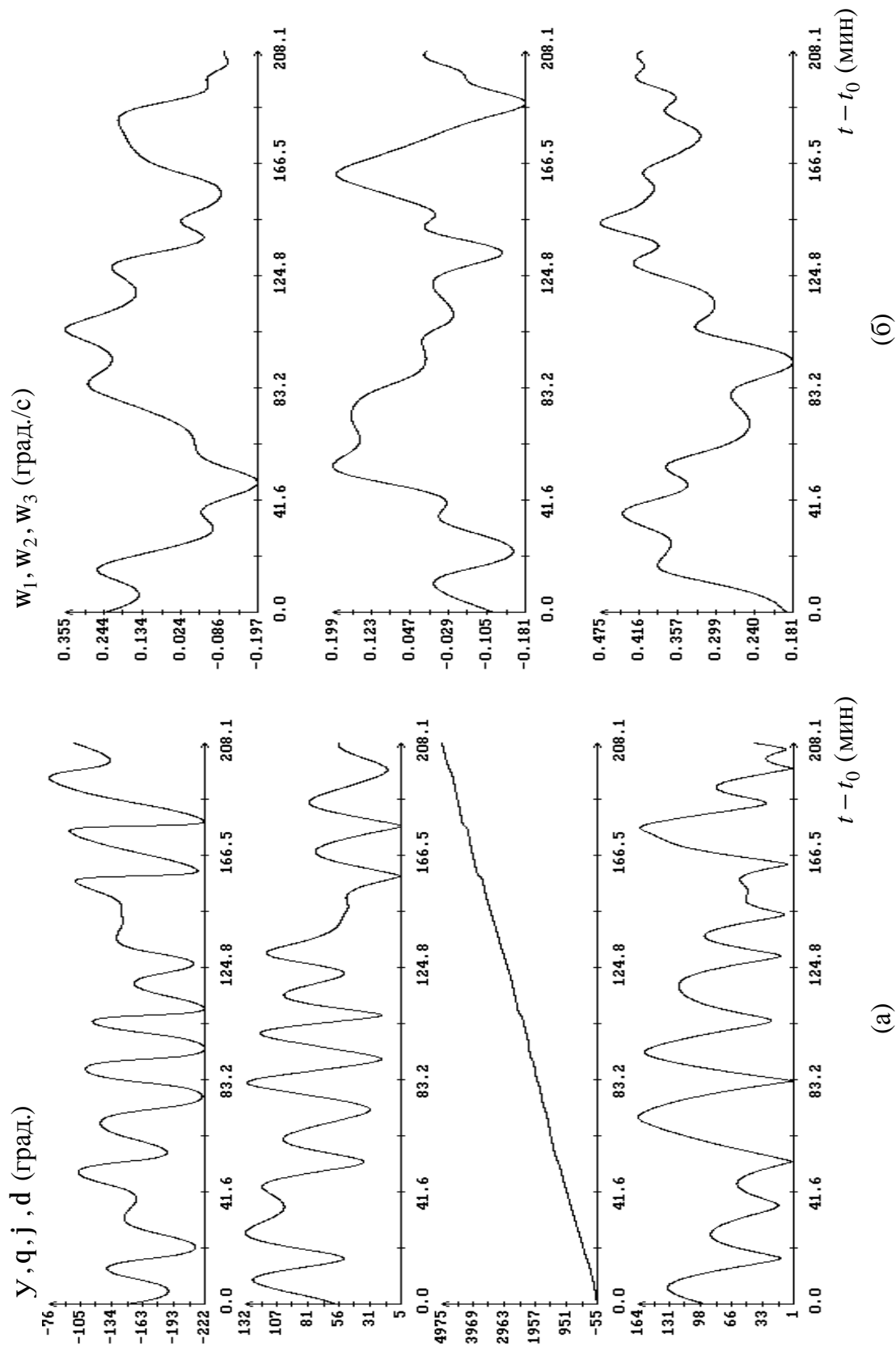


Рис. 13. Интервал За; вращательное движение спутника.

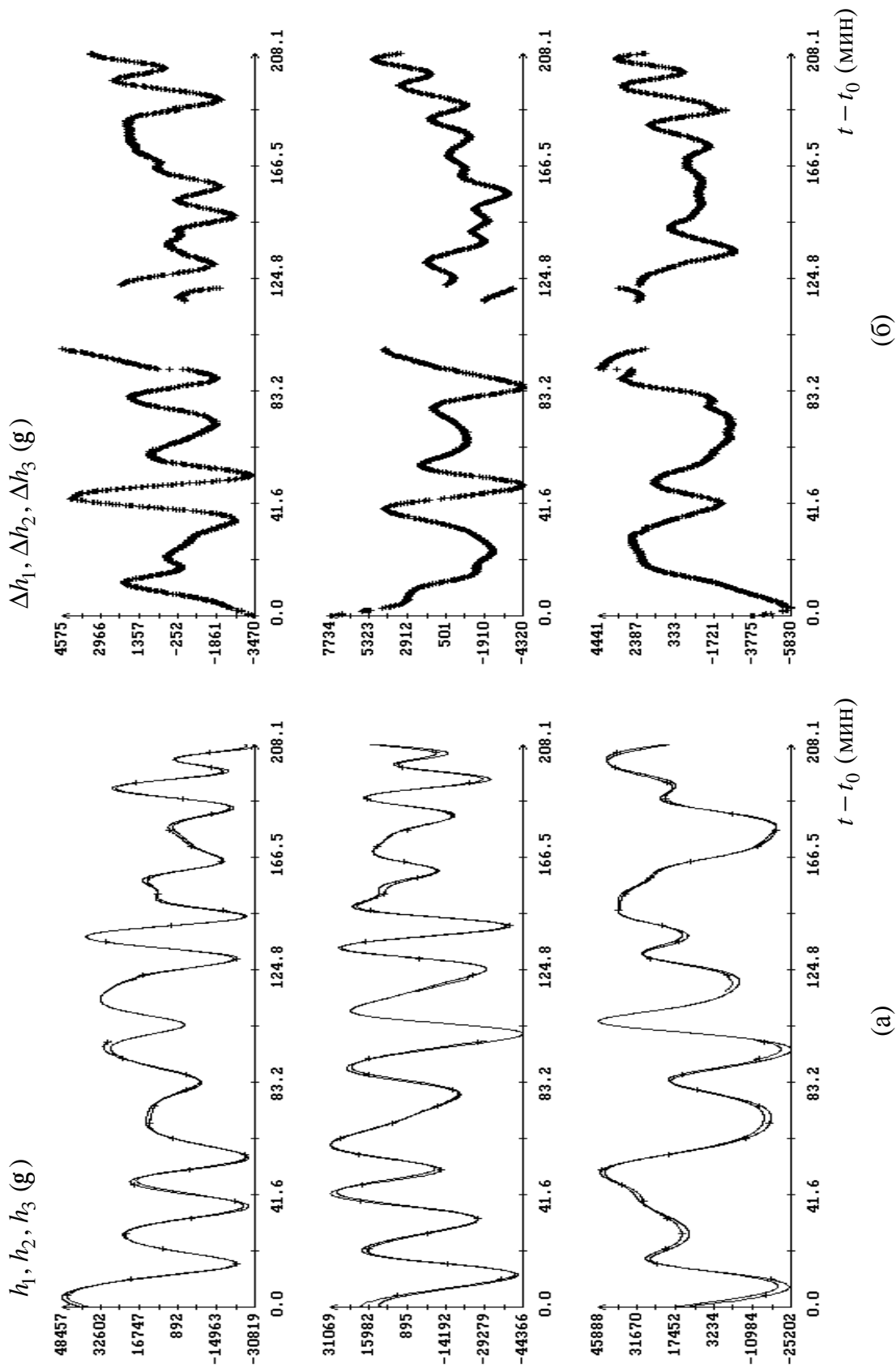


Рис. 14. Интервал За; сравнение данных измерений магнитометра 2 и напряженности МПЗ (модель IGRF).

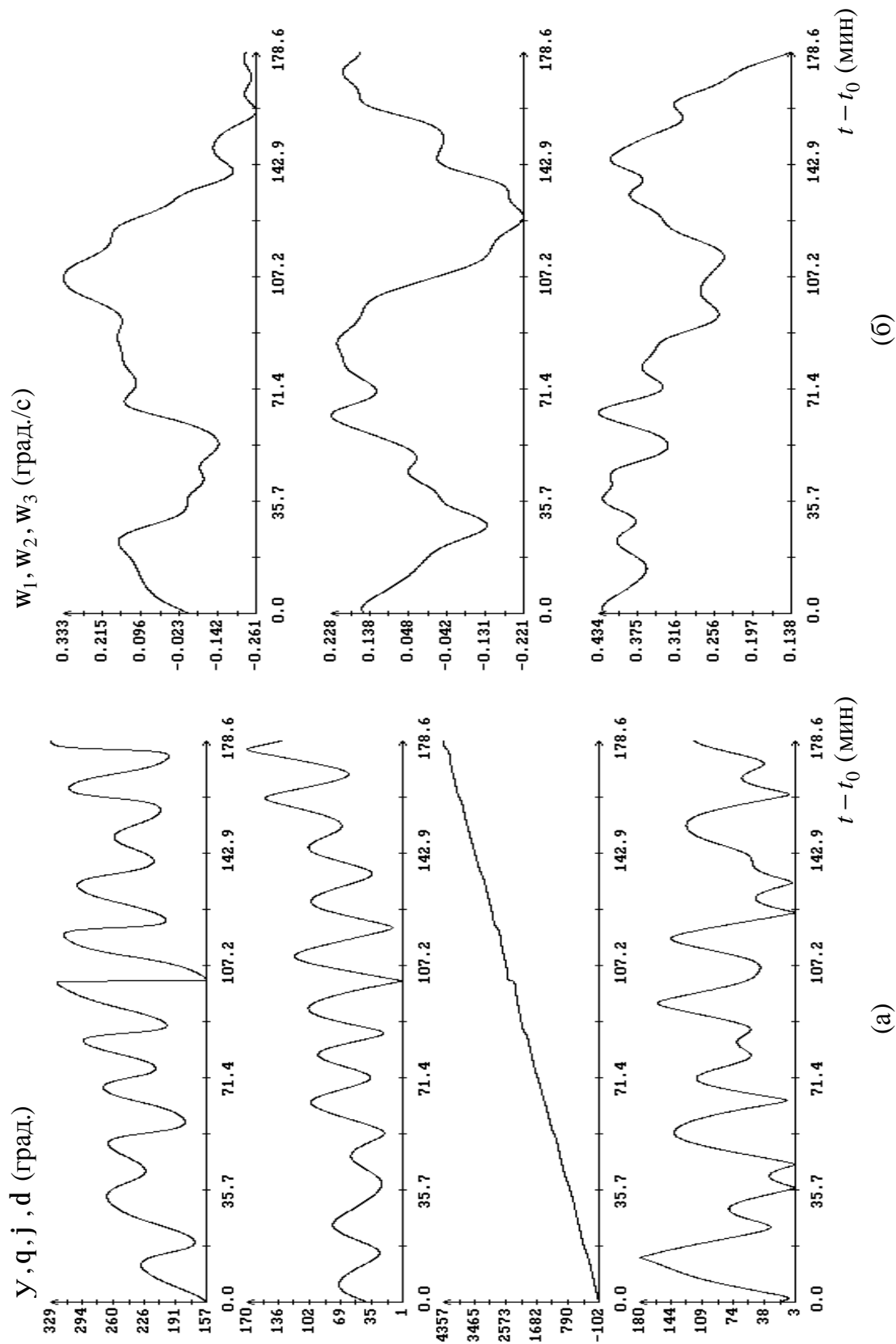


Рис. 15. Интервал 3б; вращательное движение спутника.

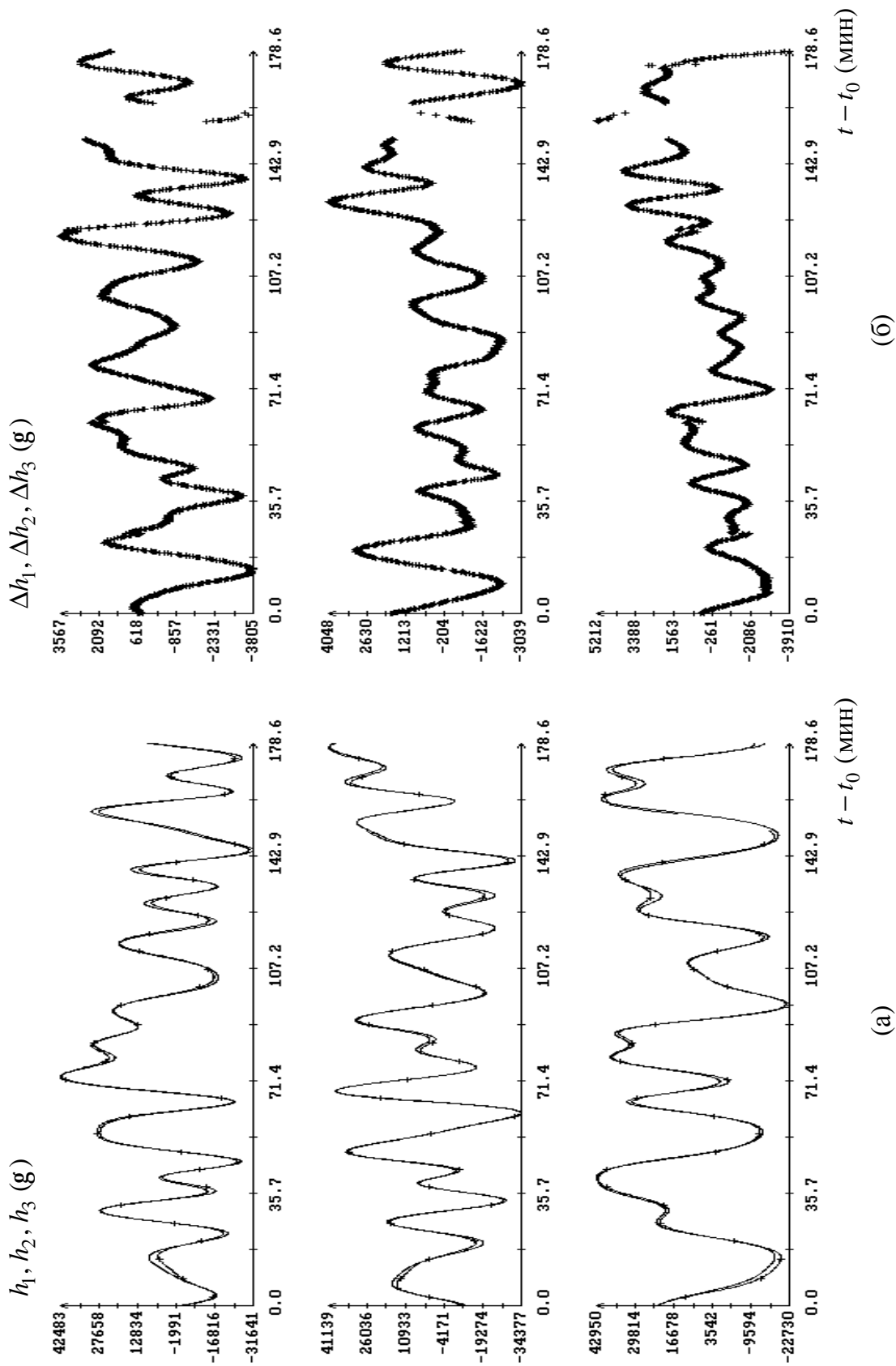


Рис. 16. Интервал 3б; сравнение данных измерений магнитометра 2 и напряженности МПЗ (модель IGRF).

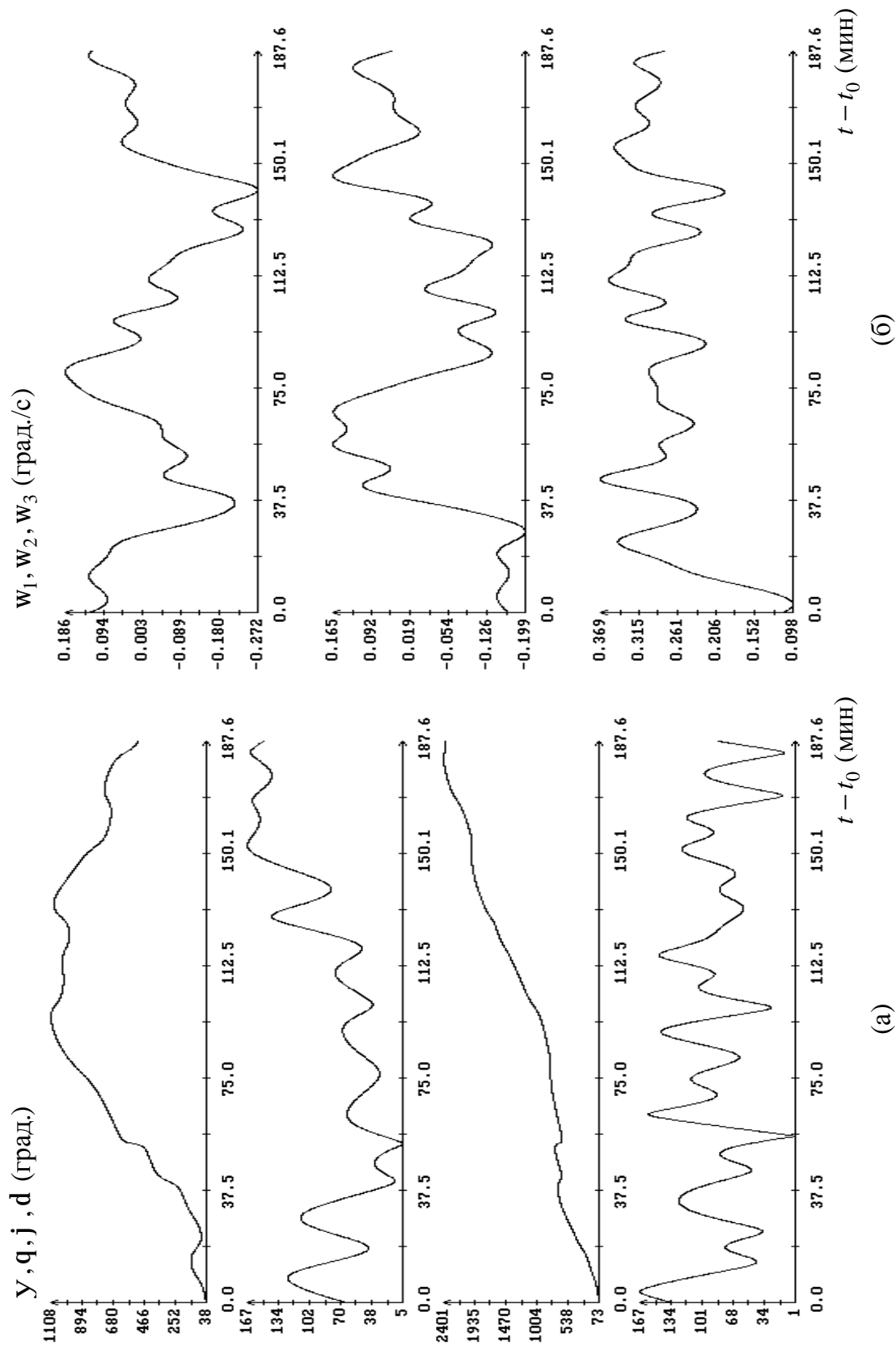


Рис. 17. Интервал 4а; вращательное движение спутника.

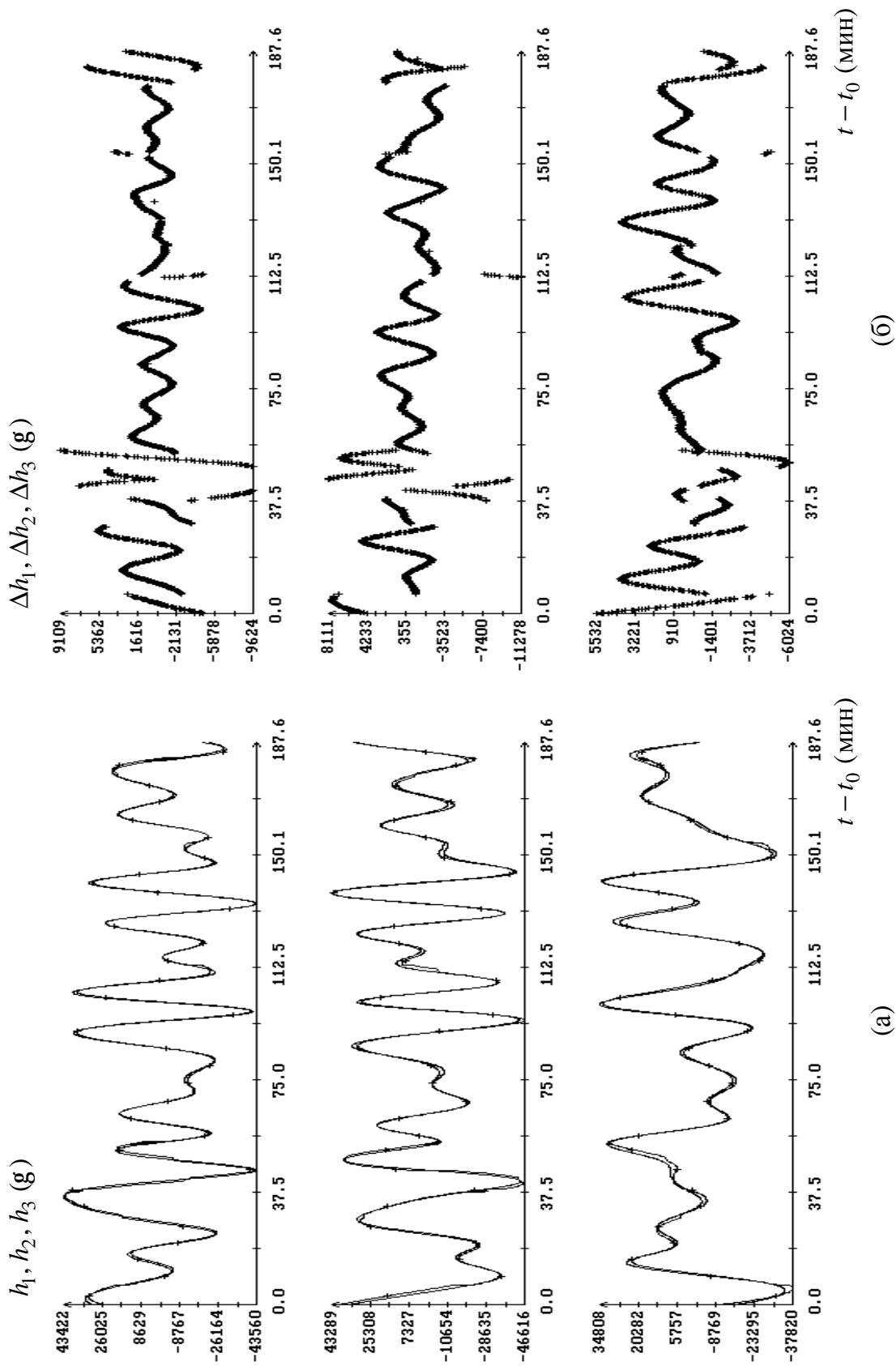


Рис. 18. Интервал 4а; сравнение данных измерений магнитометра 2 и напряженности МПЗ (модель IGRF).

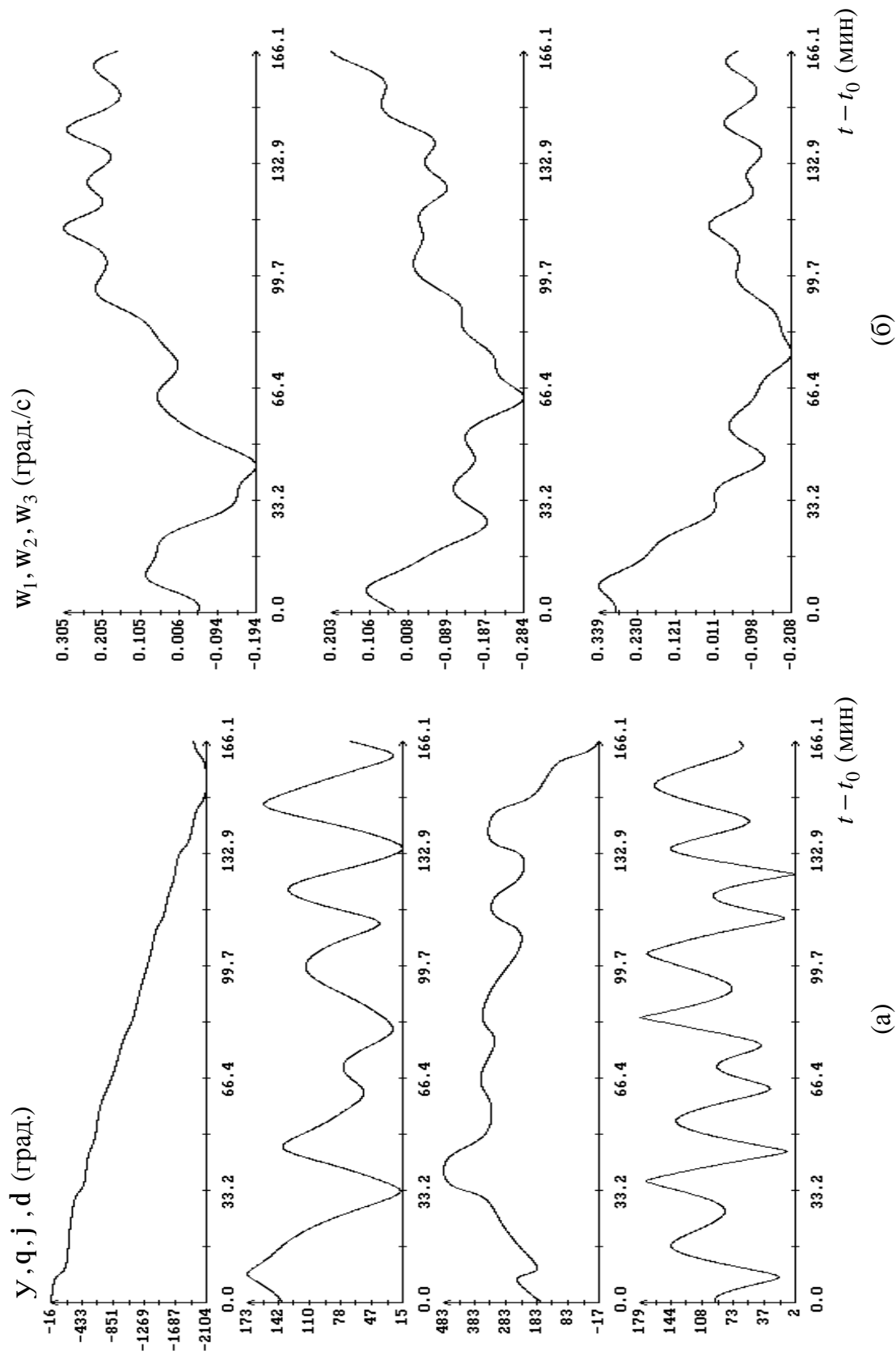


Рис. 19. Интервал 4б; вращательное движение спутника.

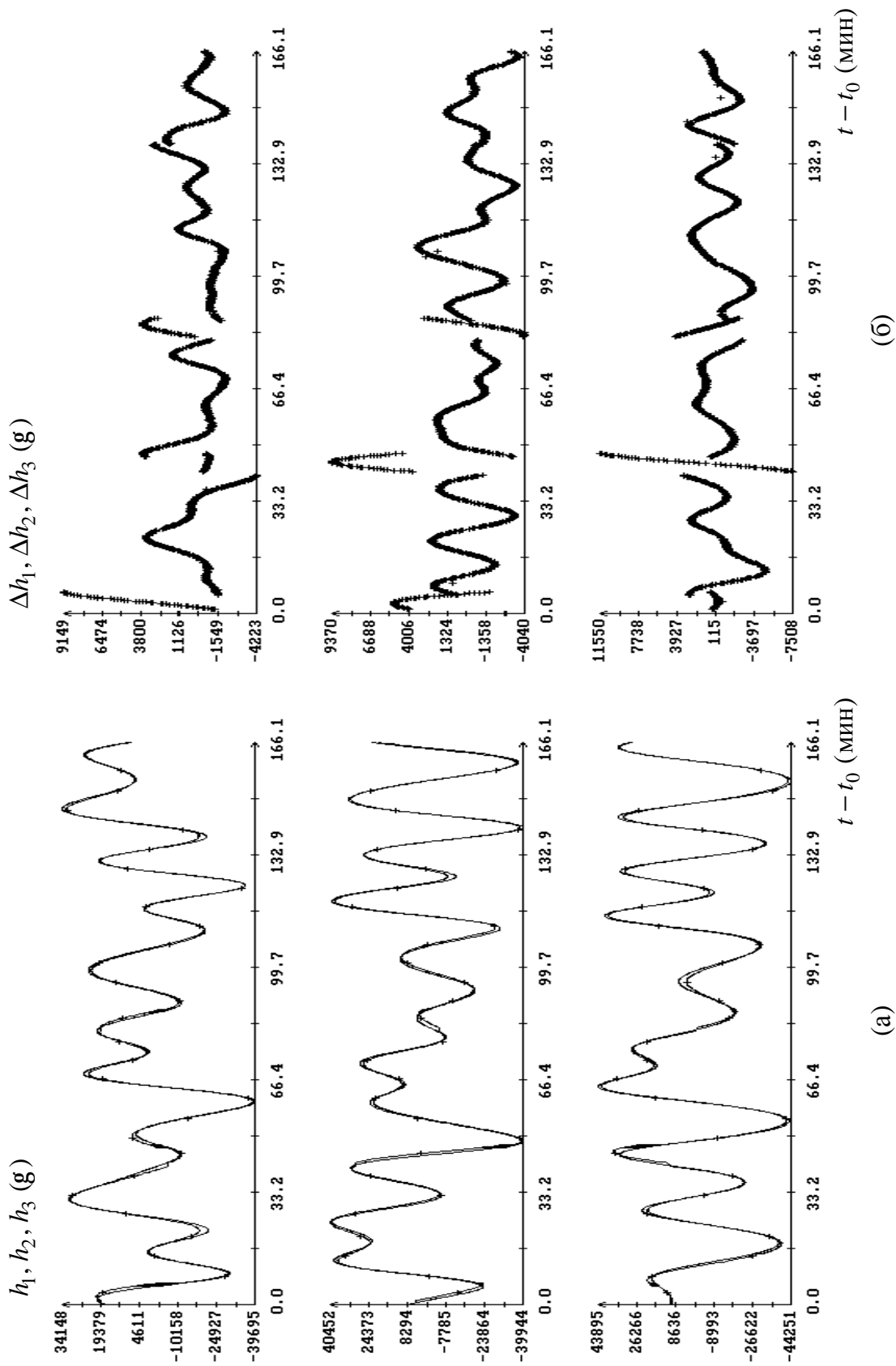


Рис. 20. Интервал 4б; сравнение данных измерений магнитометра 2 и напряженности МПЗ (модель IGRF).