



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 110 за 2014 г.



Афенди́ков А.Л., Луцкий А.Е.,
Пленкин А.В.

Технология адаптивных
расчетов газодинамических
течений на основе вейвлет-
анализа

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Афенди́ков А.Л., Луцкий А.Е., Пленкин А.В. Технология адаптивных расчетов газодинамических течений на основе вейвлет-анализа // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 110. 30 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-110>

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук

А.Л. Афендииков, А.Е. Луцкий, А.В. Плёткин

**Технология адаптивных расчетов
газодинамических течений
на основе вейвлет-анализа**

Москва — 2014

Афендииков А.Л., Луцкий А.Е., Плёнкин А.В.

Технология адаптивных расчетов газодинамических течений на основе вейвлет-анализа

Рассматриваются вопросы технологии двухуровневой локальной адаптации сеток к решениям задач газовой динамики на основе вейвлетного выделения особенностей.

Ключевые слова: идеальный газ, выделение особенностей, вейвлет

Andrei Afendikov, Aleksandr Lutsky, Andrey Plenkin

On technology of adaptive numerical simulations of gas dynamic flows based on wavelet analysis

The technology of two level Cartesian mesh adaptation based on wavelet detection of singularities is used for numerical simulation of some gas dynamic problems.

Key words: ideal gas, singularities detection, wavelet

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 14-01-00566-а

Оглавление

Введение	3
1 Локализация особенностей газодинамических полей.....	4
2 Технология построения адаптивных сеток	8
2.1 Апробация технологии адаптивных сеток на одномерных течениях	8
2.2 Доустановление расчетов газодинамических течений на сетках, адаптированных к положению разрывов	16
2.3 Динамическая адаптация расчетных сеток	21
Заключение.....	29
Список литературы.....	29

Введение

Ключевым для многих задач газовой динамики является предположение о необходимости динамической локальной адаптации алгоритма к особенностям пространственно неоднородного решения, содержащего структуры существенно разных масштабов (см. например [1],[2],[9]).

Общая схема адаптации в данной работе состоит из введения двух, а в перспективе последовательности вложенных декартовых сеток с локальной динамической перестройкой сетки на основе анализа данных, полученных на текущем временном слое с помощью вейвлетного алгоритма выделения особенностей [3],[4],[5].

На каждом шаге расчета производится локализация особенностей решения, полученного на грубой сетке. В зависимости от результатов локализации на следующем временном шаге расчета измельчаются ячейки в окрестности локализованных структур. После этого данные с мелкой сетки сносятся на грубую сетку осреднением. Далее происходит процесс передачи данных от грубой сетки к мелкой с помощью проектирования и учет данных, полученных на предыдущем шаге на ячейках мелкой сетки. После чего повторяется шаг выделения особенностей на грубой сетке.

Предложенная методика была верифицирована на расчете одномерной задачи о взаимодействии разрывов под действием импульсного энерговложения. Контрольный расчет на мелкой сетке подтверждает точность адаптивного расчета. После этого были выполнены расчеты задач о сверхзвуковом обтекании заостренных и затупленных тел.

Применение адаптации позволило существенно сократить время расчетов и повысить их качество за счет уменьшения зон размазывания разрывов.

1 Локализация особенностей газодинамических полей

В качестве исходных данных используются результаты расчета полей плотности и давления, заданных в узлах или центрах ячеек расчетной сетки. Сетка состоит из ячеек (треугольники, четырехугольники, тетраэдры и т.д.), которые задаются координатами узлов, являющихся их вершинами, и гранями (ребра или поверхности). В трехмерном случае для ячейки дополнительно задаются ребра её граней.

В результате обработки расчета каждому узлу сетки необходимо сопоставить число, которое характеризует течение в окрестности узла (нет разрывов, ударная волна, контактный разрыв, волна разрежения и т.д.).

Обработку расчета можно условно разделить на четыре этапа:

- 1) разделение расчетной сетки на ломанные,
- 2) обработка ломаных с помощью вейвлетов и выделение особенностей,
- 3) объединение результатов обработки ломаных,
- 4) фильтрация артефактов и классификация особенностей.

Первый этап заключается в том, чтобы свести многомерную задачу к набору одномерных задач. Из сетки выбирается произвольное ребро. Затем из его соседей выбираются те ребра, которые образуют минимальный угол с этим ребром, причем угол должен быть меньше заданной величины, которая определяет гладкость строящейся ломаной. Если подходящего ребра нет, ломаная на этом конце обрывается, иначе это ребро добавляется в ломаную и на его свободном конце повторяется аналогичная процедура. Чтобы избежать заикливания, каждое ребро может быть добавлено в ломаную только один раз. После того как на обоих концах ломаной не удалось подобрать подходящих ребер, начинается построение следующей ломаной. Ее построение начинается с ребра, не входящего ни в одну ломаную, но ребра других ломаных могут быть в нее добавлены. Это делается для того, чтобы ломаные, по возможности, не обрыва-

лись внутри области, поскольку обработка границ ломаных может приводить к появлению артефактов или пропуску разрывов. Первый этап завершается, если каждое ребро включено в некоторую ломаную.

На втором этапе производится независимая обработка ломаных. Обрабатываются только те ломаные, у которых число узлов N больше 6, это число определяется количеством ненулевых элементов в фильтрах вейвлетов, используемых при обработке. Массивы плотности d_k и давления p_k , где $0 \leq k < N$, заданные в узлах ломаной, также обрабатываются независимо. Для каждого из этих массивов вычисляется два преобразования $m(x)$ и $c(x)$, $x = (x_1, \dots, x_N)$,

$$m_k(x) = \sum_n \eta_{n-2k} \sum_i \xi_{n-2i} x_i, \quad c_k(x) = \sum_n \varsigma_{n-2k} \sum_i \xi_{n-2i} x_i, \quad \text{для } 0 \leq k < N.$$

При этом x_i — элементы массивов плотности или давления, продолженных на границах ломаных из соображений симметрии, ξ_i и η_i — вещественная и мнимая компоненты низкочастотного фильтра симметричного комплексного вейвлета Добеши 6 (dcoms6), ς_i — вещественный фильтр классического вейвлета Добеши 6 (daub6) (см., например, [3],[4]). Цифра 6 обозначает, что фильтры имеют 6 ненулевых элементов. Указанные преобразования соответствуют двум детекторам, которые используются совместно для повышения точности локализации разрывов (основной детектор $m(x)$ более точен и выдает меньше артефактов, а корректор $c(x)$ помогает уточнить локализацию и избавиться от дополнительных артефактов за счет введения порога чувствительности). В каждом из четырех полученных массивов выделяются два типа узлов:

1) ‘нули’ — если значения массива в двух соседних узлах имеют разный знак или только одно из значений нулевое, то выделяется узел с минимальным по модулю значением. Два первых и два последних узла не выделяются;

2) ‘локальные экстремумы модуля’ — узел выделяется, если модуль соответствующей величины в нем больше заданного порога чувствительности α , он не меньше модулей значений четырех его левых и правых соседей и строго больше модуля значения хотя бы одного из ближайших соседей. Три

первых и три последних узла не выделяются.

Из множества *нулей* исключаются точки, соответствующие осцилляциям. Считается, что точка соответствует осцилляциям, если слева и справа от нее в радиусе трех точек есть выделенные *нули*.

Таким образом, каждый узел ломаной получает некоторый набор из 8 возможных меток: *mzd*, *ced*, *mzp*, *cep*, *med*, *czd*, *mer*, *czp*. Символ ‘*m*’ означает, что метка относится к основному детектору, ‘*c*’ – к корректору, ‘*d*’ означает, что метка характеризует поле плотности, а ‘*p*’ – давления. Символы ‘*z*’ и ‘*e*’ определяют, какие структуры были выделены в детекторе: ‘*z*’ соответствует *переходам через ноль*, а ‘*e*’ – *локальным экстремумам модуля*. При этом первые четыре метки соответствуют сильным разрывам, а последние – слабым разрывам.

В общем случае через узел проходит более одной ломаной, и наборы меток, которые получает узел на втором этапе, при обработке каждой из них могут отличаться (так, например, разрыв не будет выделен при обработке расположенной вдоль него ломаной, но будет выделен при обработке пересекающей его ломаной).

На третьем этапе определяется окончательный набор меток, которыми обладают узлы сетки. Набор меток, которые получает узел, определяется как объединение всех меток, которые он получил при обработке каждой из содержащих его ломаных.

Из первых трех этапов наиболее вычислительно затратным является второй, однако, поскольку каждая ломаная обрабатывается независимо, этот этап допускает легкое распараллеливание. Первый же этап тривиален для широкого класса сеток. По сути, при реализации алгоритма на многопроцессорной машине, первый этап служит для распределения данных по процессорам, а третий – для слияния результатов.

Алгоритм обработки данных на первых этапах не зависит от структуры сетки и размерности задачи, однако на этапе удаления артефактов и классифи-

кации особенностей эти факторы начинают оказывать существенное влияние. Далее приводится описание алгоритмов фильтрации для случая двумерных сеток.

Предварительно необходимо ввести ряд *определений*.

Узлы называются соседними, если они являются вершинами одной и той же ячейки сетки (треугольника, четырехугольника, тетраэдра и т.д.). Например, противолежащие вершины четырехугольника являются соседними.

Путь – ломаная, состоящая из отрезков, соединяющих соседние узлы.

Расстояние между узлами – минимальное число ребер в пути, соединяющем эти узлы.

Дискретный набор точек называется связанным, если для любой пары точек набора существует путь, соединяющий эти точки и состоящий только из ребер, вершинами которых являются точки из данного набора.

Для удаления артефактов разработан набор из следующих фильтров:

1) Узел помещается в список "кандидатов" на удаление метки, если его соседи с такой же меткой образуют связное множество и их число не больше половины общего числа соседей. Данная проверка проводится для всех узлов. Из списка "кандидатов" удаляются точки, исключение которых привело к тому, что их соседи с данной меткой перестали быть связными. После этого со всех "кандидатов" рассматриваемая метка снимается. Фильтр позволяет удалять неровности на линиях разрывов.

2) Первый фильтр применяется M раз. Если какой-либо связанный набор точек, имеющих заданную метку, не был полностью удален, то все его точки возвращают исходные метки. В отличие от первого фильтра, второй служит для удаления крупных артефактов.

3) Точка с меткой A получает дополнительную метку B , если существует путь длины не больше заданного параметра K , соединяющий эту точку с точкой, имеющей метку B . Фильтр убирает несоответствия, вызванные неточностью локализации.

4) Точка с меткой A теряет ее, если расстояние от нее до любой из точек, имеющих метку B , больше заданного параметра K . Фильтр служит для уточнения данных одного детектора с помощью данных другого.

5) Точка получает метку, если она входит в путь, состоящий из 2 или 3 ребер, соединяющий несвязанные узлы, имеющие ту же метку. Фильтр служит для восстановления целостности разрывов. Двухмерность сетки использована только для фильтров 1, 2. Фильтры 3 – 5, очевидно, применимы и к трехмерным задачам.

Порядок и параметры фильтров, предложенные в данной работе, вообще говоря, можно подбирать индивидуально и уточнять для каждой задачи и расчетного метода, что может сокращать количество артефактов. Фильтр 4 используется для модификации данных основного детектора с помощью корректора, а фильтр 3 позволяет различить разрывы, на которых рвется только плотность, от тех, на которых рвется и давление, тем самым отличая контактные разрывы от ударных волн.

2 Технология построения адаптивных сеток

2.1 Апробация технологии использования адаптивных сеток на одномерных течениях

На примере одномерной задачи о распаде и взаимодействии разрывов в трубе под действием импульсного вложения энергии [6] рассмотрим простейший вариант применения детектора сингулярностей для адаптации расчета к положению разрывов.

В начальный момент времени существуют три области с постоянными значениями газодинамических величин:

1) невозмущенный неподвижный газ перед фронтом падающей ударной волны:

$$x > 2, \quad \rho_1 = 1, \quad u_1 = 0, \quad p_1 = 1,$$

2) объемная часть разряда:

$$0 < x < 2, \quad \rho_2=1, \quad u_2=0, \quad p_2=12.4625,$$

3) область за фронтом падающей волны:

$$x < 0, \quad \rho_3=3.7629, \quad u_3=2.5194, \quad p_3=9.6450.$$

На границах областей в начальный момент происходят распады разрывов с образованием волн разрежения, ударных волн и тангенциальных разрывов. В последующие моменты времени течение характеризуется достаточно сложным процессом движения и взаимодействия этих вторичных разрывов. На рис. 2.1 представлена начальная конфигурация разрывов.

Энергия вкладывается на отрезке АВ. В результате распада разрыва в точке А формируется ударная волна АІ, тангенциальный разрыв АН, ударная волна АG. Распад разрыва в точке В дает волну разрежения EBF, тангенциальный разрыв BD, ударную волну ВС. Начальные интенсивности перечисленных разрывов зависят от двух факторов: числа Маха падающей ударной волны и количества вложенной энергии.

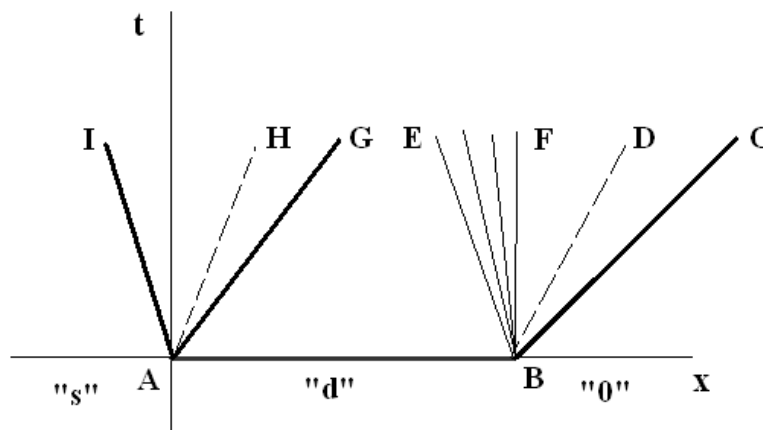


Рис. 2.1 – Начальное расположение разрывов в одномерной задаче

Течение в последующие моменты времени рассчитывалось путем численного интегрирования нестационарных одномерных уравнений Эйлера. Ли-

нии постоянной плотности представлены на рис. 2.2.

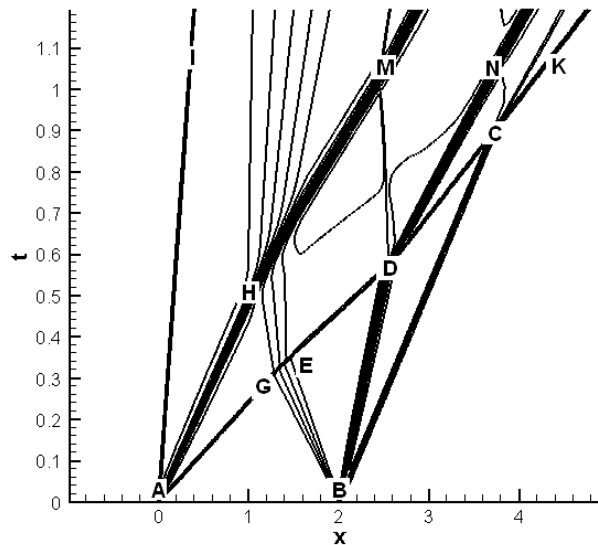


Рис. 2.2 – Линии постоянной плотности в одномерном продольном течении

Отрезок АВ соответствует области энергосвечения в момент времени $t=0$. С течением времени ударная волна АГ последовательно взаимодействует с волной разрежения GBE и тангенциальным разрывом BD. В более поздний момент времени эта волна догоняет ударную волну ВС, в результате чего формируется ударная волна СК, являющаяся правой границей области возмущенного течения. Интенсивность этой результирующей ударной волны с течением времени выходит на уровень исходной падающей ударной волны. Вложенная энергия расходуется, главным образом, на формирование прогретой области между тангенциальными разрывами М, N.

При расчетах использовался одномерный вариант обобщенной разностной схемы Годунова 2-го порядка аппроксимации. Изначально расчеты проводились на равномерной подвижной сетке, границы которой соответствуют положению крайней левой и крайней правой ударных волн. Результаты расчета на сетке, содержащей 2048 ячеек, представлены на рис. 2.3.

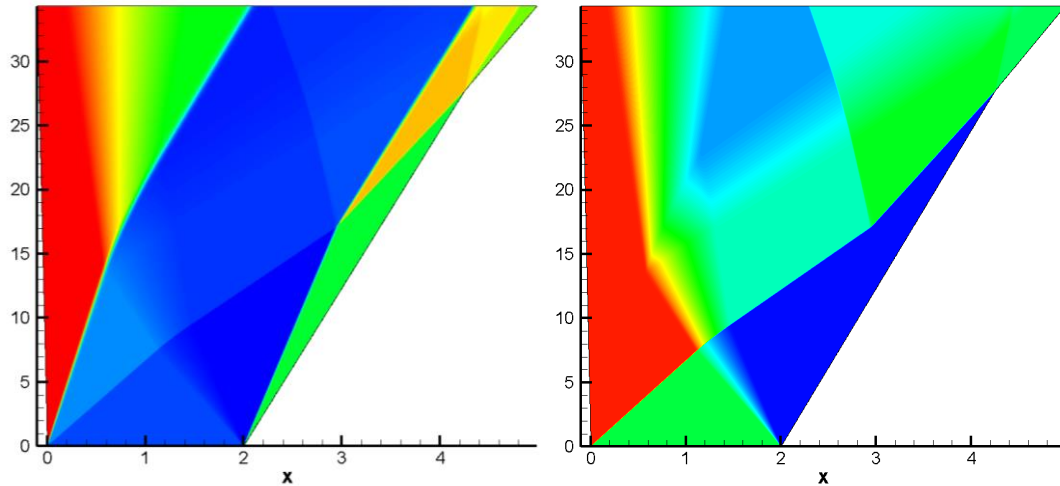


Рис. 2.3 – Распределение плотности и давления в расчете на равномерной подвижной сетке, содержащей 2048 ячеек

Затем в расчет был внедрен алгоритм выделения особенностей течения. Локализация разрывов проводилась на каждом шаге расчета. Результаты локализации представлены на рис. 2.4.

Чтобы проверить качество выделения разрывов, для начального интервала времени было проведено сравнение полученных результатов локализации с точным решением (таблица 1.1).

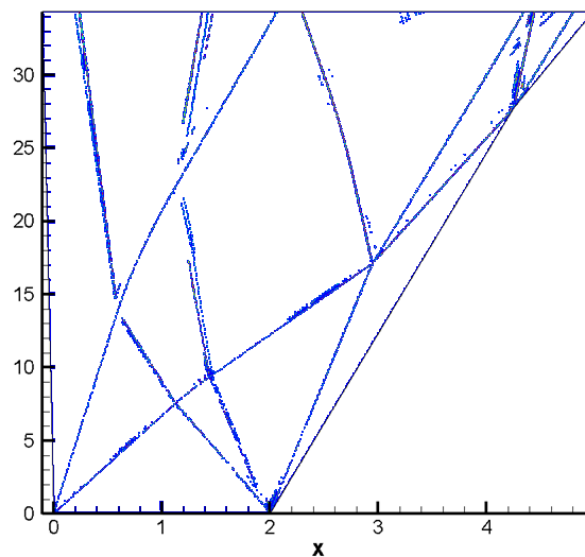


Рис. 2.4 – Разрывы, локализованные в расчете

Таблица 1.1 Сравнение точных и полученных скоростей разрывов

Распад слева	Теоретическая скорость	Полученная скорость
Контактный разрыв	1.468936	1.462891
Ударная волна	5.150371	5.131882
Распад справа	Теоретическая скорость	Полученная скорость
Волна разрежения - левая граница	-4.177036	-3.928539
Волна разрежения - правая граница	-1.87936	-1.953756
Контактный разрыв	1.91473	1.911167

Для контактных разрывов и ударной волны получено достаточно точное совпадение, локализованные границы волны разрежения смещены внутрь волны разрежения.

После этого был реализован адаптивный вариант расчета, использующий информацию о положении разрывов, полученную от детектора. На каждом шаге расчета сначала проводилась локализация разрывов в исходных данных (начальных или данных с предыдущего шага). Затем ячейки, в которых были локализованы разрывы, и две соседние с ними ячейки разбивались на восемь равных частей. Таким образом формировалась неравномерная сетка, на которой выполнялся очередной шаг расчета. Значения полей газодинамических величин в ячейках этой сетки задавались в зависимости от того, какая сетка использовалась на предыдущем шаге:

- 1) если в обоих случаях ячейка разбивалась на части, то значения для каждой части, полученные на предыдущем шаге, используются как исходные на текущем шаге;
- 2) если в обоих случаях ячейка не разбивалась, то значения, полученные для этой ячейки на предыдущем шаге, используются как исходные на те-

кущем шаге;

3) если на текущем шаге ячейка разбивается на части, а на предыдущем – нет, то для каждой из частей ячейки в качестве исходных данных используются одни и те же величины, полученные в результате расчета на предыдущем шаге для целой ячейки;

4) если на предыдущем шаге ячейка разбивается на части, а на текущем – нет, то в качестве исходных данных для ячейки используются осредненные по всем частям ячейки величины.

Результаты неадаптивного расчета, проведенного на равномерной сетке, содержащей 256 ячеек, и адаптивного расчета, проведенного с использованием информации о положении разрывов на неравномерной сетке (изначально сетка состоит из 256 ячеек, но каждая может разбиваться на 8 частей), представлены на рис. 2.5 и 2.6, соответственно.

Использование адаптивного подхода позволило существенно повысить качество расчета за счет уменьшения зон размазывания разрывов, особенно контактных (рис. 2.7).

Использование адаптивной сетки позволяет сократить время расчета по сравнению с расчетом на равномерной мелкой сетке. Чтобы оценить величину ускорения, были проведены различные варианты расчета данной задачи и получены оценки времени, необходимого для расчета каждого из вариантов (см. ниже). Для каждого из вариантов оценивалось время, необходимое для 100 циклов (циклом здесь называется полный расчет от фиксированных начальных данных до заданного момента времени) расчета. При этом отсутствовала медленная процедура записи файлов, то есть определялось именно время счета.

1) Расчет без локализации разрывов и без адаптации сетки, исходная сетка содержит 256 ячеек (рис. 2.5). Для расчета 100 циклов данной задачи требуется 12 секунд, однако разрывы сильно размазываются.

2) Расчет без локализации разрывов и без адаптации сетки, исходная сетка содержит 2048 ячеек (рис. 2.3). Для расчета 100 циклов данной задачи

требуется 662 секунды. Разрывы при этом уже практически не размазаны. Такое существенное замедление вызвано не только увеличением числа ячеек, но и уменьшением шага по времени, необходимым для устойчивости расчета

3) Расчет с локализацией разрывов, но без адаптации сетки, исходная сетка содержит 256 ячеек. Для расчета 100 циклов данной задачи требуется 22 секунды, таким образом, на определение положения разрывов в расчете тратится 10 секунд.

4) Расчет с локализацией разрывов и адаптацией сетки, исходная сетка содержит 256 ячеек, каждая из ячеек может разбиваться на 8 равных частей (рис. 2.6). Расчет проводился с различным шагом по времени для мелких и крупных ячеек, локализация разрывов проводилась только на шаге времени, соответствующем грубой сетке. Для расчета 100 циклов данной задачи требуется 268 секунд. Качество расчета эквивалентно варианту 2, разрывы почти не размазаны (рис. 2.7).

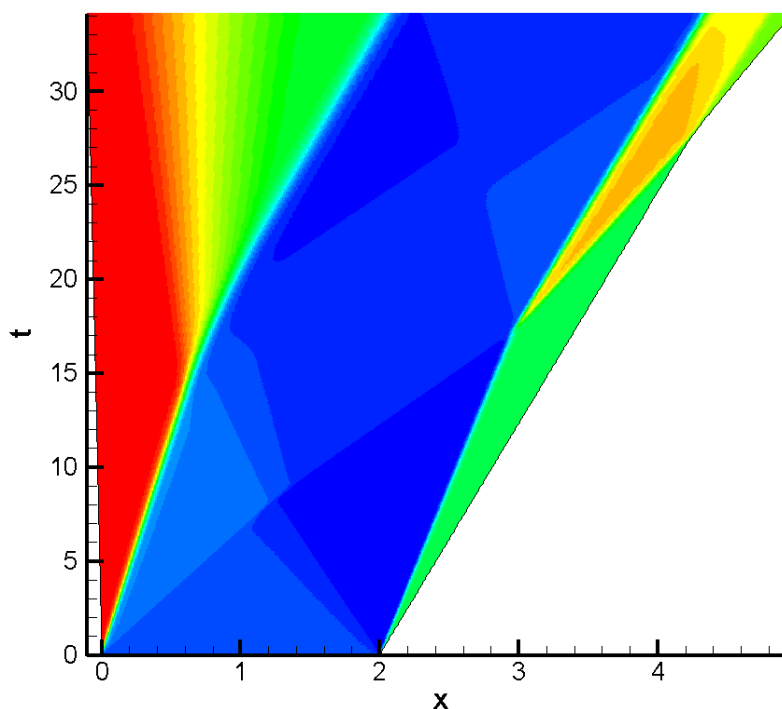


Рис. 2.5 – Распределение плотности в расчете на равномерной сетке

Таким образом, использование адаптивного подхода позволило ускорить расчет данной задачи в 2.5 раза. Поскольку исходная сетка содержит всего 256 ячеек, а разрывов, к которым адаптируется сетка, достаточно много (7 в начальный момент времени), то такой результат является весьма успешным.

Данный пример демонстрирует точность выделения сингулярностей течения и высокий потенциал использования детектора для адаптации расчета к положению разрывов. Естественно, описанный выше подход является одним из простейших. На практике могут использоваться методы, связанные не только с построением адаптивных сеток, но и с модификацией в окрестности разрывов самого разностного алгоритма. Однако описанный в данной работе детектор сингулярностей остается универсальным элементом, который может быть эффективно использован для локализации разрывов при любом из подходов к адаптации расчетов газодинамических течений к положению разрывов.

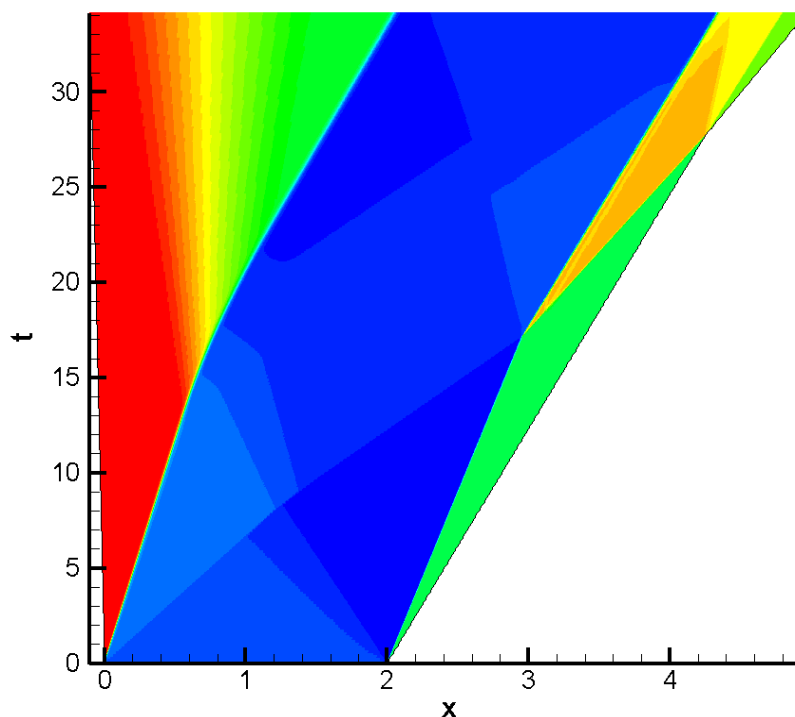
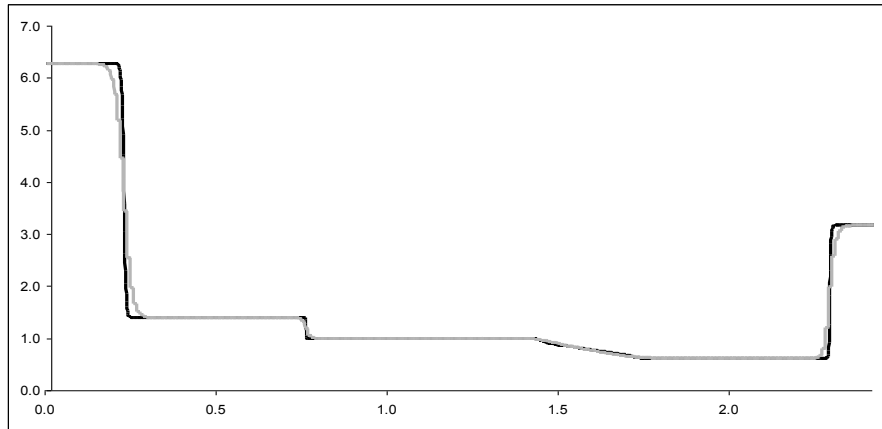


Рис. 2.6 – Распределение плотности в расчете, выполненном на адаптивной сетке



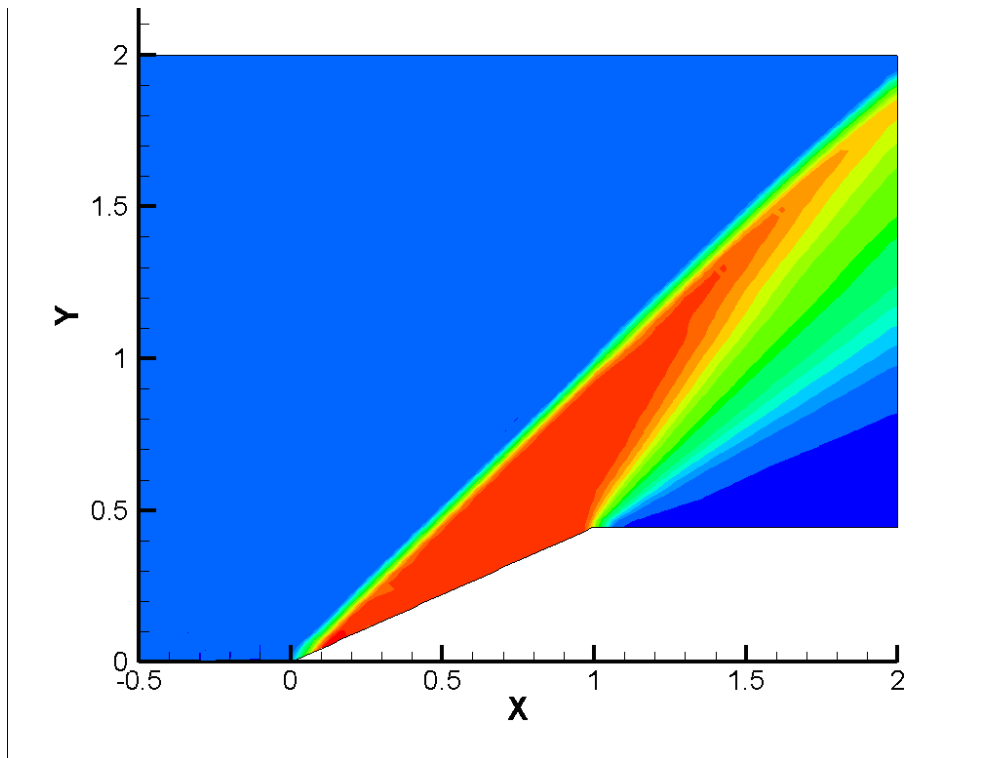
*Рис. 2.7 – Распределение плотности в момент $t = 5$
для адаптивного (черный) и неадаптивного (серый) расчетов*

2.2 Доустановка расчетов газодинамических течений на сетках, адаптированных к положению разрывов

Следующей важной областью применения адаптивных сеток являются расчеты сверхзвуковых обтеканий моделей. При этом на первом этапе производится расчет и установление течения на базовой (грубой) сетке. После чего в установившемся течении производится локализация особенностей и строится сетка, адаптированная к положению разрывов. Затем данные с грубой сетки проецируются на адаптивную сетку, на которой проводится доустановка течения.

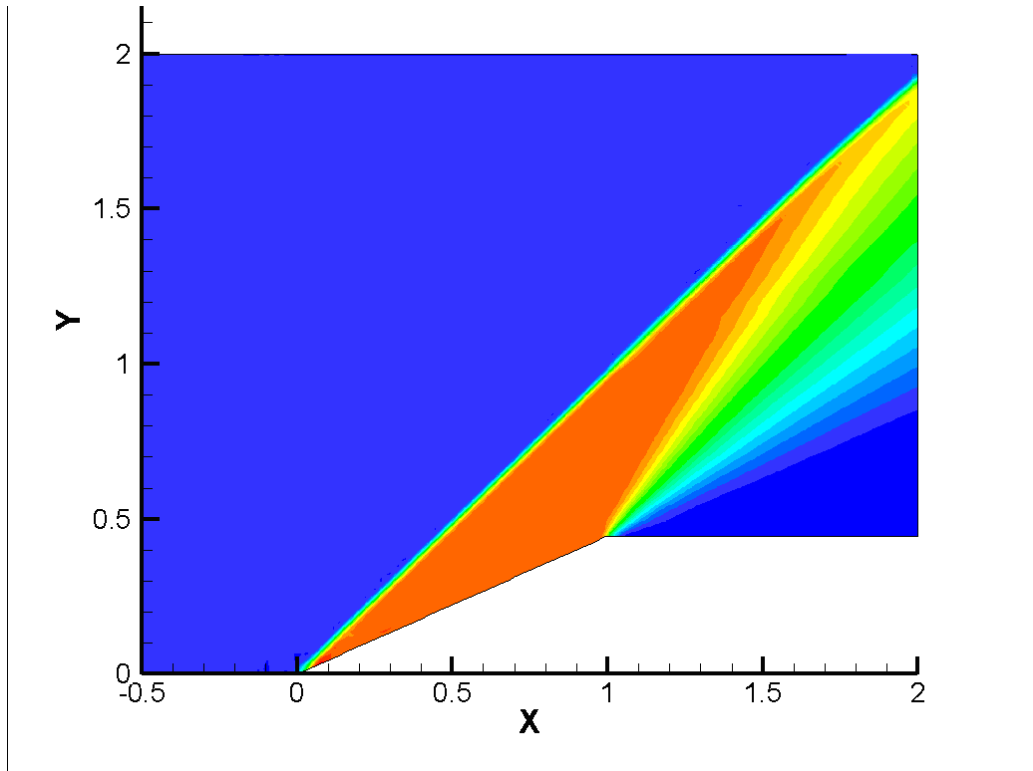
Для апробации описанной техники была выбрана двумерная задача о сверхзвуковом обтекании клина при числе Маха, равном 2.85. Численное моделирование проводилось по уравнениям Эйлера по схеме второго порядка аппроксимации [7],[8].

Базовый расчет, проводившийся на сетке, содержащей 80×64 ячеек, занимает 5 минут машинного времени, однако разрывы в расчете сильно размазываются (рис. 2.8).



*Рис. 2.8 – Распределение плотности в расчете на сетке, содержащей 80*64 ячеек*

Качество расчета можно повысить за счет измельчения сетки, однако расчет на вдвое более мелкой сетке (рис. 2.9) занимает уже 45 минут.



*Рис. 2.9 – Распределение плотности в расчете на сетке, содержащей 160*128 ячеек*

На практике подобное замедление часто недопустимо. Вместо этого можно в расчете на грубой сетке локализовать положение разрывов, измельчить сетку в окрестности разрывов (рис. 2.10, 2.11) и досчитать установление (рис. 2.12, 2.13). При этом расчетное время для рассматриваемой задачи увеличивается лишь на несколько минут. Артефакт на правой границе области течения на рис. 2.11 вызван наличием искусственной границы на выходе.

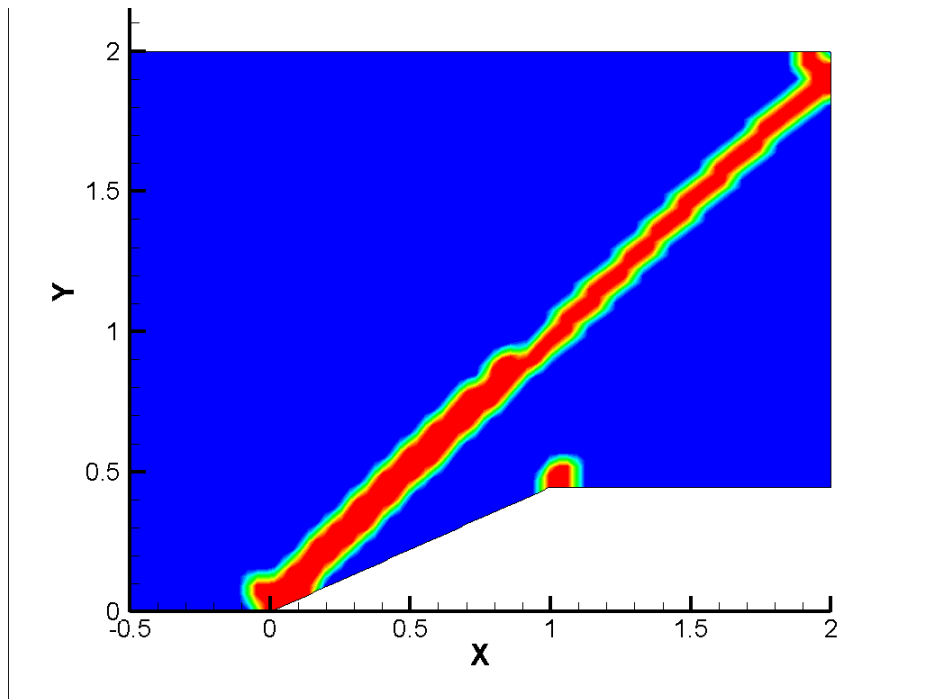


Рис. 2.10 – Области измельчения сетки в окрестности локализованных сильных разрывов

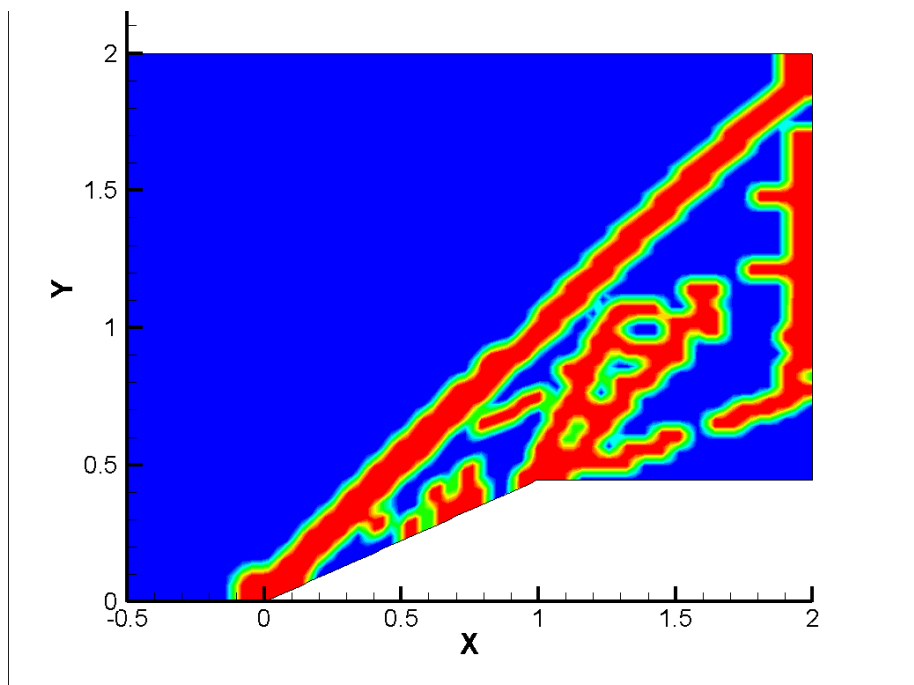


Рис. 2.11 – Области измельчения сетки в окрестности локализованных сильных и слабых разрывов

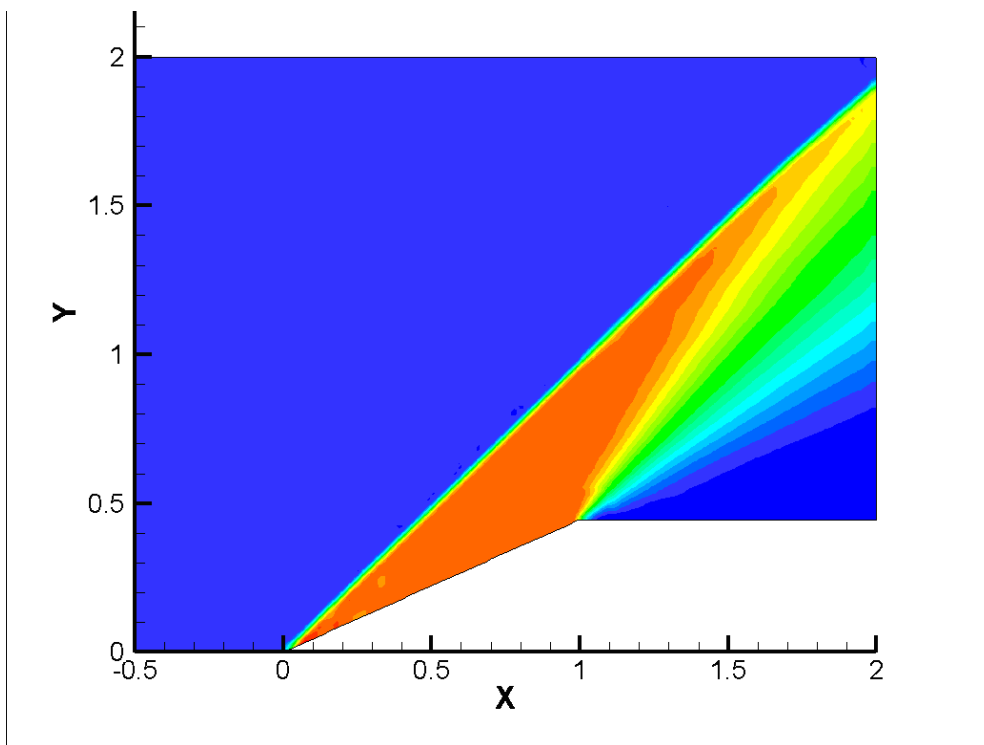


Рис. 2.12 – Распределение плотности в расчете, адаптированном к положению сильных разрывов (сетка в окрестности разрывов в 2 раза мельче)

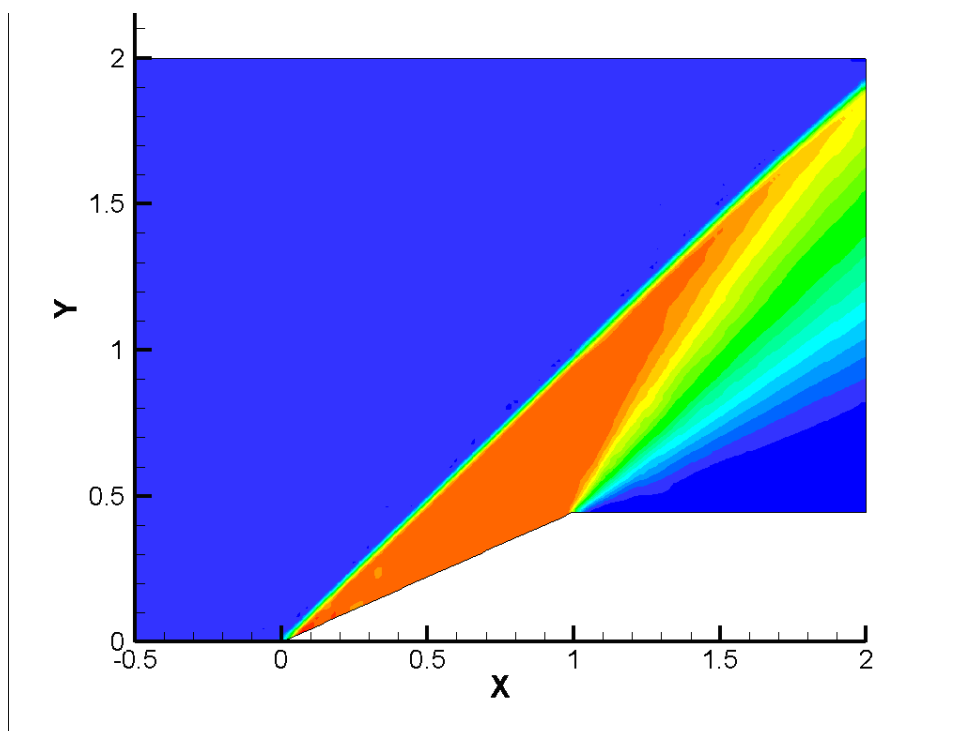


Рис. 2.13 – Распределение плотности в расчете, адаптированном к положению сильных и слабых разрывов (сетка в окрестности разрывов в 2 раза мельче)

Используя адаптивный подход, можно еще больше измельчить сетку и повысить качество расчета (рис. 2.14). Аналогичный неадаптивный расчет занял бы уже порядка 6 часов.

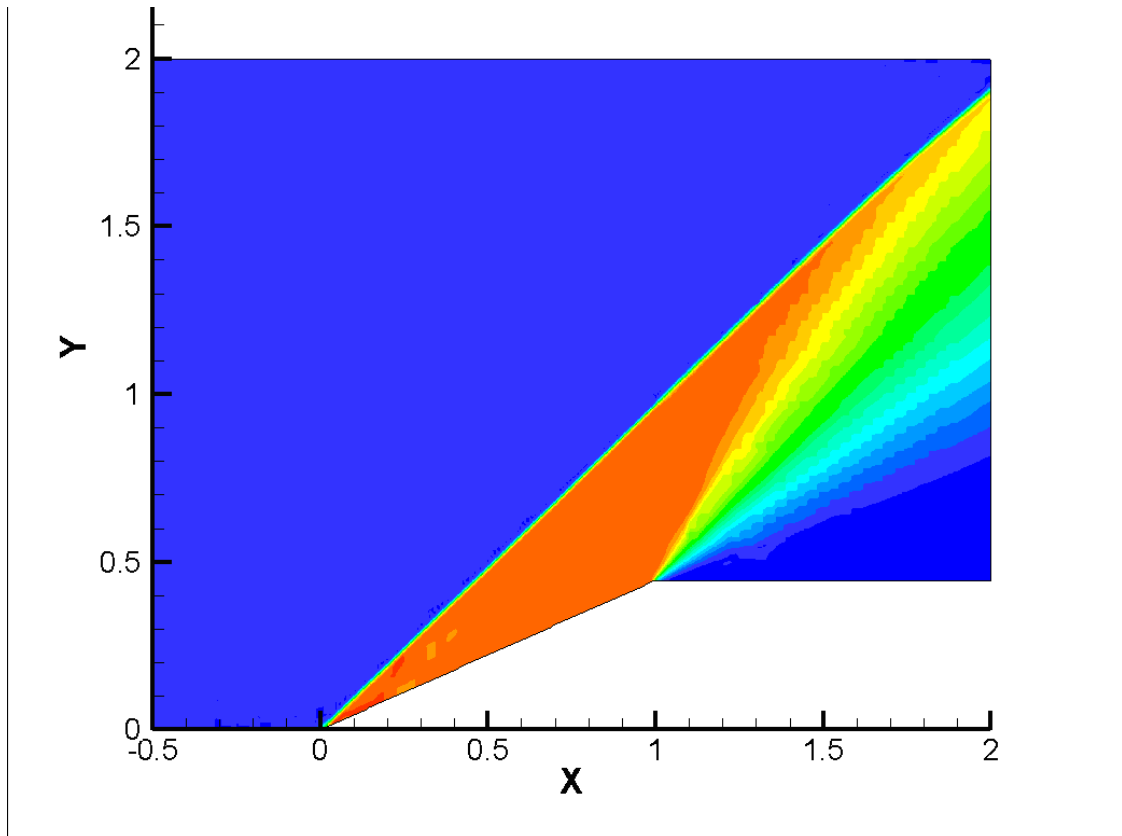


Рис. 2.14 – Распределение плотности в расчете, адаптированном к положению сильных и слабых разрывов (сетка в окрестности разрывов в 4 раза мельче)

2.3 Динамическая адаптация расчетных сеток

Следующим шагом является использование сеток, которые на каждом шаге расчета адаптируются к положению особенностей.

Для апробации этой методики была выбрана осесимметричная задача о сверхзвуковом обтекании модели при числе Маха, равном 2. Были выполнены три неадаптивных расчета этой задачи: на базовой сетке, содержащей 132*68 ячеек (рис. 2.15); расчет на вдвое более мелкой сетке, содержащей 264*136 яче-

ек (рис. 2.16); расчет на вчетверо более мелкой сетке, содержащей 528×272 ячеек. При этом время расчетов составило 110, 810 и 6400 секунд соответственно.

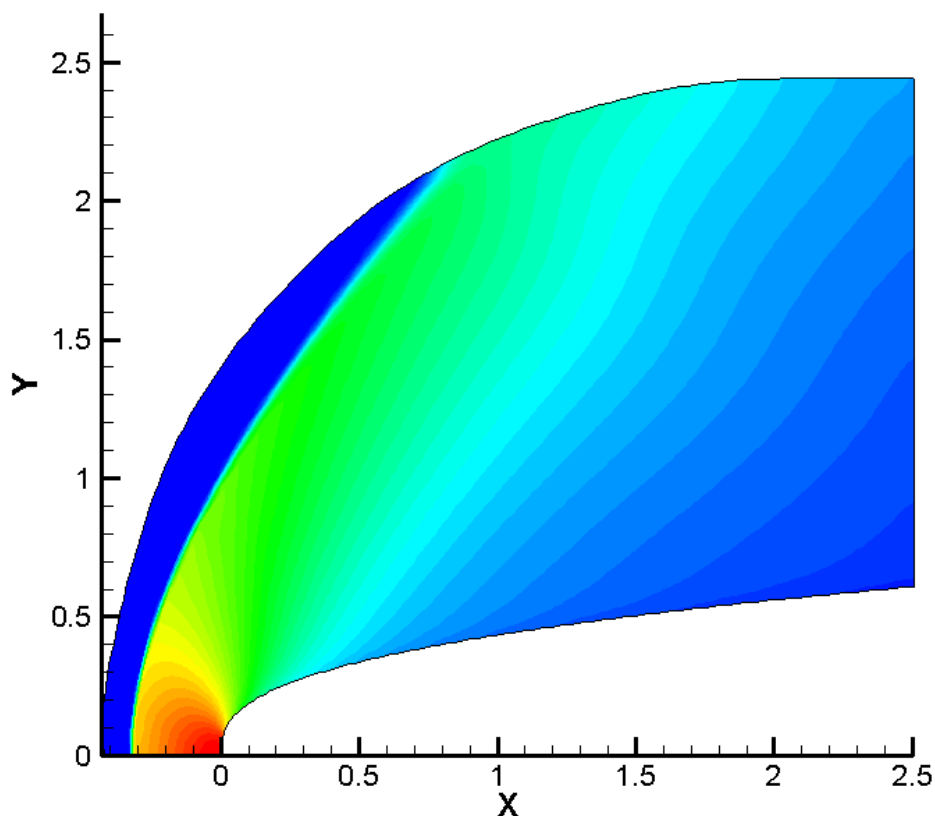
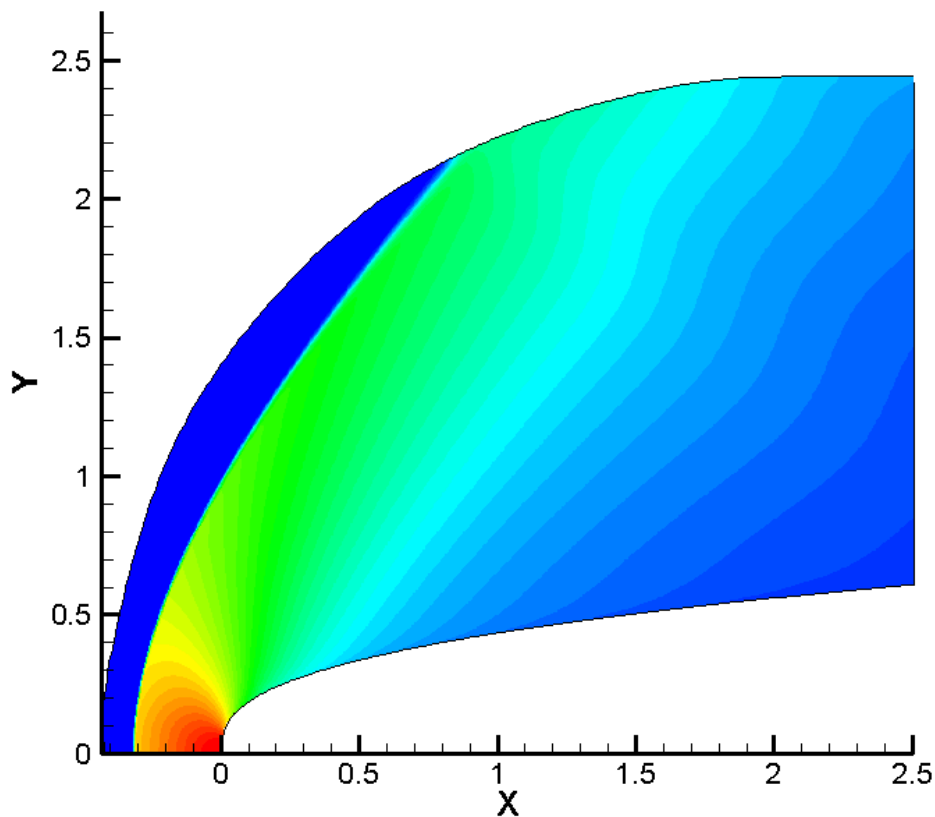


Рис. 2.15 – Распределение плотности в расчете на сетке, содержащей 132×68 ячеек

После этого расчет был повторен с введением алгоритма локализации особенностей, и была реализована методика расчета на адаптивных сетках. Имеются 2 сетки: базовая и полученная из нее делением каждой ячейки на заданное число частей. Шаг по времени в ходе расчета определяется числом Куранта, вычисленным по мелкой сетке. Процедура адаптивного расчета на каждом шаге по времени заключается в следующем:

1. на базовой сетке производится локализация особенностей, и выставляются соответствующие флаги;
2. флаги проектируются на мелкую сетку;
3. потоки на грубой сетке вычисляются для ребер, у которых хотя бы с одной стороны в соответствии с флагами нет особенностей;

4. потоки на мелкой сетке вычисляются для ребер, у которых хотя бы с одной стороны в соответствии с флагами есть особенности;
5. значения газодинамических величин для следующего шага по времени на грубой сетке вычисляются в ячейках, не имеющих особенностей;
6. значения величин для следующего шага по времени на мелкой сетке вычисляются в ячейках, имеющих особенности;
7. там, где есть особенности, данные с мелкой сетки проецируются на грубую сетку, и, наоборот, там, где особенностей нет, данные проецируются с грубой сетки на мелкую.



*Рис. 2.16 – Распределение плотности в расчете на сетке, содержащей 264*136 ячеек*

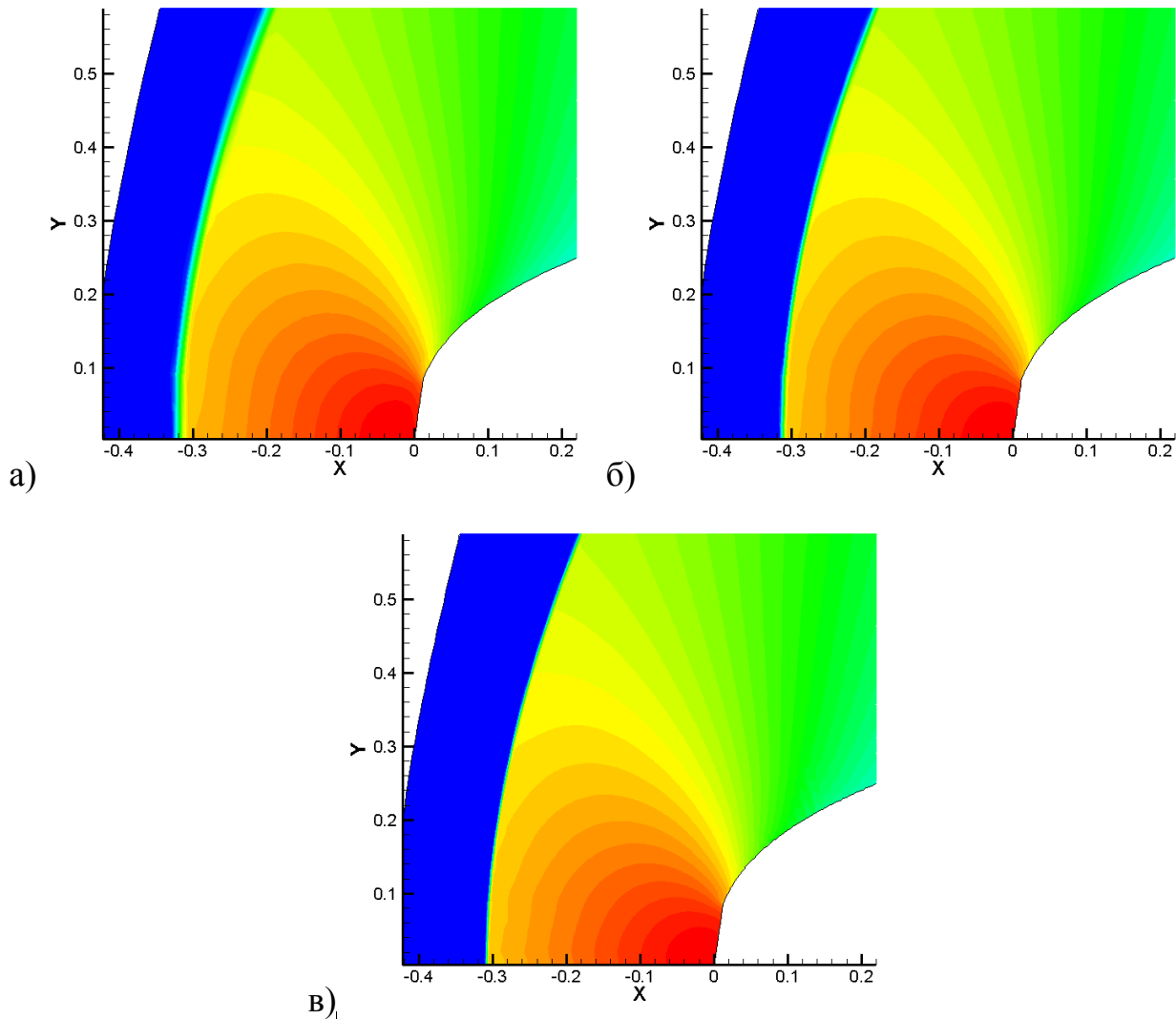


Рис. 2.17 – Распределение плотности в расчете на сетке, содержащей:

*а) 132*68 ячеек; б) 264*136 ячеек; в) 528*272 ячеек*

Как видно из рис. 2.17, измельчение сетки позволяет существенно уменьшить зону размазывания разрывов, однако, как видно из приведенных выше оценок, время расчета при этом значительно возрастает.

Того же эффекта за меньшее время можно достичь за счет использования адаптивных сеток. Основной расчет при этом производится на базовой грубой сетке, а в окрестности разрывов ячейки разбиваются на заданное число подъячеек.

Расчет на адаптивной сетке, в котором базовая ячейка разбивается на 4 подъячейки (рис. 2.18), занимает 620 секунд. Расчет на адаптивной сетке, в ко-

тором базовая ячейка разбивается на 16 подъячеек (рис. 2.19), занимает 1840 секунд.

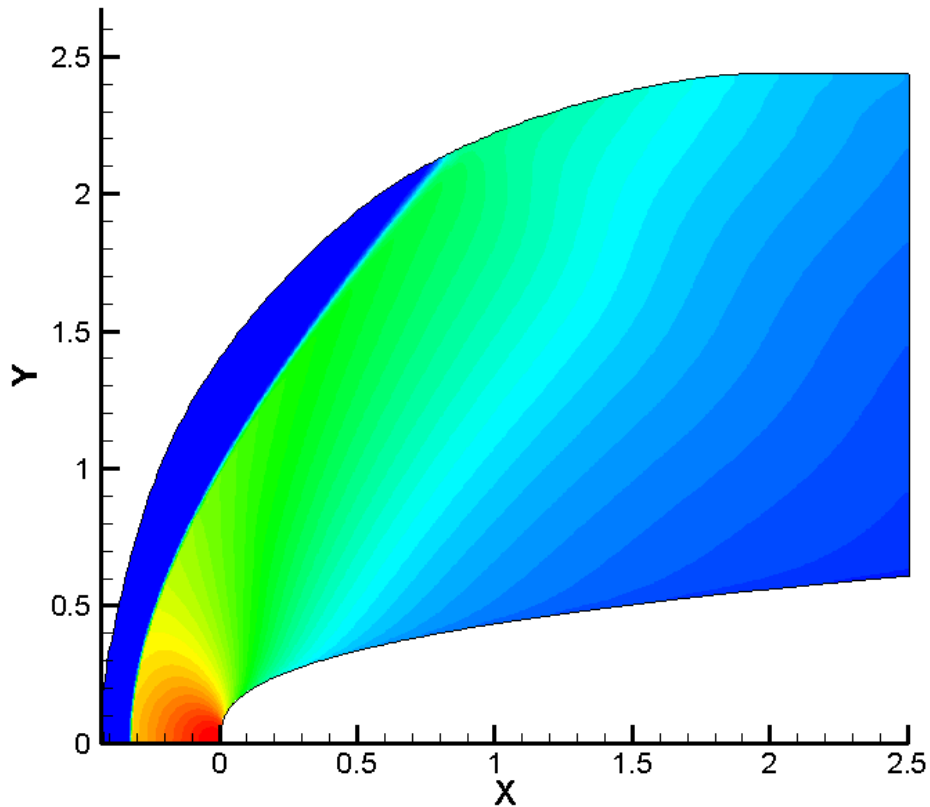


Рис. 2.18 – Распределение плотности в расчете на адаптивной сетке, где базовая ячейка разбивалась на 4 подъячейки

Из этих цифр следует, что, хотя есть существенное ускорение, процедуры выделения особенностей и обмена данными между сетками занимают достаточно много расчетного времени. Ускорить адаптивные расчеты можно за счет перехода к адаптивному временному шагу. Шаг по времени при этом определяется грубой сеткой. Сначала делается шаг для грубой сетки, а потом несколько шагов для мелкой сетки, таких, чтобы время расчета на мелкой сетке совпало со временем на грубой сетке. Только после этого делается следующее выделение особенностей и перестроение сетки (указанная техника применялась при расчете одномерной задачи в пункте 2.1).

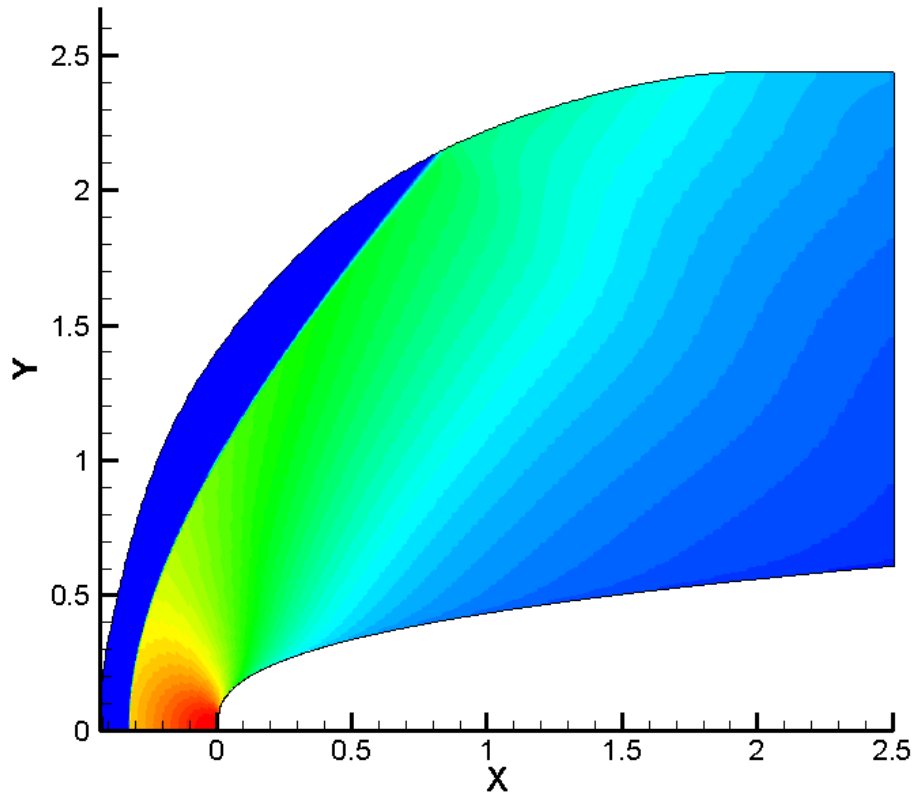


Рис. 2.19 – Распределение плотности в расчете на адаптивной сетке, где базовая ячейка разбивалась на 16 подъячеек

Тем не менее, на рис. 2.20 отчетливо видно, что применение адаптивных сеток позволяет уменьшить зоны размазывания разрывов.

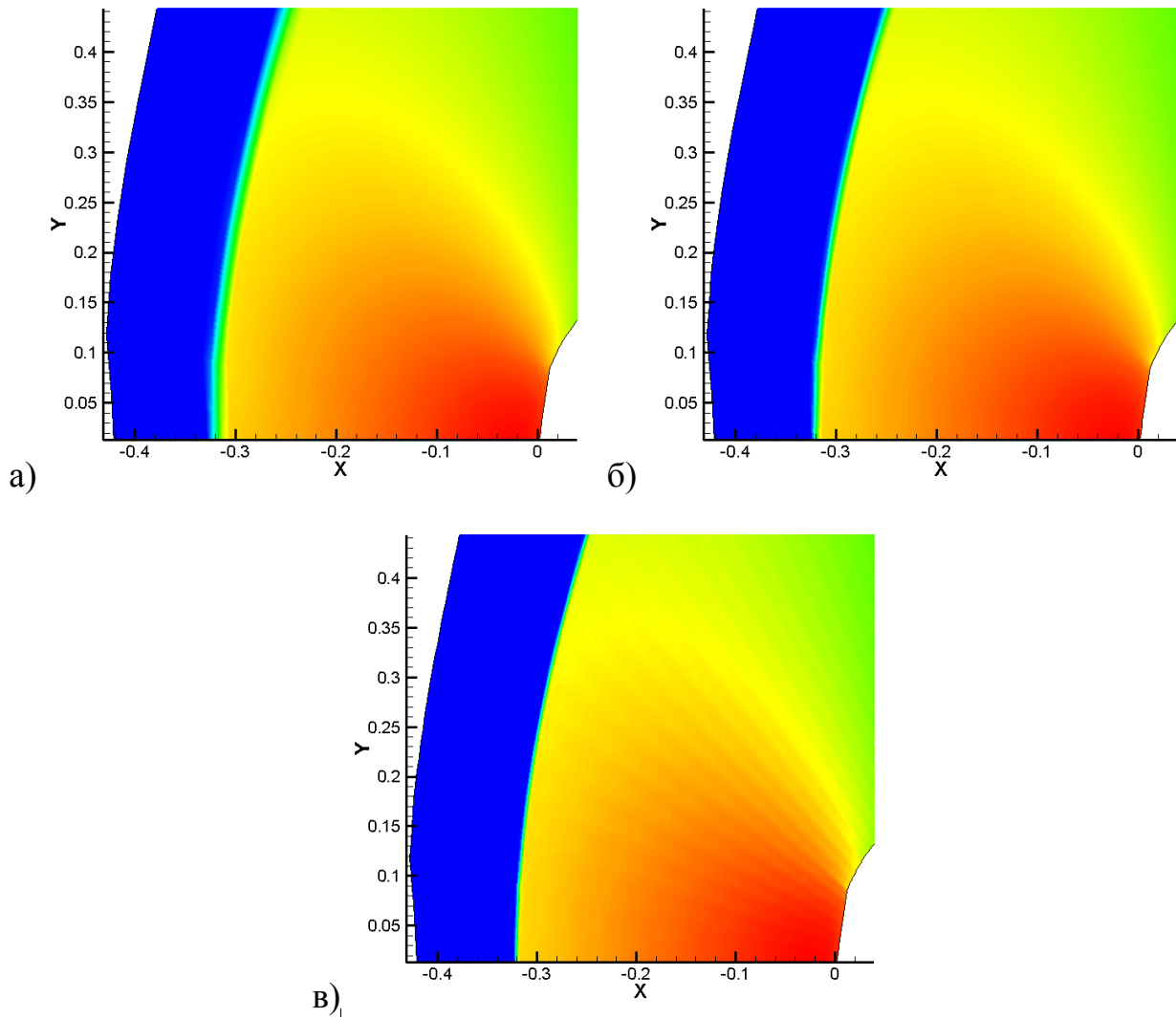
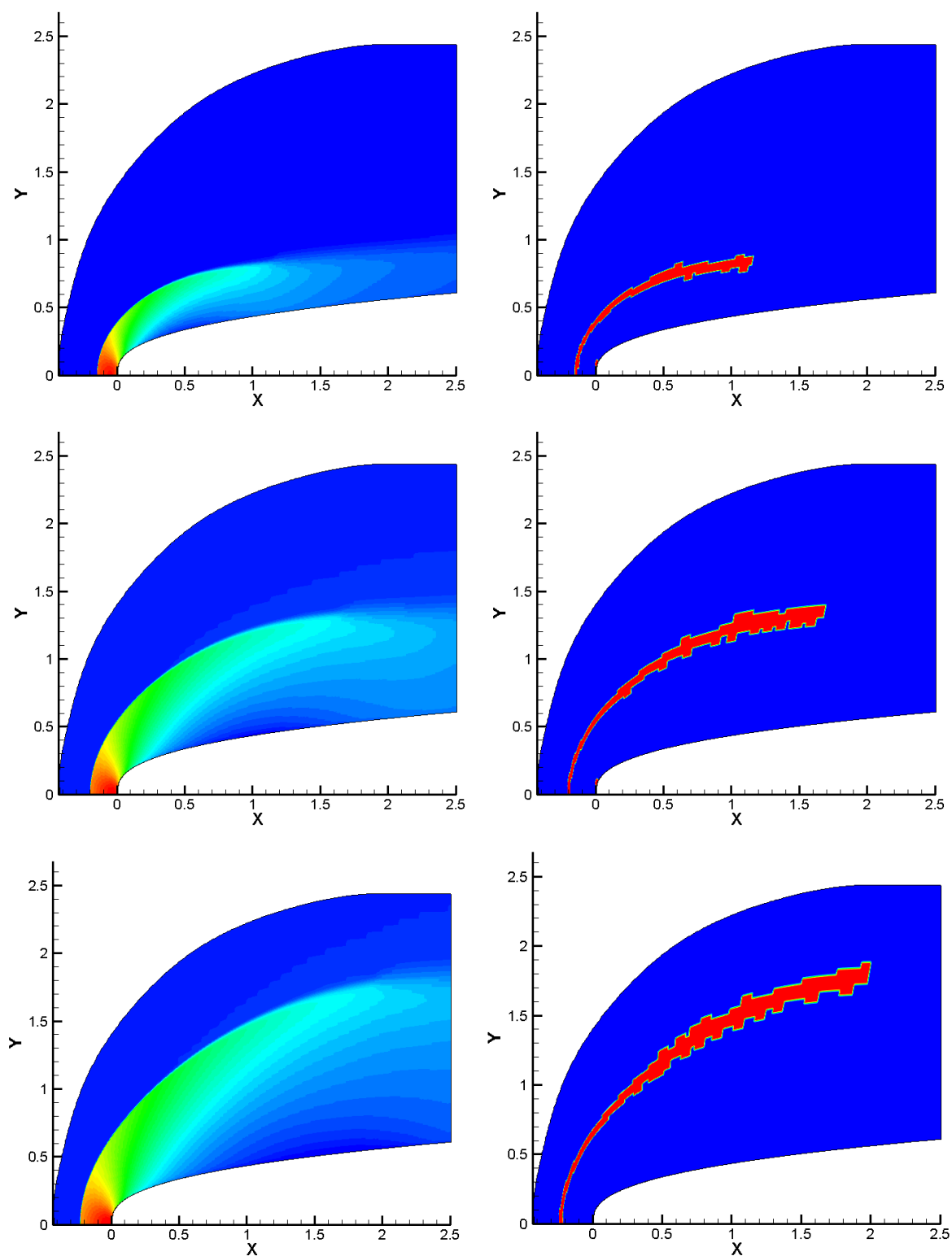


Рис. 2.20 – Распределение плотности в расчете на:

а) базовой сетке; б) адаптивной сетке с делением на 4 подъячейки;

в) адаптивной сетке с делением на 16 подъячеек

Использование адаптивных сеток также позволяет отслеживать формирование и эволюцию разрывов (рис. 2.21).



*Рис. 2.21 – Распределение плотности и положение особенностей в расчете
в различные моменты времени*

Заключение

Предложенный в работе метод динамической адаптации сеток к положению сингулярностей течений идеального газа, основанный на вейвлет-анализе численного решения, продемонстрировал достаточно высокую конкурентоспособность по сравнению с другими подходами в силу его универсальности и технологичности.

Список литературы

- [1] Мажукин В.И., Самарский А.А., Кастельянос О., Шапранов А.В. Метод динамической адаптации для нестационарных задач с большими градиентами. // *Математическое моделирование*, 5:4, (1993), С. 32–56.
- [2] Бреславский П.В., Мажукин В.И. Метод динамической адаптации в задачах газовой динамики. // *Математическое моделирование*, 7:12 (1995), С. 48–78.
- [3] Афендииков А.Л., Левкович-Маслюк Л.И., Луцкий А.Е., Плёнкин А.В. Локализация разрывов в полях газодинамических функций с помощью вейвлет анализа. // *Математическое моделирование*, 20:7 (2008), С. 65–84.
- [4] Афендииков А.Л., Луцкий А.Е., Пленкин А.В. Вейвлетный анализ локализованных структур в идеальной и вязкой моделях. // *Математическое моделирование*, 23:1, (2011), С. 41–50.
- [5] Афендииков А.Л., Луцкий А.Е., Плёнкин А.В. Локализация особенностей газодинамических полей и адаптация расчетной сетки к положению разрывов. // *Математическое моделирование*, 24:12, (2012), С. 49–54.
- [6] Знаменская И.А., Коротеев Д.А., Луцкий А.Е. Экспериментальная реализация двумерной задачи о распаде разрыва при импульсной ионизации потока с ударной волной. // *Доклады РАН*, 420:5 (2008), С. 619–622.
- [7] Кудряшов И.Ю., Луцкий А.Е. Моделирование турбулентного отрывного трансзвукового обтекания тел вращения. // *Математическое моделирование*, 23:5, (2011), С. 71 – 80.

- [8] Кудряшов И.Ю., Луцкий А.Е. Адаптация кода для расчета течений вязких жидкостей под гибридные вычислительные системы на базе технологий CUDA-MPI. // *Математическое моделирование*, 24:7, (2012), С. 33–44.
- [9] Афендигов А.Л., Меркулов К.Д., Пленкин А.В. Динамическая локальная адаптация сеток на основе вейвлет-анализа в задачах газовой динамики // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 2014. № 99. 26 с.
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-99>