ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 100 за 2014 г.

Петров А.П., Степанцов М.Е.

Дискретная распределенная модификация модели «власть–общество» на основе клеточного автомата

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Петров А.П., Степанцов М.Е. Дискретная распределенная модификация модели «власть–общество» на основе клеточного автомата // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 100. 19 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-100

О р д е н а   Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Р о с с и й с к о й   а к а д е м и и   н а у к

А.П. Петров, М.Е. Степанцов

Дискретная распределенная модификация модели «власть–общество» на основе клеточного автомата

Москва — 2014

Петров А.П, Степанцов М.Е.

Дискретная распределенная модификация модели «власть–общество» на основе клеточного автомата

Настоящая работа посвящена построению и первичному исследованию варианта модели «власть-общество» на основе стохастического клеточного автомата, описывающего динамику распределения власти в иерархии. Сформулированы лежащие в основе модели положения, проведена алгоритмизация и построена имитационная система, позволяющая проводить вычислительные эксперименты с моделью. Показано, что большая часть свойств детерминированной модели, имеющей вид системы дифференциальных уравнений, сохраняется в клеточно-автоматном варианте. В то же время, в данном варианте модели возможна стабилизация распределения власти к решению, которое является неустойчивым в детерминированной модели.

Ключевые слова: система «власть-общество», клеточные автоматы, вычислительный эксперимент, имитационное моделирование

Alexander Phoun Chzho Petrov, Mikhail Yevgenievich Stepantsov

A discreet distributed “power-society” model modification based on cellular automaton

In this paper we consider construction and primary research of the stochastic cellular automaton based version of the "power-society" model, describing the dynamics of power distribution in a hierarchy. We herein formulate basic principles of the model and present a simulation system for numeric experiments. It is shown that most properties of the deterministic model that is a system of differential equations are inherited by the cellular automaton model, which is also shows a possibility to attract power distribution to a solution, proved to be unstable in the classical model.

Key words: "power-society" system, cellular automata, numerical experiment, simulation

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 12-06-00205-а.

Введение

Настоящая работа посвящена развитию модели «власть-общество», описывающей динамику распределения власти в иерархии (см., напр., [1-4]). Более конкретно, проводится построение и исследование варианта данной модели, основанного на стохастическом клеточном автомате.

Дадим краткое описание основных положений модели «власть-общество». Рассматривается властная иерархия, состоящая из упорядоченных по старшинству инстанций. Если у каждой инстанции (кроме самой нижней) имеется ровно одна починенная ей инстанция, то иерархия называется цепочечной. В более сложной, пирамидальной иерархии начальник может иметь произвольное количество подчиненных, расположенных в одном иерархическом слое. Таким образом, модель "власть-общество" с пирамидальной иерархией позволяет рассматривать распределенные системы, в которых инстанции соответствуют администрациям территориальных образований. В настоящей работе рассматривается пирамидальная трехуровневая иерархия, отражающая принятую в России структуру органов власти: федеральный центр, регионы и муниципалитеты.

В каждый момент времени каждая инстанция реализует определенное количество власти. Совокупность этих величин для всех инстанций называется распределением власти в иерархии. С течением времени распределение власти изменяется как вследствие перераспределения власти между инстанциями, так и под влиянием гражданского общества. В традиционной модели "власть-общество" [1-3] данная динамика описывается детерминированным образом: знание текущего распределения власти и реакции общества позволяет с определенностью указать распределение в следующие моменты времени. Эта модель имеет в наиболее общем случае вид интегро-дифференциального уравнения в частных производных параболического типа (если количество иерархических слоев достаточно велико; при этом осуществляется переход к так называемой непрерывной иерархии), либо системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

В данной работе принят иной подход, предполагающий, что эти изменения носят вероятностный характер. Дадим краткое описание возникающих при этом различий между детерминированной и стохастической дискретной моделями

Детерминированная модель предполагает, что поток власти между двумя соседними инстанциями иерархии пропорционален разности текущих значений власти этих инстанций (политологический аналог законов Фурье и Фика, см. [5]). В рамках дискретной стохастической модели на основе клеточного автомата именно этой разности пропорциональна вероятность передачи кванта власти от одной инстанции к другой.

Влияние гражданского общества на власть описывается в модели "власть-общество" с помощью так называемой функции реакции гражданского общества. Ее конкретный вид определяет, в частности, распределения власти, которые являются желательными с точки зрения гражданского общества. Данные распределения могут быть охарактеризованы как политические аттракторы: в рамках детерминированной модели эти распределения близки к устойчивым стационарным решениям системы обыкновенных дифференциальных уравнений (либо, для непрерывной иерархии – решениям параболического уравнения). В рамках детерминированной модели, чем больше разность между текущим количеством власти некоторой инстанции от соответствующего желательного (с точки зрения общества) количества власти, тем больше скорость изменения власти данной инстанции. В модели на основе клеточного автомата вероятность изменения власти инстанции на текущем временном шаге пропорциональна значению между желательным и существующим количеством власти.

Тем самым, в данном варианте модели «власть-общество», для изучения дискретной иерархии используется стохастический клеточный автомат вместо системы обыкновенных дифференциальных уравнений (данная альтернатива была предложена в [6] для моделирования физических процессов). Более конкретно, в данной работе рассматривается двумерный клеточный автомат, в котором клетки репрезентируют отдельные муниципалитеты. Использование клеточных автоматов для анализа социально-экономических процессов в некоторых случаях является более уместным именно из-за существенной дискретности моделируемой реальности [7]. С другой стороны, поскольку социальная реальность редко сводится исключительно к локальным взаимодействиям, при ее моделировании часто (например, [8]) приходится расширять классическое понятие клеточного автомата, используя в нем конструкцию псевдососедей - клеток, не находящихся рядом с данной, но влияющих на ее динамику.

Построение стохастической модели на основе клеточного автомата

Рассмотрим пирамидальную трехуровневую властную иерархию. Ассоциируя данную иерархию с существующей в России системой, будем называть верхнюю инстанцию федеральным центром, инстанции среднего уровня – регионами, низшего уровня - муниципалитетами.

При построении модели, будем учитывать следующие особенности системы:

1) каждый муниципалитет относится к определенному региону; при этом вертикальные потоки власти «регион-муниципалитет» имеют место только между регионом и входящими в него муниципалитетами;

2) муниципалитеты и регионы географически располагаются друг относительно друга определенным образом (некоторые являются соседями, имеющими общую границу, некоторые значительно удалены друг от друга и т.п.);

3) в различных муниципалитетах и регионах функции реакции общества могут отличаться;

Несколько упрощая географические реалии, в качестве поля данного автомата примем ортогональную сетку. Таким образом, каждый муниципалитет изображается квадратной клеткой, а регион – связным множеством конечного количества таких клеток. Для вычислительных экспериментов (см. ниже) использовалось поле размерности 10 на 10 клеток; таким образом, «страна» состояла из 100 муниципалитетов, объединенных в некоторое количество регионов, как правило, различающихся по площади. Пример подобной конфигурации приведен на рис.1.

Окрестность клетки в данной модели может быть задана как в соответствии с правилом фон Неймана (и состоять из четырех клеток, имеющих с данной общую сторону, обозначаемых *North, East, South, West;* данная система обозначений является стандартной и никак не связана с географическими аналогиями в системе «власть-общество»), так и с правилом Мура (восемь клеток, имеющих хотя бы общую вершину).

Каждая клетка (муниципалитет) характеризуется следующими параметрами.

1. Номер региона, к которому относится данный муниципалитет (см. рис.1).

2. Набор параметров, характеризующих реакцию общества. В данном варианте модели принято предложенное в [9] положение о том, что общественное сознание имеет амбивалентный (биполярный) характер, при котором существуют два устойчивых распределения власти. Одно из них отличается большим (p_3), а другое – меньшим (p_1) количеством власти у соответствующей инстанции. Функция реакции общества тогда имеет вид:

$$F(p) = -k_1(p-p_1)(p-p_2)(p-p_3), \tag{1}$$

где параметры p_1, p_2, p_3 такие, что $p_1 < p_2 < p_3$, характеризуют конкретную инстанцию, в данном случае – конкретный муниципалитет.

3. Прочие параметры, которые могут быть введены в модель при ее усложнении: уровень коррупции в данном муниципалитете, объемы производства различных видов продукции, показатели качества жизни в муниципалитете и т.д. В настоящей работе эти параметры не рассматриваются.

Время в данной модели предполагается дискретным. Переменная $p(t)$, характеризующая каждый конкретный муниципалитет в каждый момент времени, имеет смысл количества власти, реализуемого администрацией данного муниципалитета.

Отдельно остановимся на номере региона, к которому относится данный муниципалитет. Этот атрибут приписывает данной клетке одного псевдососеда – клетку, характеризующую состояние региона, к которому относится данный муниципалитет. Также необходима и клетка, характеризующая состояние всей системы в целом – она будет являться псевдососедом для всех клеток-регионов. Следовательно, при моделировании системы с m регионами, множество клеток данного автомата следует пополнить $m+1$ клеткой, которые не находятся на поле клеточного автомата.

Каждая из этих клеток (каждый регион и федеральный центр) также характеризуется своими значениями параметров p_1, p_2, p_3 и переменной $p(t)$, имеющей смысл количества власти, реализуемого соответствующей администрацией.

При моделировании реальной государственной системы соответствие между клетками-муниципалитетами и клетками-регионами может быть задано в виде приближенного изображения реального географической конфигурации этой системы. Если же речь идет о модельных расчетах абстрактных систем, то соответствие между муниципалитетами и регионами может быть генерировано при помощи вспомогательного клеточного автомата.

Для этой цели используем клеточный автомат «копируй со случайного соседа» [10]. Используем то же самое поле и ту же самую окрестность, что и в основном автомате, а множество состояний клетки составят множество номеров регионов и число 0, которое будет означать то, что муниципалитет не приписан к конкретному региону. Затем разместим в ячейках, выбранных случайным образом, номера регионов и запустим процедуру автомата, повторяя ее до тех пор, пока на поле существуют клетки в состоянии 0. В итоге получим конфигурацию, в которой каждой клетке поставлен в соответствие регион таким образом, чтобы к одному региону относились клетки, связанные транзитивным замыканием отношения соседства (то есть, чтобы территория региона была целостной).

Правила вспомогательного клеточного автомата «копируй со случайного соседа» (для окрестности фон Неймана) приведены ниже в виде псевдокода.

```
if Center=0 then
a=Random (0, 1)
if a<0,25 then Center’ = North
if a≥0,25 and a<0,5 then Center’ = East
if a≥0,5 and a<0,75 then Center’ = West
if a≥0,75 then Center’ = South
end if
```

Здесь и далее штрихом обозначено состояние клетки на следующем шаге.

Пример построения системы, в которой 100 муниципалитетов распределены по 8 регионам, приведен на рис. 1.

2	2	2	2	2	8	8	8	8	8
2	2	2	2	2	8	8	8	8	8
2	2	2	2	8	8	8	8	8	8
2	2	2	2	3	3	3	3	3	7
4	4	4	4	4	3	3	7	7	7
4	4	4	5	4	3	7	7	7	7
5	5	5	5	4	3	7	7	7	7
5	5	5	5	5	5	5	7	7	7
5	5	5	5	6	6	6	6	7	1
5	5	5	5	6	6	6	6	1	1

Рис. 1. Распределение 100 муниципалитетов по 8 регионам.
Цифры указывают номер региона.

Распределение муниципалитетов по регионам завершает построение «страны». Таким образом, построение модели завершено в части описания реакции общества на текущее распределение власти, а также «географии».

Перейдем к описанию динамики распределения власти в системе.

Положим экзогенно заданными начальные количества власти, реализуемые всеми инстанциями (муниципальными, региональными, федеральной). Как известно [1], в модели «власть-общество» динамика определяется двумя факторами: перераспределением власти между инстанциями и влиянием гражданского общества. В детерминированной модели этим факторам соответствуют различные слагаемые в дифференциальных уравнениях. В модели на основе клеточного автомата это приводит к тому, что каждый шаг динамики автомата состоит из следующих двух этапов.

Этап 1. Изменение объема власти инстанции ввиду потоков власти между соседними иерархическими уровнями описывается следующим алгоритмом.

```
d = Region(Center) – Center
a=Random (0, 1)
If d > 0 then
If a < k d / Number(Region(Center)) then Region'(Center) = Region(Center) – 1
If a < k d then Center' = Center + 1
End If
```

If d < 0 then
If a < -k d / Number(Region(Center)) then Region'(Center) = Region(Center) + 1
If a < -k d then Center' = Center – 1
End If

Здесь *Region(Center)* обозначает псевдососеда клетки, описывающего регион, к которому относится данный муниципалитет, а функция *Number(Region(Center))* возвращает число клеток, для которого данный регион является псевдососедом (то есть число муниципалитетов, относящихся к данному региону). Коэффициент k имеет тот же смысл, что и соответствующий коэффициент из детерминированной модели и характеризует интенсивность обмена властью между соседними инстанциями (так, в детерминированной модели с непрерывной иерархией, имеющей вид уравнения в частных производных параболического типа, данный коэффициент аналогичен коэффициенту теплопроводности).

Рассмотрим подробнее особенности этого алгоритма. Если количество власти на региональном уровне превышает количество власти на уровне муниципалитета на величину d, то с вероятностью $k\frac{d}{N}$ (где N – число муниципалитетов в составе данного региона) количество власти на региональном уровне уменьшается на 1, а с вероятностью kd увеличивается количество власти на уровне муниципалитета. Таким образом, хотя при каждом отдельном применении алгоритма суммарное количество власти может не сохраняться, однако среднее изменение суммарного количества власти в рамках одного региона после применения алгоритма ко всем клеткам региона равно 0. Если количество власти на региональном уровне меньше количества власти на уровне муниципалитета, то происходит точно такой же процесс перетекания в обратном направлении.

Следует отметить, что в этом и всех последующих алгоритмах принято, что если расчетная величина вероятности события превышает 1, то событие полагается достоверным.

Алгоритм перетекания власти между федеральным и региональным уровнями аналогичен, но вместо числа муниципалитетов используется число регионов.

Этап 2. Изменение объема власти инстанций за счет влияния общества моделируется следующим образом. Вычисляется функция реакции общества:

$$F(p) = -(p-p_1)(p-p_2)(p-p_3). \qquad (2)$$

Вероятность изменения состояния клетки r на любом уровне иерархии принимается равной

$$r=\min\left\{k_1\frac{F(p)}{F_{\min(max)}};1\right\}. \qquad (3)$$

В связи с тем, что функция реакции общества носит кубический характер, в случае, если ее значение больше нуля, оно сравнивается с ее значением ($F_{\max}$) в локальном максимуме, также положительным, а если меньше нуля – со значением ($F_{\min}$) в минимуме, каковое отрицательно. Происходящее с этой вероятностью изменение равно *sign F(p)*, то есть объем власти в клетке меняется на единицу с вероятностью тем большей, чем больше значение функции *F*, причем в ту сторону, на которую указывает знак функции *F*. Коэффициент k_1 имеет тот же смысл, что и соответствующий коэффициент из детерминированной модели (см. уравнение (1)) и характеризует степень влияния реакции общества на изменение количества власти.

Применение формулы (3) требует предварительного вычисления величин $F_{\min(max)}$. Для этого находим точки экстремумов функции (2); соответствующие значения p равны

$$\mathrm{p}_{\min\,(\max)} = \frac{p_1 + p_2 + p_3 \pm \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 - p_1 p_2 - p_1 p_3 - p_2 p_3}}{3}.$$

Затем находим наибольшее или наименьшее значение функции в этих точках.

Алгоритм изменения количества власти за счет влияния общества, таким образом, имеет следующий вид:

F = -(Center - p1) (Center - p2)(Center - p3)
If F > 0 then
pextr = (p1 + p2 + p3 + sqrt(p1 p1 + p2 p2 + p3 p3 - p1 p2 - p1 p3 - p2 p3)) / 3
else
pextr = (p1 + p2 + p3 - sqrt(p1 p1 + p2 p2 + p3 p3 - p1 p2 - p1 p3 - p2 p3)) / 3
End if
Fextr = -(pextr - p1)(pextr - p2)(pextr - p3)
r = k1 F / Fextr
a=Random (0, 1)
If a < r and F > 0 then Center' = Center + 1
If a < r and F < 0 then Center' = Center - 1

Алгоритмы изменения объема власти на федеральном и региональном уровнях аналогичны.

Таким образом, в соответствии с алгоритмами Этапа 1 и Этапа 2, количество власти любой инстанции изменяется единичными «квантами». Вследствие этого, если в начальный момент времени количество власти каждой инстанции является целым числом, то и в любой следующий момент времени количество власти каждой инстанции будет целым числом.

Следует отметить также, что в изложенной базовой модели количество власти в муниципалитете не зависит от соседних муниципалитетов (поэтому, в частности, выше не конкретизировался вид окрестности клетки: фон Неймана либо Мура). Такая зависимость предполагается для дополнительных переменных, таких, как объем производства или уровень коррупции в муниципалитете, регионе или стране в целом. Эти переменные предполагается ввести при развитии модели, предполагающем разработку конкретных имитационных систем, описывающих анализ динамики власти с учетом упомянутых дополнительных параметров.

Вычислительные эксперименты с построенной моделью

В настоящей работе ограничимся рассмотрением нескольких сценариев динамики распределения власти в модели, при этом результаты вычислительных экспериментов со стохастическим клеточным автоматом будем сопоставлять с детерминированной моделью.

В следующих численных экспериментах, описанных ниже, рассматривается система власти с пятью регионами и 100 муниципалитетами, случайно распределенными по этим регионам. Соответствующая детерминированная система имеет вид задачи Коши для системы 106 обыкновенных дифференциальных уравнений, неизвестными в которой являются функции

$$p_{m,1}(t), p_{m,2}(t), \ldots, p_{m,100}(t),\ p_{r,1}(t), \ldots, p_{r,5}(t),\ p_f(t).$$

Здесь индексы m,r,f указывают на муниципальный, региональный и федеральный уровни власти, а второй индекс в каждом обозначении – на номер инстанции в своем иерархическом слое; например, $p_{m,19}(t)$ - количество власти, реализуемое девятнадцатым муниципалитетом в момент времени t.

Уравнения детерминированной модели имеют вид

$$\begin{cases} \dfrac{dp_{m,1}}{dt} = F_{m,1} + k\left(p_{r,1} - p_{m,1}\right) \\ \ldots \\ \dfrac{dp_{m,100}}{dt} = F_{m,100} + k\left(p_{r,5} - p_{m,100}\right) \\ \dfrac{dp_{r,1}}{dt} = F_{r,1} + k\left(u - p_{r,1}\right) - k\sum\limits_{i \in reg(1)} \left(p_{r,1} - p_{m,i}\right) \\ \ldots \\ \dfrac{dp_{r,5}}{dt} = F_{r,5} + k\left(p_f - p_{r,5}\right) - k\sum\limits_{i \in reg(5)} \left(p_{r,5} - p_{m,i}\right) \\ \dfrac{dp_f}{dt} = F_f - k\sum\limits_{i=1}^{5}\left(p_f - p_{r,i}\right) \end{cases} \quad (4)$$

.

Здесь выражение вида $i \in reg(1)$ обозначает, что суммирование проводится по всем муниципалитетам, входящим в первый регион. Все функции $F_{m,1},...,F_{m,100},F_{r,1},...,F_{r,5},F_f$, описывающие реакцию гражданского общества, имеют форму (1).

Рассмотрим несколько серий вычислительных экспериментов с построенным в предыдущем разделе вариантом модели «власть-общество», имеющим вид стохастического клеточного автомата. Для каждой рассматриваемой комбинации параметров системы проводилось 50 экспериментов, отличающихся друг от друга начальными условиями. Эти начальные условия генерировались случайным образом: для каждой инстанции муниципалитета, региона и страны в целом) начальное количество власти являлось реализацией случайной величины, равномерно распределенной на множестве $\{1;2;3;...;9;10\}$.

Серия экспериментов № 1

Рассмотрим ситуацию, когда для всех клеток значения параметров функции реакции общества, заданной формулой (2), равны $p_1 = 2, p_2 = 5, p_3 = 7$. Этот случай соответствует детерминированной модели (4), в которой

$$F_{m,1} = ... = F_{m,100} = F_{r,1} = ... = F_{r,5} = F_f = -k_1(p-2)(p-5)(p-7). \qquad (5)$$

Нетрудно показать, что система (4) с функциями реакции общества вида (5) имеет при любых положительных k, k_1 стационарные решения

$$p_{m,1}(t) = p_{m,2}(t) = ... = p_{m,100}(t) = p_{r,1}(t) = ... = p_{r,5}(t) = p_f(t) = 2, \qquad (6)$$

$$p_{m,1}(t) = p_{m,2}(t) = ... = p_{m,100}(t) = p_{r,1}(t) = ... = p_{r,5}(t) = p_f(t) = 5, \qquad (7)$$

$$p_{m,1}(t) = p_{m,2}(t) = ... = p_{m,100}(t) = p_{r,1}(t) = ... = p_{r,5}(t) = p_f(t) = 7, \qquad (8)$$

причем решения (6) и (8) являются асимптотически устойчивыми, а (7) – неустойчивым.

Основной целью вычислительных экспериментов со стохастическим клеточным автоматом являлось сопоставление результатов с указанными решениями детерминированной модели.

Эксперименты проводились при значениях $k=1$, $k_1=1$ (см. описания алгоритмов Этапа 1 и Этапа 2), и случайном начальном распределении количества власти в клетках. В результате, течением времени количество власти всех инстанций стремилось к одному из стационарных значений (одному и тому же для всех инстанций).

На рис. 2 показаны типичные графики изменения среднего количества власти в системе. За 200 шагов ситуация почти полностью стабилизируется, и количество власти во всех клетках становится одинаковым, принимая одно из стационарных значений. Стохастический характер модели приводит к тому, что в очень редких случаях (2 случая из 50 численных экспериментов) количество власти сходится и к значению $p=5$, которое является неустойчивым в детерминированной модели.

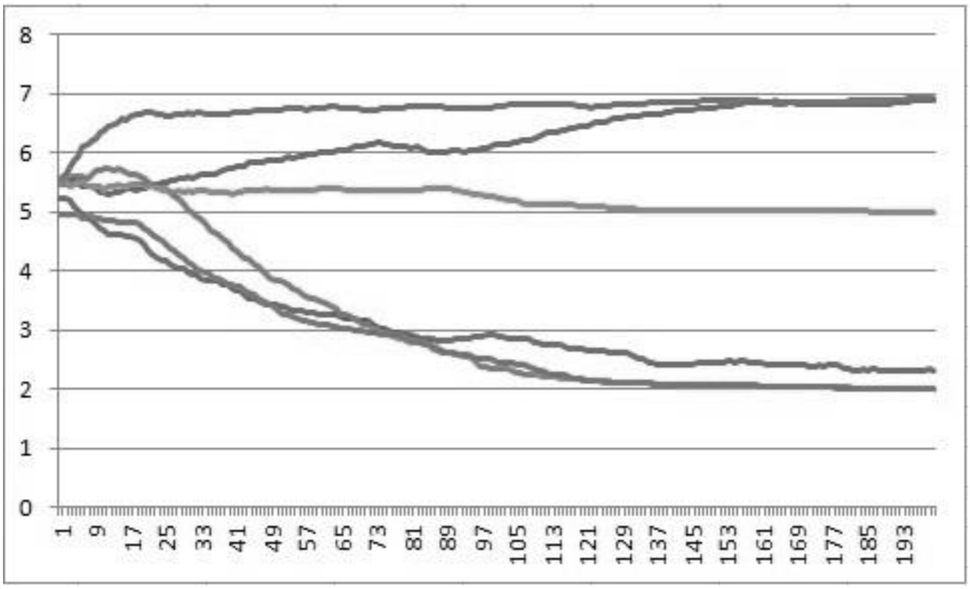

Рис. 2. Динамика среднего количества власти в системе (Серия экспериментов № 1).

Серия экспериментов № 2

Изменим условия экспериментов со стохастическим клеточным автоматом по сравнению с Серией 1, положив $k=0,05$ (значения прочих параметров остаются неизменными).

Данная ситуация соответствует детерминированной модели (4),(5) с малым параметром. Аналогичная модель с непрерывной иерархией является сингулярно возмущенной и имеет решения, относящиеся к классу контрастных структур [11]. Дискретная стационарная контрастная структура (см. [12]) системы (5) – это стационарное решение, при котором количество власти одних инстанций близко (при $k \ll 1$) к $p_1 = 2$, для других = к $p_3 = 7$. Контрастные структуры играют большую роль при анализ системы «власть-общество»: например, в работе [9] этим решениям была дана содержательная политологическая интерпретация. Цель данной серии экспериментов заключалась в том, чтобы определить наличие или отсутствие аналогов таких решений в стохастической модели.

Эксперименты на основе построенного клеточного автомата показали, что с течением времени количество власти в части муниципалитетов принимает значения в окрестности значения $p=2$ (т.е. $p=2$ либо $p=1$, либо $p=3$, причем среднее значение по муниципалитетам этой группы превышает 2), в других муниципалитетах объем власти принимает значения, близкие к значению $p=7$ (то есть, $p=7, p=6$ либо $p=8$).

Количество власти инстанций федерального и регионального уровня с течением времени также стремится к одному из этих значений. В качестве примера приведем результаты одного из экспериментов: распределение муниципалитетов по количеству власти представлено на рис. 3, объемы власти пяти региональных инстанций составляют, соответственно, 6, 7, 7, 7, 5, объем власти на федеральном уровне равен $p=7$. Следует отметить, что здесь контрастная структура возникает не по всем вертикалям иерархии, а лишь по некоторым.

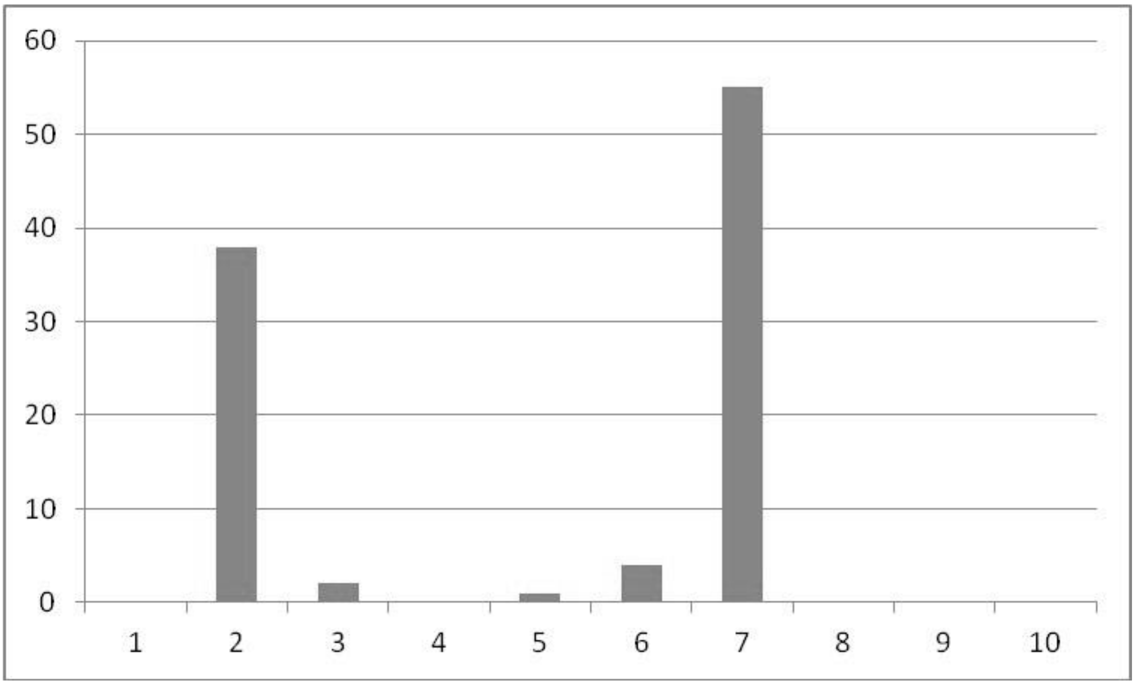

Рис. 3. Распределение 100 муниципалитетов по количеству власти в случае возникновения контрастной структуры по некоторым вертикалям (Серия экспериментов № 2).

В редких случаях (3 эксперимента из 50), количество власти всех инстанций стремилось к одному и тому же стационарному значению, как и в случае $k=1$ (т.е. в Серии экспериментов №1). Следует отметить, что, поскольку в данной серии экспериментов реакция общества предполагалась одинаковой для всех уровней власти, а также для всех регионов и всех муниципалитетов, то результаты получались симметричные. Имеется в виду, что возникали как контрастные структуры, в которых количество власти на федеральном уровне было больше, чем на муниципальном (примеры приведены выше), так и наоборот, структуры, в которых большее количество власти сосредотачивалось на муниципальном уровне.

Серия экспериментов № 3

Перейдем к изучению модели в случаях, когда реакция общества является различной: как по уровням власти, так и по регионам. Рассмотрим следующую ситуацию. На федеральном уровне власти $p_1 = 4, p_2 = 7, p_3 = 9$, на региональном $p_1 = 3, p_2 = 6, p_3 = 8$, на муниципальном $p_1 = 2, p_2 = 5, p_3 = 7$. Однако в системе имеется один регион, в котором как для регионального, так и для муниципального уровней параметры имеют значения $p_1 = 1, p_2 = 2, p_3 = 3$. Другими словами, в стране присутствует «особый» регион, настроения в котором отличаются (от настроений в остальной части страны) в сторону меньшего желаемого обществом количества власти у региональной и муниципальных инстанций.

Цель данной серии экспериментов заключается в том, чтобы изучить возможность влияния гражданского общества одного региона на распределение власти в других регионах.

Как показали вычислительные эксперименты (проводившиеся при значениях параметров $k=1$, $k_1=0{,}05$), наличие этой возможности зависит от размера «особого» региона. Если он имеет значительные размеры, то может оказать влияние на другие регионы, причем, в первую очередь – на количество власти региональных инстанций (а не муниципальных). При этом, однако, некоторые регионы могут остаться при «своем мнении». Результаты одного из экспериментов приведены в табл.1 и на рис. 4.

Таблица 1

Результаты эксперимента из Серии № 3

Уровень	Установившееся количество власти				
	Регион 1 «особый»	Регион 2	Регион 3	Регион 4	Регион 5
Федеральный	5	5	5	5	5
Региональный	3	8	3	3	4
Среднее по муниципалитетам	3	7	4,5	4,7	4,9

Регион 1 является «особым», и оказывает влияние на остальные регионы и федеральный центр, но при этом в Регионе 2 сохраняются сильные региональная и муниципальные инстанции. В самом Регионе 1 муниципальная власть обладает количеством власти $p_3=3$, что превышает местные значения $p_2=2$, $p_1=1$; хотя эта величина меньше, чем среднее количество муниципальной власти в других регионах.

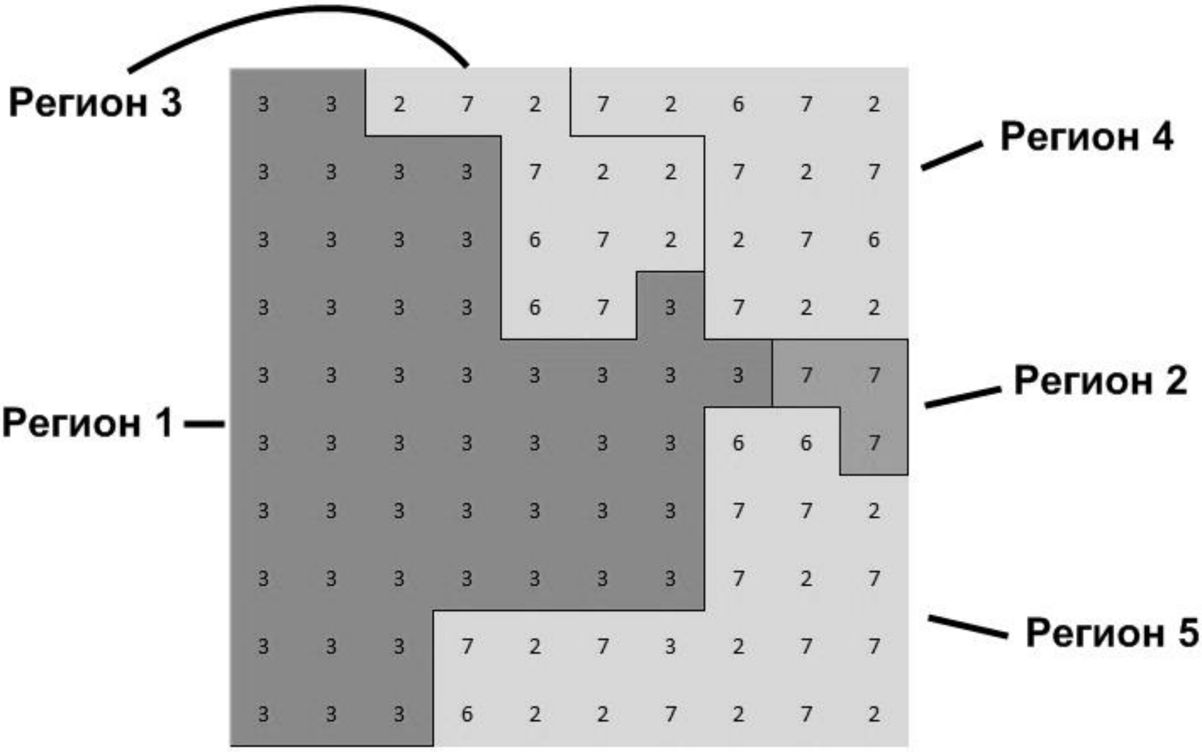

Рис. 4. Распределение количества власти в системе с отличающимся регионом (Серия экспериментов № 3). Выделены регионы 1 и 2. Цифры показывают количество власти.

Серия экспериментов № 4

Рассмотрим теперь случай, когда внутри каждого региона существует муниципалитет с отличающимися характеристиками (например, большой город). На федеральном уровне власти $p_1 = 4, p_2 = 7, p_3 = 9$, на региональном $p_1 = 3, p_2 = 6, p_3 = 8$, на муниципальном $p_1 = 2, p_2 = 5, p_3 = 7$, и в каждом регионе есть один муниципалитет с $p_1 = 1, p_2 = 2, p_3 = 3$ (в данной серии экспериментов, по-прежнему $k=1$, $k_1=1$).

Такая постановка задачи моделирует ситуацию, при которой каждый регион состоит из большого города (областного центра) и некоторого количества сельских муниципалитетов, причем общественные настроения на селе и в городе отличаются. Более конкретно: данные значения параметров предполагают, что в большом городе гражданское общество настроено на более низкое количество власти у местной инстанции, а гражданское общество на селе – на более высокое.

Вычислительные эксперименты (см. рис.5) показали, что при указанных параметрах, в городских муниципалитетах количество власти почти всегда остается на низком, но при этом самом большом из соответствующих стационарных значений (т.е., на «городском» $p_3 = 3$; для эксперимента, представленного на рис. 5, лишь у одного городского муниципалитета $p = 4 > p_3$). При этом, часть сельских муниципалитетов также переходит на относительно низкие значения власти $p=2, p=3$ которые для них являются нижними стационарными («сельское» $p_1=2$). Федеральный центр и все региональные инстанции имеют с объемы власти, соответствующими наибольшим стационарным значениям: соответственно. «федеральное» $p_3=9$ и «региональное» $p_3=8$. Другими словами, 5 городских муниципалитетов (из 100) в рамках данной модели не оказывают влияния на количество власти региональных и федеральной инстанций.

3	7	2	2	7	7	7	7	7	7
2	7	3	7	2	3	7	2	7	2
2	2	7	7	7	7	7	3	**3**	2
7	7	3	7	3	7	7	7	2	3
2	2	8	2	2	7	7	7	3	3
2	7	3	3	7	7	7	7	7	7
3	7	7	2	7	2	7	7	7	2
7	2	7	7	2	7	7	3	**4**	7
2	7	7	7	7	7	7	7	2	4
3	7	7	7	2	7	3	2	7	8

Рис. 5. Распределение количества власти в системе с отличающимися муниципалитетами (выделены). Цифры показывают количество власти.

Заключение

Построенный стохастический клеточный автомат позволяет моделировать довольно сложные структуры системы «власть-общество». В частности, модель на основе клеточного автомата позволяет вводить различные параметры функции реакции гражданского общества для разных регионов и муниципалитетов, и с помощью этого моделировать различные содержательные ситуации. Две из таких ситуаций (наличие региона, отличающегося от других по настроениям общества, и наличие отличающегося муниципалитета в каждом регионе) рассмотрены в настоящей работе; результатам вычислительных экспериментов даны содержательные интерпретации.

Форма данного варианта модели «власть-общество» допускает развитие модели путем введения различных переменных и параметров, описывающих уровень коррупции инстанций, производство в отдельных муниципалитетах, транспортные потоки между ними и т.д.

Библиографический список

1. Михайлов А.П. Математическое моделирование власти в иерархических структурах // Матем. моделирование, 1994. Т. 6, № 6. С. 108-138.
2. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. М.: Наука, 2001. – 320с.
3. Михайлов А.П. Моделирование системы «власть-общество». М.: Физматлит, 2006 – 144 с.
4. Петров А.П. О модели «власть-общество» с периодической функцией реакции гражданского общества // Математическое моделирование. Т. 20. № 11 (2008). С. 80–88.
5. Михайлов А.П., Петров А.П. Поведенческие гипотезы в математическом моделировании социальных процессов // Социология. 2010. № 3. С. 160-167.
6. Toffoli T. Cellular automata as an alternative to (rather than an approximation of) differential equations in modeling physics // Physica 1OD (1984). P. 117-127.
7. Степанцов М.Е. Клеточные автоматы и их применение при изучении социальных процессов // В монографии "Моделирование социально-политической и экономической динамики". М.: РГСУ, 2004. – 224 с.
8. Степанцов М.Е. Математическая модель направленного движения группы людей // Математическое моделирование, 2004. Т.16, № 3. С. 43-49
9. Дмитриев М.Г., Жукова Г.С., Петров А.П. Асимптотический анализ модели "власть-общество" для случая двух устойчивых распределений власти // Математическое моделирование. 2004. Т.16, № 5. С. 23-34
10. Тоффоли Т., Марголус Н. Машины клеточных автоматов. М.: Мир, 1991.
11. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. Москва: Высшая школа. 1990.
12. Дмитриев М.Г., Павлов А.А., Петров А.П.. Модель «власть-общество-экономика» для случая слабо коррумпированной дискретной иерархии // Математическое моделирование, 2012. Т.24. № 2. С. 120-128.

Оглавление