



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 80 за 2013 г.



Иванов Д.С.

Метод исследования
алгоритмов определения
ориентации микроспутников
и его верификация

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Иванов Д.С. Метод исследования алгоритмов определения ориентации микроспутников и его верификация // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2013. № 80. 32 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-80>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

Д.С. Иванов

**Метод исследования алгоритмов
определения ориентации микроспутников
и его верификация**

Москва — 2013

Иванов Д.С.

Метод исследования алгоритмов определения ориентации микроспутников и его верификация

Предложен метод исследования и настройки алгоритмов определения углового движения микроспутников. Метод используется для исследования точности алгоритма определения углового движения микроспутника на основе измерений магнитометра и солнечного датчика. Исследовано влияние неучтенных в модели движения возмущений на точность определения движения, а также влияние постоянного смещения ноля измерений магнитометра. Результаты исследования сравниваются с летными данными алгоритма определения углового движения микроспутника "Чибис-М".

Ключевые слова: определение ориентации, фильтр Калмана, метод исследования точности

Ivanov D.S.

Study of the Microsatellites Attitude Determination Method of and Its Verification

Kalman filter study method is proposed. Application of the method is demonstrated on the satellite attitude determination algorithm based on the Sun-sensor and magnetometer measurements. The method was used to study the microsatellite Chibis-M attitude determination algorithm. The Chibis-M microsatellite attitude determination results are shown using in-flight measurements.

Key words: attitude determination, Kalman filter, method of accuracy study

Работа выполнена по заказу ООО "Спутник" (контракт № 1226\11-1) и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 12-01-33045, 13-01-00665) и Министерства образования и науки РФ (гранты № 14.132.21.1588 и 8182).

Введение

Использование малогабаритных спутников позволяет удешевить стоимость миссии и сократить срок её разработки, но сопряжено с трудностями, обусловленными серьезными ограничениями по энергетике и по вычислительным ресурсам на борту аппаратов. Эти ограничения касаются и системы управления ориентацией. Активное управление ориентацией микроспутников требует определения движения аппарата относительно центра масс в режиме реального времени. Рекурсивные алгоритмы оценивания параметров движения по типу фильтра Калмана [1,2] позволяют на основе измерений датчиков ориентации и модели движения микроспутника получить наилучшую по среднеквадратичному критерию оценку вектора состояния аппарата относительно центра масс. Однако ограничения по вычислительным ресурсам на борту микроспутника не позволяют учесть в модели движения множество возмущений, действующих как со стороны внешней среды, так и вызванных неидеальностью управляющих ориентацией актюаторов. Кроме того, измерения датчиков ориентации вследствие неучтенных факторов могут несколько отличаться от модели измерений, используемой алгоритмом определения. Все это приводит к ухудшению точности определения углового движения микроспутника относительно центра масс, а следовательно, и к ухудшению точности управления ориентацией. Поэтому возникает необходимость исследования влияния неучтенных в модели движения возмущений и факторов на точность определения движения. Малые размеры микроспутников позволяют осуществить лабораторные испытания всей системы ориентации в целом, успешное проведение которых позволяет с большей степенью уверенности надеяться на ее успешную работу в орбитальном полете.

Фильтр Калмана, несмотря на ограничения по бортовым вычислительным мощностям, широко используется на малогабаритных космических аппаратах. В качестве примера можно привести португальский микроспутник PoSAT-1 [3]: фильтр строится на измерениях солнечного датчика, звездного датчика и магнитометра. В работах [4], [5] рассматривается алгоритм определения движения, основанный только на измерениях звездного датчика. Для немецкой миссии ABRIXAS был разработан фильтр Калмана, основанный на данных солнечного датчика и магнитометра [6]. Некоторые миссии используют фильтр, основанный только на измерениях магнитометра [7]. В работах [8,9] также магнитометр рассматривается как единственный источник измерений для определения движения относительно центра масс. Существуют также системы, которые наряду с позиционными датчиками используют измерения датчика угловой скорости для получения оценки параметров ориентации [10], [11], [12], [13], [14], [15]. Алгоритмы на основе векторных измерений, оценивающие ориентацию в углах Эйлера, представлены в работе [16], а в работе [17] рассматриваются алгоритмы, позволяющие оценить ориентацию в кватернионах. Обзор различных способов представления ориентации космических аппаратов сделан в работе

[18]. Однако наибольшее распространение для описания движения получили кватернионы по причине их невырождаемости, минимальной размерности и линейности кинематических уравнений [19].

Несмотря на большую популярность рекурсивной фильтрации как метода оценки параметров ориентации в режиме реального времени, существует ряд проблем при его использовании. Выбор матриц ошибок измерений и ошибок модели движения, который называется часто как "настройка фильтра", является основной проблемой использования фильтра Калмана. Эти матрицы имеют значительное влияние на качество работы фильтра: точность оценок вектора состояния и время сходимости. Gelb в работе [20] показал, что чувствительность точности фильтра Калмана в стационарном случае для скалярной величины сильно зависит от выбора матриц ошибок измерений и модели движения, что демонстрирует эффект настройки фильтра. При некоторых значениях дисперсии шумов, отличных от реально действующих в системе, точность оценок движения была выше, чем при истинных значениях.

На практике настройка фильтра – это некоторый специальный процесс поиска матриц шумов для достижения желаемых характеристик работы фильтра Калмана, часто основанный на методе проб и ошибок. Однако существует ряд автоматизированных методик настройки фильтра. Маубек и другие [21], [22] предложили метод настройки фильтра Калмана с помощью техники численной минимизации. В качестве функционала выбиралась сумма квадратов разностей оценок от вектора состояния и его реальной величиной, известной при математическом моделировании, в качестве параметров рассматривались элементы матриц ошибок. Далее с помощью моделирования работы фильтра Калмана проводилась процедура численной минимизации функционала. В работе [23], например, минимизация функционала проводилась симплекс-методом.

Другой подход настройки фильтра заключается в применении метода Монте-Карло, который основан на множественном моделировании работы фильтра при случайно выбираемых значениях матриц ошибок и начальных условий. Oshman и другие [24] используют этот метод для статистического анализа точности оценок фильтра и демонстрации его устойчивости по отношению к заданию начальных условий.

Oshman также использовал генетические алгоритмы для настройки фильтра Калмана [25]. Суть генетических алгоритмов заключается в случайном изменении вектора параметров ("мутации"), которое может привести либо к ухудшению, либо к улучшению точности оценок фильтра Калмана. После нескольких "мутаций" выбирается вектор параметров, который привел к наилучшей точности, и на следующей стадии "мутации" подвергается уже этот вектор параметров. Так "эволюция" продолжается до тех пор, пока на некотором "поколении" все "мутации" не приведут к улучшению точности оценок фильтра. Главной особенностью генетических алгоритмов является то, что с их помощью можно найти только локальные минимумы функционала, и поэтому они плохо подходят для задачи настройки фильтров.

Все вышеперечисленные методы численной настройки фильтра требуют больших вычислительных мощностей, будучи основанными на множественном моделировании работы фильтра. Так как при моделировании работы фильтра используются случайные шумы системы и измерений, то и результат методов настройки будет некоторой случайной величиной, математическое ожидание и дисперсию которой также необходимо определить. Для оценки влияния неучтенных в модели движения возмущений на точность фильтра моделирование работы фильтра проводится с учетом этих возмущений на исходное "идеальное" движение.

Другой метод исследования точности оценок движения может быть использован для стационарного движения. Этот метод не требует моделирования работы фильтра Калмана и является аналитическим. В работах [26], [27] показано, что для стационарной системы матрица ошибок фильтра после сходимости может быть получена из квадратного матричного уравнения. Для оценки одноосного движения это уравнение решается в конечных формулах [28,29]. Для более общего случая квадратное матричное уравнение может быть решено только численно. Тем не менее, рассматриваемый аналитический метод не позволяет получить оценку влияния неучтенных в модели движения возмущений на точность фильтра.

В настоящей работе предложен аналитический метод настройки фильтра, который может быть применен для квазистационарного движения. Метод основан на вычислении ковариационной матрицы после сходимости, после чего оценивается влияние неучтенных в модели движения возмущений на точность определения движения. Преимущество этого метода заключается в том, что он не требует моделирования работы фильтра Калмана, оценка качества работы производится на момент стабилизации системы, и таким образом можно узнать, как будет работать фильтр после сходимости.

1. Метод исследования точности оценок алгоритма определения движения

1.1. Задача фильтрации

Предполагается, что модель движения микроспутника в общем случае нелинейная и имеет вид

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{q}, \quad (1.1)$$

где \mathbf{x} – вектор состояния, \mathbf{f} – нелинейная функция, \mathbf{q} – случайный вектор ошибок модели движения с нормальным распределением, такой, что $\mathbf{M}(\mathbf{q}) = 0$, $\mathbf{M}(\mathbf{q}\mathbf{q}^T) = Q$. Прогноз вектора состояния \mathbf{x}_{k+1}^- на момент t_{k+1} вычисляется путем интегрирования нелинейного уравнения движения (1.1) без случайного вектора \mathbf{q} с известными начальными условиями \mathbf{x}_k^+ на предыдущем шаге t_k . Для вычисления прогноза ковариационной матрицы ошибок P_{k+1}^- используется дискретное уравнение Риккати

$$P_{k+1}^- = \Phi_k P_k^+ \Phi_k^T + Q, \quad (1.2)$$

где Φ_k – матрица перехода от состояния \mathbf{x}_k к \mathbf{x}_{k+1} , которая получается при линеаризации уравнения (1.1) в окрестности \mathbf{x}_k^+ , P_k^+ – ковариационная матрица ошибок на шаге t_k .

Коррекция вектора состояния и матрицы ошибок производится при получении в момент времени t_{k+1} вектора измерений \mathbf{z}_{k+1} . Модель измерений в общем случае записывается следующим образом:

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{k+1}^-, t_{k+1}) + \mathbf{r}. \quad (1.3)$$

Здесь \mathbf{h} – некоторая нелинейная функция, \mathbf{r} – случайный вектор ошибок измерений с нормальным распределением, такой, что $\mathbf{M}(\mathbf{r}) = 0$, $\mathbf{M}(\mathbf{r}\mathbf{r}^T) = R$. Весовая матрица вычисляется по формуле:

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- H_{k+1}^T [H_{k+1} P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R]^{-1}, \quad (1.4)$$

где H_{k+1} – матрица чувствительности, которая получается при линеаризации модели измерений (1.3). Скорректированная (апостериорная) оценка вектора состояния \mathbf{x}_{k+1}^+ записывается так:

$$\mathbf{x}_{k+1}^+ = \mathbf{x}_{k+1}^- + K_{k+1} [\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{h}(\mathbf{x}_{k+1}^-, t_k)].$$

Апостериорное значение матрицы ошибок P_{k+1}^+ имеет вид

$$P_{k+1}^+ = [E - K_{k+1} H_{k+1}] P_{k+1}^-,$$

где E – единичная матрица.

1.2. Оценка точности работы фильтра Калмана в стационарном случае

Описанный выше рекурсивный алгоритм представляет собой широко известный расширенный фильтр Калмана. Одной из главных задач, которые возникают при работе с фильтром, является задача оценки точности определения вектора состояния для конкретной системы и для определенного типа движения. В общем случае аналитически эту задачу решить не удастся, поэтому такую оценку можно получить с помощью моделирования работы фильтра. Однако вследствие того, что при моделировании используются случайные шумы системы и измерений, то и значение оценки будет иметь случайный характер. Для увеличения выборки необходимо множественное моделирование работы фильтра, что требует значительных вычислительных затрат. Однако, если изменения матрицы перехода и матрицы чувствительности за шаг по времени пренебрежимо малы и $\Phi_k = \Phi \approx const$, $H_k = H \approx const$, то можно считать движение квазистационарным. Для стационарной системы известно, если пара (Φ, H) наблюдаема, пара (Φ, B) управляема, где матрица B – квадратный корень из Q , то существует такая ковариационная матрица ошибок P_∞ , которая является пределом ошибки фильтра после сходимости, и вычисляется из квадратного матричного уравнения

$$P_\infty = \left[E - (\Phi P_\infty \Phi^T + Q) H^T \left[H(\Phi P_\infty \Phi^T + Q) H^T + R \right]^{-1} H \right] (\Phi P_\infty \Phi^T + Q), \quad (1.5)$$

которое получается из равенства

$$P_\infty = P_{k+1}^+ = P_k^+.$$

Заметим, что все матрицы в уравнении (1.5) уравнение аналитически решить не удастся. Учитывая, что матрица P_∞ симметричная, то рассматриваемое нелинейное матричное уравнение можно записать как систему из n уравнений с n неизвестными, в качестве неизвестных рассматриваются элементы матрицы P_∞ . Эту систему нелинейных уравнений можно решить, например, методом простой итерации или методом Ньютона. Если записать вектор неизвестных как ξ , а систему уравнений как $\mathbf{f}(\xi) = 0$, тогда итерационный метод Ньютона имеет вид

$$\xi_{i+1} = \xi_i - S^{-1}(\xi_i) \mathbf{f}(\xi_i),$$

где i – это номер итерации, $S = \left(\frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \xi_j} \right)$ – якобиан системы, ξ_0 выбирается единичным. Итерационный процесс заканчивается, когда $|\xi_{i+1} - \xi_i| < \varepsilon$, где ε – достаточно малая величина. Таким образом можно найти значение матрицы P_∞ после сходимости.

Заметим, что P_∞ вычисляется как предельное значение для заданных и постоянных матриц Φ, H, Q и R . Однако, если рассмотреть систему, значения

матрицы динамики и матрицы чувствительности которой изменяются настолько медленно, что в каждый момент времени можно считать, что оценки фильтра Калмана сошлись, то и для такой системы можно оценить точность определения вектора состояния с помощью решения уравнения (1.5), но отдельно для каждого значения Φ , H , Q и R .

Оценим, с какой частотой должна производиться оценка вектора состояния, чтобы движение можно было бы считать квазистационарным. Скорость сходимости оценок фильтра определяется собственными числами уравнения ошибок. Собственное число, которое ближе всех по модулю к единице, определяет скорость сходимости оценок. Свяжем скорость сходимости со временем релаксации τ уравнения ошибок

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \left(\frac{(E - K_{\infty}H)\Phi - E}{\Delta t} \right) \tilde{\mathbf{x}}, \quad (1.6)$$

где $\Delta t = t_{k+1} - t_k$. Обозначим матрицу в квадратных скобках как A . Решение уравнения (1.6) – это матричная экспонента, а скорость сходимости определяют собственные числа, которые могут быть получены из характеристического уравнения

$$\det|A - \lambda E| = 0.$$

Время релаксации – время, за которое ошибка определения вектора состояния уменьшится в e раз – определяется собственным числом λ_{\min} с минимальной действительной частью $u = \min_k |\operatorname{Re}(\lambda_k)|$. Заметим, что для асимптотической устойчивости решения уравнения (1.6) и сходимости ошибок необходимо, чтобы все действительные части собственных чисел были отрицательными. Время релаксации определяется как

$$\tau = \frac{1}{u}$$

и является функцией от Δt : $\tau = \tau(\Delta t)$.

Будем считать систему квазистационарной, если десятикратный интервал между измерениями $10 \cdot \Delta t$ больше времени релаксации уравнения ошибок τ :

$$\tau(\Delta t) < 10 \cdot \Delta t, \quad (1.7)$$

то есть за время десяти итерации Δt ошибка уменьшается более, чем в e раз. Неравенство (1.7) может быть решено относительно Δt и получена оценка для частоты измерений, а, следовательно, и частоты оценок фильтра Калмана, при которой можно считать движение квазистационарным и применить методику оценки точности вектора состояния, описанную выше. Кроме того, за время $10 \cdot \Delta t$ изменения матриц динамики Φ и модели измерений H должны быть пренебрежимо малы:

$$\begin{aligned} |\Phi_{k+10} - \Phi_k| &= o(t_{k+10} - t_k), \\ |H_{k+10} - H_k| &= o(t_{k+10} - t_k). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Заметим, что условия (1.8) и (1.7) были получены эмпирически и могут быть достаточно грубыми.

1.3. Исследование влияния неучтенных возмущений на точность оценок фильтра Калмана

Построение фильтра Калмана подразумевает, что уравнения движения и модель измерений линейны или могут быть линеаризованы в окрестности текущей оценки

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi_k \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k, \quad (1.9)$$

$$\mathbf{z}_k = H_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k. \quad (1.10)$$

Однако на динамику системы могут действовать возмущения, которые неучтены в модели движения, используемой фильтром Калмана. Неучтенные возмущения можно обозначить вектором $\boldsymbol{\chi}$, который изменяется со временем также по линейному закону

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi_k \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\chi}_k, \quad (1.11)$$

$$\boldsymbol{\chi}_{k+1} = \Gamma_k \boldsymbol{\chi}_k + \boldsymbol{\theta}_k,$$

где Γ_k – матрица динамики неучтенных в модели движения шумов, $\boldsymbol{\theta}_k$ – случайная составляющая возмущений с нулевым математическим ожиданием $M[\boldsymbol{\theta}_k] = 0$ и ненулевой ковариационной матрицей $\text{cov}[\boldsymbol{\theta}_k, \boldsymbol{\theta}_k] = M[\boldsymbol{\theta}_k \boldsymbol{\theta}_k^T] = \Theta_k$.

Модель измерений в действительности также может отличаться от используемой в фильтре Калмана и иметь следующий вид:

$$\mathbf{z}_k = H_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (1.12)$$

$$\mathbf{v}_{k+1} = Y_k \mathbf{v}_k + \boldsymbol{\rho}_k.$$

Здесь \mathbf{v}_k – ошибка измерений, Y_k – матрица динамики ошибки измерений, $\boldsymbol{\rho}_k$ – случайная составляющая ошибок измерений с нулевым математическим ожиданием $M[\boldsymbol{\rho}_k] = 0$ и ковариационной матрицей $\text{cov}[\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\rho}_k] = M[\boldsymbol{\rho}_k \boldsymbol{\rho}_k^T] = \Xi_k$.

Возникает задача определения точности оценок фильтра Калмана, использующего модель движения (1.9) и модель измерений (1.10) для оценивания системы, которая в действительности имеет модель движения (1.11) и модель измерений (1.12) [26]. Для решения этой задачи рассмотрим расширенный вектор состояния $\boldsymbol{\xi} = (\mathbf{x}^T, \boldsymbol{\chi}^T, \mathbf{v}^T)^T$, включающий в себя вектор состояния исходной системы \mathbf{x} , вектор возмущений $\boldsymbol{\chi}$ и вектор ошибки измерений \mathbf{v} [26]. Для вектора состояния $\boldsymbol{\xi}$ можно составить процедуру фильтрации. На этапе прогноза интегрируются уравнения движения (1.11). Прогноз матрицы ошибки вектора $\boldsymbol{\xi}$ записывается по формуле, аналогичной (1.2),

$$P_{\boldsymbol{\xi},k}^- = \Phi_{\boldsymbol{\xi},k} P_{\boldsymbol{\xi},k-1}^+ \Phi_{\boldsymbol{\xi},k}^T + Q_{\boldsymbol{\xi},k}, \quad (1.13)$$

где

$$\Phi_{\xi,k} = \begin{pmatrix} \Phi_k & E & 0 \\ 0 & \Gamma_k & 0 \\ 0 & 0 & Y_k \end{pmatrix}, Q_{\xi,k} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Theta_k & 0 \\ 0 & 0 & \Xi_k \end{pmatrix}.$$

На этапе коррекции будем считать, что изменяется только вектор состояния \mathbf{x} , а $\boldsymbol{\chi}$ и \mathbf{v} остаются прежними:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = (E - K_k H_k) \hat{\mathbf{x}}_k^- - K_k \boldsymbol{\chi}_k,$$

$$\boldsymbol{\chi}_k^+ = \boldsymbol{\chi}_k^-,$$

$$\mathbf{v}_k^+ = \mathbf{v}_k^-.$$

Тогда для этапа коррекции матрицы ошибки вектора ξ можно записать:

$$P_{\xi,k}^+ = C_k P_{\xi,k}^- C_k^T. \quad (1.14)$$

Здесь

$$C_k = \begin{pmatrix} E - K_k H_k & 0 & -K_k \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & E \end{pmatrix}.$$

Таким образом, вычислив матрицу ошибок $P_{\xi,k}^+$ на какой-то момент времени, можно найти ошибку определения вектора состояния \mathbf{x} , рассмотрев в этой матрице ту часть, которая соответствует ошибке определения вектора \mathbf{x} . Эта оценка ошибки будет учитывать, что в действительности модель движения и модель измерения отличаются от тех, что используются в фильтре Калмана.

Аналогично методике, изложенной в п. 1.2, для квазистационарного движения возможно найти асимптотическое значение матрицы ошибок $P_{\xi,\infty}$, решив уравнение

$$P_{\xi,\infty} = C_{\xi} \left[\Phi_{\xi} P_{\xi,\infty} \Phi_{\xi}^T + Q_{\xi} \right] C_{\xi}^T. \quad (1.15)$$

Следует отметить, что при решении уравнения (1.15) требуется использовать матрицу весов K_{∞} , которая вычисляется из уравнения (1.4) для исходного фильтра Калмана.

В постановке задачи, когда используемые фильтром Калмана модели движения и измерения отличаются от действительности, матрица шумов системы Q и матрица ошибок измерений R становятся параметрами настройки фильтра Калмана. Цель настройки заключается в выборе таких матриц Q и R , при которых точность оценок вектора состояния \mathbf{x} из $P_{\xi,\infty}$ будет минимальной

$$\{Q, R\} = \arg \min(\text{tr } P_{\xi,\infty}). \quad (1.16)$$

Задача (1.16) минимизации части $P_{\xi,\infty}$, соответствующей вектору \mathbf{x} , может быть решена следующим образом. Чтобы сократить число параметров, предположив независимость ошибок модели системы и ошибок модели измерений, можно рассмотреть диагональные матрицы Q и R . Для минимизации ошибки

определения движения по диагональным элементам матриц Q и R можно воспользоваться методом наименьших квадратов или с некоторым шагом по параметрам вычислить значение ошибки, чтобы составить карту точности оценок фильтра, по которой можно выбирать параметры настройки.

Таким образом, методика настройки фильтра Калмана состоит из следующих этапов:

- Проверка выполнения условия квазистационарности движения с помощью (1.7).
- Для каждого значения матриц динамики Φ и чувствительности H рассчитываются асимптотические значения матриц ошибок P_∞ и весов K_∞ .
- Из уравнения (1.15) находится $P_{\xi,\infty}$, определяется ошибка определения вектора состояния \mathbf{x} при неучтенных в модели движения возмущениях.
- Выбираются такие параметры Q и R , чтобы минимизировать ошибку $P_{\xi,\infty}$.

2. Исследование алгоритма определения углового движения микроспутника на основе измерений магнитометра и солнечного датчика

2.1. Построение алгоритма

Динамическая модель движения микроспутника, используемая фильтром Калмана, учитывает только гравитационный и управляющий моменты со стороны маховиков и имеет вид

$$J\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\dot{\mathbf{h}} + \frac{3\mu}{R^3}(\boldsymbol{\eta} \times J\boldsymbol{\eta}) - \boldsymbol{\omega} \times (J\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}), \quad (2.1)$$

где $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ – вектор угловой скорости связанной системы координат (ССК) относительно инерциальной системы координат (ИСК), J – тензор инерции микроспутника, $\boldsymbol{\eta} = [\eta_x \ \eta_y \ \eta_z]^T$ – единичный вектор направления местной вертикали, записанный в ССК, $\mu = GM_\oplus$ – гравитационный параметр Земли, R – расстояние от микроспутника до центра Земли, \mathbf{h} – кинетический момент маховиков, $\dot{\mathbf{h}}$ – изменение кинетического момента маховиков, которое задается выражением

$$\dot{\mathbf{h}} = k_a \boldsymbol{\lambda} + k_\omega \tilde{\boldsymbol{\omega}} - \boldsymbol{\omega} \times (J\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}), \quad (2.2)$$

$\boldsymbol{\lambda}$ – векторная часть кватерниона $\Lambda = [\boldsymbol{\lambda} \ \lambda_4]$ перехода из орбитальной системы координат (ОСК) в ССК, $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ – вектор угловой скорости ССК относительно ОСК, k_a , k_ω – параметры пропорционально-дифференциального-регулятора управле-

ния маховиками. Последнее слагаемое в (2.1) описывает гравитационный момент. Запишем кинематические уравнения в виде

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2}\Omega\Lambda. \quad (2.3)$$

Здесь

$$\Omega = \begin{pmatrix} \tilde{W} & \tilde{\omega} \\ -\tilde{\omega}^T & 0 \end{pmatrix},$$

\tilde{W} – кососимметрическая матрица угловой скорости $\tilde{\omega}$.

Для фильтра, основанного на измерениях солнечного датчика и магнитометра, в качестве вектора оцениваемых величин возьмем векторную часть кватерниона перехода из ОСК в ССК и угловую скорость ССК относительно ИСК – $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\lambda}^T \quad \boldsymbol{\omega}^T]^T$. Теперь линеаризуем динамическое и кинематическое уравнения движения в окрестности текущего положения. Запишем уравнения (2.1) и (2.3) в виде

$$\frac{d}{dt}\delta\mathbf{x}(t) = F(t)\delta\mathbf{x}(t),$$

где $\delta\mathbf{x}(t)$ – малое приращение вектора состояния, а $F(t)$ – линеаризованная матрица уравнения движения в окрестности состояния $\mathbf{x}(t)$. Тогда получим

$$F(t) = \begin{pmatrix} -W(t) & \frac{1}{2}E \\ J^{-1}\left(\frac{6\mu}{R^3}F_g(t) - Ek_a\right) & -J^{-1}k_\omega \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

где E – единичная матрица, W – кососимметрическая матрица угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$, F_g – матрица линеаризованного гравитационного момента.

Вектор измерений состоит из вектора магнитного поля и вектора направления на Солнце в связанной системе координат:

$$\mathbf{z}_k = [\mathbf{b}_k^T \quad \mathbf{s}_k^T]^T.$$

Вектор \mathbf{h} из (1.3) можно записать в виде

$$\mathbf{h} = \left[\left(A(\boldsymbol{\lambda}_k^-) \mathbf{b}_o \right)^T \quad \left(A(\boldsymbol{\lambda}_k^-) \mathbf{s}_o \right)^T \right]^T,$$

где A – матрица перехода из орбитальной системы координат в связанную с микроспутником систему координат, записанная через оценку кватерниона $\boldsymbol{\lambda}_k^-$, \mathbf{b}_o и \mathbf{s}_o – векторы магнитного поля и направления на Солнце, записанные в ОСК.

Линеаризованная модель измерений записывается следующим образом:

$$\delta\mathbf{z}(t) = H(t)\delta\mathbf{x}(t).$$

Здесь $\delta\mathbf{z}(t)$ – малое изменение измерений при малом изменении вектора состояния $\delta\mathbf{x}(t)$ в момент времени t . Матрица чувствительности H имеет вид

$$H = \begin{pmatrix} H_1 \mathbf{b}_o & H_2 \mathbf{b}_o & H_3 \mathbf{b}_o & 0_{3 \times 3} \\ H_1 \mathbf{s}_o & H_2 \mathbf{s}_o & H_3 \mathbf{s}_o & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

где H_i определяются из уравнения

$$H_i = \left(\frac{\partial A(\lambda_k)}{\partial \lambda_{k,i}} \right), \quad i = \overline{1,3}.$$

2.2. Зависимость точности фильтра от параметров шумов модели движения

Получив матрицы динамики (2.4) и чувствительности (2.5), воспользуемся методикой, полученной в главе 1 для исследования точности определения движения. Особенный интерес представляет исследование точности определения движения в стабилизированном положении спутника, когда оси ССК совпадают с осями ОСК. Рассчитаем асимптотическое значение матрицы ошибок вектора состояния P_∞ , используя уравнение (1.5) в зависимости от шумов системы. Рассмотрим матрицу шумов системы вида

$$Q = \text{diag}(q_\lambda^2, q_\lambda^2, q_\lambda^2, q_\omega^2, q_\omega^2, q_\omega^2),$$

то есть будем предполагать, что шумы уравнения движения не коррелируют между собой и одинаковы для всех компонент векторной части кватерниона, среднеквадратическая ошибка которых равна q_λ , и для компонент вектора угловой скорости со среднеквадратичной ошибкой q_ω . Для вычисления оценки точности определения ориентации по элементам матрицы P_∞ будем рассматривать диагональные члены, соответствующие ошибке определения кватернионов. Среднеквадратическую ошибку определения компонент кватерниона оценим как наихудшую – $\sigma_\lambda = \sqrt{\max(p_{11}, p_{22}, p_{33})}$, где p_{ii} – диагональные элементы матрицы P_∞ . Аналогично среднеквадратическую ошибку определения угловой скорости оценим как $\sigma_\omega = \sqrt{\max(p_{44}, p_{55}, p_{66})}$. Рассмотрим матрицу шумов измерений вида

$$R = \text{diag}(r_b^2, r_b^2, r_b^2, r_s^2, r_s^2, r_s^2),$$

где r_b и r_s – среднеквадратические ошибки измерений. Для микроспутника "Чибис-М" характеристики измерений датчиков приведены в табл.3.1. Ошибку измерений магнитометра будем записывать в терминах ошибки определения направления магнитного поля. Заметим, что используемая на бортовом компьютере аналитическая модель геомагнитного поля IGRF (International Geomagnetic Reference Field) отличается от реального геомагнитного поля вследствие воздействия Солнца в среднем на величину около 200 нТ на орбите Международной космической станции, как показано в работе [30]. Тогда, чтобы учесть эту ошибку модели, будем считать, что магнитометр измеряет с ошибкой 250 нТ, равной сумме среднеквадратических ошибок измерений самого

магнитометра и ошибок модели IGRF. Учитывая, что модуль напряженности геомагнитного поля на орбите высотой 500 км примерно равен 40 000 нТ, можно оценить среднеквадратическую ошибку определения направления геомагнитного поля $r_b = 0.35$ град. Ошибка определения направления на Солнце равна $r_s = 0.1$ град. Частота измерений составляет 5 Гц. Коэффициенты пропорционально-дифференциального регулятора равны $k_q = 0.00053$ Н·м и $k_\omega = 0.07$ Н·м·с.

На рис. 2.1 и 2.2 представлены графики точности определения ориентации и угловой скорости в зависимости от действующих в системе шумов со среднеквадратическим отклонением q_λ и q_ω . Из этих рисунков видно, что точность определения движения увеличивается с уменьшением шумов в системе, что представляется весьма естественной закономерностью.

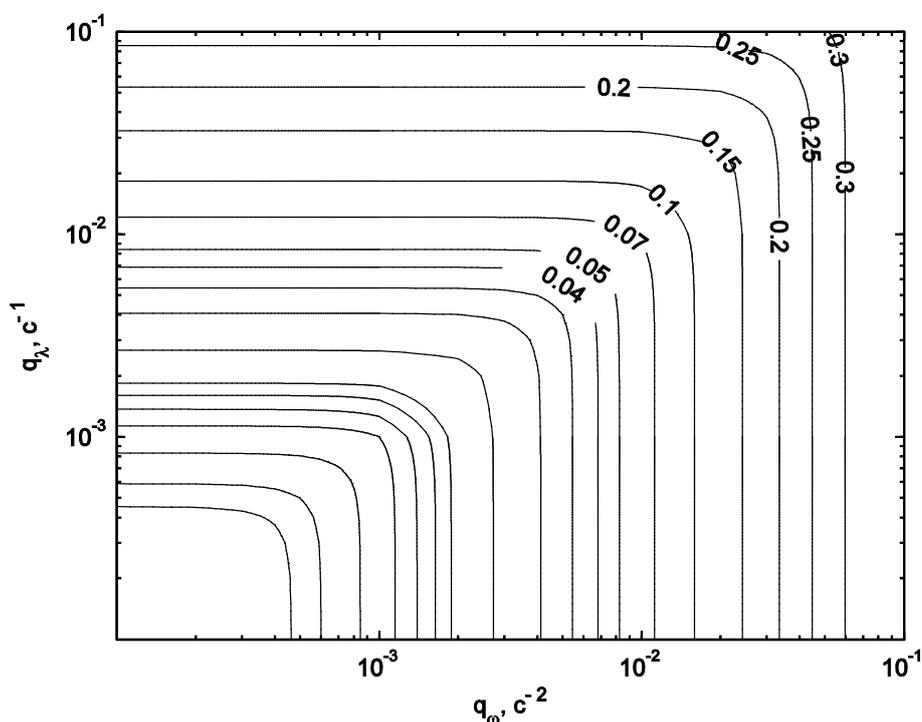


Рис. 2.1. Зависимость точности определения ориентации (град) от параметров шумов системы

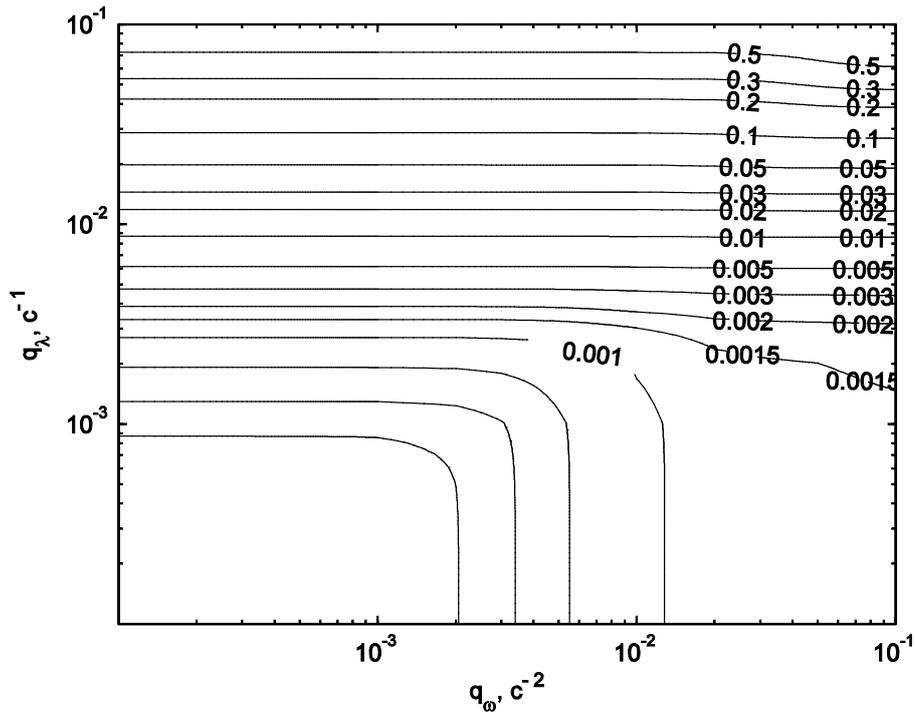


Рис. 2.2. Зависимость точности определения угловой скорости (град/с) от параметров шумов системы

2.3. Влияние неучтенных в модели движения возмущений

Теперь рассмотрим, как зависит точность определения движения от возмущений, действующих на микроспутник и неучтенных в модели движения, используемой фильтром Калмана. Возмущения на микроспутник действуют преимущественно со стороны магнитного момента, создаваемого приборами на борту, который взаимодействуя с магнитным полем Земли, порождает механический момент. Также возмущения возникают за счет ошибок исполнения управляющих команд, вызванных дискретизацией, неточностью знания управляющего момента, а также ошибок управления, вызванных ошибкой знания вектора состояния. Также как в главе 2, будем рассматривать уравнение движения в виде

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi_k \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\chi}_k,$$

$$\boldsymbol{\chi}_{k+1} = E \boldsymbol{\chi}_k + \boldsymbol{\theta}_k,$$

где E – единичная матрица, $\boldsymbol{\theta}$ – случайная составляющая возмущения. Пусть вектор $\boldsymbol{\chi}$ имеет следующий вид:

$$\boldsymbol{\chi} = \left[d\Delta t^2 / 2 \quad d\Delta t^2 / 2 \quad d\Delta t^2 / 2 \quad d\Delta t \quad d\Delta t \quad d\Delta t \right]^T,$$

Здесь d – константа, определяющая величину возмущения. В качестве примера, рассмотрим, как изменится точность определения движения при конкретном значении возмущения. Пусть $d = 10^{-6} \text{ с}^{-2}$ (что соответствует возмущающему моменту $8 \cdot 10^{-7} \text{ Н} \cdot \text{м}$ для микроспутника "Чибиc-M"), а дисперсия случайной составляющей возмущения равна

$$M[\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\theta}^T] = \Theta = \text{diag}(10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}).$$

Рассмотрим случай, когда вектор магнитного поля перпендикулярен направлению на Солнце $\mathbf{b}_o \perp \mathbf{s}_o$. На рис. 2.3 и 2.4 изображены графики точности определения ориентации и угловой скорости в зависимости от параметров q_λ и q_ω , которые уже не являются характеристиками шумов уравнения движения. Ниже черной линии находится область параметров, при которой движение можно считать квазистационарным, то есть выполнено условие (1.7). Максимум точности определения движения достигается на границе области квазистационарности при параметрах $q_\lambda = 1 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ и $q_\omega = 4 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-2}$, точность определения ориентации при этом составляет $\sigma_\varphi = 0.09$ град, точность определения угловой скорости $\sigma_\omega = 0.007$ град/с. На рис. 2.5 и 2.6 приведены графики зависимости наилучшей точности определения движения в зависимости от возмущающего ускорения при $\mathbf{b}_o \perp \mathbf{s}_o$.

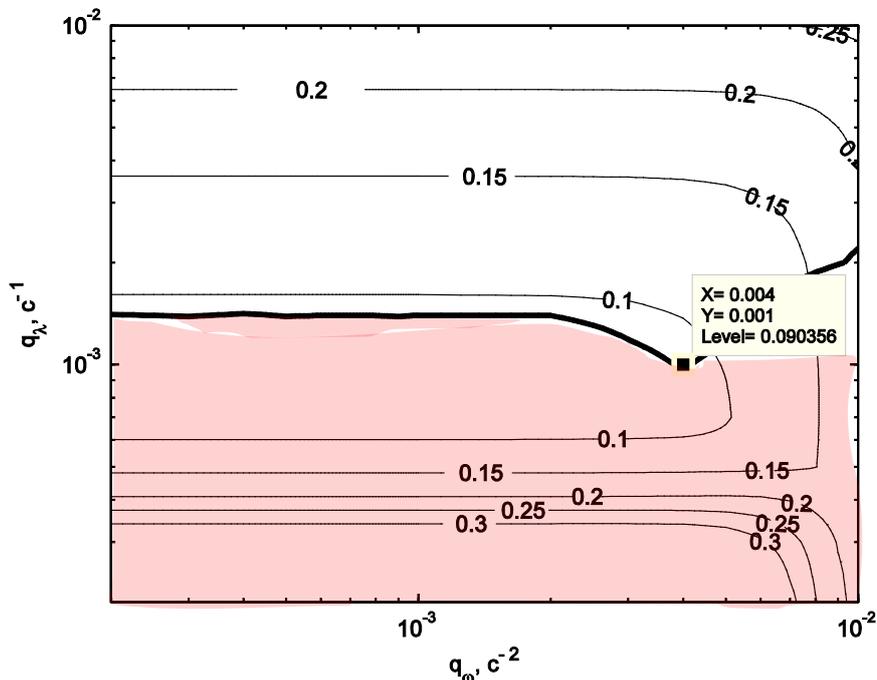


Рис. 2.3. Зависимость точности определения ориентации (град) от параметров q_λ и q_ω при возмущающем моменте $8 \cdot 10^{-7} \text{ Н} \cdot \text{м}$

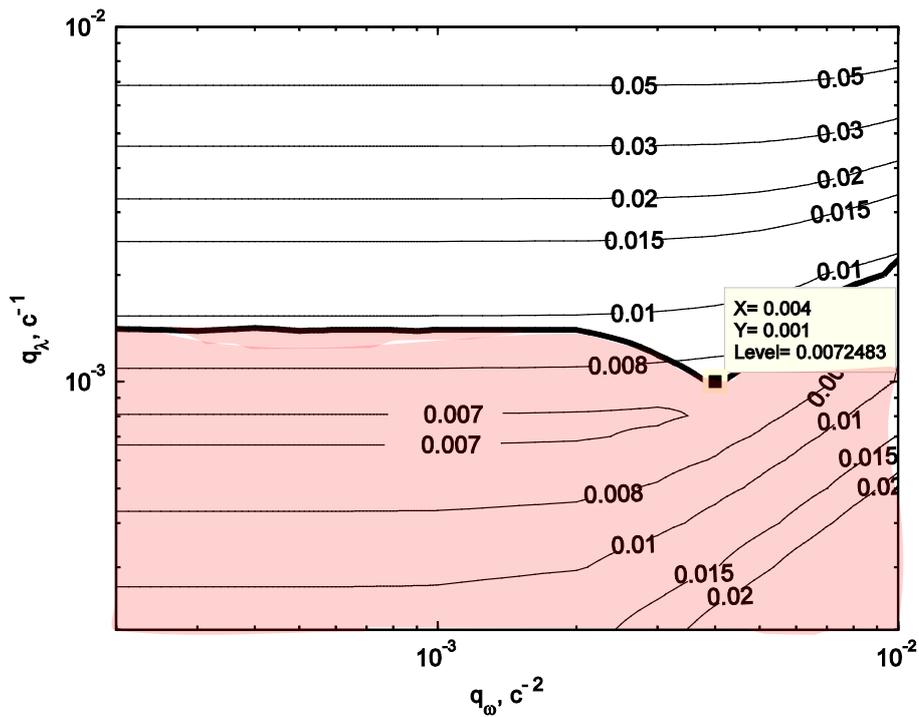


Рис. 2.4. Зависимость точности определения угловой скорости (град/с) от параметров q_λ и q_ω при возмущающем моменте $8 \cdot 10^{-7}$ Н·м

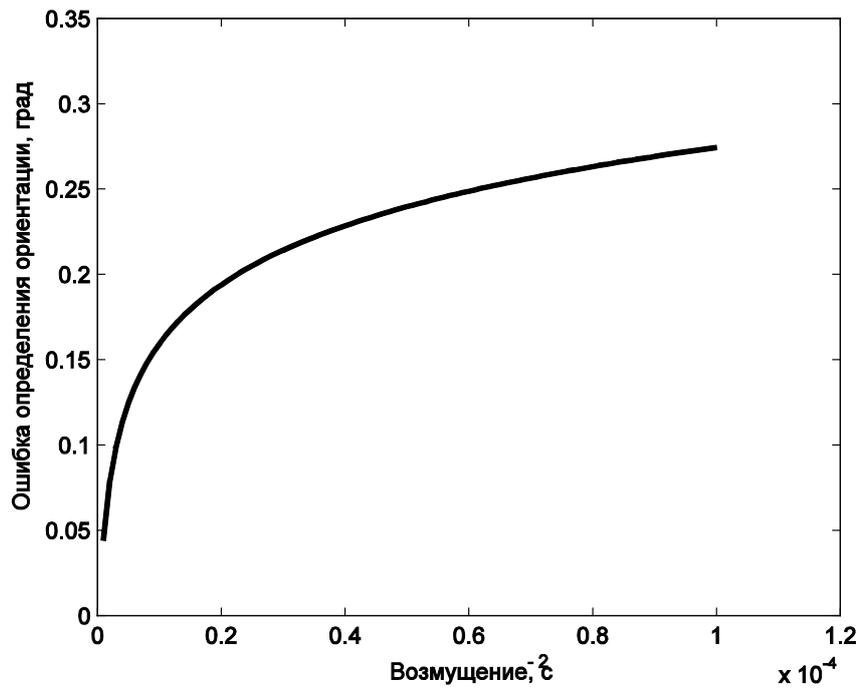


Рис. 2.5. Зависимость наилучшей точности определения ориентации в зависимости от возмущающего ускорения при $\mathbf{b}_o \perp \mathbf{s}_o$

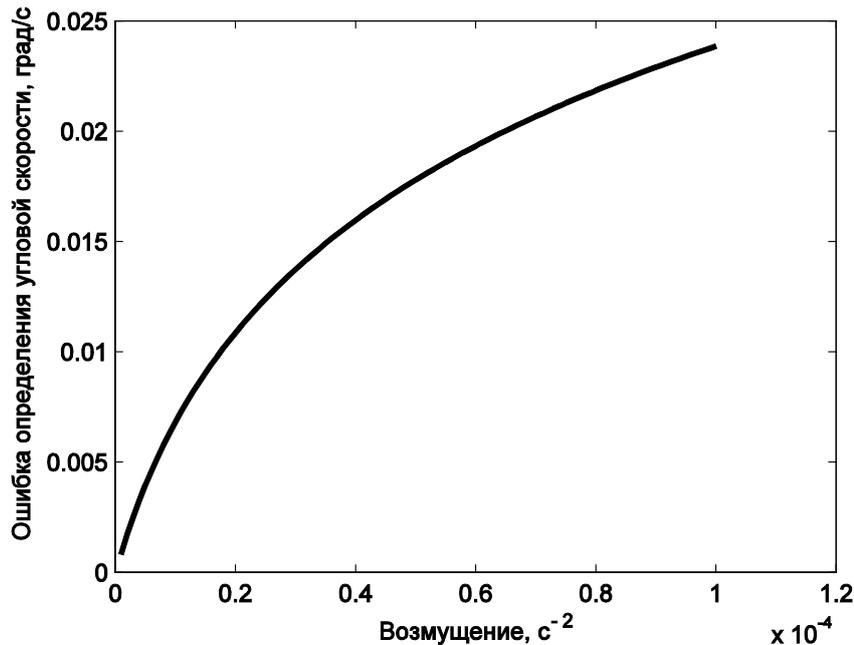


Рис. 2.6. Зависимость наилучшей точности определения угловой скорости в зависимости от возмущающего ускорения при $\mathbf{b}_o \perp \mathbf{s}_o$

2.4. Влияние угла между измеряемыми векторами

Обратим особенное внимание, что прежде рассматривалась точность определения движения в случае, когда вектор направления геомагнитного поля и вектор направления на Солнце перпендикулярны $\mathbf{b}_o \perp \mathbf{s}_o$. Однако, эта точность сильно зависит от угла между этими векторами и падает по мере того как векторы \mathbf{b}_o и \mathbf{s}_o становятся параллельными друг другу. В предельном случае, когда эти векторы коллинеарны, матрица чувствительности вырождается, пропадает наблюдаемость, а ошибка определения движения стремится к бесконечности. Это все следствие того факта, что по измерению одного направления в пространстве невозможно определить трехосную ориентацию космического аппарата.

Таким образом, возникает задача оценки точности определения движения в зависимости от угла между \mathbf{b}_o и \mathbf{s}_o . Она решается следующим образом. Варьируется величина угла между \mathbf{b}_o и \mathbf{s}_o и при заданном уровне возмущения вычисляется ошибка определения движения по методике, изложенной в разделе 1. Рассмотрим в качестве примера зависимость определения движения от угла при возмущении $d = 10^{-6} \text{ с}^{-2}$ и при параметрах настройки $q_\lambda = 1 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ и $q_\omega = 4 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-2}$, которые обеспечивают наилучшую точность при этом возмущении, как показано выше. На рис. 2.7 и 2.8 приведены графики зависимости определения ориентации и угловой скорости от угла между \mathbf{b}_o и \mathbf{s}_o . Из графиков видно, что при углах меньше 10 град и больше 170 град, точность определения движения резко ухудшается. В диапазонах этих углов лучше не использовать оценки вектора состояния, получаемые с помощью фильтра Кал-

мана, а переключаться, например, в режим одноосной ориентации солнечными батареями на Солнце, в котором используются измерения только солнечных датчиков.

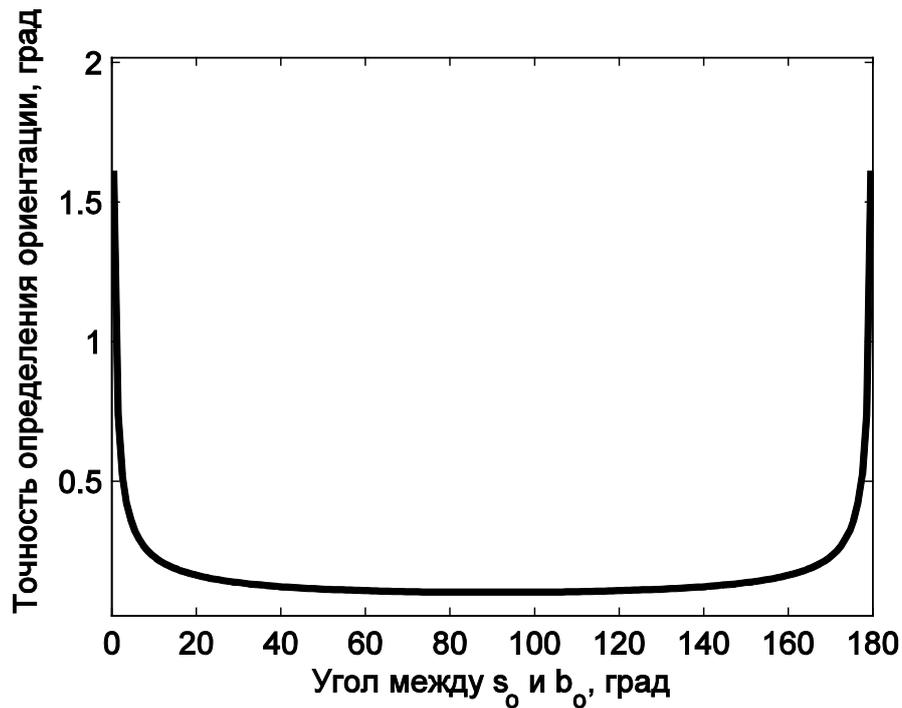


Рис. 2.7. Зависимость точности определения ориентации от угла между b_o и s_o при $d = 10^{-6} \text{ с}^{-2}$

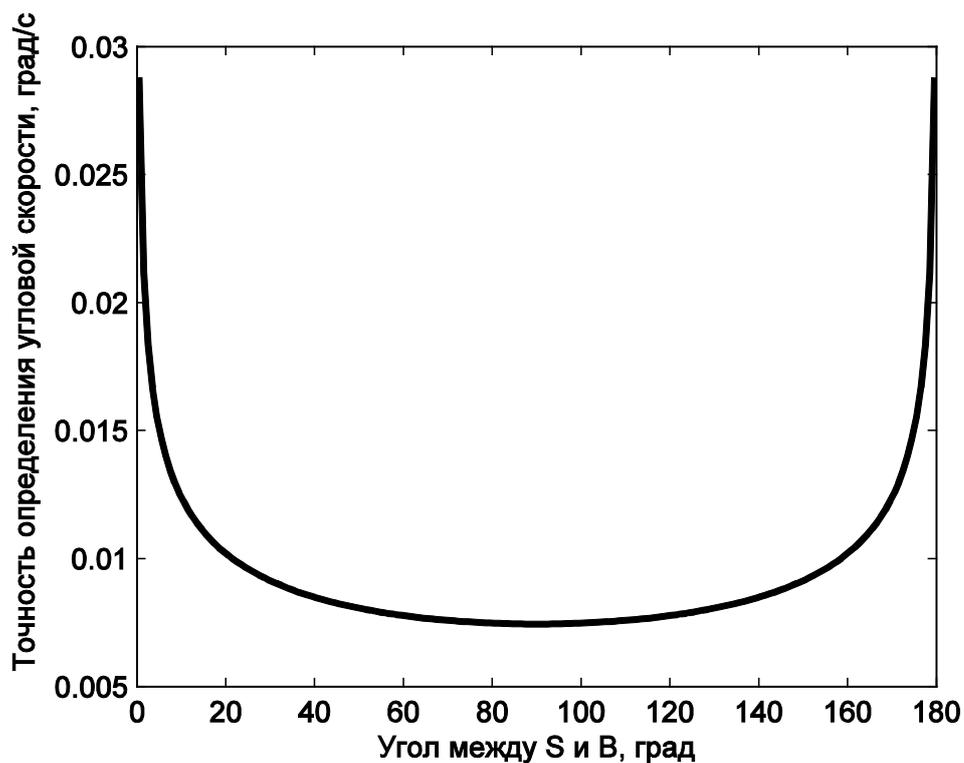


Рис. 2.8. Зависимость точности определения угловой скорости от угла между b_o и s_o при $d = 10^{-6} \text{ с}^{-2}$

2.5. Влияние смещения нуля магнитометра

Рассмотрим теперь влияние смещения нуля измерений магнитометра на точность определения движения микроспутника. Смещение нуля измерений может возникать от токов в системе питания микроспутника, от включения или выключения того или иного научного прибора. Постоянная часть смещения нуля, вызванная, например, магнитными свойствами материалов, из которых сделан космический аппарат, может быть найдена с помощью метода наименьших квадратов при наземной калибровке посадочного места датчика или по полетным данным и учтена программно на борту при обработке измерений магнитометра. Переменная же часть смещения нуля, которая зависит от токов в системах и наведенных магнитных моментах в намагничиваемых элементах микроспутника, учтена в модели измерений быть не может по причине ее неопределенности. Поэтому возникает задача определения зависимости точности фильтра Калмана от ошибок измерений магнитометра.

Пусть модель измерений в нашем случае записывается в виде

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, t_k) + \mathbf{v}_k,$$

$$\mathbf{v}_{k+1} = E\mathbf{v}_k + \boldsymbol{\rho}_k,$$

где \mathbf{v}_k – вектор смещения измерений, который в рассматриваемом случае равен

$$\mathbf{v} = [\Delta b \ \Delta b \ \Delta b \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

Δb – смещение нуля измерений магнитометра, $\boldsymbol{\rho}_k$ – вектор ошибок измерений с ковариационной матрицей $M[\boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\rho}^T] = R$, равной матрице, используемой фильтром Калмана. Пусть смещение нуля равно 500 нТ. При пересчете это смещение нуля даст ошибку определения направления вектора магнитного поля $\Delta b = 0.75$ град. На рис. 2.9 и 2.10 представлены графики точности определения движения в зависимости от параметров настройки q_λ и q_ω . Точность определения ориентации ухудшилась примерно на 0.05 град, точность определения угловой скорости практически не изменилась. Зависимость точности определения от величины смещения нуля магнитометра представлена на рис. 2.11.

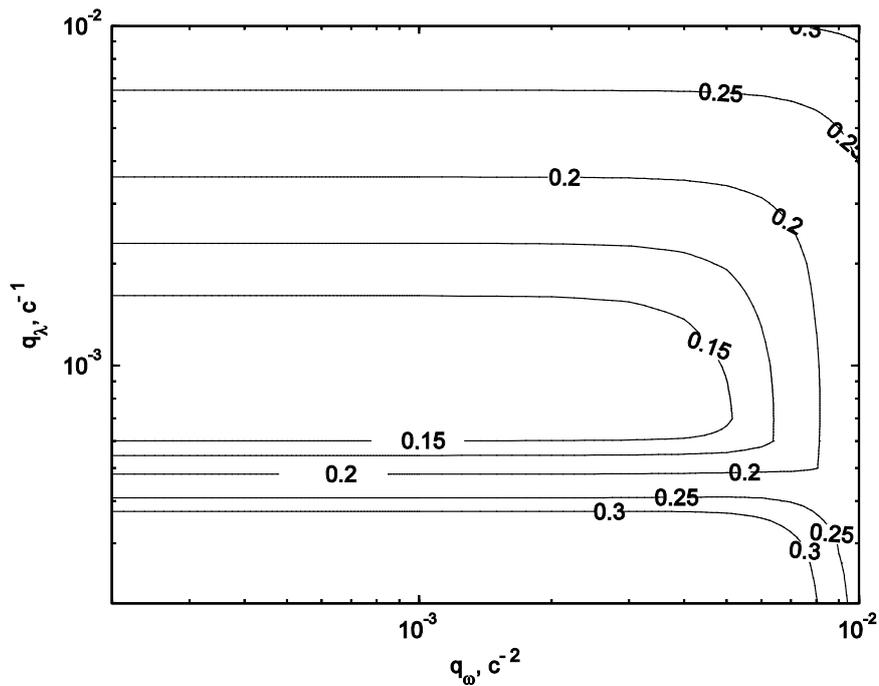


Рис. 2.9. Зависимость точности определения ориентации (град) от параметров q_λ и q_ω при возмущающем моменте $8 \cdot 10^{-7}$ Н·м и смещении нуля $\Delta b = 0.75$ град

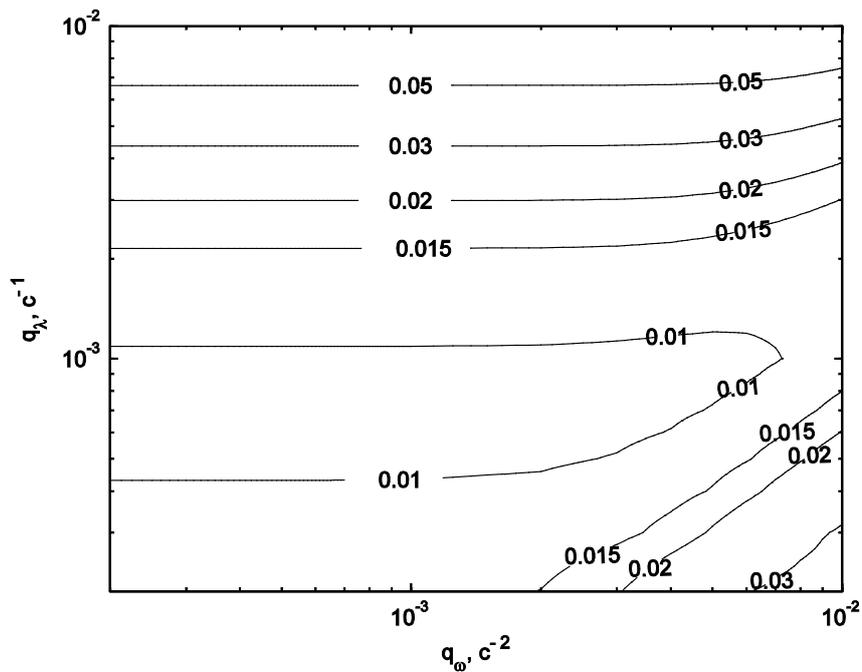


Рис. 2.10. Зависимость точности определения угловой скорости (град/с) от параметров q_λ и q_ω при возмущающем моменте $8 \cdot 10^{-7}$ Н·м и смещении нуля $\Delta b = 0.75$ град

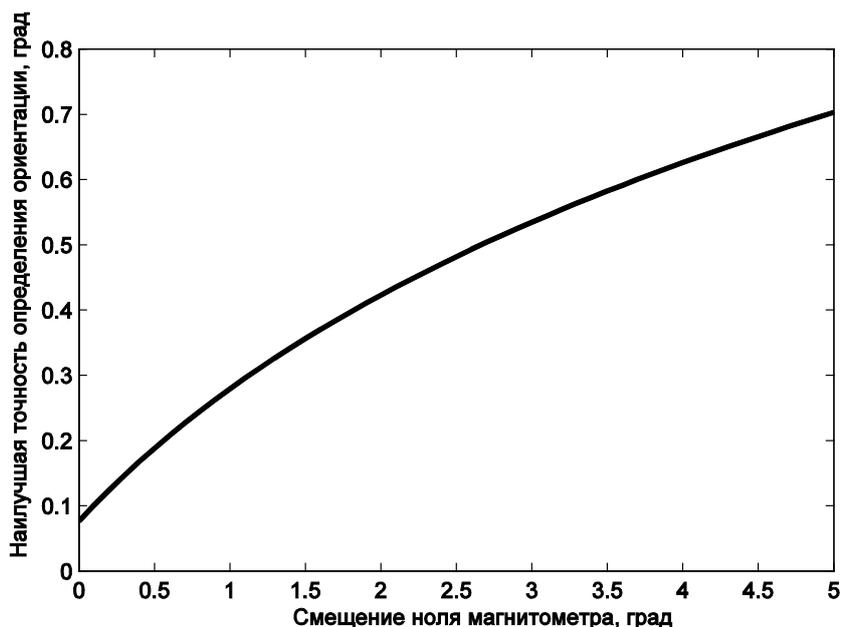


Рис. 2.11. Зависимость точности определения ориентации от смещения нуля направления геомагнитного поля

3. Летные испытания алгоритма определения углового движения на борту микроспутника "Чибис-М"

25 января 2012 года микроспутник "Чибис-М" был выведен на орбиту с борта грузового корабля "Прогресс-13М". На рис. 3.1 изображено расположение элементов системы ориентации и стабилизации в теле микроспутника "Чибис-М" [31].

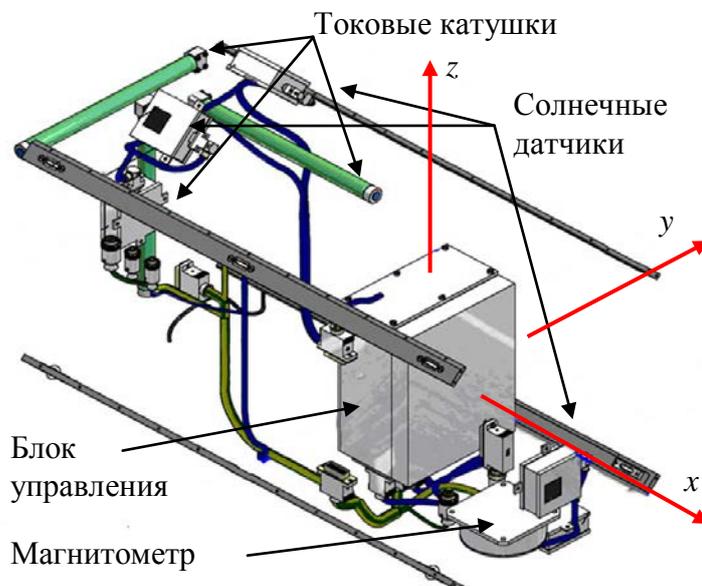


Рис. 3.1. Расположение элементов системы ориентации и стабилизации в теле микроспутника "Чибис-М"

В качестве датчиков определения ориентации в составе микроспутника используются один трехкомпонентный магнитометр HMR 2300R, пять солнечных датчиков DSS3 и три одноосных датчика угловой скорости ADIS 16130. Основные характеристики датчиков приведены в табл. №1 [32].

Таблица 1. Характеристики датчиков ориентации

Характеристика \ датчик	Магнитометр	Солнечный датчик	Датчик угловой скорости
Диапазон измерения	$\pm 200\ 000$ нТл	$\pm 45^\circ$	± 250 °/с
Случайное отклонение (σ)	50 нТл	0.1°	0.01 °/с

Летные испытания системы ориентации и стабилизации микроспутника проходили в несколько этапов [33]. Начальный этап испытаний включал в себя последовательные проверки на работоспособность датчиков определения ориентации, исполнительных органов, далее была произведена оценка их калибровочных характеристик, сравнение их с номинальными, полученными при наземной калибровке, из чего был сделан вывод о корректности работы приборов. На следующих этапах проверялась работоспособность алгоритмов определения ориентации и алгоритмов управления ориентацией [34].

В настоящем разделе представлены результаты летных испытаний системы ориентации микроспутника "Чибиc-M", анализируется точность определения ориентации в режиме стабилизации микроспутника относительно ОСК. Для сравнения точность определения движения микроспутника с помощью фильтра Калмана сравнивается с точностью определения движения с помощью локального алгоритма, также использующего измерения магнитометра и солнечного датчика.

Перед проведением испытаний алгоритмов определения движения были откалиброваны датчики определения движения и, в частности, магнитометр. Контроль точности полученных данных можно провести при помощи информации о положении центра масс спутника, что для каждой точки измерений магнитного поля позволяет вычислить вектор напряженности магнитного поля на борту при помощи модели IGRF [35]. В таблице 2 представлены двухстрочные элементы спутника «Чибиc-M», соответствующие времени сбора рассматриваемых телеметрических данных.

Таблица 2. Двухстрочные элементы спутника «Чибиc-M»

CHIBIS-M

1 38051U 11062C 12058.91450162 .00007227 00000-0 32146-3 0 1024

2 38051 51.6521 324.5583 0011559 6.4829 88.0894 15.22465494 5160

Поскольку для оценки точности измерения компонент магнитного поля необходимо знать трехосную ориентацию спутника, калибровка может быть осуществлена только по величине измеряемого вектора. На рис. 3.2 представ-

лена разница между измеренной и вычисленной величиной модуля вектора геомагнитного поля.

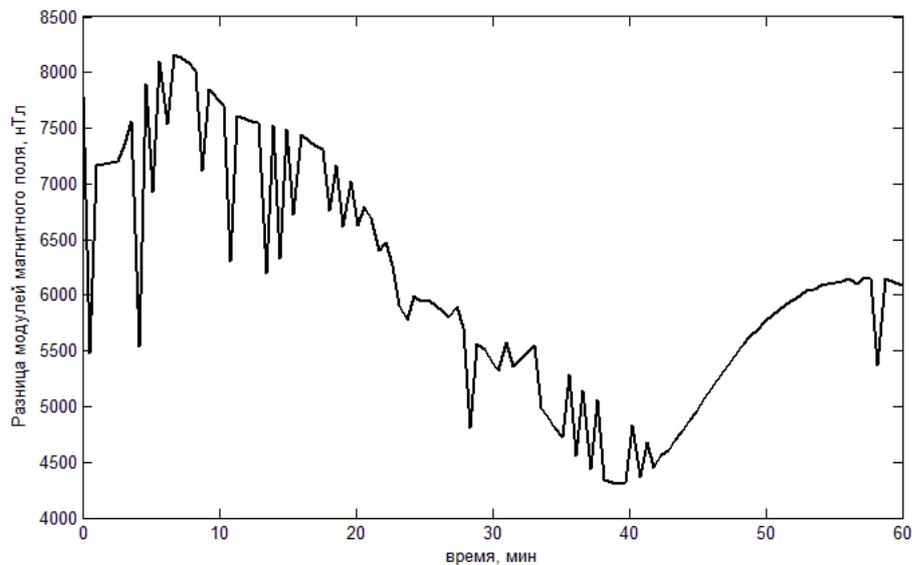


Рис. 3.2. Разница модуля вектора геомагнитной индукции, измеренного при помощи магнитометра, и вычисленного с использованием модели IGRF

Можно видеть, что в показаниях магнитометра присутствует смещение нуля. Оно было найдено с помощью метода наименьших квадратов. Величина смещения нуля магнитометра составила $\Delta b = 6300 \text{ нТл}$. Результат корректировки показаний магнитометра с учетом постоянного смещения нуля по каждому каналу приведен на рис. 3.3.

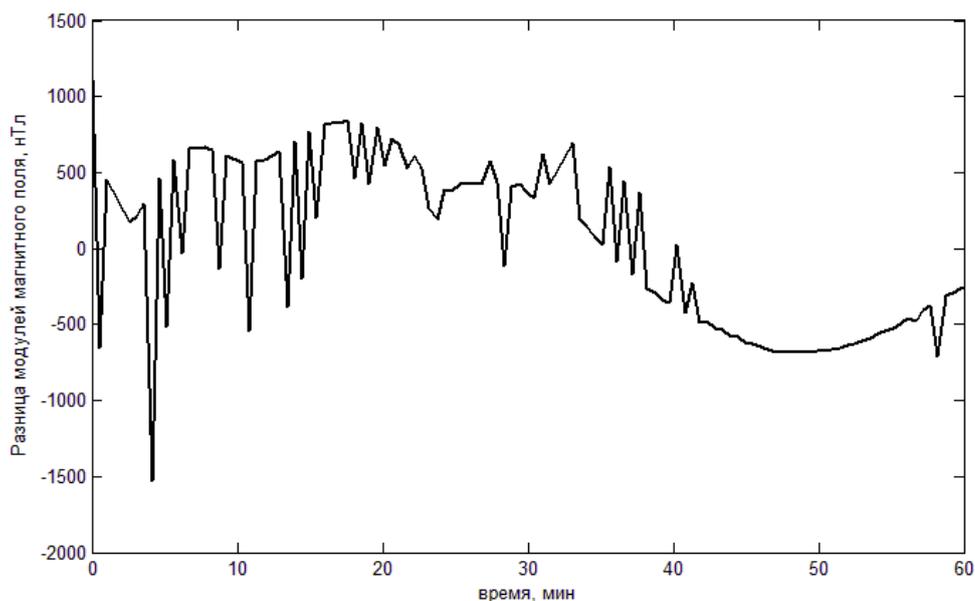


Рис. 3.3. Разница модулей вектор магнитной индукции после определения смещении нуля по методу наименьших квадратов

Из рис. 3.3 видно, что магнитометр имеет ошибку около 700 нТ (за исключением аномальных измерений). Как уже было упомянуто выше, отличие магнитного поля по модели IGRF от реального магнитного поля составляет примерно 200 нТ. Это отличие было учтено при исследовании точности фильтра Калмана как случайная ошибка измерений. Это значит, что переменную часть смещения нуля, вызванную токами на борту микроспутника и полем включаемых и выключаемых приборов, можно оценить величиной 500 нТ. Как было показано в разделе 3, это смещение нуля приводит к ухудшению определения точности на величину 0.05 град.

Зная величину постоянного магнитного поля, измеряемого магнитометром, можно грубо оценить величину механического момента, возникающего от взаимодействия неучтенного магнитного момента микроспутника с магнитным полем Земли. Будем считать, что магнит, которым аппроксимируем поле спутника, расположен в центре масс спутника. С учетом местоположения магнитометра в теле спутника (см. рис. 3.1), а также размеров самого спутника, можно рассчитать дипольный магнитный момент по формуле [36]

$$m = \frac{4\pi}{\mu_0} \left(R^2 + \frac{L^2}{4} \right)^{3/2} B,$$

где R – расстояние от центра магнита до магнитометра, L – длина магнита в виде электромагнитной катушки, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – универсальная магнитная постоянная, B – модуль магнитного поля. Примем $R = 0.15$ м, $L = 0.1$ м и поле, определенное выше с помощью метода наименьших квадратов $B = 6300$ нТ. Тогда $m = 0.2$ А/м. Теперь оценим механический момент, действующий со стороны магнитного момента микроспутника. Механический момент рассчитывается по формуле

$$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}.$$

В худшем случае $M = 5 \cdot 10^{-6}$ Н·м. Эту оценку следует рассматривать, как оценку сверху.

Несколько сложнее оценить величину возмущения со стороны ошибок исполнения управляющих моментов маховиками. При коэффициентах пропорционально-дифференциального регулятора $k_q = 0.00053$ Н·м, $k_\omega = 0.07$ Н·м·с и ошибке определения движения порядка $\sigma_\varphi = 0.1 - 0.2$ град, $\sigma_\omega = 0.01$ град/с из закона управления (2.2) следует, что возмущение от ошибок исполнения будет составлять $M = 10^{-5}$ Н·м. Однако, вследствие нормального распределения вероятности ошибок полученная оценка возмущающего момента будет представлять собой также нормально распределенную величину. Так как маховики обладают инерционностью при исполнении управляющей команды, то возмущающий момент усредняется и его результирующая величина стремится к нулю. Но на практике за время такта управления 0.2 с маховики успевают отреагировать на команду, и это приводит к тому, что до нуля возму-

щение не усредняется, а уменьшается примерно на порядок. Оценим сверху величину возмущения со стороны ошибок исполнения как 10^{-6} Н·м.

После того, как система ориентации с помощью алгоритма TRIAD приводит спутник в некоторую окрестность орбитальной ориентации, включается рекурсивный алгоритм определения ориентации на основе фильтра Калмана. На солнечной стороне орбиты работает фильтр Калмана, который использует измерения солнечных датчиков и магнитометра. После включения алгоритма на основе фильтра Калмана фильтр начинает сходиться – ковариационная матрица ошибок уменьшается, оценки вектора состояния приближаются к истинным значениям. Оценки фильтра Калмана поступают на вход алгоритма управления маховиками, и система стабилизации приводит микроспутник в орбитальную ориентацию. На рис. 3.4 представлен график ориентации во время стабилизации, из которого следует, что алгоритм стабилизирует спутник примерно за 10 минут. Точность ориентации после стабилизации составляет примерно $\sigma_\varphi = 0.1 - 0.2$ град. На рис. 3.5 представлен график угловой скорости во время стабилизации. Точность определения угловой скорости составляет $\sigma_\omega = 0.01$ град/с. Если сравнить полученные точности с теоретическими значениями, представленными на рис. 2.5, 2.6 и 2.9 при уровне возмущений порядка $M = 5 \cdot 10^{-6}$ Н·м и смещении нуля магнитометра $\Delta b = 500$ нТ, можно увидеть хорошее соответствие.

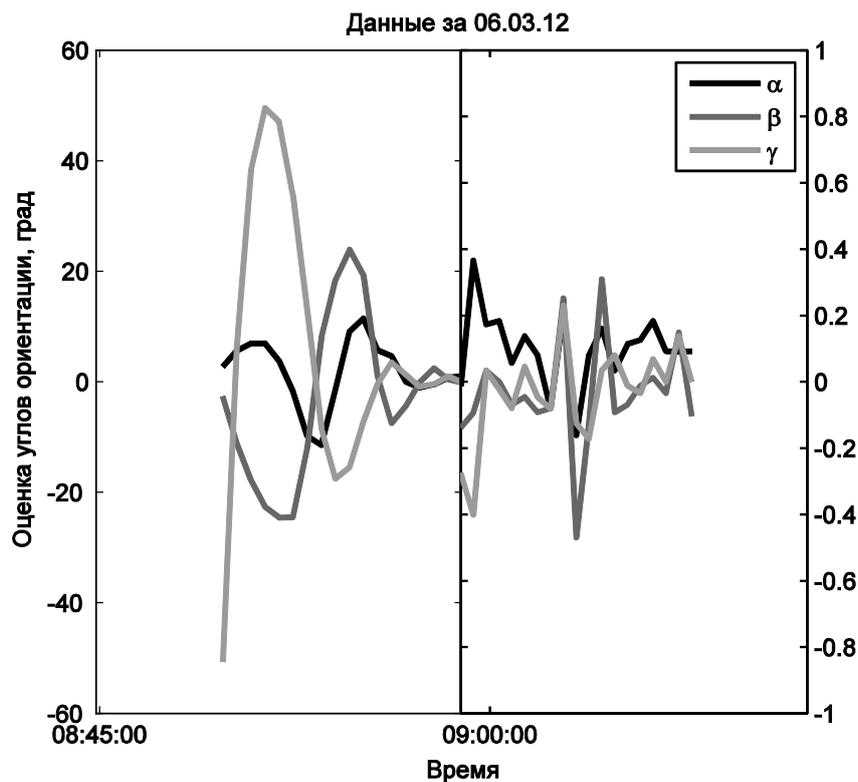


Рис. 3.4. Оценка углов ориентации во время стабилизации аппарата

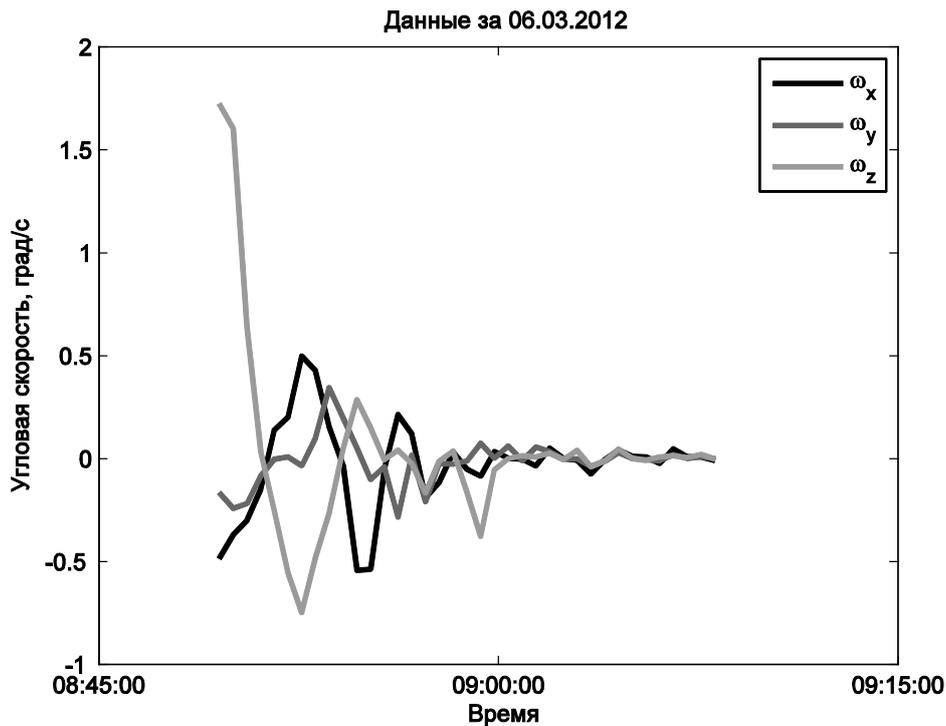


Рис. 3.5. Оценка угловой скорости во время стабилизации аппарата

В рассмотренном выше примере угол между направлением геомагнитного поля и направлением на Солнце составляет примерно 80 град. Рассмотрим, что происходит с точностью определения движения при значениях угла между \mathbf{b}_o и \mathbf{s}_o , когда векторы близки коллинеарным. На рис. 3.6 представлен пример ухудшения точности определения ориентации, когда угол между \mathbf{s}_o и \mathbf{b}_o стал приближаться к 10 градусам. Точность определения ориентации, как видно из графика, стала близка к $\sigma_\varphi = 1$ град, что несколько больше значения, которое можно получить из рис. 2.7. Однако теоретические оценки являются оценкой снизу и строятся из предположения квазистационарности, то есть медленного изменения матрицы динамики системы и матрицы измерений. Но когда эти векторы коллинеарны, время релаксации уравнения ошибок увеличивается, а значит, требуется большее время для сходимости. По всей видимости, в рассмотренном примере, оценки фильтра не успели сойтись в точке с плохой точностью, угол между \mathbf{s}_o и \mathbf{b}_o увеличился и оценки сошлись при этом угле достаточно быстро.

На рис. 3.7 представлен пример случая, когда угол между \mathbf{s}_o и \mathbf{b}_o стал равен почти 180 град и оценки фильтра Калмана разошлись. В рассматриваемом примере проходила испытания автоматическая система переключения между алгоритмами управления, которая не учитывает случаи, когда требуется при коллинеарности векторов \mathbf{s}_o и \mathbf{b}_o переключиться в другой режим. Обычно моменты, когда фильтр имеет плохую точность, вычисляются заранее в центре

управления и с учетом этого на борт закладывается программа переключения режимов управления и определения ориентации.

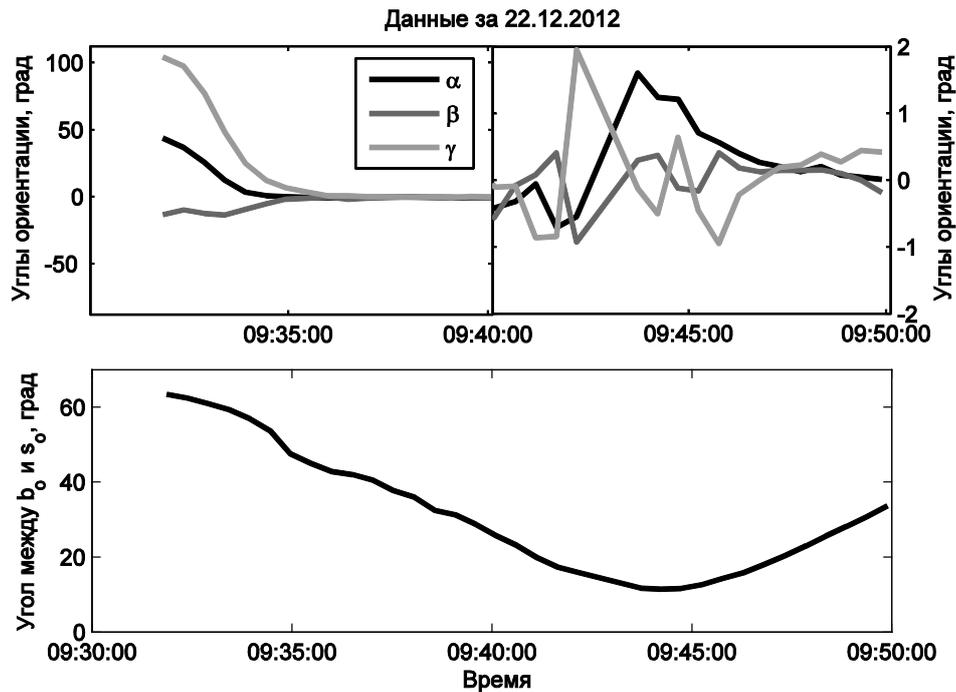


Рис. 3.6. Ухудшение точности оценок ориентации микроспутника "Чибис-М" в случае, когда \mathbf{s}_0 и \mathbf{b}_0 были близки к коллинеарным

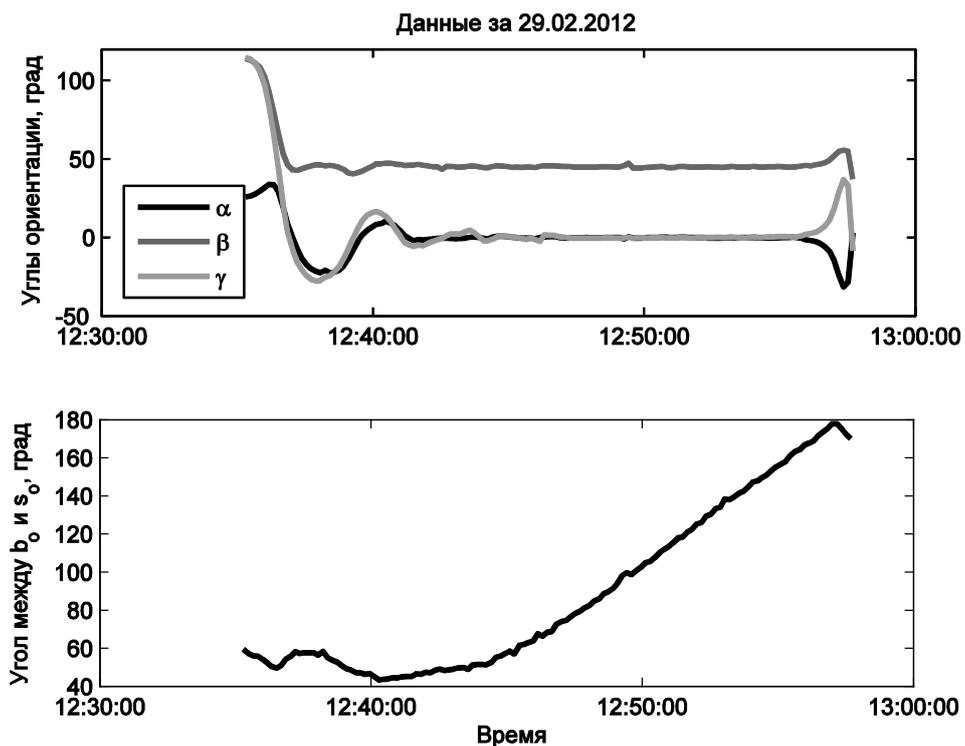


Рис. 3.7. Расхождение оценок ориентации микроспутника "Чибис-М" в случае, когда \mathbf{s}_0 и \mathbf{b}_0 становятся коллинеарными

Заключение

Разработаны алгоритмы определения трехосной ориентации на основе измерений солнечных датчиков, магнитометра и датчика угловой скорости, которые были успешно и реализованы на микроспутнике «Чибис-М» с учетом ограничений бортового компьютера. Определена зависимость точности и времени сходимости оценок вектора состояния от параметров алгоритма. Исследовано влияние величины скалярного произведения векторов направления на Солнце и индукции геомагнитного поля на точность определения фазового состояния спутника. Результаты исследования подтверждены в ходе летных испытаний микроспутника «Чибис-М», среднеквадратичная точность определения ориентации составила 0.1 град, определения угловой скорости 0.01 град/с.

Таким образом, предлагаемый метод исследования точности алгоритмов определения ориентации на основе фильтра Калмана прошел апробацию и может быть использован как удобный инструмент для исследования точности алгоритмов. Основным преимуществом метода является то, что он не требует множественного моделирования работы алгоритма для получения оценки точности в отличие от известных методов, а позволяет вычислить эту оценку аналитически. Следует заметить, что метод применим только для определения квазистационарного движения, а его оценки точности являются асимптотическими, то есть наилучшей точностью, которую можно достичь. Тем не менее, на основе таких оценок при неучтенных в модели движения возмущениях можно выбрать такие параметры алгоритма, которые будут обеспечивать наилучшую точность.

Список литературы

1. Kalman R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems // Transactions of ASME, Series D, Journal of Basic Engineering. 1960. Vol. 82. P. 35–45.
2. Kalman R.E., Bucy R.S. New Results in Linear Filtering and Prediction Theory // Transactions of ASME, Series D, Journal of Basic Engineering. 1961. Vol. 83. P. 95–108.
3. Leitmann M. et al. Attitude And Position Determination Using A Star Mapper On The Small Satellite Platform POSAT-1 // 3rd Conference on small satellite technology and application, Orlando, FL, April 14-15, 1993. P. 224–230.
4. Gai E. et al. Star-Sensor-Based Satellite Attitude / Attitude Rate Estimator // Journal of Guidance, Control and Dynamics. 1985. Vol. 8, № 5. P. 560–565.
5. Xiong K., Liang T., Yongjun L. Multiple model Kalman filter for attitude determination of precision pointing spacecraft // Acta Astronautica. Elsevier, 2011. Vol. 68, № 7-8. P. 843–852.
6. Wiegand M., Matthews O. Using Magnetometer And Sun-Sensor to Determine Three-Axis Attitude For The ABRIXAS Missions // AAS-97. 1997. P. 15.
7. Yefimenko N.V. Magnetic Attitude Control and Stabilizing System of Egyptsat-1 Spacecraft // Journal of Automation and Information Science. 2010. Vol. 42, № 11. P. 64–70.
8. Searcy J.D., Pernicka H.J. Magnetometer-Only Attitude Determination Using Novel Two-Step Kalman Filter Approach // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2012. Vol. 35, № 6. P. 1693–1701.
9. Psiaki M.L., Martel F., Pal P.K. Three-axis attitude determination via Kalman filtering of magnetometer data // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1990. Vol. 13, № 3. P. 506–514.
10. Шустер М.Д. Использование фильтров Калмана для оценивания пространственной ориентации КЛА // AIAA Guidance, Navigation and Control. 1983. Т. 82. С. 135–150.
11. Springmann J.C. et al. The attitude determination system of the RAX satellite // Acta Astronautica. Elsevier, 2012. Vol. 75. P. 120–135.
12. Lefferts E.J., Markley F.L., Shuster M.D. Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1982. Vol. 5, № 5. P. 417–429.
13. Pittelkau M.E. Kalman Filtering for Spacecraft System Alignment Calibration Introduction. 2001. Vol. 24, № 6. P. 1187–1195.
14. Бессонов Р.В. и др. Разработка и исследование характеристик трехосного блока определения угловых скоростей на основе технологии МЭМС // Авиакосмическое приборостроение. 2008. № 9. С. 16.
15. Пивоваров М.Л. Определение ориентации ИСЗ с использованием измерений угловых скоростей // Космические исследования. 1985. Т. 23, № 3. С. 331–334.

16. Bar-Itzhack Y. et al. Recursive Attitude Determination from Vector Observations: Euler Angle Estimation // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 1987. Vol. 10, № 2. P. 152–157.
17. Bar-Itzhack I.Y., Oshman Y. Attitude Determination from Vector Observations: Quaternion Estimation // *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*. 1985. Vol. 21, № 1. P. 128–135.
18. Shuster M.D. A Survey of Attitude Representations // *Journal of the Astronautical Sciences*. 1993. Vol. 41, № 4. P. 439–517.
19. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твёрдого тела. М: Наука, 1973. P. 320.
20. Gelb A. Applied Optimal Estimation. The M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1974. P. 500.
21. Maybeck P. Stochastic Models, Estimation, and Control. N.Y.: Acad. Press. Inc, 1979.
22. Maybeck P.S. Performance Analysis of a Particularly Simple Kalman Filter // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 1978. Vol. 1, № 6. P. 391–396.
23. Powell T.D. Automated Tuning of an Extended Kalman Filter Using the Downhill Simplex Algorithm Introduction // *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. 2002. Vol. 25, № 5. P. 901–908.
24. Tortora P., Oshman Y., Santono F. Spacecraft Angular Rate Estimation from Magnetometer Data Only Using an Analytic Predictor // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2004. Vol. 27, № 3. P. 365–373.
25. Oshman Y., Shaviv I. Optimal Tuning of a Kalman Filter Using Genetic Algorithms // AIAA Paper 2000-4558. 2000. P. 20.
26. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть II. Приложения методов оптимального оценивания к задачам навигации. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 2008. С. 128.
27. Balakrishnan A.V. Kalman filtering theory. N.Y.: Optimization Software, Inc., 1987. P. 253.
28. R.L. Farrenkopf. Analytic Steady-State Accuracy Solutions for Two Common Spacecraft Attitude Estimators // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 1978. Vol. 1, № 4. P. 282–284.
29. Markley F.L. Analytic Steady-State Accuracy of a Spacecraft Attitude Estimator // *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. 2000. Vol. 23, № 6. P. 23-25.
30. Беляев М.Ю., Монахов М.И., Сазонов В.В. Оценка точности показаний магнитометра, установленного на Служебном модуле Международной космической станции // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2012. № 54. С. 33. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-54>
31. Определение относительного движения спутников при их разделении по результатам обработки видеоизображения / Д.С.Иванов [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2012. № 57. 24 с.
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-57>

32. Калибровка датчиков для определения ориентации малого космического аппарата / Д.С.Иванов [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2010. № 28. 30 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-28>

33. Летные испытания алгоритмов управления ориентацией микроспутника 'Чибиc-M' / Д.С.Иванов [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2012. № 58. 32 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-58>

34. Иванов Д.С. и др. Лабораторные и летные испытания системы ориентации микроспутника “Чибиc-M” // Материалы XXXVII Академических чтений по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королева, январь 2013 г. Москва. С. 563.

35. Белецкий В.В., Хентов А.. Вращательное движение намагниченного спутника. М.: Наука, 1985. С. 288.

36. Иванов Д.С., Овчинников М.Ю., Пеньков В.И. Лабораторное исследование магнитных свойств гистерезисных стержней для системы ориентации малогабаритных спутников // Известия РАН. Теория и системы управления. 2013. № 1. С. 152–171.

Содержание

Введение.....	3
1. Метод исследования точности оценок алгоритма определения движения.....	6
1.1. Задача фильтрации.....	6
1.2. Оценка точности работы фильтра Калмана в стационарном случае.....	7
1.3. Исследование влияния неучтенных возмущений на точность оценок фильтра Калмана	9
2. Исследование алгоритма определения углового движения микроспутника на основе измерений магнитометра и солнечного датчика.....	11
2.1. Построение алгоритма.....	11
2.2. Зависимость точности от параметров шумов модели движения	13
2.3. Влияние неучтенных в модели движения возмущений	15
2.4. Влияние угла между измеряемыми векторами	18
2.5. Влияние смещения ноля магнитометра.....	20
3. Летные испытания алгоритма определения углового движения на борту микроспутника "Чибиc-M"	22
Заключение	29
Список литературы.....	30