



**Плеханов А.В.**

Численная оценка  
термодинамических  
параметров плазмы якоря  
электромагнитного  
ускорителя макрочастиц

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Плеханов А.В. Численная оценка термодинамических параметров плазмы якоря электромагнитного ускорителя макрочастиц // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2013. № 52. 16 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-52>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской академии наук**

**А. В. Плеханов**

**Численная оценка термодинамических  
параметров плазмы якоря  
электромагнитного ускорителя  
макрочастиц**

**Москва — 2013**

## **Александр Валентинович Плеханов**

*Численная оценка термодинамических параметров плазмы якоря электромагнитного ускорителя макрочастиц.*

Предложен подход, позволяющий оценивать термодинамические параметры плазмы якоря рельсового электромагнитного ускорителя с учетом неидеальности. Плазма якоря считается несжимаемым квазинейтральным газом, свойства которого меняются только вдоль направления движения. Рассматривается двумерное распределение индукции магнитного поля в окрестности плазменного якоря. Предполагается, что атомы однократно ионизованы, а электроны, ионы и нейтральные атомы имеют одну и ту же температуру. Степень ионизации вычисляется из уравнения Саха, а электропроводность плазмы якоря рассчитывается в приближении Спитцера.

Полученная система уравнений дополняется данными, замеренными в эксперименте (ток в цепи ускорителя, падение напряжения на выходе ускорителя, длина якоря, определенная на основании показаний индуктивных датчиков). Свойства плазменного якоря находятся по параметру неидеальности и температуре итерационно. Сравнивается длина якоря, определенная в эксперименте, с длиной, рассчитанной по полученным соотношениям. Значения статистических весов определяются методом интерполяции заданных таблично данных, зависящих от давления и температуры.

Обработка экспериментальных данных позволила получить оценку параметров плазмы якоря с учетом ее неидеальных свойств. Показано, что: (1) при плотностях тока около  $80 \text{ кА/см}^2$  меняется характер зависимостей температуры и электропроводности плазмы от плотности тока; (2) электропроводность плазмы описывается приближенной зависимостью  $\sigma(T) = \sigma_0 (T/T_0)^n$ , где  $\sigma_0 = 1,556 \text{ См/см}$ ;  $n = 1,988$ ,  $T_0 = 1\ 000 \text{ К}$ .

**Ключевые слова:** *электромагнитный ускоритель макро-частиц, плазменный якорь, термодинамические параметры, неидеальность.*

## **A. V. Plekhanov**

*Numerical estimation of arc plasma thermodynamic parameters of electromagnetic macro-particles launcher.*

An approach that allows to estimate the non – ideal thermodynamic plasma parameters of the arc – driven electromagnetic launcher is proposed. Plasma is considered to be incompressible quasineutral gas with properties which vary only through the direction of motion. The 2D distribution of the magnetic field in the vicinity of the arc plasma is studied. It is assumed that atoms are once ionized, and electrons, ions, and neutral atoms have the same temperature. The degree of ionization is calculated by Saha equation, and the electrical conductivity of the arc plasma is calculated in the approximation of Spitzer.

The resulting system of equations is complemented by the experimental data (current in the circuit of the launcher, the voltage drop at the launcher muzzle, the arc plasma length defined on the basis of B - dot probe traces). Arc plasma behavior is defined by the parameter of non-ideality and temperature iteratively. The experimental arc plasma length is compared with the arc plasma length calculated by obtained relations. Statistical weights of atoms and ions are determined by interpolation of data given in the table which depend on the pressure and temperature.

Processing of experimental data was done to estimate non-ideal arc plasma parameters. It is shown that: (1) at the current density of about  $80 \text{ кА/см}^2$  the character of temperature and conductivity dependence on the plasma current density is changed; (2) the electrical conductivity of arc plasma is described by the approximate dependence of  $\sigma(T) = \sigma_0 (T/T_0)^n$ , where  $\sigma_0 = 1.556 \text{ } \Omega^{-1} \text{ см}^{-1}$ ;  $n = 1.988$ ,  $T_0 = 1\ 000 \text{ К}$ .

**Key words:** *electromagnetic, macro-particle, arc plasma, thermodynamic parameters, non-ideality.*

## Введение и постановка задачи

Рельсовый электродинамический ускоритель (РЭУ) с плазменным якорем предназначен для высокоскоростного метания диэлектрических макрочастиц, которые ускоряются под воздействием высокого давления, реализуемого в дуговом разряде, находящемся в магнитном поле электродов (см., например, [1]).

Одной из основных проблем создания надежного гиперскоростного РЭУ и определения факторов, ограничивающих его работоспособность, является адекватное описание параметров плазменного якоря. Обычно плазменный якорь генерируется за счет испарения металлической фольги (типично алюминиевой) в казенной части РЭУ. Для типичных параметров РЭУ [2]:

Длина ствола (L):	~ 5 м
Калибр канала ( $a^2$ ):	~ 1 x 1 см <sup>2</sup>
Масса метаемого тела:	1 – 1 000 г
Дульная скорость:	1 – 10 км/с
Максимальный ток (I):	100 – 1 000 кА
Индукция магнитного поля (B):	0,1 – 20 Т
Давление плазмы (P):	50 – 500 МПа
Длина якоря ( $l_p$ ):	несколько см – несколько дм
Сопротивление якоря:	~ 0,5 мОм
Температура плазмы (T):	20 000 – 50 000 К

При таких условиях, по мнению автора работы [2], плазма является высокостолкновительной с типичным временем между столкновениями  $\tau \sim 10^{-14}$  с и очень короткой длиной свободного пробега  $\lambda \sim 10^{-7}$  см. По этой причине плазма подчиняется уравнению Саха со средним статистическим весом  $Z \sim 2 - 3$ . Для таких температур и плотностей длина свободного пробега по Росселанду  $\lambda_R \sim 10^{-4} - 10^{-2}$  см, плазма непрозрачна и излучает как абсолютно черное тело.

Теоретические модели плазменного якоря развиты I.R. McNab [3], J.D. Powell and J.H. Batteh [4] и Y.C. Thio [5]. В них сделано много упрощающих допущений для транспортных свойств плазмы, в том числе применялось уравнение состояния идеального газа. Развитые модели полезны для объяснения экспериментов с РЭУ с плазменным якорем и выяснения условий, при которых эти модели работают.

Многочисленные экспериментальные исследования РЭУ показали, что абляция материалов стенок канала ствола добавляет в плазму якоря большое количество холодного, по сравнению с температурой плазмы, материала. В результате температура плазмы снижается, что при высоком давлении приводит плазму в состояние неидеальности. Неидеальное поведение плазменного якоря в РЭУ рассмотрено в работе [6]. В ней уравнение состояния плазмы дополнено добавкой на неидеальность, что позволило уточнить

параметры якоря. Но предложенная теория сложна для применения и требует задания большого количества коэффициентов, которые в общем случае неизвестны.

Целью данной работы является оценка параметров плазмы якоря на основе максимального использования экспериментальных данных.

Далее будем следовать идеологии работы [6], а поправку на неидеальность учтем в соответствии с работой [7].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 12-01-00109-а).

## 1. Вывод определяющих соотношений

Рассмотрим плазму как подвижный элемент электрической цепи [2,3,8]. В магнитогидродинамическом приближении его движение в переменных Эйлера можно представить в виде:

уравнение неразрывности

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = S, \quad (1)$$

уравнение движения

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p + \vec{j} \times \vec{B} + \vec{R}. \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность плазмы,  $\vec{v}$  — вектор скорости,  $S$  — интенсивность внешних источников массы,  $\vec{R}$  — сила вязкого трения,  $p$  — давление,  $\vec{j}$  — вектор плотности тока,  $\vec{B}$  — вектор индукции магнитного поля.

Уравнение энергии здесь не приводится ввиду того, что оно не используется в дальнейшем.

Введем интегральные характеристики плазменного якоря:

масса якоря

$$m = \int \rho dV, \quad (3)$$

скорость движения центра инерции плазмы

$$\vec{u} = \frac{\int \rho \vec{v} dV}{\int \rho dV}. \quad (4)$$

Допустим, что плазма является несжимаемой жидкостью. Из этого допущения следует, что  $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$ . Тогда, интегрируя уравнение (1) по объему плазменного якоря  $V$ , получим:

$$\int_V \frac{d\rho}{dt} dV = \int_V S dV.$$

Обозначим  $M = \int_V S dV$ ;  $M$  является интегральной интенсивностью внешних источников массы во всем объеме, занимаемом плазмой якоря. Последнее уравнение с учетом (3) примет вид:

$$\int_V \frac{d\rho}{dt} dV = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV = \frac{dm}{dt}.$$

Экспериментально показано [9], что величина массы материалов, эродируемых с поверхности канала ствола ускорителя, пропорциональна количеству энергии, выделенной в якоре в процессе выстрела. Тогда:

$$M = \alpha I U_{\text{arc}},$$

где  $\alpha$  – эффективный коэффициент эрозии,  $U_{\text{arc}}$  – падение напряжения на плазменном якоре.

С учетом сказанного выше уравнение неразрывности примет вид:

$$\frac{dm}{dt} = \alpha I U_{\text{arc}}. \quad (5)$$

Сделаем дополнительные предположения:

- свойства якоря успевают перестраиваться при изменении внешних условий (условие квазинейтральности),
- свойства якоря меняются только вдоль оси движения ( $x$ ), что подтверждается результатами детальных двумерных расчетов [4,10],
- вектор индукции магнитного поля  $\vec{B}$  имеет только одну компоненту  $B_z$  (двумерное приближение распределения магнитного поля); в этом случае  $\vec{j} \times \vec{B} = j_y B_z$ .

Обозначим (рис. 1):

$$J = \frac{I}{h}, \quad j = \frac{J}{l_p} = \frac{I}{h l_p}.$$

Для одномерного случая закон Ампера можно записать в простом виде:

$$\frac{dB}{dx} = -\mu_0 \frac{I}{l_p h}, \quad (6)$$

с граничными условиями  $B(x = x_0 + l_p) = 0$ , где  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума. Проинтегрировав уравнение (6) и введя корректирующий множитель  $f_1$ , эффективным образом учитывающий неоднородность распределения магнитного поля вблизи якоря, получим:

$$B(x) = f_1 \mu_0 I \left(1 - \frac{x}{l_p}\right) \frac{1}{h}, \quad x_0 \leq x \leq x_0 + l_p. \quad (7)$$

Численное значение корректирующего множителя  $f_1$  может быть найдено в результате трехмерных расчетов распределения магнитного поля в области плазменного якоря с учетом конечности ширины рельсов или из экспериментальных измерений. В простейшем случае  $f_1 = L \frac{h}{w \mu_0}$ , где  $L$  – погонная индуктивность рельсов. Данное выражение для  $f_1$  используется в дальнейшем.

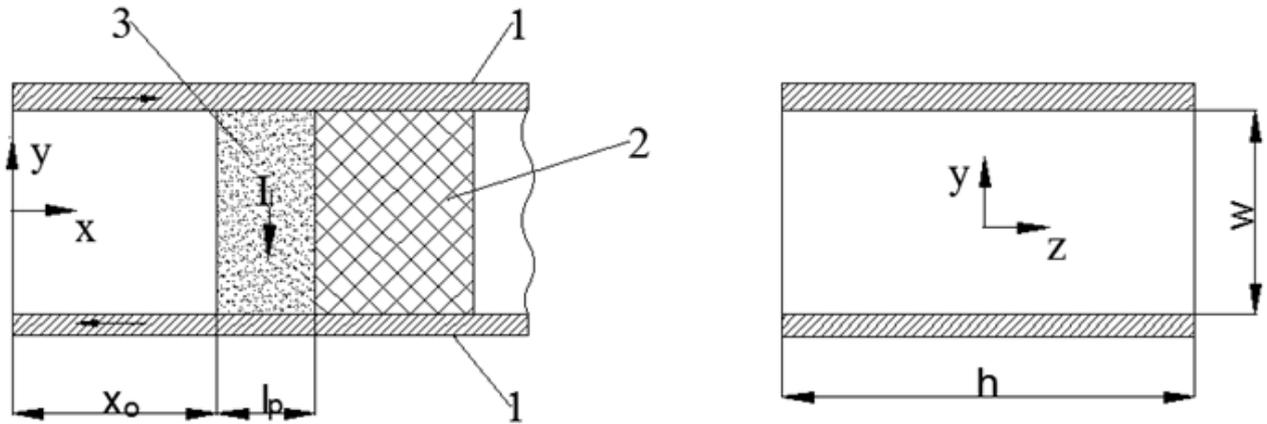


Рис. 1. Схема участка рельсового ускорителя: (1) - рельсы, (2) - разгоняемая макрочастица и (3) - плазменный якорь.

Для получения оценок параметров плазменного якоря в уравнении (2) пренебрежем нестационарной составляющей  $\rho \frac{d\vec{v}}{dt}$  и вязким трением ввиду их малости по сравнению с  $\nabla p$ . Тогда, проинтегрировав уравнение импульса с учетом уравнения (7), получим:

$$p(\xi) = \frac{I^2}{h^2} f_1 \mu_0 f_1 \xi \left(1 - \frac{\xi}{2}\right),$$

где  $\xi = \frac{x}{l_p}$ ,  $x_0 \leq x \leq x_0 + l_p$ ,  $0 \leq \xi \leq 1$ .

Среднее давление плазмы:

$$\bar{p} = \int_0^1 p(\xi) d\xi = f_1 \mu_0 \frac{I^2}{h^2} \int_0^1 \left(\xi - \frac{1}{2} \xi^2\right) d\xi = \frac{1}{3} \frac{I^2}{w h}. \quad (8)$$

Предположим, что электроны, ионы и нейтральные частицы имеют одну и ту же температуру, атомы однократно ионизованы. Давление запишем в виде:  $\bar{p} = p_{id} + \Delta p$ , (9)

где поправка на неидеальность [7]:

$$\Delta p = \begin{cases} -\frac{4}{3} \gamma^{3/2} n_e k T, & \gamma \leq 1, \\ -\left(\gamma - \frac{1}{3}\right) n_e k T, & \gamma > 1. \end{cases} \quad (10)$$

$\gamma = \pi^{1/3} \beta$ ,  $\beta = e^2 \frac{n_e^{1/3}}{k T}$ ,  $k$  – постоянная Больцмана,  $n_e$  – концентрация электронов.

Уравнение Саха для однократно ионизованного газа имеет вид:

$$\frac{n_i n_e}{n_a} = 4,85 \times 10^{21} g T^{3/2} \exp\left(-\frac{I_i}{k T}\right), \quad (11)$$

где  $g = g_i/g_a$ ,  $g_i$ ,  $g_a$ ,  $n_i$ ,  $n_a$  – статистические веса иона и атома и концентрация ионов и нейтральных атомов соответственно,

$$I_i = \begin{cases} e V_i - 2 \gamma^{3/2} k T, & \gamma \leq 1, \\ e V_i - (4\gamma - \ln \gamma - 2) k T, & \gamma > 1. \end{cases} \quad (12)$$

Электропроводность плазмы якоря рассчитывается в приближении Спитцера [11]:

$$\begin{aligned} \sigma &= 1,5 \times 10^{-2} T^{3/2} / \ln \Lambda, \\ \Lambda &= 1,24 \times 10^7 T^{3/2} / \sqrt{n_e}. \end{aligned} \quad (13)$$

## 2. Алгоритм расчета

При оценке параметров плазмы якоря использовалось максимальное количество достоверной экспериментальной информации. К ней относятся: ток в цепи, падение напряжения на выходе ускорителя, длина плазменного якоря, определенная на основании показаний индуктивных датчиков.

Анализ экспериментов проводится в два этапа. Сначала выполняются подготовительные работы, которые включают следующее:

- определение значения эффективного коэффициента эрозии для конкретных материалов рельсов и изоляторов канала ствола ускорителя; это достигается путем варьирования указанного параметра при проведении расчетов процесса ускорения; из нескольких величин выбирается та, при которой достигается наилучшее совпадение расчетных характеристик процесса разгона с экспериментальными данными;

- экспериментальные данные аппроксимируются полиномами четвертой степени от времени, что позволяет сгладить экспериментальные кривые и в дальнейшем получать с их помощью значения параметров в произвольный момент времени; для сглаживания применяется метод наименьших квадратов.

На втором этапе оцениваются параметры плазменного якоря. В произвольный момент времени ( $t_i$ ) с помощью полученных на первом этапе полиномов вычисляются ток в цепи ускорителя  $I(t_i)$ , падение напряжения на дульном срезе, которое мы отождествляем с падением напряжения на якоре  $U_{arc}(t_i)$ , и длина плазменного якоря  $l_p(t_i)$ . Зная вид кривых тока и падения напряжения на дуге от времени и величину эффективного коэффициента эрозии, интегрируя уравнение (5) от 0 до  $t_i$ , получим величину массы плазменного якоря  $m(t_i)$  в момент времени  $t_i$ . Величина среднего давления плазменного якоря  $\bar{p}(t_i)$  вычисляется из уравнения (8).

Далее организуются итерационные циклы по температуре  $T(t_i)$  и параметру  $\gamma(t_i)$ . Зная среднее давление якоря  $\bar{p}(t_i)$  и температуру  $T(t_i)$ , методом линейной интерполяции из таблиц работы [12] определяем величину  $g = g_i/g_a$ . Последовательно вычисляем значения  $I_i(t_i)$ , концентрацию электронов  $n_e(t_i)$  и электропроводность  $\sigma(t_i)$ . Если не учитывать массу электрона, которая мала по

сравнению с массами нейтрального атома и иона, то плотность плазменного якоря

$$\rho(t_i) = (n_a + n_i) m_a, \quad (14)$$

где  $m_a$  – масса атома плазмы якоря.

Зная плотность  $\rho(t_i)$  и геометрию канала ( $h, w$ ), можно вычислить длину плазменного якоря с помощью соотношения:

$$l_p^{\text{cal}} = \frac{m_p(t_i)}{h w \rho(t_i)}.$$

Итерации заканчиваются при выполнении условия:

$$\varepsilon = 2 \sqrt{\frac{(l_p(t_i) - l_p^{\text{cal}})^2}{(l_p(t_i) + l_p^{\text{cal}})}} \leq \varepsilon_{\text{input}},$$

где обычно  $\varepsilon_{\text{input}}$  не превышает 1%.

Переходим на следующий шаг по времени.

### 3. Параметрические исследования

В соответствии с описанной выше методикой обработаны эксперименты по разгону макротел массой 4 – 20 г в РЭУ с плазменным якорем [13]. Во всех опытах рельсы изготовлены из бронзы, изоляторы — из стеклотекстолита.

На рис. 2 приведены зависимости эффективной температуры плазменного якоря как функция плотности тока в нем. Плотность тока рассчитывалась по соотношению  $j = \frac{I}{h l_p}$ . Интересно отметить некоторые особенности.

Во-первых, значение максимальной температуры не превышает 22 000 К, хотя по оценкам McNab [3] она должна быть на уровне 50 000 К.

Во-вторых, характер зависимости меняется в области значений плотности тока 80 кА/см<sup>2</sup>. По-видимому, это связано с резким ростом эрозии материалов канала ствола при указанной плотности тока, приходом в плазму холодного, по сравнению с плазменным поршнем, газа. После  $j = 120$  кА/см<sup>2</sup> температура плазмы якоря практически не зависит от плотности тока.

В третьих, температура плазмы, по-видимому, сильно зависит от материалов канала ствола ускорителя, о чем свидетельствуют большие разбросы ее значений от опыта к опыту.

На рис. 3 и 4 показано влияние температуры плазмы и плотности тока на электропроводность плазмы якоря. Характер зависимости электропроводности от плотности тока схож с аналогичной зависимостью температуры плазмы. Вид  $\sigma(j)$  также указывает на изменение состава плазмы якоря в области значения плотности тока  $j \approx 80$  кА/см<sup>2</sup>. Кривая  $\sigma(T)$  аппроксимируется зависимостью вида  $\sigma(T) = \sigma_0(T/T_0)^n$ , где  $\sigma_0 = 1,556$  См/см;  $n = 1,988$ ;  $T_0 = 1\,000$  К. Значения параметров  $\sigma_0$  и  $n$  определены методом наименьших квадратов.

Зависимость коэффициента  $K_p = \bar{p} / p_{id}$  от плотности тока приведена на рис. 5. При плотностях тока  $0 \leq j \leq 60 \text{ кА/см}^2$  процесс в плазме якоря описывается уравнением состояния идеального газа ( $K_p \approx 1$ ). При  $j > 60 \text{ кА/см}^2$  величина  $K_p < 1$ . Это указывает на то, что часть энергии может расходоваться не на увеличение газокинетической энергии (температуры и, соответственно, давления) плазмы якоря, а на деформирование структуры микрополей заряженных частиц. В соответствии с этим в некоторый момент времени вследствие внешнего возмущения (например, за счет изменения градиента тока в цепи ускорителя) эта энергия может перераспределиться в тепловую энергию плазмы, что приведет к распаду якоря.

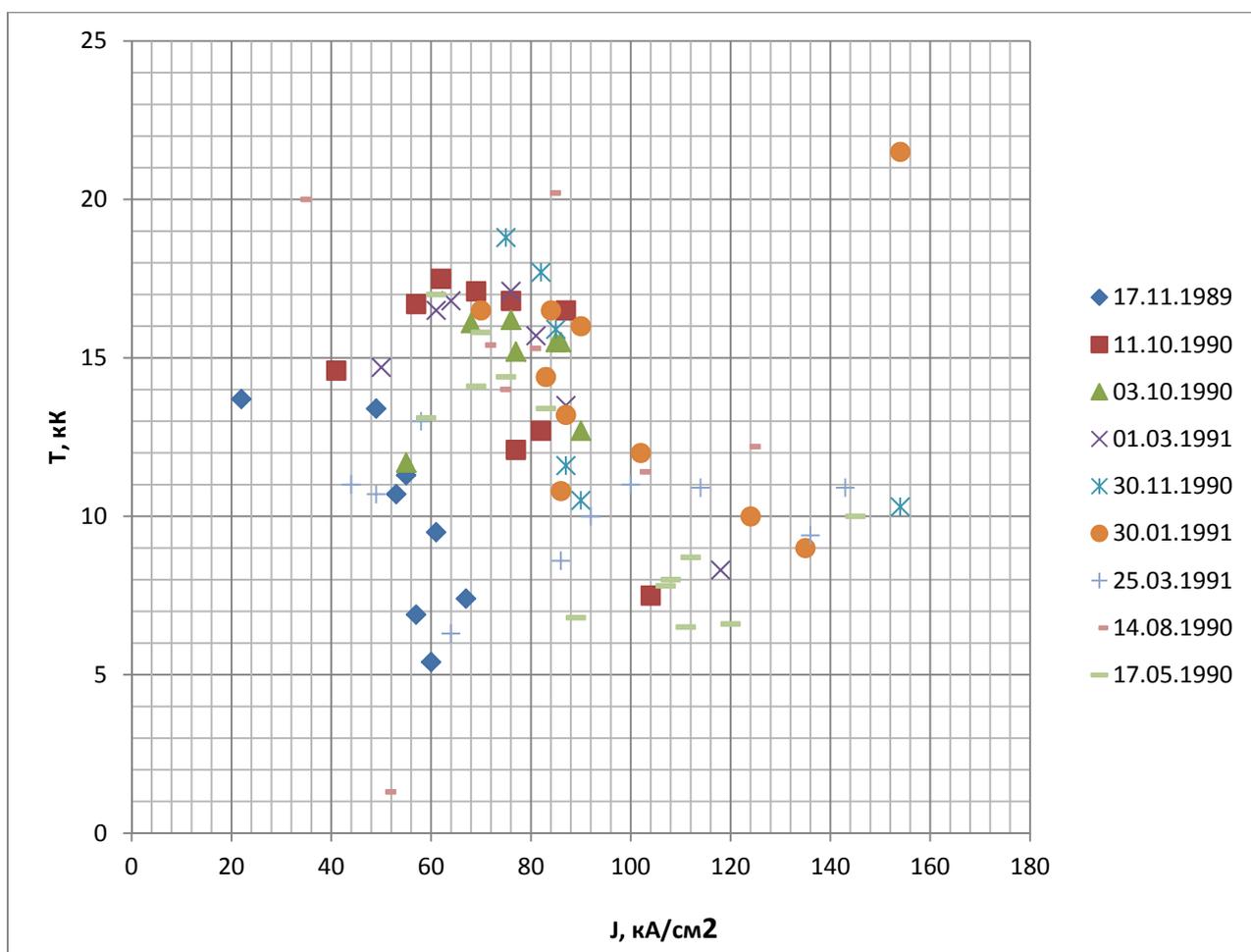


Рис. 2. Зависимость эффективной температуры (в тысячах градусов) плазмы якоря от плотности тока (в  $\text{кА/см}^2$ ).

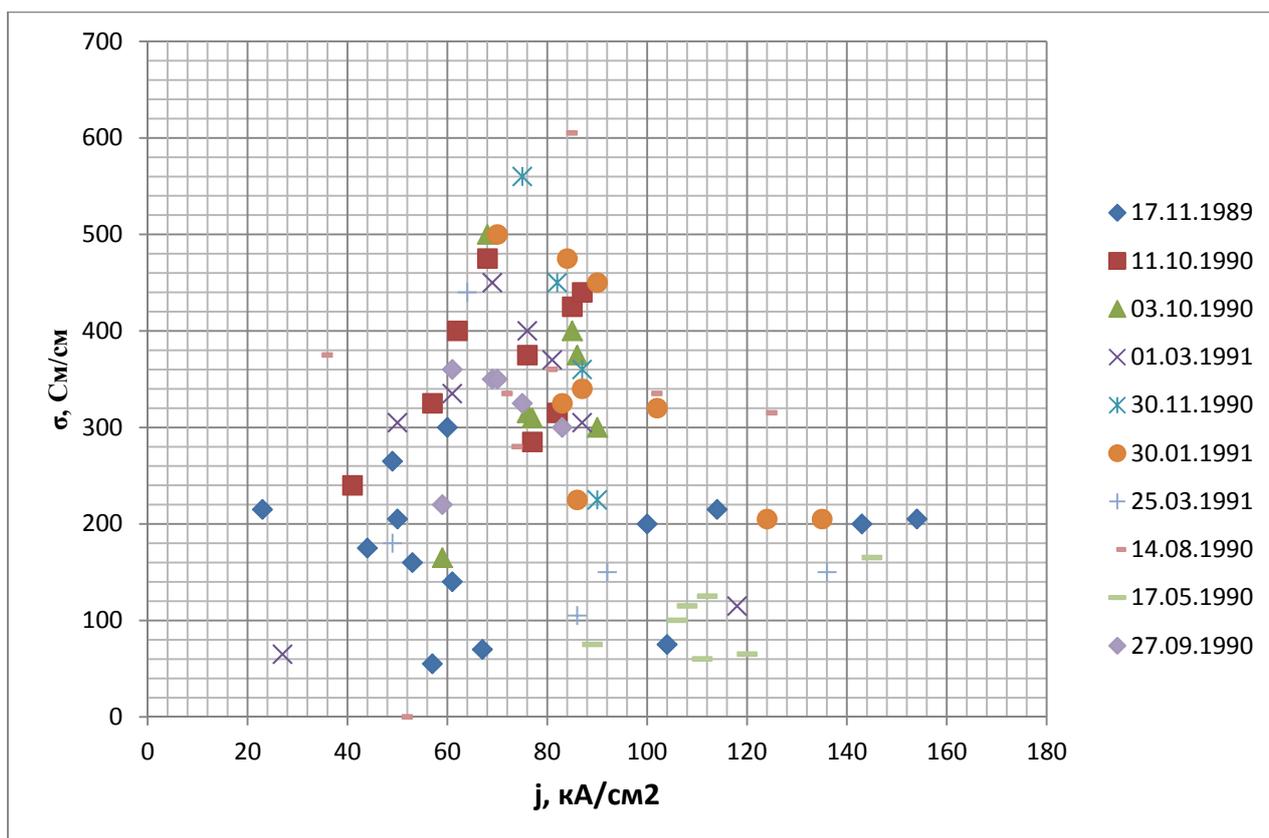


Рис. 3. Зависимость электропроводности плазмы якоря от плотности тока.

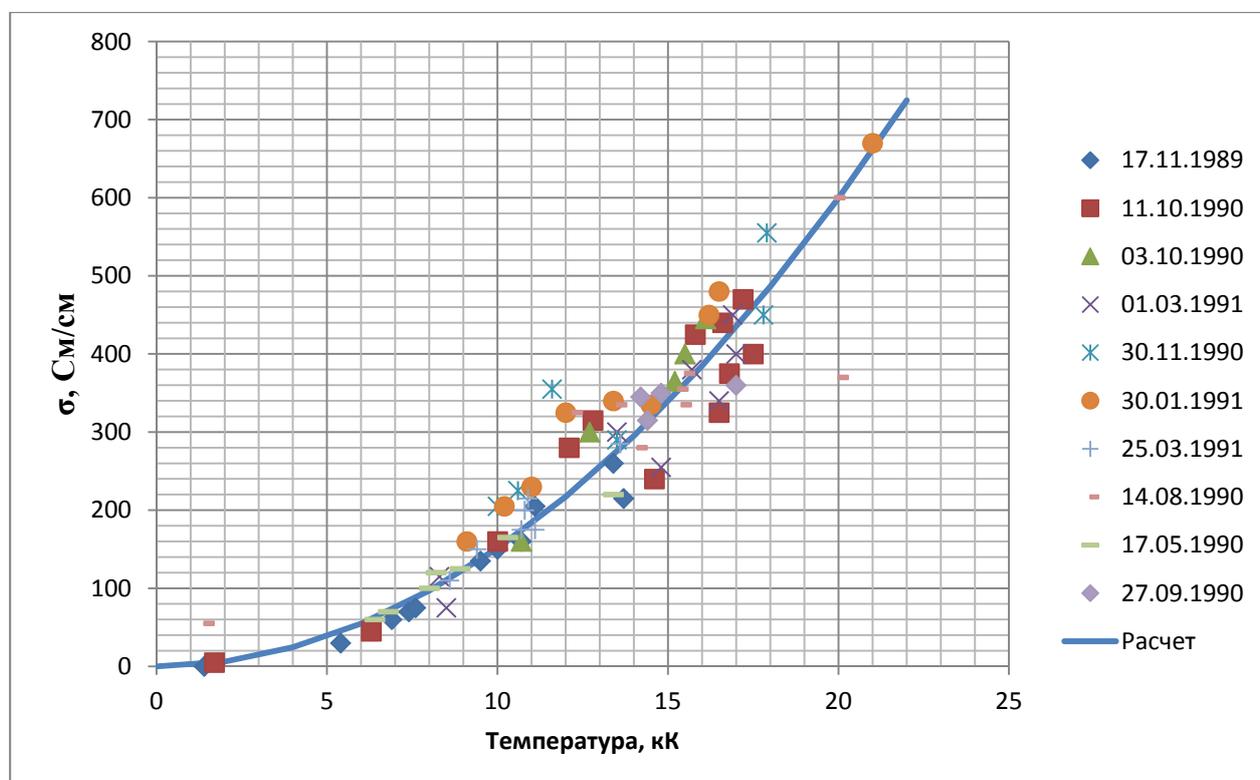


Рис. 4. Зависимость электропроводности плазмы якоря от температуры.

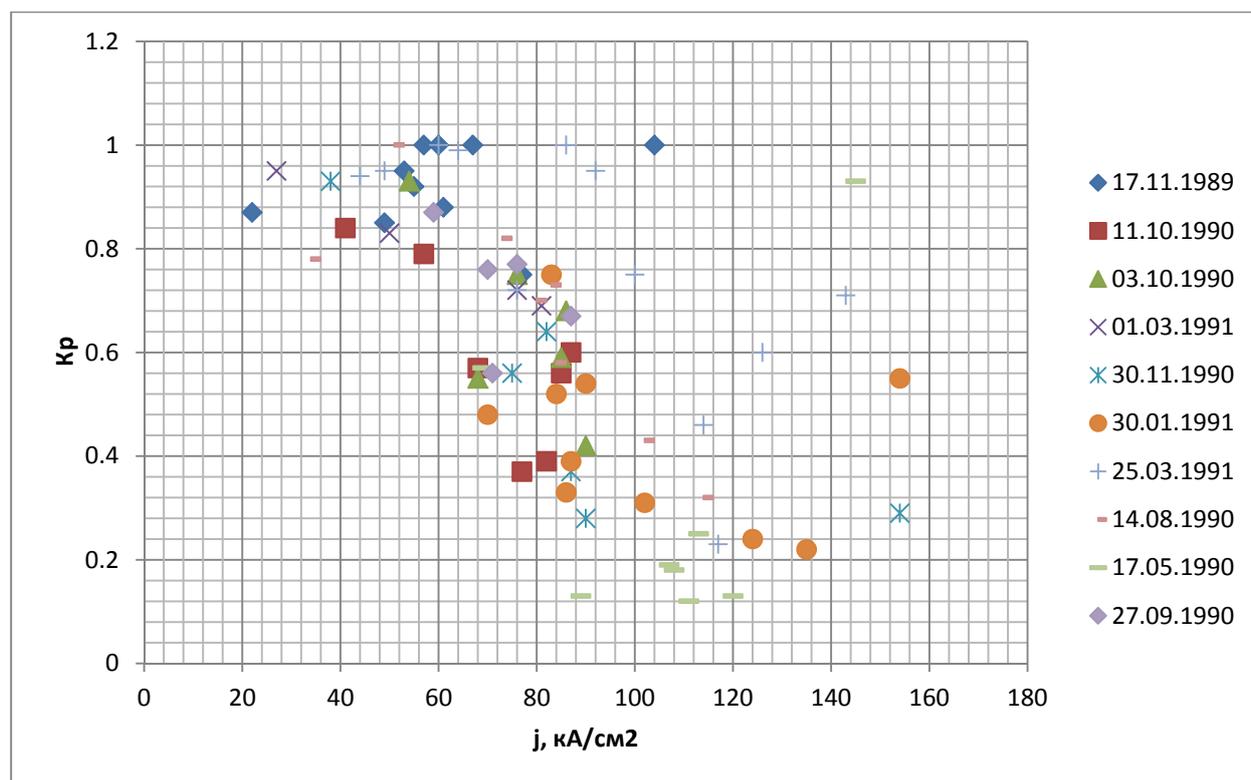


Рис. 5. Зависимость коэффициента неидеальности плазмы якоря от плотности тока.

## Заключение

Предложены физическая и математическая модели плазменного якоря с учетом неидеальности.

Проведены параметрические расчеты, позволившие получить оценки параметров плазмы с учетом ее неидеальных свойств.

Показано, что:

— при плотностях тока около 80 кА/см<sup>2</sup> меняется характер зависимости температуры плазмы и ее электропроводности от плотности тока;

— электропроводность плазмы якоря описывается приближенной зависимостью  $\sigma(T) = \sigma_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^n$ , где  $\sigma_0 = 1,556 \frac{\text{СМ}}{\text{СМ}}$ ,  $n = 1,988$ ,  $T_0 = 1\ 000\ \text{К}$ .

## Список литературы

1. Rashleigh S.C., Marshall R.A. Electromagnetic acceleration of macroparticles to high velocities // Journal of Applied Physics, 1978, Vol. 49, Issue 4, pp. 2540-2542.
2. Sloan M.L. Physics of Rail Gun Plasma Armatures // IEEE Transaction on Magnetic, 1986, vol. 22, No. 6, pp. 1747-1752.
3. McNab I.R. Electromagnetic Macroparticle Acceleration by a high pressure plasma // Journal of Applied Physics, 1980, Vol. 51, Issue 5, pp. 2549-2551.

4. Powell J.D., Batteh J.H. Arc Dynamics in the Rail Gun // Journal of Applied Physics, 1981, Vol. 52, Issue 4, pp. 2717-2730.
5. Thio Y.C. PARA: a Computer Simulation Code for Plasma Driven Electromagnetic Launchers // Report MRL-R-873, 1983, Malbourne.
6. Thio Y.C., Frost L.S. Non-ideal plasma behavior of railgun arcs // IEEE Transaction on Magnetics, 1986, Vol. 22, No. 6, pp. 1757-1762.
7. Норман Г.Э., Старостин А.Н. Термодинамика сильно неидеальной плазмы // Теплофизика высоких температур, 1970, том 8, № 2. С. 413-438.
8. Колесников П.М. Электродинамическое ускорение плазмы. М.: Атомиздат, 1971. 389 с.
9. Parker J.V., Parsons W.M. Experimental measurement of ablation effects in plasma armature railguns // IEEE Transaction on Magnetics, 1986, Vol. 22, No. 6, pp. 1633-1640.
10. Powell J.D., Batteh J.H. Two-dimensional plasma model for the arc-driven rail gun // Journal of Applied Physics, 1983, Vol. 54, Issue 4, pp. 2242-2254.
11. Cohen R.S., Spitzer L., Routly P. McR. The electrical conductivity of an ionized gas //Physical Review, 1950, Vol. 80, Issue 2, pp. 230 – 238.
12. Ковальская Г.А. Состав и теплофизические свойства неидеальной медной плазмы // Отчет ИТПМ СО РАН, 1989, № 1910.
13. Железный В.Б., Лебедев А.Д., Плеханов А.В. Воздействие на динамику разгона якоря в РЭУ // Материалы II Всесоюзного семинара по динамике сильноточного дугового разряда в магнитном поле / Под ред. В.Е. Накорякова. Новосибирск, 1991. С.16-32.

## Оглавление

Введение и постановка задачи.....	3
1. Вывод определяющих соотношений.....	4
2. Алгоритм расчета.....	7
3. Параметрические исследования .....	8
Заключение .....	111
Список литературы .....	11