



Беляев М.Ю., Монахов М.И.,
Сазонов В.В.

Расчет квазистатических
микроускорений,
возникающих на борту
Международной
космической станции

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Беляев М.Ю., Монахов М.И., Сазонов В.В. Расчет квазистатических микроускорений, возникающих на борту Международной космической станции // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2012. № 60. 32 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-60>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В.Келдыша

М.Ю. Беляев, М.И. Монахов, В.В. Сазонов

**РАСЧЕТ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ МИКРОУСКОРЕНИЙ,
ВОЗНИКАЮЩИХ НА БОРТУ МЕЖДУНАРОДНОЙ
КОСМИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ**

Москва – 2012

Аннотация

Описывается методика и приводятся результаты расчета квазистатической составляющей микроускорения на борту Служебного модуля Международной космической станции. Эта составляющая рассчитывается по телеметрической информации о движении станции относительно центра масс. Информация представляет собой значения в дискретные моменты времени вектора угловой скорости станции и кватерниона, задающего ее ориентацию. Обе величины даются с шагом 1с. Расчет микроускорений выполняется двумя способами. В первом способе сначала относящиеся к некоторому интервалу времени компоненты кватерниона сглаживаются дискретными рядами Фурье. Затем, используя полученные ряды и кинематические уравнения, на этом интервале вычисляются угловая скорость и ускорение станции. Наконец, микроускорение в представляющей интерес точке борта рассчитывается в функции времени. Данные измерений угловой скорости используются при выборе числа гармоник в сглаживающих рядах. Во втором способе для компонент угловой скорости строятся отдельные ряды по ее телеметрическим значениям. Угловое ускорение вычисляется дифференцированием по времени этих рядов. Согласование рядов, сглаживающих данные разных видов, выполняется посредством построения аппроксимации вращательного движения станции решениями кинематических уравнений. Проведено сравнение микроускорений, рассчитанных обоими способами.

M.Yu.Belyaev, M.I. Monakhov, V.V.Sazonov. Calculation of quasi-steady accelerations occurring onboard the International Space Station. We describe the method for calculation of quasi-steady accelerations occurring onboard the Service Module of the International Space Station and give a few examples of its application. We calculated the accelerations basing on telemetry information about station attitude motion. The information contains values of the station angular rate and the quaternion of the station attitude with respect to an inertial coordinate system at some instants. Both kinds of values are given with the step 1 s in time. We calculated accelerations by two ways. The first way started with smoothing each component of the quaternion data by discrete Fourier series. Then the station angular rates and angular accelerations were calculated by differentiation of the series. Finally, acceleration at a given point of the station was calculated. The angular rate data were used to choose the number of harmonics in the smoothing series. In the second way, we used separate series to smooth components of the angular rate data. The differentiation of these series gave the components of the station angular acceleration. The agreement of series for different kinds of data was carried out by finding approximation of station attitude motion by solutions of kinematic equations. The comparison was given for accelerations calculated by these ways.

1. Введение. В данной работе продолжено исследование остаточных микроускорений на борту Международной космической станции (см. [1 – 5]). Здесь сравниваются результаты расчетов квазистатической компоненты микроускорения, выполненных двумя способами. Условно будем называть эти способы старым и новым. Они отличаются методом реконструкции угловой скорости и углового ускорения станции по телеметрической информации.

Расчет квазистатической составляющей микроускорения основан на простой формуле. Пусть станция представляет собой твердое тело, и точка P жестко с ним связана. Полагаем, что управление вращательным движением станции осуществляется гиродинами, и из действующих на нее негравитационных сил будем учитывать только сопротивление атмосферы. Тогда микроускорение \mathbf{n} в точке P имеет вид [6]

$$\mathbf{n} = \mathbf{r} \times \dot{\boldsymbol{\omega}} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \times \boldsymbol{\omega} + \frac{\mu_e}{|\mathbf{R}|^3} \left[\frac{3(\mathbf{R} \cdot \mathbf{r})\mathbf{R}}{|\mathbf{R}|^2} - \mathbf{r} \right] + c\rho |\mathbf{v}| \mathbf{v}. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{r} – радиус-вектор точки P относительно центра масс станции, \mathbf{R} и \mathbf{v} – геоцентрический радиус-вектор этого центра масс и его скорость относительно поверхности Земли, $\boldsymbol{\omega}$ – абсолютная угловая скорость станции, точка означает дифференцирование по времени t , μ_e – гравитационный параметр Земли, c – баллистический коэффициент станции, ρ – плотность атмосферы в точке с геоцентрическим радиусом-вектором \mathbf{R} .

Формула (1) дает приближенное, но достаточно точное выражение для разности напряженности гравитационного поля в точке P и абсолютного ускорения этой точки. Если по какой-либо информации восстановить фактическое движение станции, то с помощью формулы (1) можно найти реальную квазистатическую составляющую микроускорения в любой заданной точке борта в функции времени [7]. Такой подход к определению микроускорения удобен еще и тем, что в некоторых задачах математического моделирования гидродинамических процессов на борту станции необходимо знать также квазистатические составляющие величин $\boldsymbol{\omega}$ и $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ [8, 9].

В [1, 5, 7] реконструкция вращательного движения орбитальных станций «Мир» и МКС выполнялась по телеметрической информации, которая представляла собой значения в дискретные моменты времени вектора угловой скорости станции и кватерниона, задающего ее ориентацию. Информация использовалась следующим образом. Сначала относящиеся к некоторому интервалу времени компоненты кватерниона сглаживались сплайнами или дискретными рядами Фурье. Затем, используя полученные сглаживающие выражения и кинематические уравнения, на этом интервале вычислялись угловая скорость и ускорение станции. Для расчета угловой скорости сглаживающие выражения дифференцировались по времени один раз, для расчета углового ускорения – два раза. Наконец, микроускорение в представляющей интерес точке борта рассчитывалось по формуле (1). Данные измерений угловой скорости использовались для выбора параметров сглаживающих выражений.

В новом способе зависимость от времени кватерниона, задающего ориен-

тацию станции, и аналогичные зависимости ее угловой скорости ω и углового ускорения $\dot{\omega}$ по-прежнему представляются рядами Фурье. Но эти ряды для компонент кватерниона и компонент ω и $\dot{\omega}$ строятся по разным данным. Ряды для кватерниона по-прежнему строятся по телеметрическим значениям кватерниона, ряды для ω строятся по телеметрическим значениям угловой скорости, ряды для $\dot{\omega}$ получаются дифференцированием по времени рядов, представляющих ω . Согласование рядов для данных разных видов выполняется в рамках построения аппроксимации вращательного движения станции решениями кинематических уравнений. Эти уравнения теперь являются дифференциальными, и в них используются ряды для ω . Решение уравнений находится численным интегрированием и выбирается так, чтобы наилучшим образом аппроксимировать телеметрические значения кватерниона. «Опасная» операция дифференцирования в новом способе выполняется только один раз: при расчете $\dot{\omega}$. За счет такого подхода рассчитываемые ускорения задаются более гладкими функциями, чем в прежнем способе реконструкции вращательного движения.

2. Реконструкция вращательного движения. Для описания движения станции используются три правые декартовы системы координат.

Система $Y_1Y_2Y_3$ – инерциальная. Плоскость Y_1Y_2 параллельна среднему земному экватору эпохи 2000.0. Ось Y_1 направлена в точку весеннего равноденствия указанной эпохи, ось Y_3 направлена в соответствующий северный полюс мира. Эта систему обычно называют системой J2000.

Под ориентацией станции будем понимать ориентацию жестко связанной с корпусом Служебного модуля (СМ) строительной системы координат $y_1y_2y_3$. Ось y_1 параллельна продольной оси СМ и направлена от его переходного отсека к агрегатному отсеку, ось y_2 перпендикулярна оси вращения солнечных батарей СМ. Ниже, если не оговорено особо, компоненты векторов указываются в системе $y_1y_2y_3$.

Вращательное движение станции иллюстрируется с помощью орбитальной системы координат $Z_1Z_2Z_3$. Ось Z_2 направлена по геоцентрическому радиусу-вектору центра масс станции, ось Z_3 направлена противоположно вектору орбитального кинетического момента станции.

Положение системы $y_1y_2y_3$ относительно системы $Y_1Y_2Y_3$ задается нормированным кватернионом $Q = (q_0, q_1, q_2, q_3)$, $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$. Матрицу перехода от системы $y_1y_2y_3$ к системе $Y_1Y_2Y_3$ обозначим $A = \|a_{ij}\|_{i,j=1}^3$, где a_{ij} – косинус угла между осями Y_i и y_j . Элементы этой матрицы выражаются через компоненты Q с помощью формул

$$\begin{aligned} a_{11} &= q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2, & a_{21} &= 2(q_2q_1 + q_0q_3) & a_{31} &= 2(q_3q_1 - q_0q_2), \\ a_{12} &= 2(q_1q_2 - q_0q_3), & a_{22} &= q_0^2 + q_2^2 - q_1^2 - q_3^2, & a_{32} &= 2(q_3q_2 + q_0q_1), \\ a_{13} &= 2(q_1q_3 + q_0q_2), & a_{23} &= 2(q_2q_3 - q_0q_1), & a_{33} &= q_0^2 + q_3^2 - q_1^2 - q_2^2. \end{aligned}$$

Положение системы $y_1y_2y_3$ относительно системы $Z_1Z_2Z_3$ будем задавать с помощью углов Крылова ψ (рысканье), γ (крен) и θ (тангаж), определяемых следующим образом. Система $Z_1Z_2Z_3$ может быть переведена в систему $y_1y_2y_3$ тремя последовательными поворотами: 1) на угол ψ вокруг оси Z_2 , 2) на угол γ вокруг новой оси Z_1 , 3) на угол θ вокруг новой оси Z_3 , совпадающей с осью y_3 . Здесь предполагается, что начала обеих систем совпадают. Обозначим $C = \|c_{ij}\|_{i,j=1}^3$ матрицу перехода от системы $y_1y_2y_3$ к системе $Z_1Z_2Z_3$. Здесь c_{ij} – косинус угла между осями Z_i и y_j . Элементы этой матрицы выражаются через углы Крылова с помощью формул

$$\begin{aligned} c_{11} &= \cos\psi \cos\theta + \sin\psi \sin\gamma \sin\theta, & c_{21} &= \cos\gamma \sin\theta \\ c_{12} &= -\cos\psi \sin\theta + \sin\psi \sin\gamma \cos\theta, & c_{22} &= \cos\gamma \cos\theta, \\ c_{13} &= \sin\psi \cos\gamma, & c_{23} &= -\sin\gamma, \\ c_{31} &= -\sin\psi \cos\theta + \cos\psi \sin\gamma \sin\theta, \\ c_{32} &= \sin\psi \sin\theta + \cos\psi \sin\gamma \cos\theta, \\ c_{33} &= \cos\psi \cos\gamma. \end{aligned}$$

Орбитальное движение станции на представляющем интерес временном интервале описывается с помощью модели SGP4 по подходящему набору двухстрочных элементов. Матрица перехода от системы $Y_1Y_2Y_3$ к системе координат, используемой в модели SGP4, представляется произведением трех матриц (перечислены в обратном порядке, справа налево): матрицы прецессии, матрицы нутации и матрицы поворота вокруг оси 3 на угол, соответствующий поправке к звездному времени за нутацию в долготу. С помощью этой матрицы (точнее, ей транспонированной) величины \mathbf{R} и $\dot{\mathbf{R}}$, рассчитываемые по модели SGP4, переводятся в систему $Y_1Y_2Y_3$, и по ним находится матрица перехода $B = \|b_{ij}\|_{i,j=1}^3$ от системы $Y_1Y_2Y_3$ к орбитальной системе. Здесь b_{ij} – косинус угла между осями Z_i и Y_j . Знание матриц A и B дает матрицу $C = BA$, что позволяет вычислить углы Крылова.

Используемая телеметрическая информация с борта МКС содержит данные двух видов: значения кватерниона Q и вектора абсолютной угловой скорости Служебного модуля $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$. Компоненты величин Q и ω заданы в дискретные моменты времени. Последовательности этих моментов с измерениями разных видов не совпадают, но расположены весьма часто (обычно с шагом 1с) и охватывают достаточно большой промежуток времени. Телеметрические значения Q и ω представим в виде

$$t'_k, \quad q_i^{(k)} \quad (i = 0, 1, 2, 3; k = 0, 1, \dots, K); \quad (2)$$

$$t''_m, \quad \omega_j^{(m)} \quad (j = 1, 2, 3; m = 0, 1, \dots, M). \quad (3)$$

Здесь $t'_0 < t'_1 < \dots < t'_K$, $q_i^{(k)}$ – значение компоненты q_i в момент времени t'_k ; $t''_0 < t''_1 < \dots < t''_M$, $\omega_j^{(m)}$ – значение компоненты ω_j в момент времени t''_m . Кватернион, задающий ориентацию станции, определен с точностью до знака. Знаки $q_i^{(k)}$ и момент t'_0 в (2) выбираются из условия

$$q_0^{(0)} > 0, \quad \sum_{i=0}^3 q_i^{(k-1)} q_i^{(k)} > 0 \quad (k=1, 2, \dots, K).$$

Полагаем, что разности $t'_{k+1} - t'_k$ незначительно отличаются друг от друга. Это условие позволяет построить аппроксимацию данных (2) выражениями:

$$\chi_i(t) = A_{i,L+1} + A_{i,L+2}(t - t'_0) + \sum_{l=1}^L A_{i,l} \sin \frac{\pi l(t - t'_0)}{t'_K - t'_0} \quad (i=0, 1, 2, 3). \quad (4)$$

Коэффициенты $A_{i,l}$ находятся методом наименьших квадратов для каждой компоненты кватерниона независимо. Норма кватерниона, который образован выражениями (4) сглаживающими данные (2), уже не равна единице, но мало отличается от нее. Полученную кватернионную функцию времени нормируем на единицу и обозначим $Q_*(t)$. Точно также, полагая, что разности $t''_{m+1} - t''_m$ почти совпадают, строим выражения вида (4), аппроксимирующие данные (3). Эти выражения обозначим $\Omega_j(t)$ ($j=1, 2, 3$). Число гармоник L во всех аппроксимирующих выражениях одинаково.

В старом способе реконструкции движения станции функции $\Omega_j(t)$ сравниваются с функциями $\omega_j^*(t)$, которые рассчитываются по компонентам кватерниона $Q_*(t)$ с помощью формул

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 2 \left(q_0 \frac{dq_1}{dt} - q_1 \frac{dq_0}{dt} + q_3 \frac{dq_2}{dt} - q_2 \frac{dq_3}{dt} \right), \\ \omega_2 &= 2 \left(q_0 \frac{dq_2}{dt} - q_2 \frac{dq_0}{dt} + q_1 \frac{dq_3}{dt} - q_3 \frac{dq_1}{dt} \right), \\ \omega_3 &= 2 \left(q_0 \frac{dq_3}{dt} - q_3 \frac{dq_0}{dt} + q_2 \frac{dq_1}{dt} - q_1 \frac{dq_2}{dt} \right). \end{aligned}$$

В типичной ситуации оба набора функций выглядят довольно похоже, но создается впечатление, что каждая функция $\Omega_j(t)$ смещена относительно соответствующей функции $\omega_j^*(t)$ на постоянную величину Δ_j . Значение смещения находится методом наименьших квадратов из условия наилучшего выполнения соотношений

$$\omega_j^*(t) = \Delta_j + \Omega_j(t) \quad (j=1, 2, 3)$$

в узлах достаточно частой сетки на отрезке $[t'_0, t'_K] \cap [t''_0, t''_M]$. Совпадение функций $\omega_j^*(t)$ и $\Delta_j + \Omega_j(t)$ выглядит уже более точным.

Число гармоник L в (4) и в сглаживающих выражениях угловой скорости выбирается так, чтобы обеспечить достаточно точное совпадение функций $\omega_j^*(t)$ с функциями $\Delta_j + \Omega_j(t)$ и функций $\dot{\omega}_j^*(t)$ с функциями $\dot{\Omega}_j(t)$. Здесь нет необходимости использовать точные количественные критерии, достаточно попробовать несколько значений L с шагом 5. После того как значение L выбрано, функции $Q_*(t)$, $\omega_j^*(t)$ и $\dot{\omega}_j^*(t)$ используются для аппроксимации движения станции при расчете микроускорения по формуле (1). В частности, $\omega_j^*(t)$ и $\dot{\omega}_j^*(t)$ задают компоненты векторов ω и $\dot{\omega}$.

В новом способе реконструкции движения станции компонентами ω и $\dot{\omega}$ служат функции $\Omega_j(t) + \Delta_j$ и $\dot{\Omega}_j(t)$. Проверка согласованности рядов разных видов и определение постоянных смещений Δ_j выполняется следующим образом. Выберем моменты времени t_a и t_b так, чтобы выполнялись неравенства $\max(t'_0, t''_0) \leq t_a < t_b \leq \min(t'_K, t''_M)$, и на отрезке $t_a \leq t \leq t_b$ рассмотрим кватернионную систему уравнений

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{2} Q \circ [\Omega(t) + \Delta].$$

Здесь $\Omega = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$, $\Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3)$, вектор $\Omega + \Delta$ рассматривается как чисто мнимый кватернион. Скалярная запись этой системы

$$2\dot{q}_0 = -\sum_{j=1}^3 q_j [\Omega_j(t) + \Delta_j], \quad (5)$$

$$2\dot{q}_i = q_0 [\Omega_i(t) + \Delta_i] + \sum_{j=1}^3 e_{ijk} q_j [\Omega_k(t) + \Delta_k] \quad (i=1, 2, 3),$$

где e_{ijk} – символ Леви-Чивиты (равен 1, если i, k, l – четная перестановка чисел 1, 2 и 3, равен -1 для нечетной перестановки и равен 0 в остальных случаях). Решения системы (5), удовлетворяющие соотношению

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1, \quad (6)$$

описывают вращательное движение станции. При надлежащем выборе Δ и начального условия $Q(t_a)$ решение этой системы на отрезке $t_a \leq t \leq t_b$ должно с высокой точностью совпадать с функцией $Q_*(t)$. Значения величин Δ и $Q(t_a)$, обеспечивающие наилучшую аппроксимацию $q_*(t)$ решениями системы (5) следует искать, минимизируя на этих решениях выражение

$$\int_{t_a}^{t_b} \|Q(t) - Q_*(t)\|^2 dt.$$

Поскольку система (5) допускает интегральное соотношение (6), ее начальные условия в точке t_a будем выражать через три параметра – параметры Родрига z_1, z_2 и z_3 :

$$q_0(t_a) = \frac{1 - z_1^2 - z_2^2 - z_3^2}{1 + z_1^2 + z_2^2 + z_3^2}, \quad q_i(t_a) = \frac{2z_i}{1 + z_1^2 + z_2^2 + z_3^2} \quad (i=1,2,3).$$

Иметь дело с выписанным интегралом неудобно, и вместо него минимизировалась сумма

$$\Phi = \sum_{n=0}^N \sum_{i=0}^3 [q_i^*(t_n) - q_i(t_n)]^2. \quad (7)$$

Здесь $q_i^*(t)$ – компоненты кватерниона $Q_*(t)$, $t_n = t_a + n(t_b - t_a)/N$, N – достаточно большое число. В расчетах, результаты которых приведены ниже, принято $N = 8L$. Функционал (7) минимизируется по 6 величинам – начальным условиям системы (5) в точке t_a , выражаемым через параметры Родрига z_i , и смещениям Δ_i ($i=1,2,3$). Для удобства записи объединим эти параметры в один вектор $x = (x_1, \dots, x_6)^T \equiv (z_1, z_2, z_3, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3)^T$ и будем рассматривать (7) как функцию x : $\Phi = \Phi(x)$. Реконструкция движения станции задается вектором параметров $x_* = \arg \min \Phi$.

Минимизация $\Phi(x)$ выполняется методом Гаусса-Ньютона [10]. На каждой итерации этого метода поправка Δx , уточняющая имеющуюся оценку $x \approx x_*$, определяется системой

$$G(x)\Delta x = d(x),$$

$$d(x) = (d_1, d_2, \dots, d_6)^T, \quad d_k = -\sum_{n=0}^N \sum_{i=0}^3 [q_i^*(t_n) - q_i(t_n)] \frac{\partial q_i(t_n)}{\partial x_k} = -\frac{1}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_k},$$

$$G(x) = \|\mathbf{g}_{kj}\|_{k,j=1}^6, \quad \mathbf{g}_{kj} = \sum_{n=0}^N \sum_{i=0}^3 \frac{\partial q_i(t_n)}{\partial x_k} \frac{\partial q_i(t_n)}{\partial x_j} \approx \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_k \partial x_j},$$

$$2 \frac{\partial q_0}{\partial x_k} = -\sum_{m=1}^3 q_m \frac{\partial \varphi_m}{\partial x_k}, \quad 2 \frac{\partial q_i}{\partial x_k} = q_0 \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_k} + \sum_{j,m=1}^3 e_{ijm} q_j \frac{\partial \varphi_m}{\partial x_k} \quad (i=1,2,3).$$

Здесь $\partial \varphi_m / \partial x_k$ – псевдопроизводные, служащие для представления истинных производных $\partial q_i / \partial x_k$. Псевдопроизводная – это не частная производная некоторой функции по какому-то параметру. Запись ее в виде частной производной используется лишь для удобства. Такую запись следует воспринимать как единый символ с двумя индексами. Псевдопроизводная – это вектор, являющийся аналогом угловой скорости. В кинематике твердого тела угловая скорость служит для расчета производных по времени, а псевдопроизводная – для расчета

производных по параметру (ср. последние выражения для $\partial q_i / \partial x_k$ и уравнения (5) для \dot{q}_i). В обозначении $\partial \varphi_m / \partial x_k$ индекс m указывает векторную компоненту, индекс k – номер параметра, по которому должно выполняться дифференцирование.

Значения псевдопроизводных определяются в процессе интегрирования уравнений

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \varphi_m}{\partial z_k} = \sum_{j,l=1}^3 e_{mj l} \frac{\partial \varphi_j}{\partial z_k} \omega'_l, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial \varphi_m}{\partial \Delta_k} = \sum_{j,l=1}^3 e_{mj l} \frac{\partial \varphi_j}{\partial \Delta_k} \omega'_l + \delta_{mk} \quad (k, m = 1, 2, 3).$$

совместно с уравнениями (5). Здесь δ_{mk} – символ Кронекера. Начальные условия для этих уравнений в точке t_a следующие:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial z_1} &= s(z_1 q_1 + q_0), & \frac{\partial \varphi_2}{\partial z_1} &= s(z_1 q_2 - q_3), & \frac{\partial \varphi_3}{\partial z_1} &= s(z_1 q_3 + q_2), \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial z_2} &= s(z_2 q_1 + q_3), & \frac{\partial \varphi_2}{\partial z_2} &= s(z_2 q_2 + q_0), & \frac{\partial \varphi_3}{\partial z_2} &= s(z_2 q_3 - q_1), \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial z_3} &= s(z_3 q_1 - q_2), & \frac{\partial \varphi_2}{\partial z_3} &= s(z_3 q_2 + q_1), & \frac{\partial \varphi_3}{\partial z_3} &= s(z_3 q_3 + q_0), \\ & & \frac{\partial \varphi_k}{\partial \Delta_m} &= \delta_{km} \quad (k, m = 1, 2, 3). \end{aligned}$$

Здесь $s = 4 / (1 + z_1^2 + z_2^2 + z_3^2)$, $q_k = q_k(t_a)$ выражаются через параметры Родрига по формулам, указанным выше.

Точность аппроксимации данных $Q_*(t_n)$ ($n = 0, 1, \dots, N$) и разброс в определении компонент x_* будем характеризовать, следуя методу наименьших квадратов, соответствующими стандартными отклонениями. Стандартное отклонение σ_Q ошибок в данных $Q_*(t_n)$ находится по формуле

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{\Phi(x_*)}{3(N-1)}}.$$

Множитель 3 в знаменателе подкоренного выражения согласован с условием (6). Стандартные отклонения компонент вектора x_* равны квадратным корням из соответствующих диагональных элементов матрицы $\sigma_Q^2 G^{-1}(x_*)$. Стандартные отклонения величин z_i и Δ_i будем обозначать σ_{z_i} и σ_{Δ_i} .

Стандартное отклонение σ_Q зависит от числа L гармоник в (4) и в сглаживающих выражениях угловой скорости: $\sigma_Q = \sigma_Q(L)$. Естественно взять такое значение L , при котором σ_Q минимально. Как и в старом способе, здесь нет

необходимости использовать этот точный количественный критерий. Достаточно попробовать несколько значений L с шагом 5.

3. Примеры расчета микроускорений. Пример реконструкции движения МКС и расчета микроускорения старым и новым способами представлен на рис. 1 – 4. На рис. 1а приведены графики выражений (4), сглаживающих данные (2). В данном случае $K = 6894$, $L = 25$, среднеквадратические ошибки аппроксимации компонент кватерниона: $4.2 \cdot 10^{-5}$, $4.3 \cdot 10^{-5}$, $3.3 \cdot 10^{-5}$, $8.0 \cdot 10^{-5}$. На рис. 1б приведены графики ошибок аппроксимации $\Delta q_i^{(k)} = q_i^{(k)} - q_i^*(t'_k)$ ($i = 0, 1, 2, 3$; $k = 0, 1, \dots, K$). Эти графики представляют собой ломаные, звенья которых соединяют соседние точки $(t'_k, \Delta q_i^{(k)})$, $k = 0, 1, \dots, K$, отвечающие компоненте кватерниона q_i . Графики на рис. 1б характеризуют ошибки аппроксимации формально. Нагляднее такие ошибки характеризуются с помощью вектора бесконечно малого поворота станции из ориентации $Q_*(t'_k)$ в ориентацию $Q_k = (q_0^{(k)}, q_1^{(k)}, q_2^{(k)}, q_3^{(k)})$. Этот вектор обозначим $\theta_k = (\vartheta_1^{(k)}, \vartheta_2^{(k)}, \vartheta_3^{(k)})$. Он рассчитывается по формуле $\theta_k = 2 \text{Im}[Q_*^{-1}(t'_k) \circ Q^{(k)} - 1]$. Графики ломаных, звенья которых соединяют соседние точки $(t'_k, \vartheta_i^{(k)})$, $k = 0, 1, \dots, K$, изображены на рис. 2а. В данном примере $|\text{Re}[Q_*^{-1}(t'_k) \circ Q^{(k)} - 1]| < 10^{-7}$.

На рис. 1в приведены графики зависимости от времени углов Крылова, рассчитанной по построенной функции $Q_*(t)$. Из этих графиков видно, что станция совершала полет в орбитальной ориентации. Оси y_1 , y_2 и y_3 составляли малые углы с осями $(-Z_1)$, Z_2 и $(-Z_3)$ соответственно.

Графики аппроксимирующих выражений $\Delta_j + \Omega_j(t)$ ($j = 1, 2, 3$) изображены сплошными кривыми на рис. 3а. Рядом с графиками маркерами указаны некоторые телеметрические значения (3). А именно, указаны точки $(t_m'', \omega_j^{(m)})$ для каждого 20-го момента времени t_m'' , т. е. для $m = 0, 19, 39, \dots$. Выражения $\Omega_j(t)$ построены при $L = 25$ и $M = 4959$. В этом и следующих примерах с погрешностью менее 1с в (2), (3) $t'_0 = t''_0$, $t'_K = t''_M$. Выражения $\Omega_j(t)$ аппроксимируют данные (3) со среднеквадратическими ошибками $1.1 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$, $1.1 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$, $1.4 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$. Найденные старым способом постоянные смещения в данных составляют

$$\Delta_1 = -3.26 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}, \quad \Delta_2 = 1.00 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}, \quad \Delta_3 = -4.24 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}.$$

Эти значения смещений были использованы при построении графиков на рис. 3а. Смещения, полученные новым способом:

$$\Delta_1 = -3.23 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}, \quad \Delta_2 = 1.01 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}, \quad \Delta_3 = -3.30 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}.$$

Стандартные отклонения новых смещений:

$$\sigma_{\Delta 1} = \sigma_{\Delta 2} = 1.7 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-1}, \quad \sigma_{\Delta 3} = 7.3 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}.$$

Графики аппроксимирующих выражений $\Delta_j + \Omega_j(t)$ ($j = 1, 2, 3$) с новыми смещениями приведены на рис. 3б. На рис. 3в сравниваются графики функций $\Delta_j + \Omega_j(t)$ и $\omega_j^*(t)$. Графики, отвечающие одному и тому же индексу j , изображены в единой координатной системе. Рис. 3в выглядит одинаково для старых и новых смещений.

На рис. 4 приведены результаты расчета угловых ускорений. На рис. 4а приведены графики функций $\dot{\Omega}_j(t)$, на рис. 4б эти графики сравниваются с графиками функций $\dot{\omega}_j^*(t)$. Графики с одинаковыми индексами j изображены в одной системе координат.

Решение уравнений (5), полученное в рамках нового способа аппроксимации движения станции, характеризуется приведенными выше значениями смещений Δ_j и графиками компонент векторов бесконечно малого поворота

$$\Phi_n = (\phi_1^{(n)}, \phi_2^{(n)}, \phi_3^{(n)}) = 2 \operatorname{Im}[Q^{-1}(t_n) \circ Q_*(t_n) - 1] \quad (n = 0, 1, 2, \dots, N)$$

на рис. 2б. Здесь $Q(t)$ – записанное в кватернионной форме решение уравнений (5), доставляющее минимум функционалу (7). Графики на рис. 2б – ломаные, звенья которых соединяют соседние точки $(t_n, \phi_j^{(n)})$. Они характеризуют близость функций $Q(t)$ и $Q_*(t)$. Графики на рис. 2а и 2б в совокупности характеризуют точность аппроксимации (сглаживания) данных (2) решением уравнений (5). В рассматриваемом примере

$$\begin{aligned} \sigma_Q &= 0.000102, \quad z_1 = 0.3242, \quad z_2 = 0.0830, \quad z_3 = 0.7716, \\ \sigma_{z1} &= \sigma_{z2} = 1.2 \cdot 10^{-5}, \quad \sigma_{z3} = 1.4 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Перейдем к микроускорениям. Микроускорение будем рассчитывать в точке P с радиусом-вектором $\mathbf{r} = (17.79\text{м}, -8.71\text{м}, -0.49\text{м})$. Эта точка примерно отвечает положению установки «Флюгер» на Многоцелевом лабораторном модуле. На рис. 5 приведены результаты расчета компонент микроускорения $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$ для рассматриваемого движения станции. На рис. 5а приведены графики, полученные новым способом, на рис. 5б эти графики сравниваются с графиками, полученными старым способом. Заметное отличие имеет место только в окрестности начальной и конечной точек рассматриваемого временного интервала.

Для сравнения на рис. 6 – 8 приведены графики функций $\Delta_j + \Omega_j(t)$, $\omega_j^*(t)$, $\dot{\Omega}_j(t)$, $\dot{\omega}_j^*(t)$ ($j = 1, 2, 3$) и микроускорений, построенные новым и старым способами при $L = 20$. Эти рисунки организованы аналогично рис. 3 – 5, на них нет только аналога рис. 3а. Как видим, при $L = 20$ старый способ дает больше колебаний в рассчитываемые функции. В этом случае для нового способа

$$\sigma_Q = 0.000106, \quad \Delta_1 = -3.23 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}, \quad \Delta_2 = 1.01 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}, \quad \Delta_3 = -3.14 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1};$$

для старого способа

$$\Delta_1 = -3.27 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}, \quad \Delta_2 = 9.90 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}, \quad \Delta_3 = -3.71 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}.$$

Представляет интерес оценка частотного диапазона вычисляемых микроускорений. Частотный диапазон выражений вида (4) лежит в пределах от нуля до $f_0 = L/2T$, где L – число гармоник, T – длина рассматриваемого временного интервала. Для (4) $T = t'_K - t'_0$. В рассмотренном примере (при $L = 25$) $f_0 = 0.007$ Гц. В формуле (1) выражения вида (4) перемножаются, некоторые из них возводятся в квадрат. По этой причине максимальная частота в рассчитываемых микроускорениях должна оцениваться величиной $f_1 = 2f_0$. В данном примере $f_1 = 0.014$ Гц.

Второй пример реконструкции движения МКС и расчета микроускорения старым и новым способами представлен на рис. 9 – 13. Эти рисунки организованы точно так же, как рис. 1 – 5. Этот пример интересен тем, что в использованных в нем данных (2), (3) имеются 4 лакуны длительностью до 15 мин. Они заметны на рис. 9а и 11а. Из-за лакун построение аппроксимирующих выражений вида (4) выполнялось при сравнительно малых значениях числа гармоник – большое число гармоник дает большие ошибки аппроксимации внутри лакун. В данном примере $K = 25347$, $M = 13727$, $L = 35$; среднеквадратические ошибки аппроксимации телеметрических значений компонент кватерниона: $3.1 \cdot 10^{-4}$, $2.6 \cdot 10^{-4}$, $1.7 \cdot 10^{-4}$, $6.2 \cdot 10^{-4}$; среднеквадратические ошибки аппроксимации телеметрических значений компонент угловой скорости: $6.6 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, $6.3 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, $8.8 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$.

Найденные старым способом постоянные смещения в данных составляют $\Delta_1 = -3.05 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, $\Delta_2 = 7.04 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}$, $\Delta_3 = -3.91 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}$. Эти смещения использованы при построении рис. 11а. Смещения, полученные новым способом: $\Delta_1 = -3.04 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, $\Delta_2 = 7.04 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}$, $\Delta_3 = -3.69 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}$. Они использованы на рис. 11б. Для сглаживающего решения уравнений (5) $\sigma_Q = 0.000276$. Движение станции на рассматриваемом интервале происходило в режиме орбитальной ориентации (ср. рис. 1в и 9в).

Микроускорение (рис. 13) рассчитано для точки установки «Флюгера» (см. предыдущий пример). Здесь также заметное отличие в микроускорениях, найденных разными способами, имеет место только вблизи концов рассматриваемого временного интервала. Аналогичный эффект проявляется в результатах расчета угловых скорости и ускорения (см. рис. 11, 12; на самом деле, первый из указанных эффектов – следствие второго). В этом примере $f_0 = 0.0024$ Гц, $f_1 = 0.0048$ Гц.

Третий пример реконструкции движения МКС и расчета микроускорения разными способами связан с экспериментами на установке ДАКОН. Пример иллюстрирован рисунками 14 – 18, которые аналогичны рис. 1 – 5 и 9 – 13. В

данных этого примера имеются 3 лагуны (см. рис. 14а, 16а). В этом примере $K = 13788$, $M = 11847$, $L = 35$; среднеквадратические ошибки аппроксимации телеметрических значений компонент кватерниона: $1.1 \cdot 10^{-4}$, $7.1 \cdot 10^{-5}$, $5.0 \cdot 10^{-5}$, $1.7 \cdot 10^{-4}$; среднеквадратические ошибки аппроксимации телеметрических значений компонент угловой скорости: $7.9 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, $1.3 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$, $1.3 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$.

Найденные старым способом постоянные смещения в данных составляют $\Delta_1 = -1.10 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$, $\Delta_2 = 1.04 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$, $\Delta_3 = 5.01 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$. Эти смещения использованы при построении рис. 16а. Смещения, полученные новым способом: $\Delta_1 = -1.11 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$, $\Delta_2 = 1.05 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$, $\Delta_3 = 5.01 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$. Они использованы на рис. 16б. Для найденного решения уравнений (5) $\sigma_Q = 0.000405$. Движение станции на рассматриваемом интервале происходило в режиме орбитальной ориентации (ср. рис. 1в и 14в). Однако диапазоны изменения углов Крылова на рис. 14в несколько отличаются от диапазонов на рис. 1в и 9в. Изменились и постоянные смещения в телеметрических данных угловой скорости. Это – следствие большого промежутка времени (3.5 г.) между интервалом на рис. 14 – 18 и интервалами на рис. 1 – 13.

Микроускорение будем рассчитывать в точке P с радиусом-вектором $\mathbf{r} = (27.70\text{м}, -0.44\text{м}, -2.35\text{м})$. Эта точка примерно отвечает расположению установки ДАКОН в Служебном модуле МКС во время экспериментов в октябре 2008 г. Результаты расчета микроускорения приведены на рис. 18. На рис. 18а приведены графики, полученные новым способом, на рис. 18б эти графики сравниваются с графиками, полученными старым способом. Как и в двух предыдущих случаях, заметное отличие имеет место только в окрестности начальной и конечной точек рассматриваемого временного интервала. В этом примере $f_0 = 0.0043 \text{ Гц}$, $f_1 = 0.0086 \text{ Гц}$. Заметное различие в значениях компоненты микроускорения n_2 на рис. 18, с одной стороны, и на рис. 5, 13, с другой, обусловлено различием в значениях второй компоненты векторов \mathbf{r} , использованных в этих примерах. В орбитальной ориентации станции эта компонента отвечает за смещение точки P вдоль радиуса-вектора центра масс станции.

4. Заключение. Сравнение результатов расчета микроускорений новым и старым способами показало их хорошее совпадение в средней части отрезка времени, на котором выполнялся расчет. Вблизи концов этого отрезка первый способ в ряде случаев дает заметные колебания, которых нет в результатах нового способа. С учетом этого обстоятельства новый способ следует признать более точным. Старый способ следует использовать для проверки нового способа посредством сопоставления получаемых с их помощью результатов.

Данная работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 11-01-00262).

Литература

1. Бабкин Е.В., Беляев М.Ю., Ефимов Н.И., Сазонов В.В., Стажков В.М. Определение квазистатической компоненты микроускорения, возникающего на борту *Международной космической станции*. Космические исследования, 2004, т. 42, № 2, с. 162-171.
2. Завалишин Д.А., Беляев М.Ю., Сазонов В.В. Оценка динамических характеристик *Международной космической станции* по измерениям микроускорений. Космические исследования, 2009, т. 47, № 2, с. 193-203.
3. Завалишин Д.А., Беляев М.Ю., Сазонов В.В. Определение характерных частот упругих колебаний конструкции *Международной космической станции*. Космические исследования, 2010, т. 48, № 4, с. 362-370.
4. Завалишин Д.А., Беляев М.Ю., Сазонов В.В. Исследование вибрационных микроускорений на борту *Международной космической станции*. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2010. № 42. 32 с. URL: http://www.keldysh.ru/papers/2010/prep42/prep2010_42.pdf.
5. Путин Г.Ф., Глухов А.Ф., Бабушкин И.А., Завалишин Д.А., Беляев М.Ю., Иванов А.А. Сазонов В.В. Исследование микроускорений на борту *Международной космической станции* с помощью датчика конвекции ДАКОН-М. Космические исследования, 2012, т. 50, № 5, с. 373-379.
6. Сазонов В.В., Комаров М.М., Полежаев В.И., Никитин С.А., Ермаков М.К., Зыков С.Г., Стажков В.М., Рябуха С.Б., Асеведо Х., Либерман Е. Микроускорения на орбитальной станции *Mir* и оперативный анализ гравитационной чувствительности конвективных процессов тепло-массопереноса. Космические исследования, 1999, т. 37, № 1, с. 86-101.
7. Сазонов В.В., Беляев М.Ю., Ефимов Н.И., Стажков В.М., Бабкин Е.В. Определение квазистатической компоненты микроускорения на станции *Mir*. Космические исследования, 2001, т. 39, № 2, с. 136-147.
8. Бессонов О.А., Полежаев В.И. Математическое моделирование конвекции в датчике «Дакон» в условиях реального космического полета. Космические исследования, 2001, т. 39, № 2, с. 170-178.
9. Никитин С.А., Полежаев В.И., Сазонов В.В. Об измерении квазистатической компоненты микроускорения на борту ИСЗ с помощью датчика конвекции. Космические исследования, 2001, т. 39, № 2, с. 179-187.
10. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М., Мир, 1985.

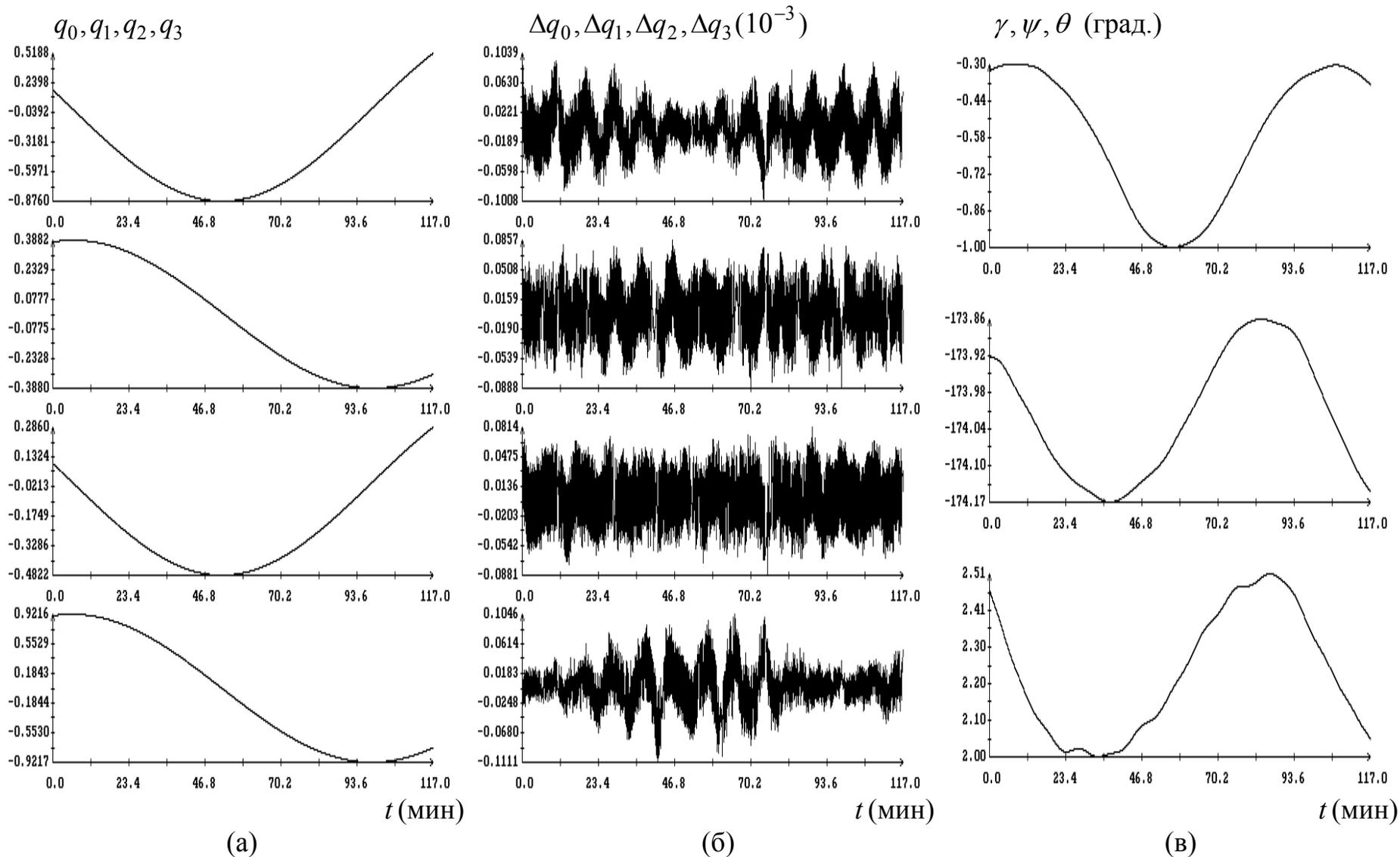


Рис. 1; (а) – аппроксимация телеметрических значений компонент кватерниона дискретными рядами Фурье; (б) – ошибки аппроксимации; (в) – углы Крылова Служебного модуля, рассчитанные по аппроксимации телеметрических значений кватерниона. Момент $t = 0$ соответствует 17:43:06 ДМВ 12.04.2012.

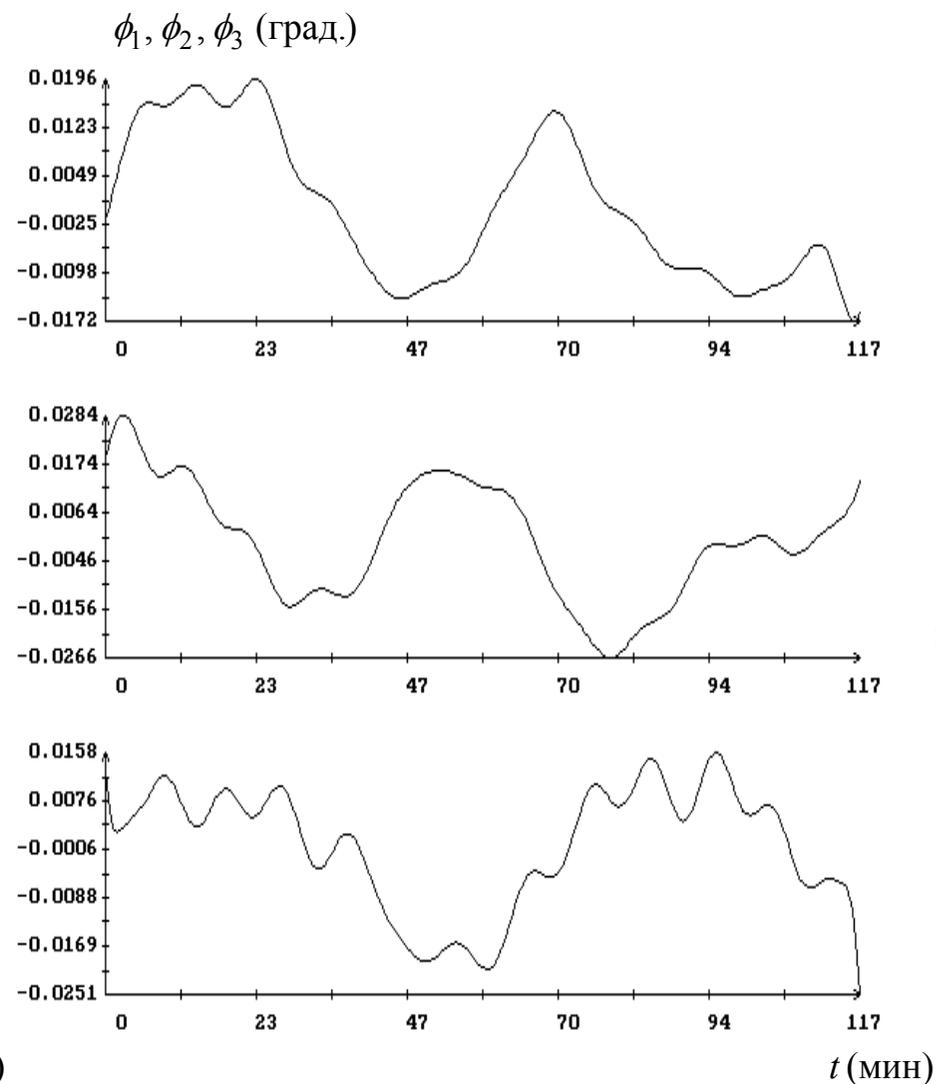
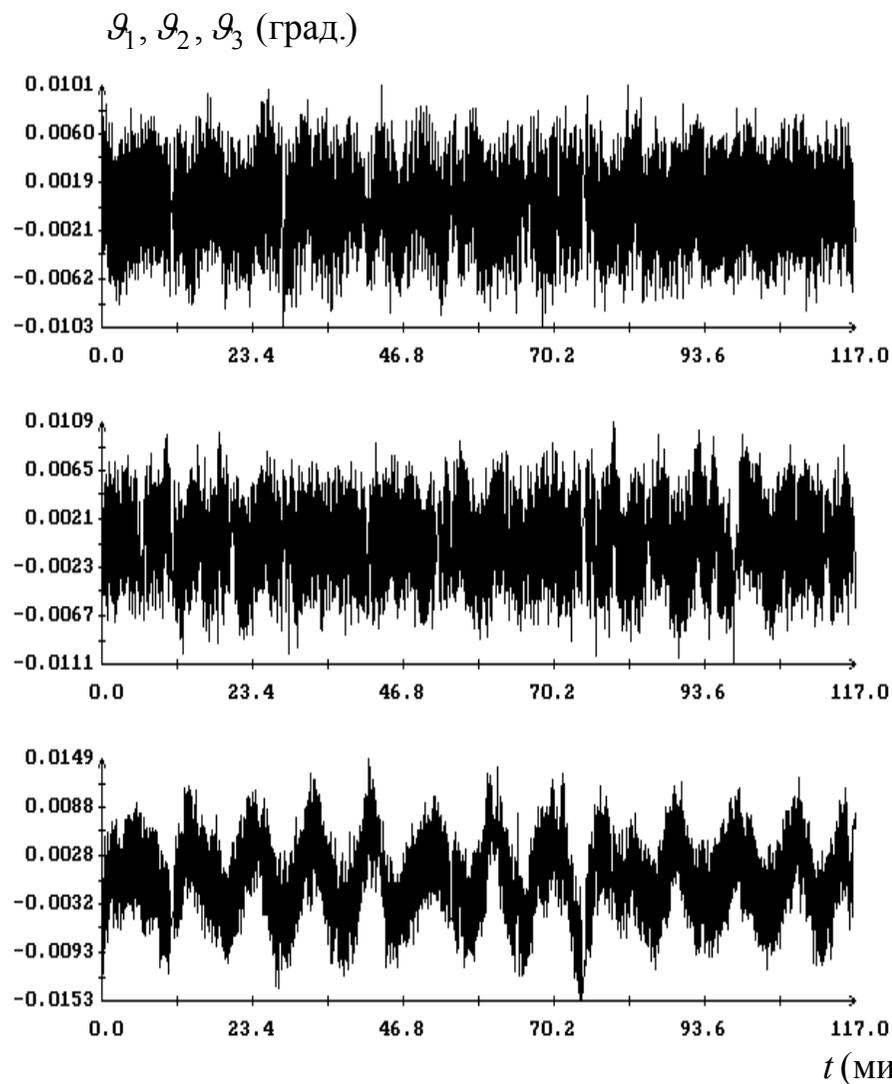


Рис. 2; (а) – ошибки аппроксимации телеметрических значений кватерниона; (б) – ошибки представления движения решениями кинематических уравнений. Ошибки выражены через компоненты векторов бесконечно малых поворотов. Момент $t = 0$ соответствует 17:43:06 ДМВ 12.04.2012.

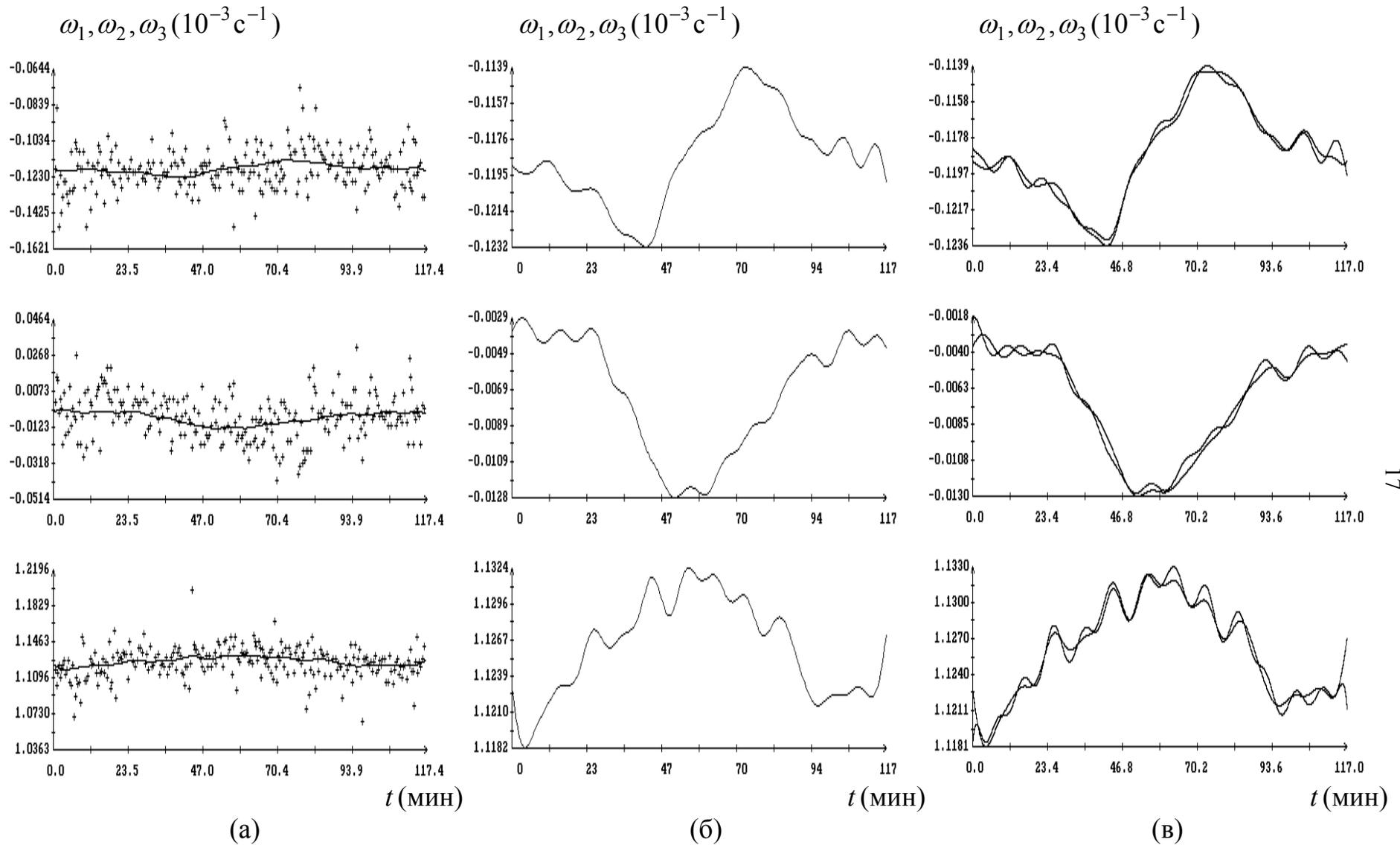
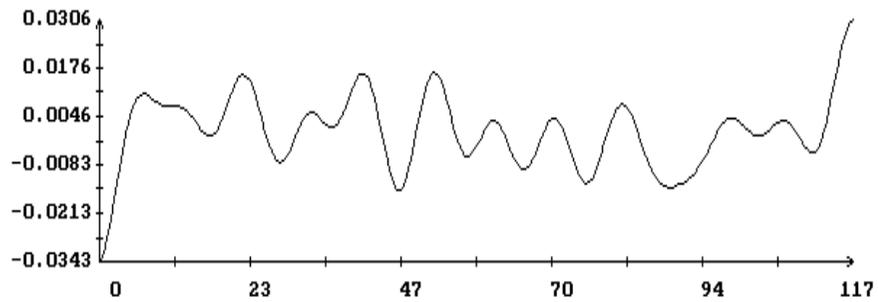
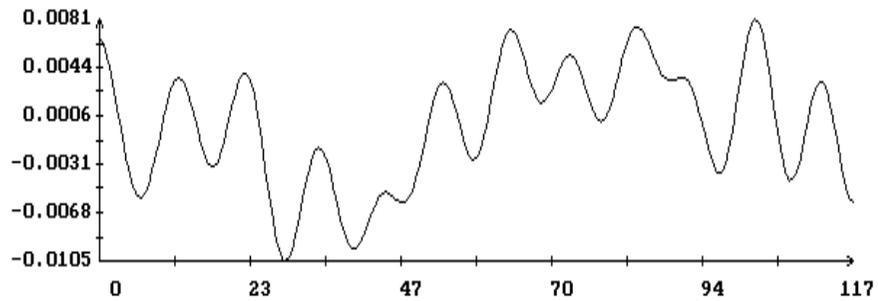
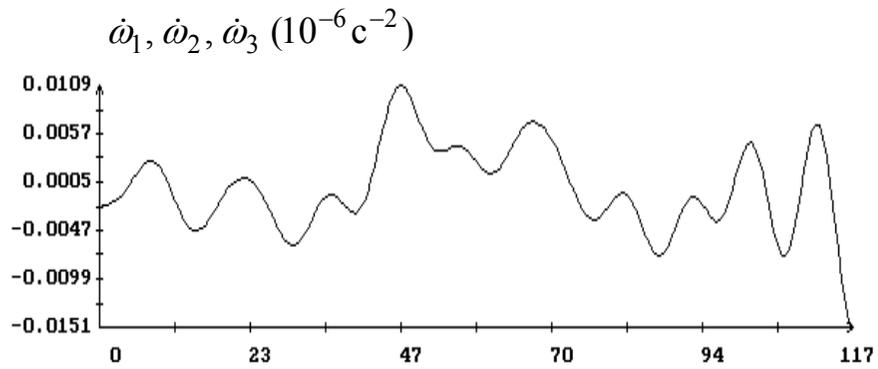
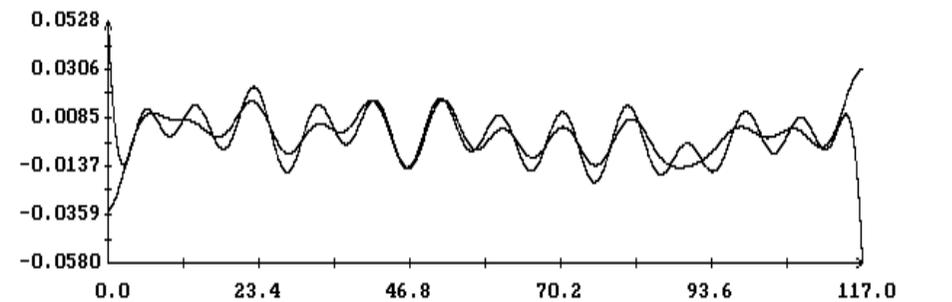
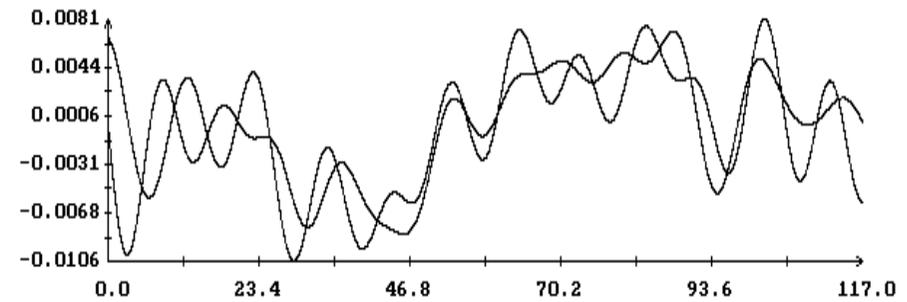
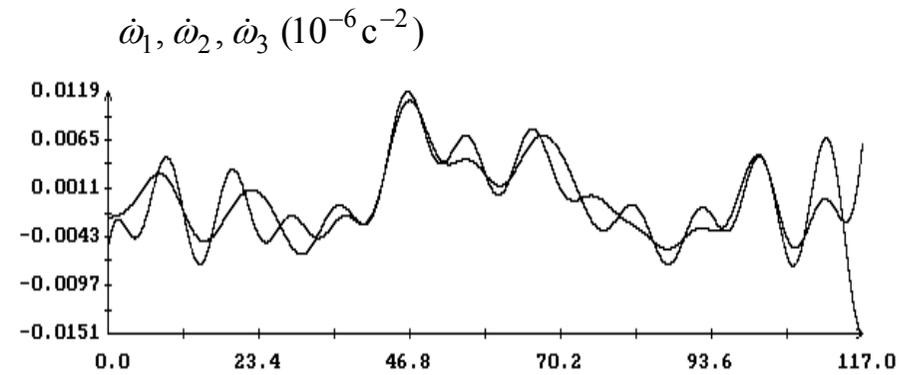


Рис. 3; (а) – телеметрические значения угловой скорости (представлено каждое 20-ое значение) и их аппроксимация дискретными рядами Фурье; (б) – графики аппроксимирующих рядов с учетом смещений; (в) – графики (б) и угловая скорость, рассчитанная по компонентам кватерниона. Момент $t = 0$ соответствует 17:43:06 ДМВ 12.04.2012.

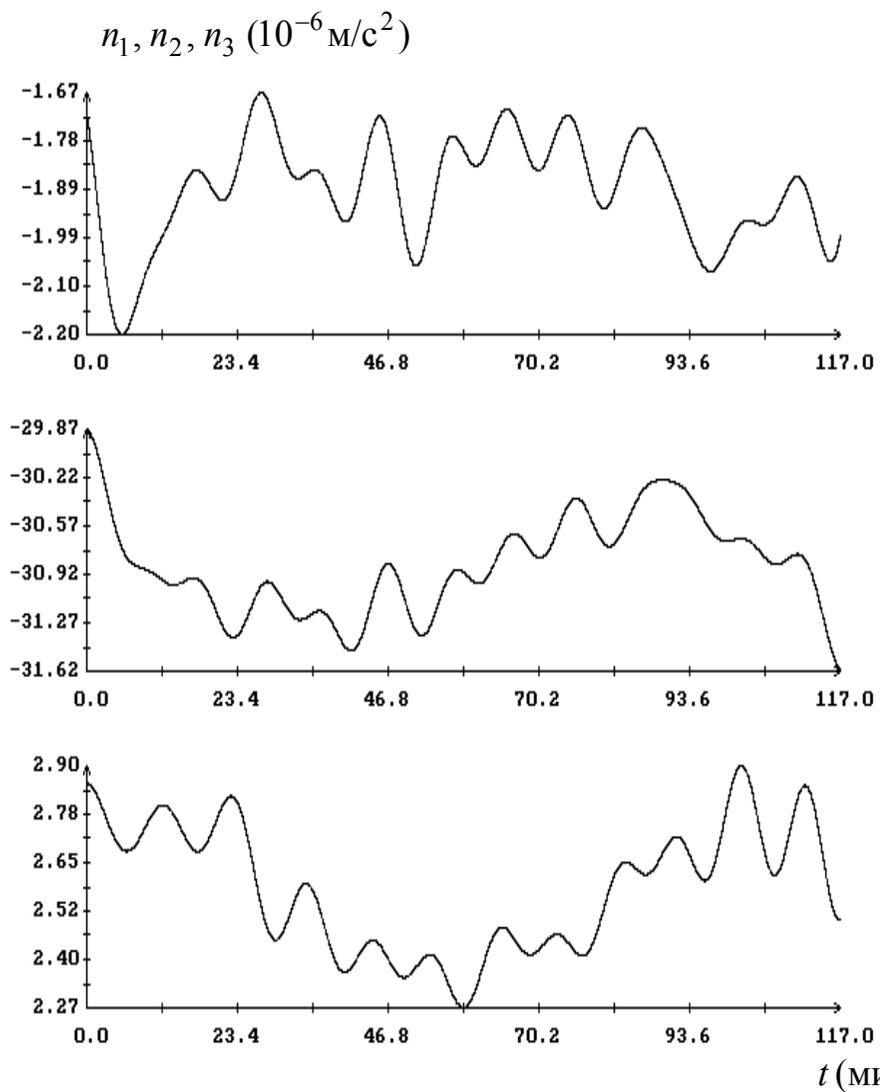


(a)

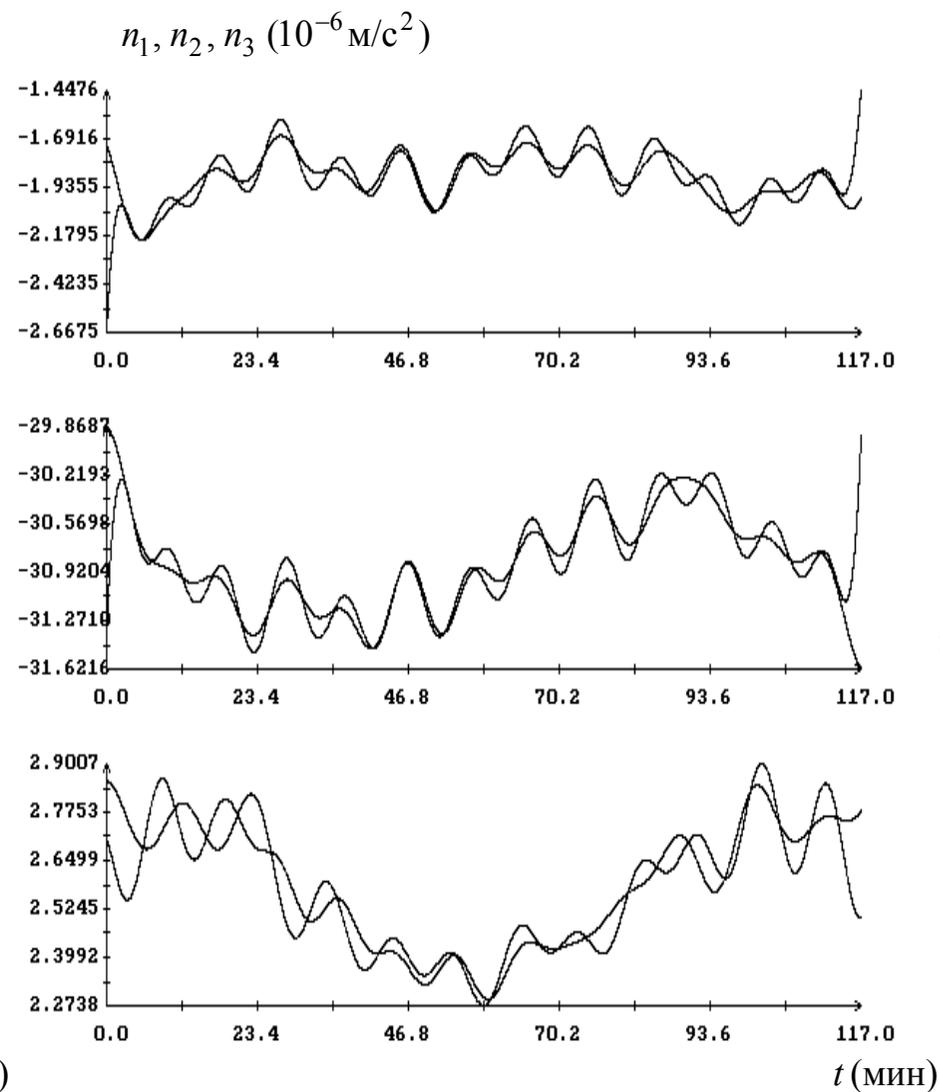


(б)

Рис. 4; (а) – угловое ускорение станции, рассчитанное по аппроксимации телеметрических значений угловой скорости; (б) – то же угловое ускорение вместе с угловым ускорением, рассчитанным по аппроксимации телеметрических значений кватерниона. Момент $t = 0$ соответствует 17:43:06 ДМВ 19.10.2008.



(a)



(б)

Рис. 5; (а) – микроускорение, рассчитанное новым способом; (б) – то же микроускорение вместе с микроускорением, рассчитанным старым способом. Момент $t = 0$ соответствует 17:43:06 ДМВ 12.04.2012.

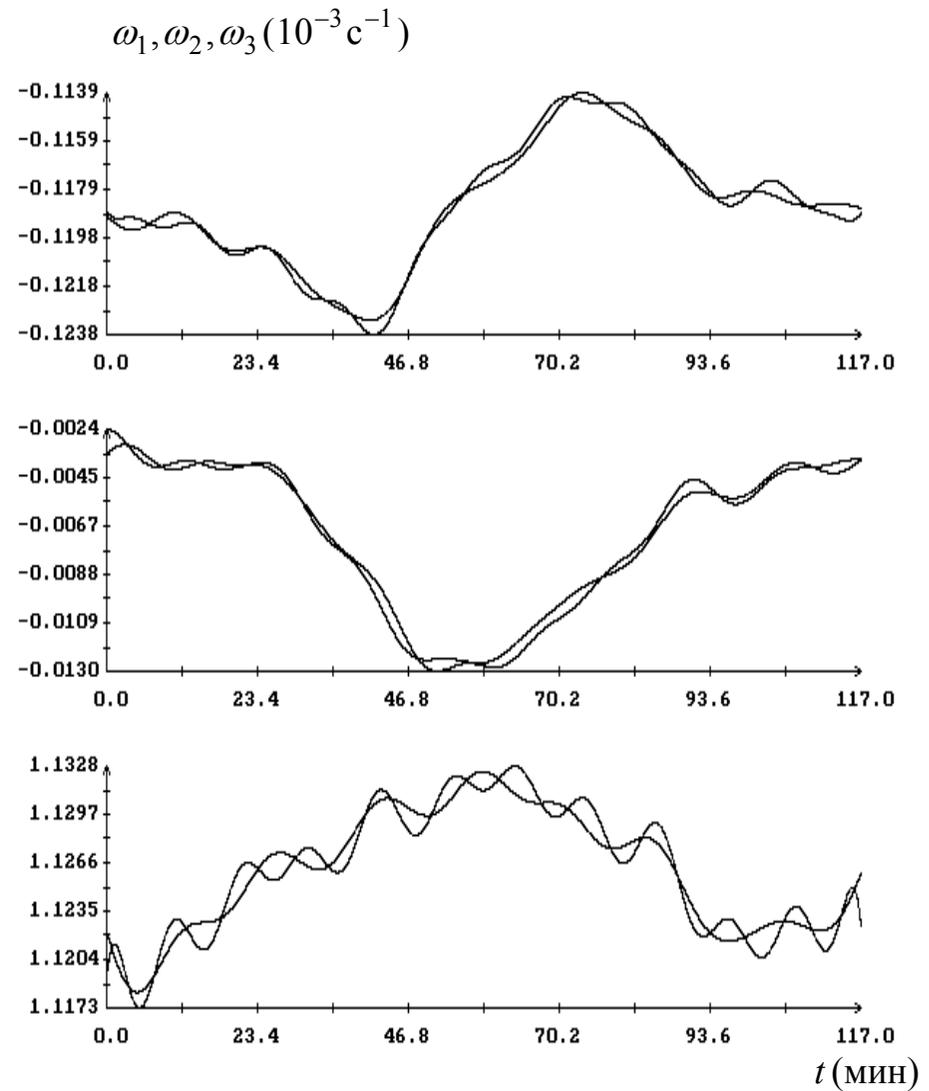
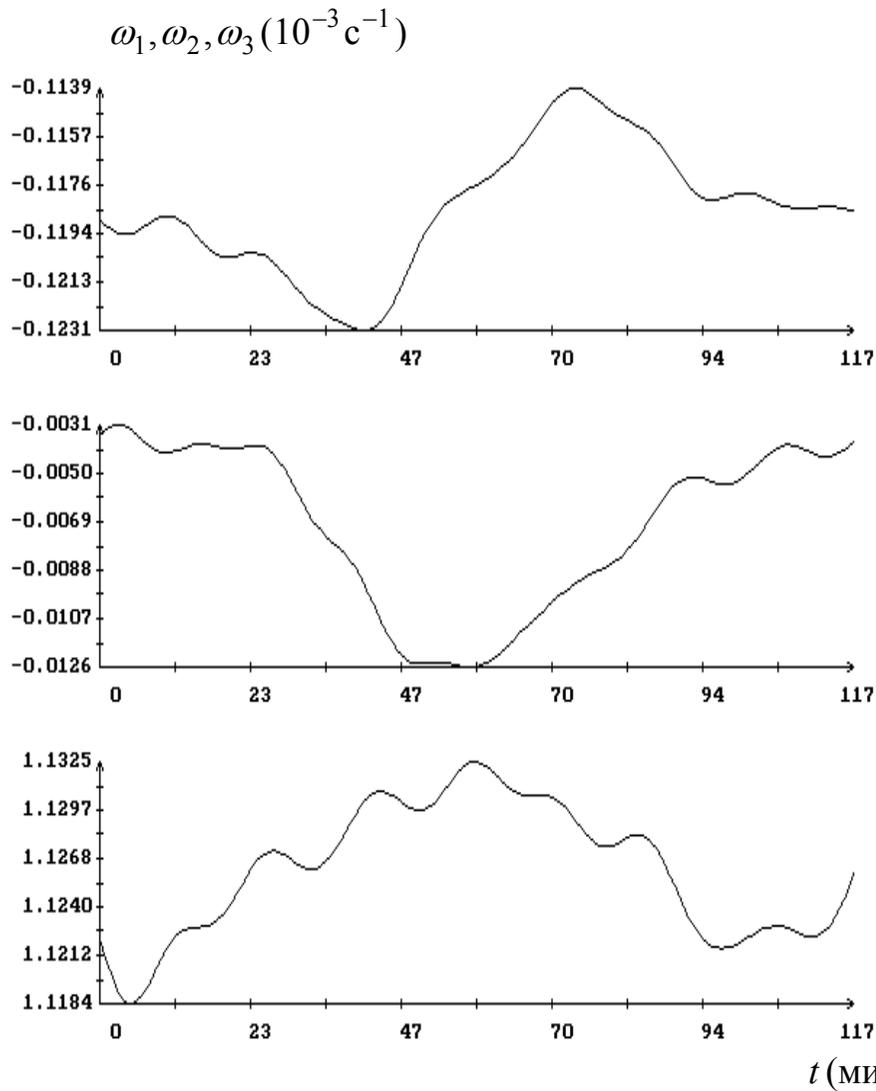
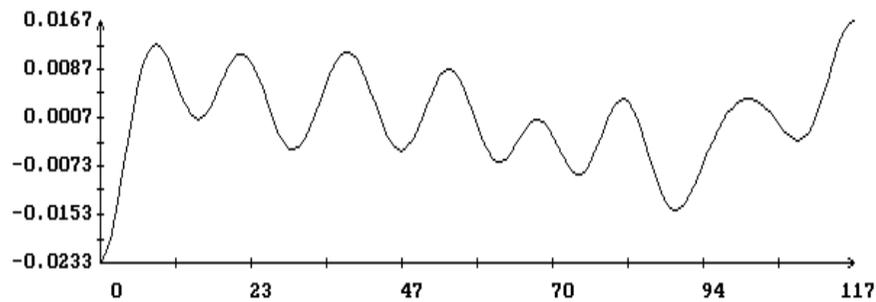
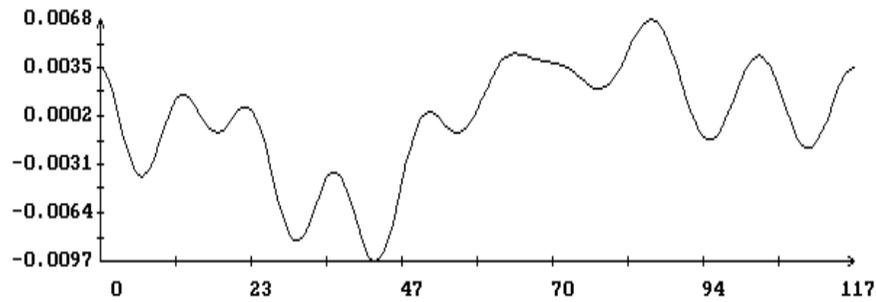
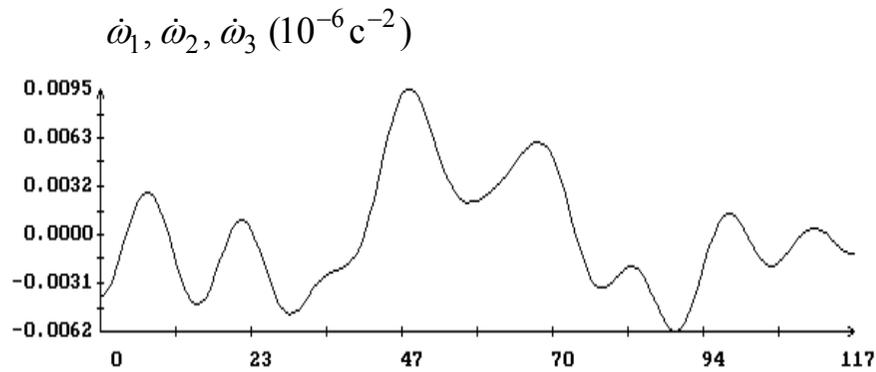
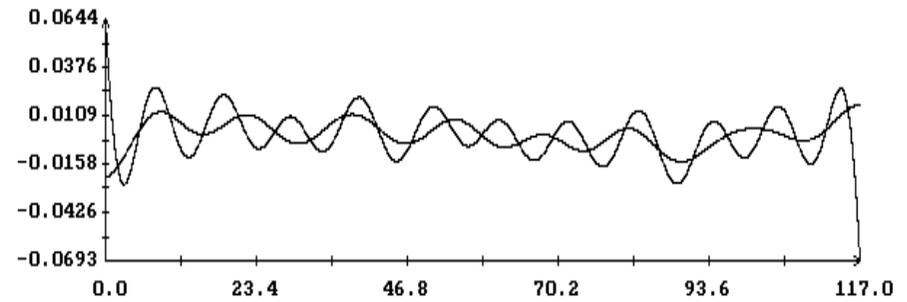
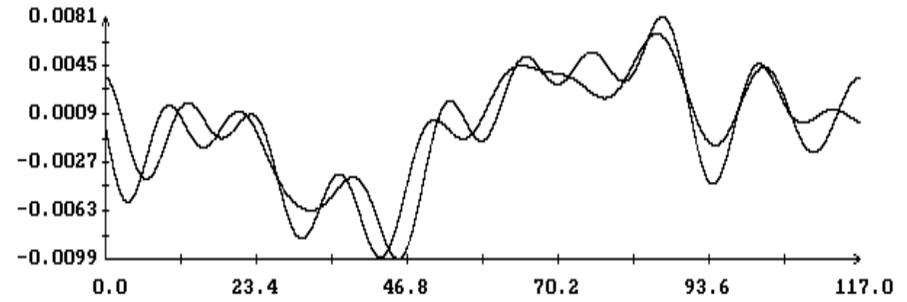
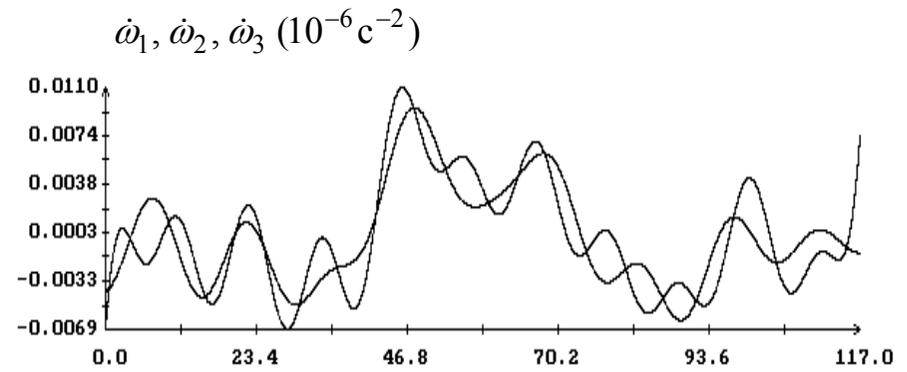


Рис. 6; (а) – графики дискретных рядов Фурье, аппроксимирующих телеметрические значения угловой скорости; (б) – графики (а) и угловая скорость, рассчитанная по компонентам кватерниона. Момент $t = 0$ соответствует 17:43:06 ДМВ 12.04.2012.



t (МИН)

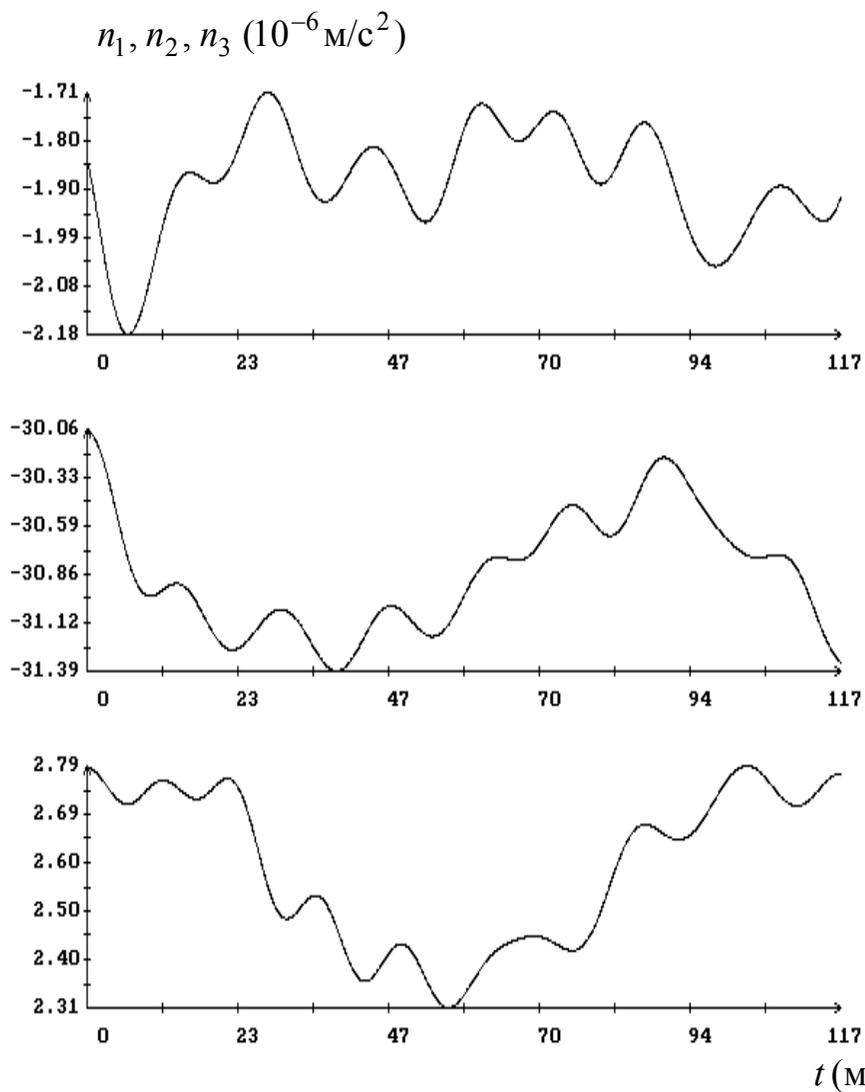
(а)



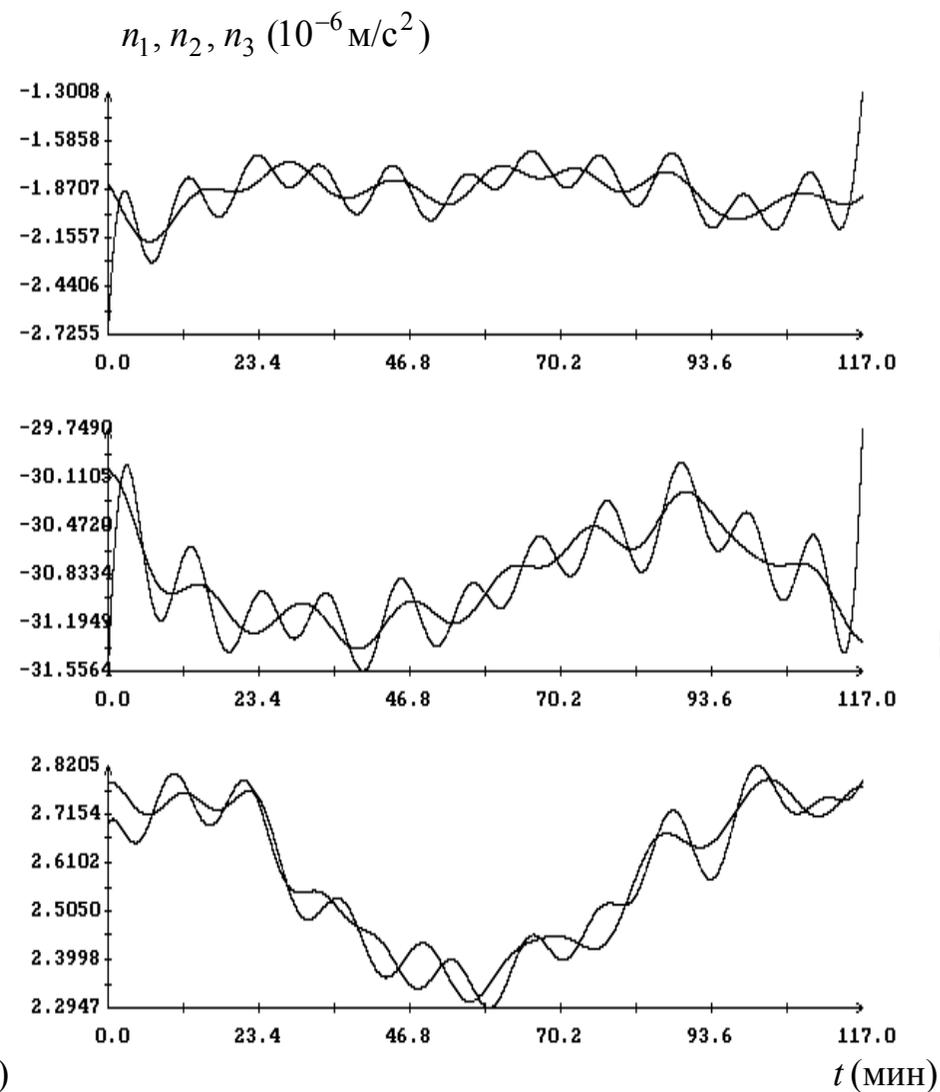
t (МИН)

(б)

Рис. 7; (а) – угловое ускорение станции, рассчитанное по аппроксимации телеметрических значений угловой скорости; (б) – то же угловое ускорение вместе с угловым ускорением, рассчитанным по аппроксимации телеметрических значений кватерниона. Момент $t = 0$ соответствует 17:43:06 ДМВ 12.04.2012.



(a)



(б)

Рис. 8; (а) – микроускорение, рассчитанное новым способом; (б) – то же микроускорение вместе с микроускорением, рассчитанным старым способом. Момент $t = 0$ соответствует 17:43:06 ДМВ 12.04.2012.

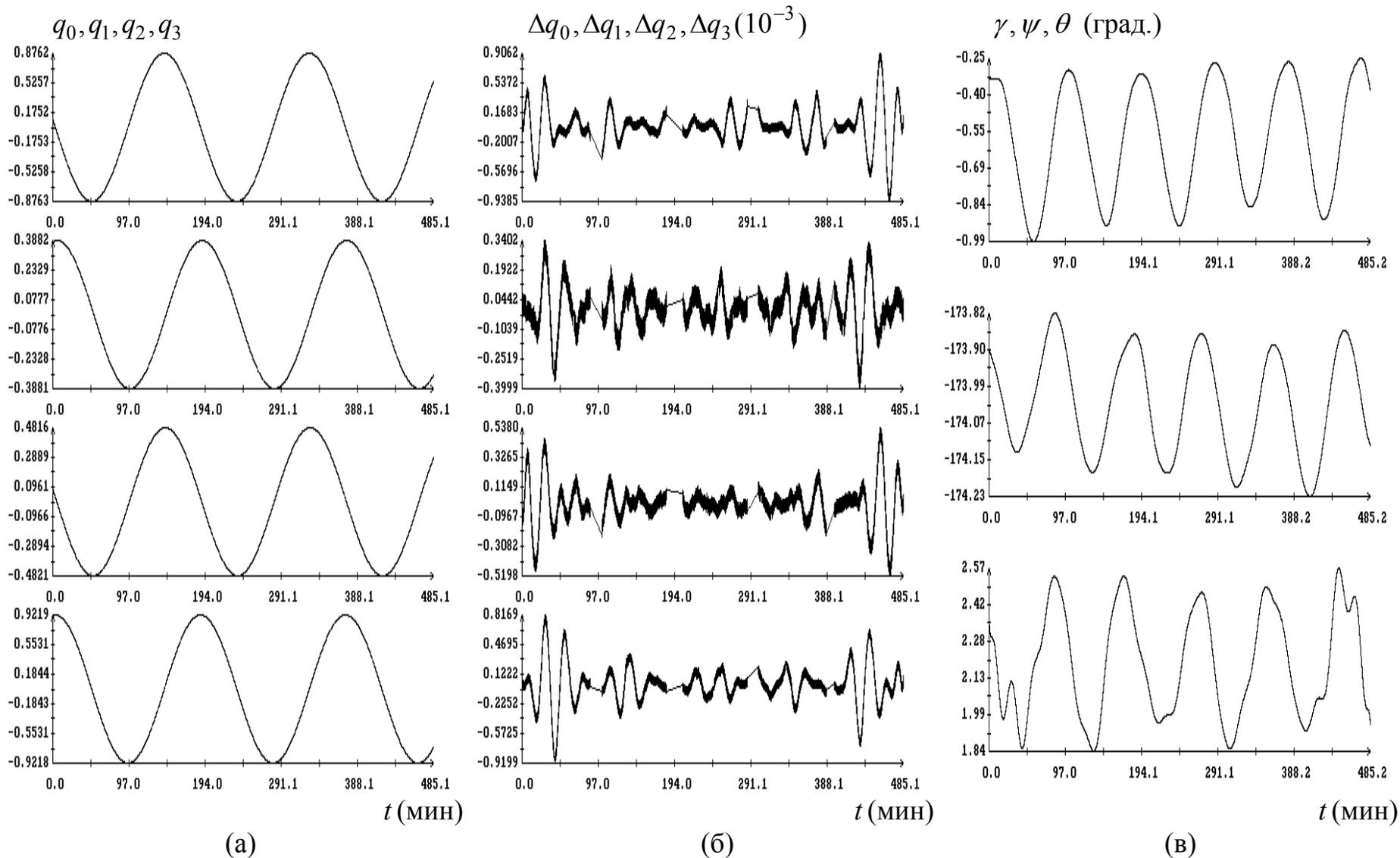
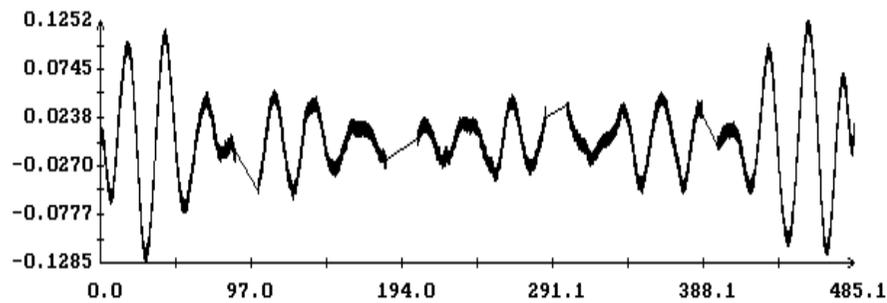
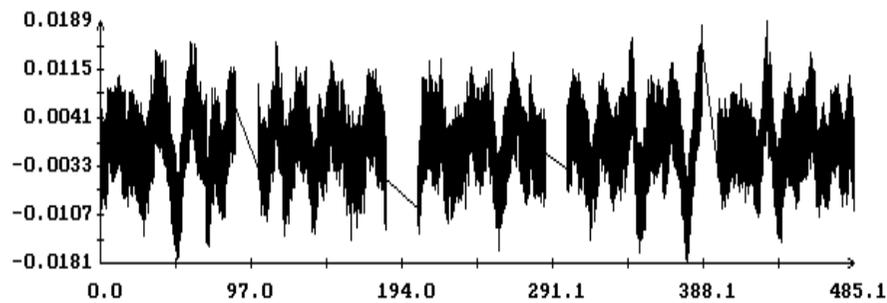
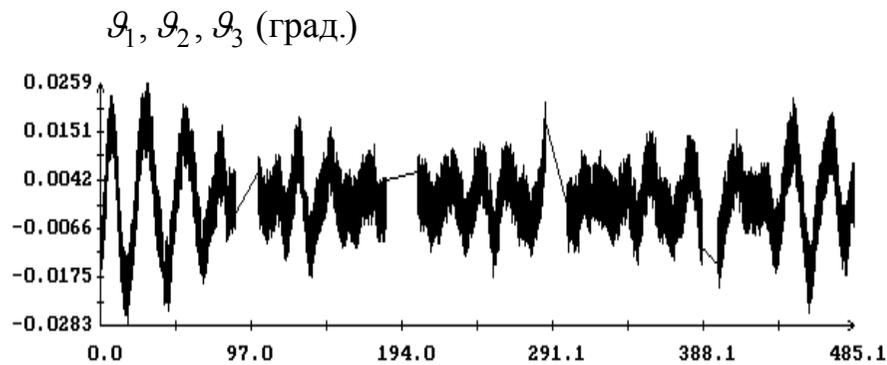
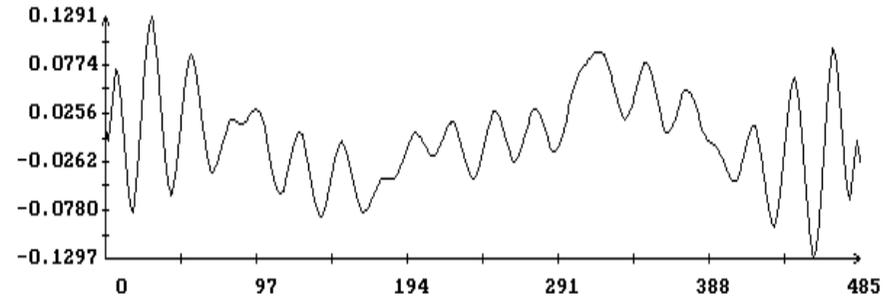
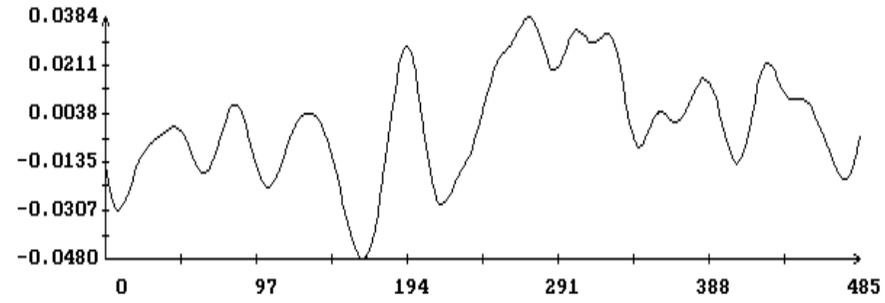
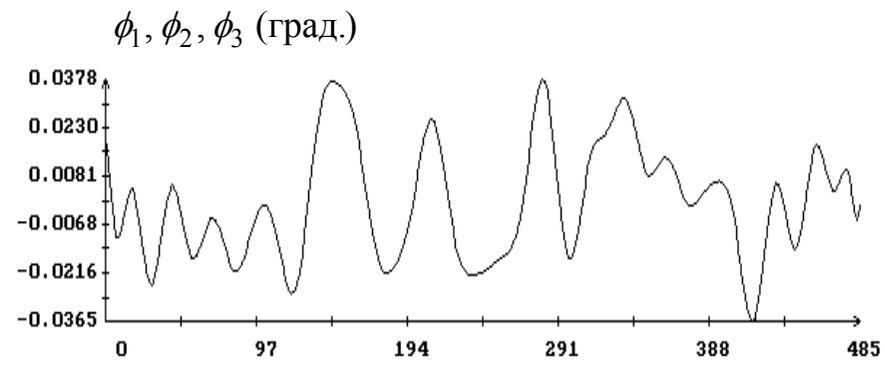


Рис. 9; (а) – аппроксимация телеметрических значений компонент кватерниона дискретными рядами Фурье; (б) – ошибки аппроксимации; (в) – углы Крылова Служебного модуля, рассчитанные по аппроксимации телеметрических значений кватерниона. Момент $t = 0$ соответствует 00:48:53 ДМВ 12.04.2012.



(а)

t (МИН)



(б)

t (МИН)

Рис. 10; (а) – ошибки аппроксимации телеметрических значений кватерниона; (б) – ошибки представления движения решениями кинематических уравнений. Ошибки выражены через компоненты векторов бесконечно малых поворотов. Момент $t = 0$ соответствует 00:48:53 ДМВ 12.04.2012.

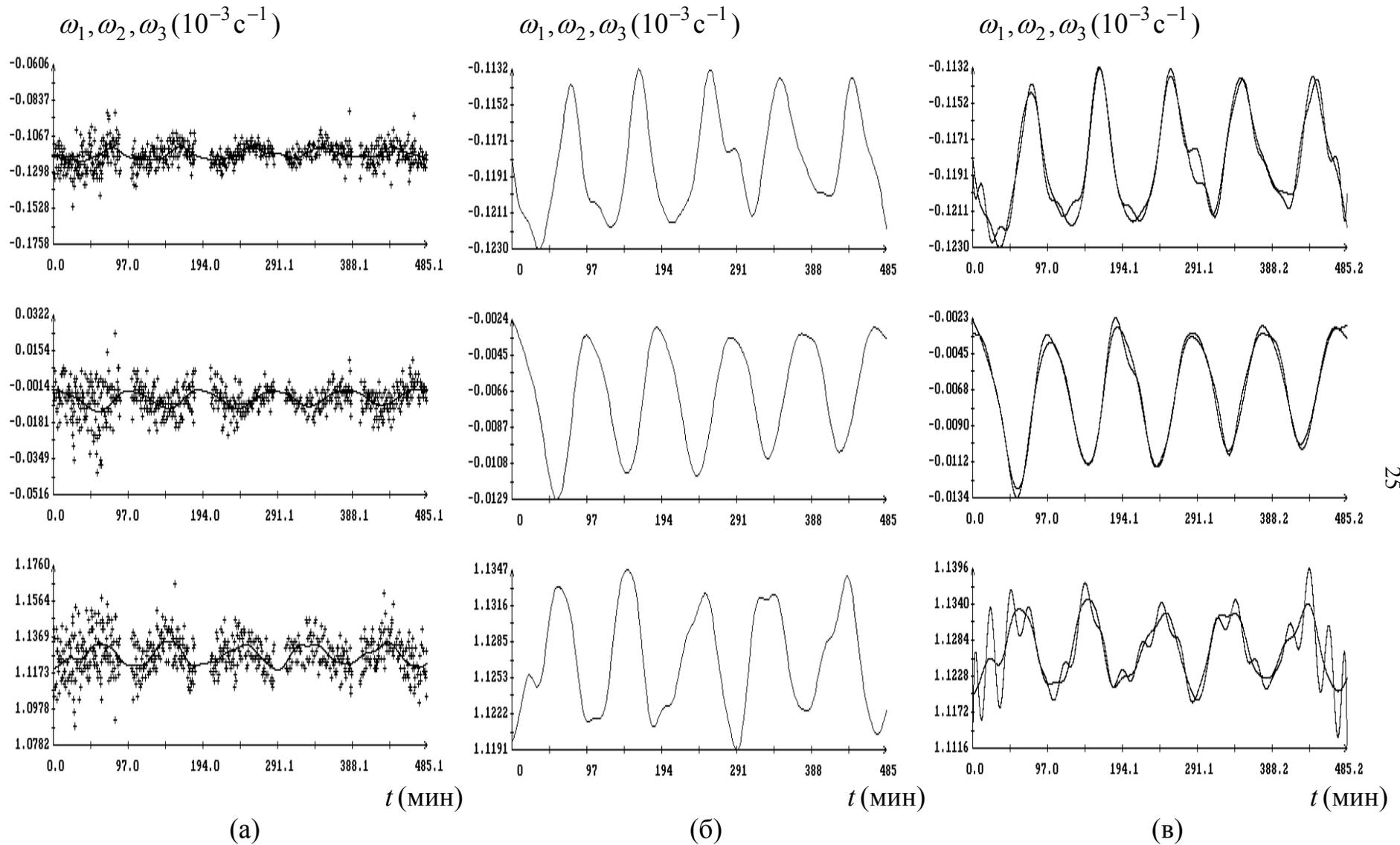
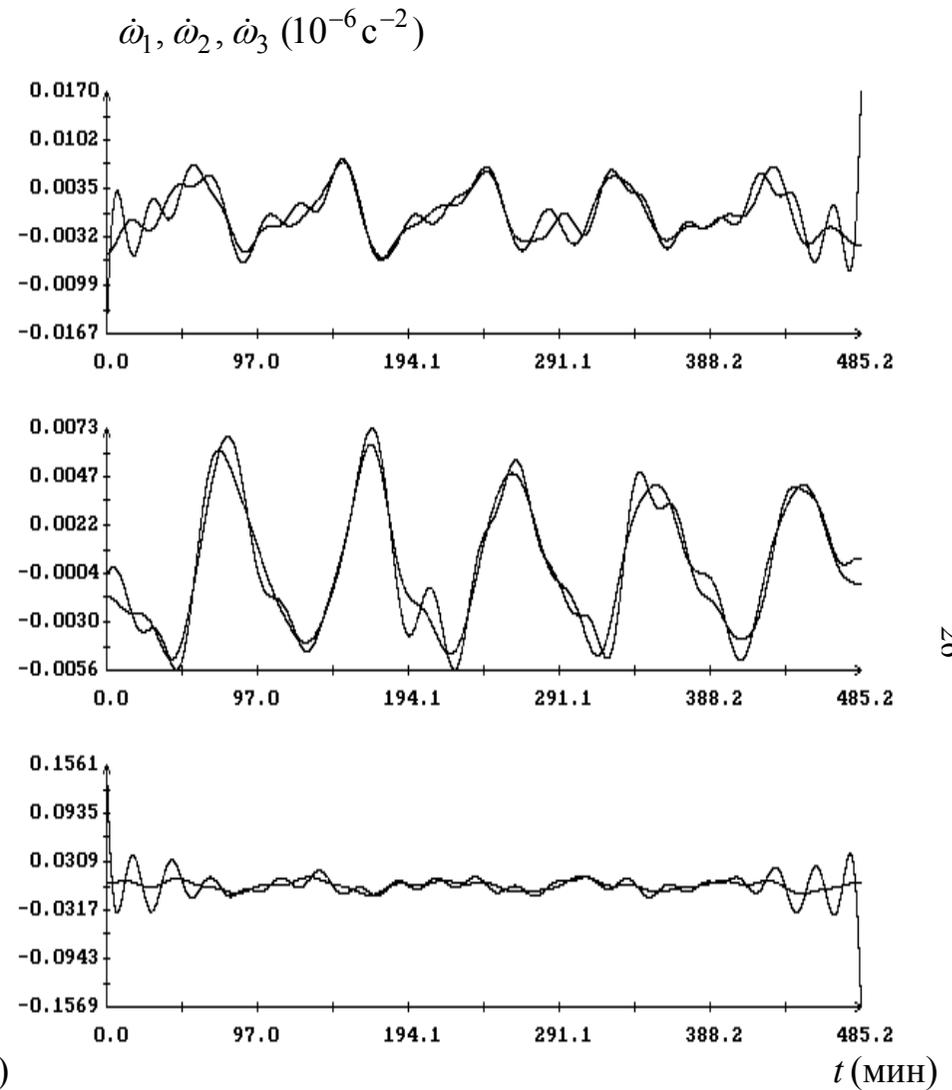
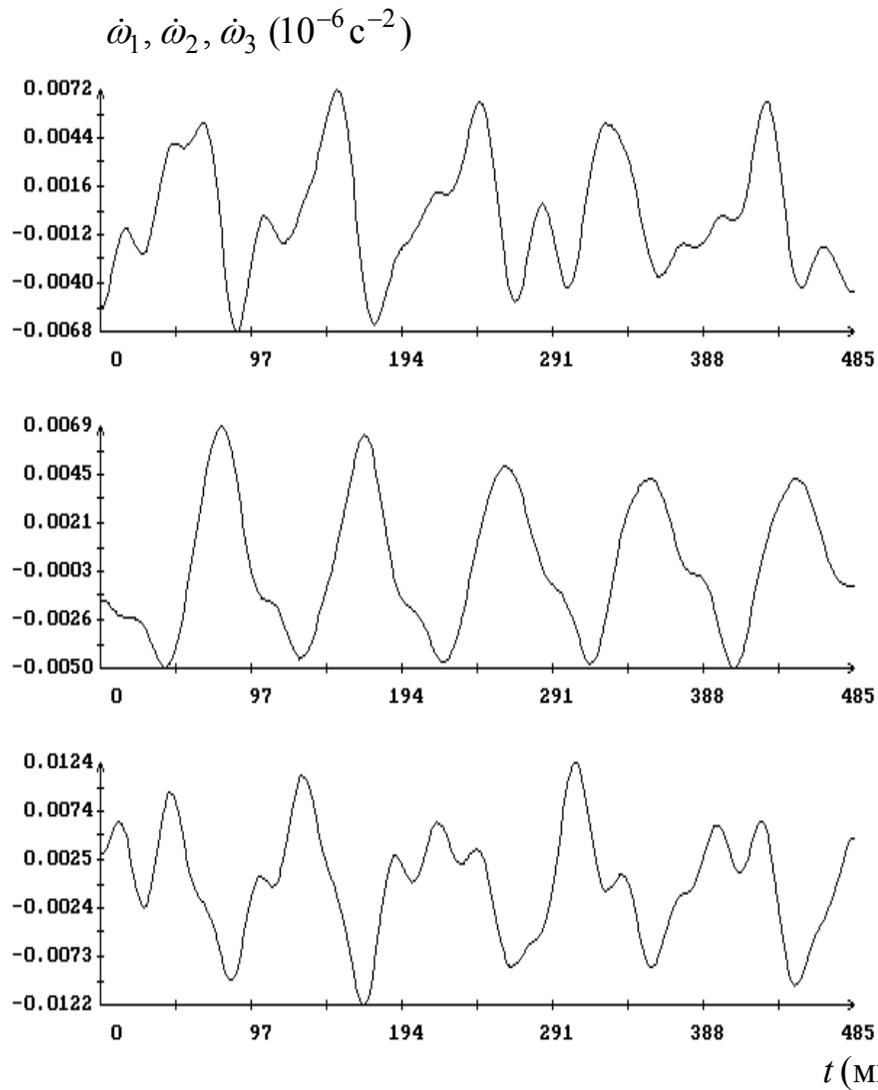


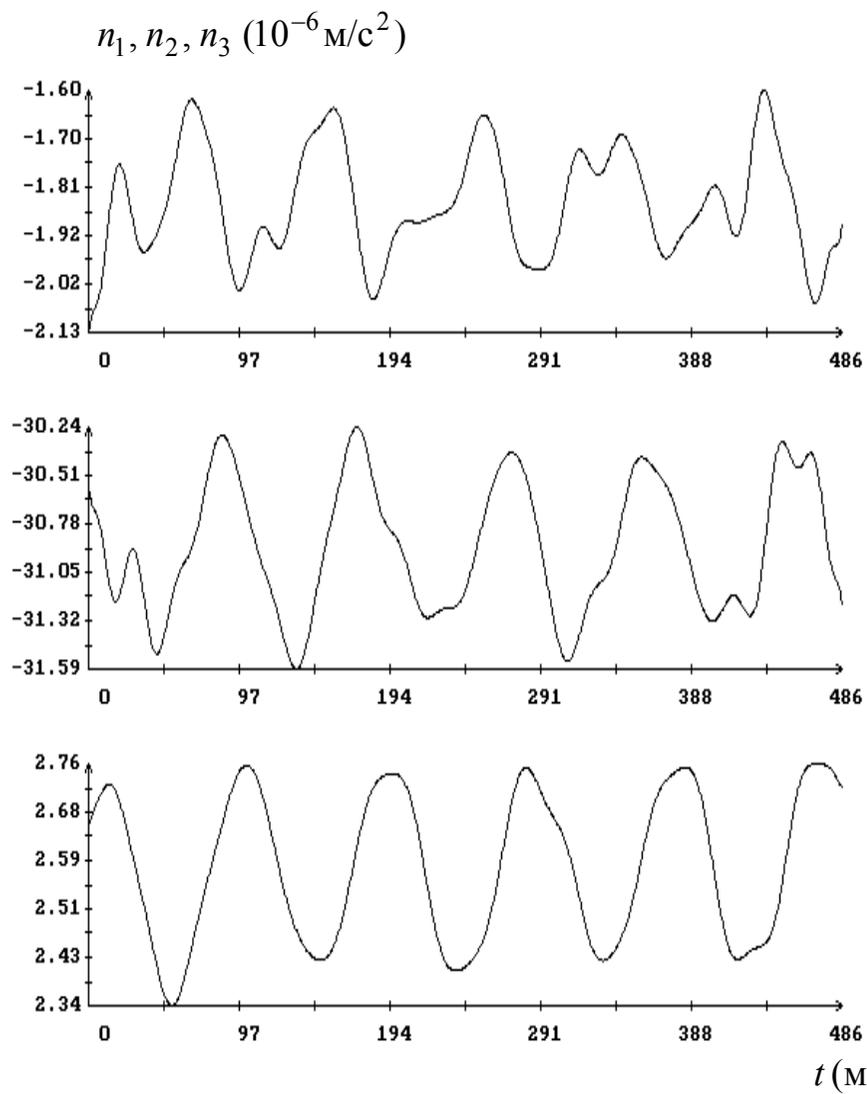
Рис.11; (а) – телеметрические значения угловой скорости (приведено каждое 20-ое значение) и их аппроксимация дискретными рядами Фурье; (б) – графики аппроксимирующих рядов с учетом смещений; (в) – графики (б) и угловая скорость, рассчитанная по компонентам кватерниона. Момент $t = 0$ соответствует 00:48:53 ДМВ 12.04.2012.



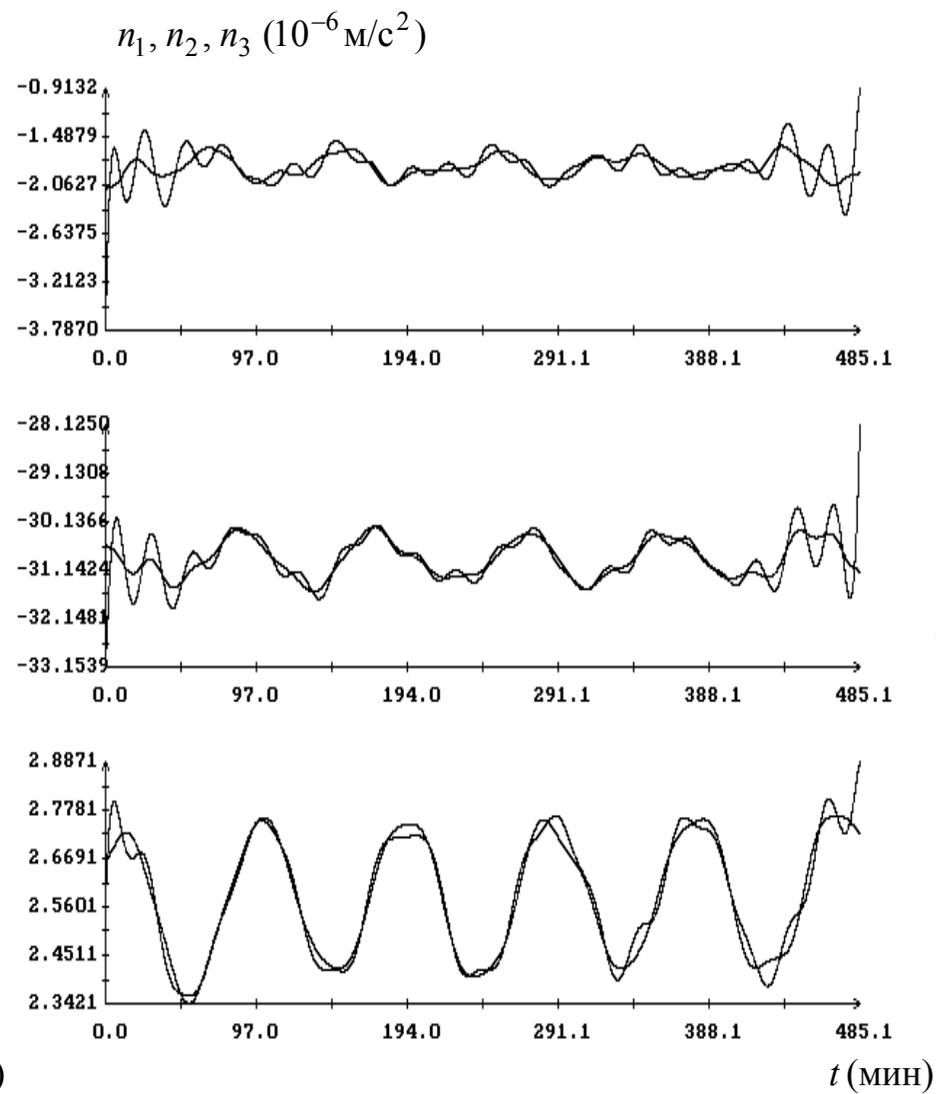
(а)

(б)

Рис. 12; (а) – угловое ускорение станции, рассчитанное по аппроксимации телеметрических значений угловой скорости; (б) – то же угловое ускорение вместе с угловым ускорением, рассчитанным по аппроксимации телеметрических значений кватерниона. Момент $t = 0$ соответствует 00:48:53 ДМВ 12.04.2012.



(а)



(б)

Рис. 13; (а) – микроускорение, рассчитанное новым способом; (б) – то же микроускорение вместе с микроускорением, рассчитанным старым способом. Момент $t = 0$ соответствует 00:48:53 ДМВ 12.04.2012.

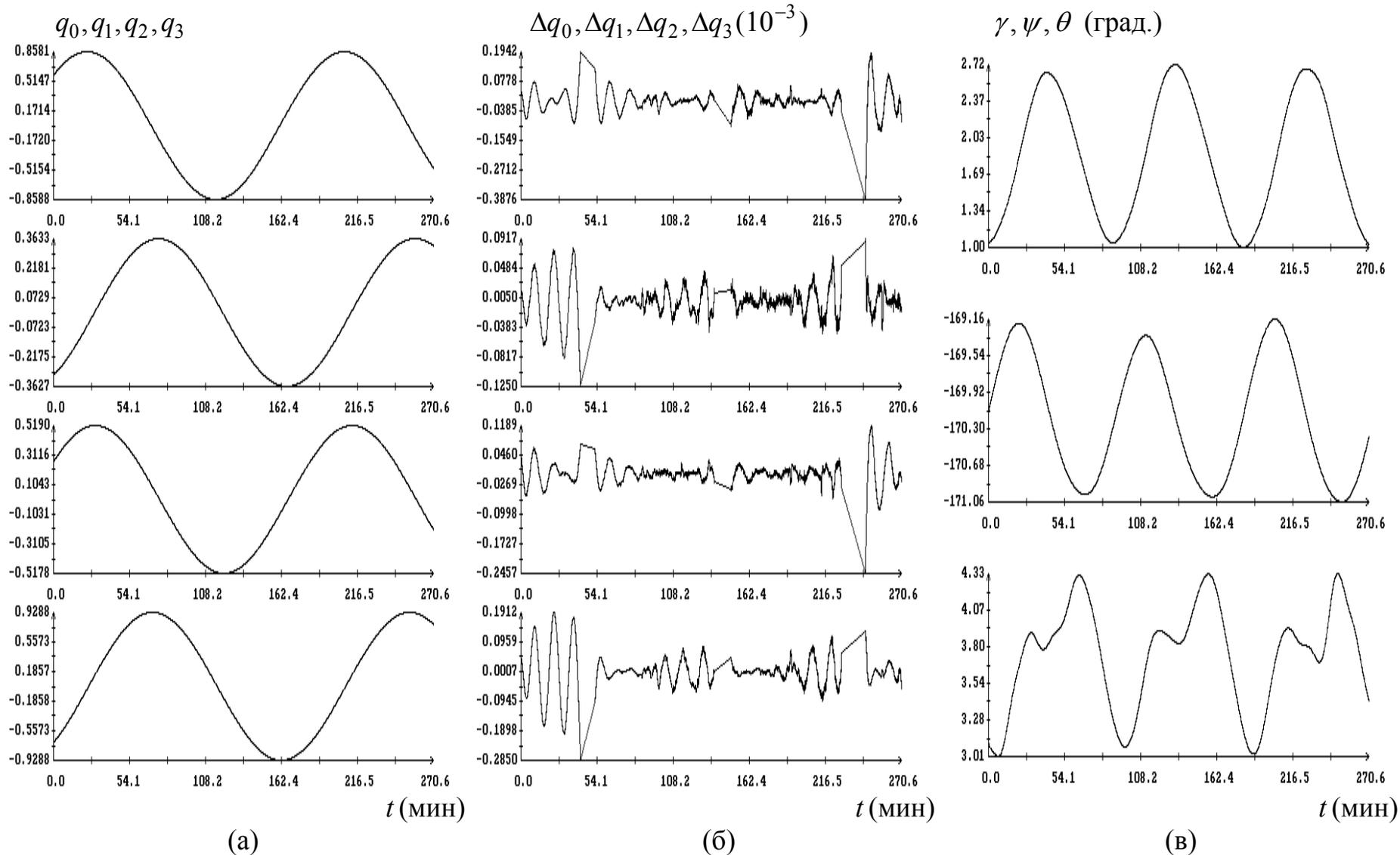
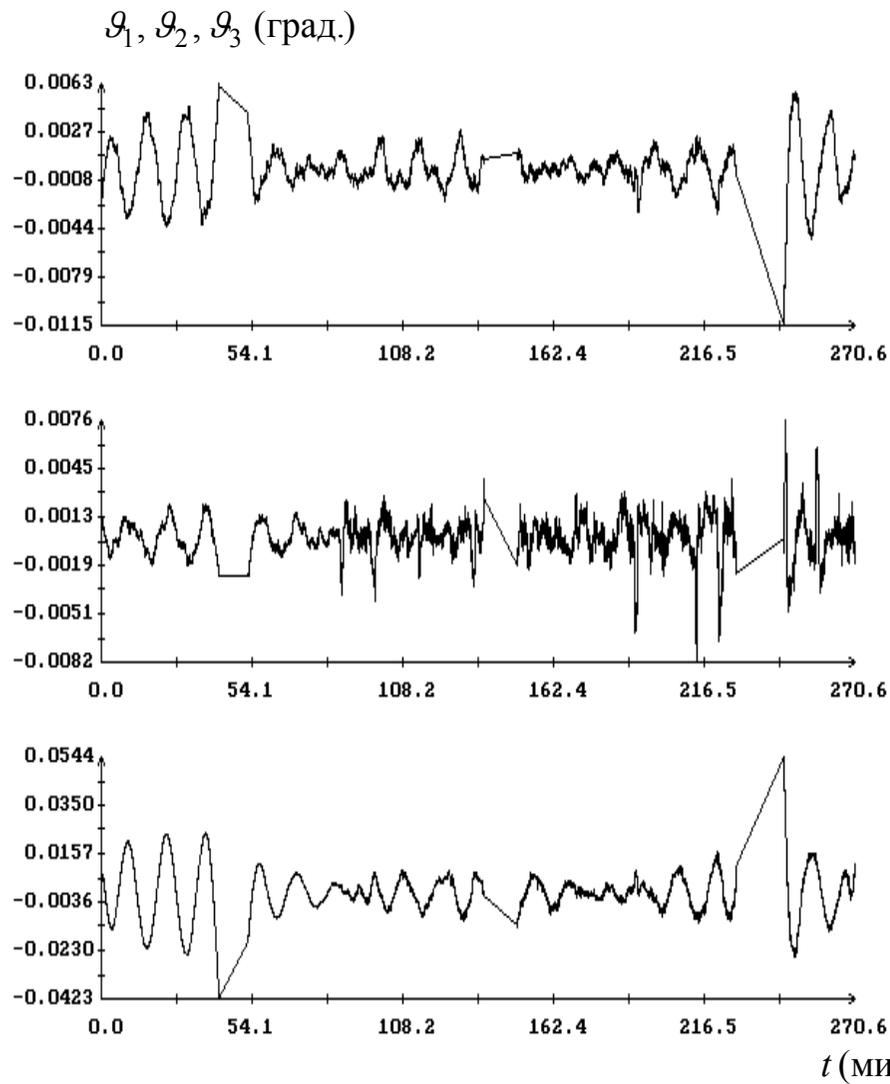
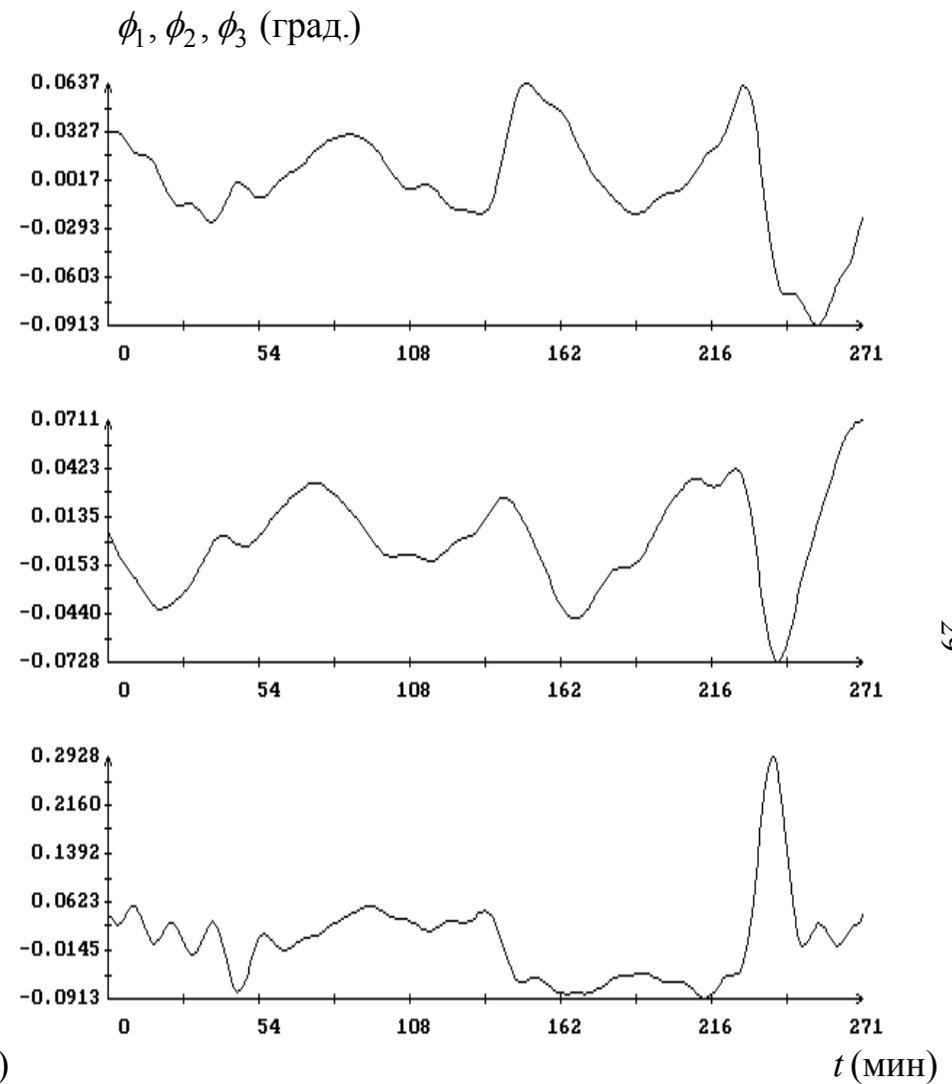


Рис. 14; (а) – аппроксимация телеметрических значений компонент кватерниона дискретными рядами Фурье; (б) – ошибки аппроксимации; (в) – углы Крылова Служебного модуля, рассчитанные по аппроксимации телеметрических значений кватерниона. Момент $t = 0$ соответствует 06:33:06 ДМВ 19.10.2008.



(а)



(б)

Рис. 15; (а) – ошибки аппроксимации телеметрических значений кватерниона; (б) – ошибки представления движения решениями кинематических уравнений. Ошибки выражены через компоненты векторов бесконечно малых поворотов. Момент $t = 0$ соответствует 06:33:06 ДМВ 19.10.2008.

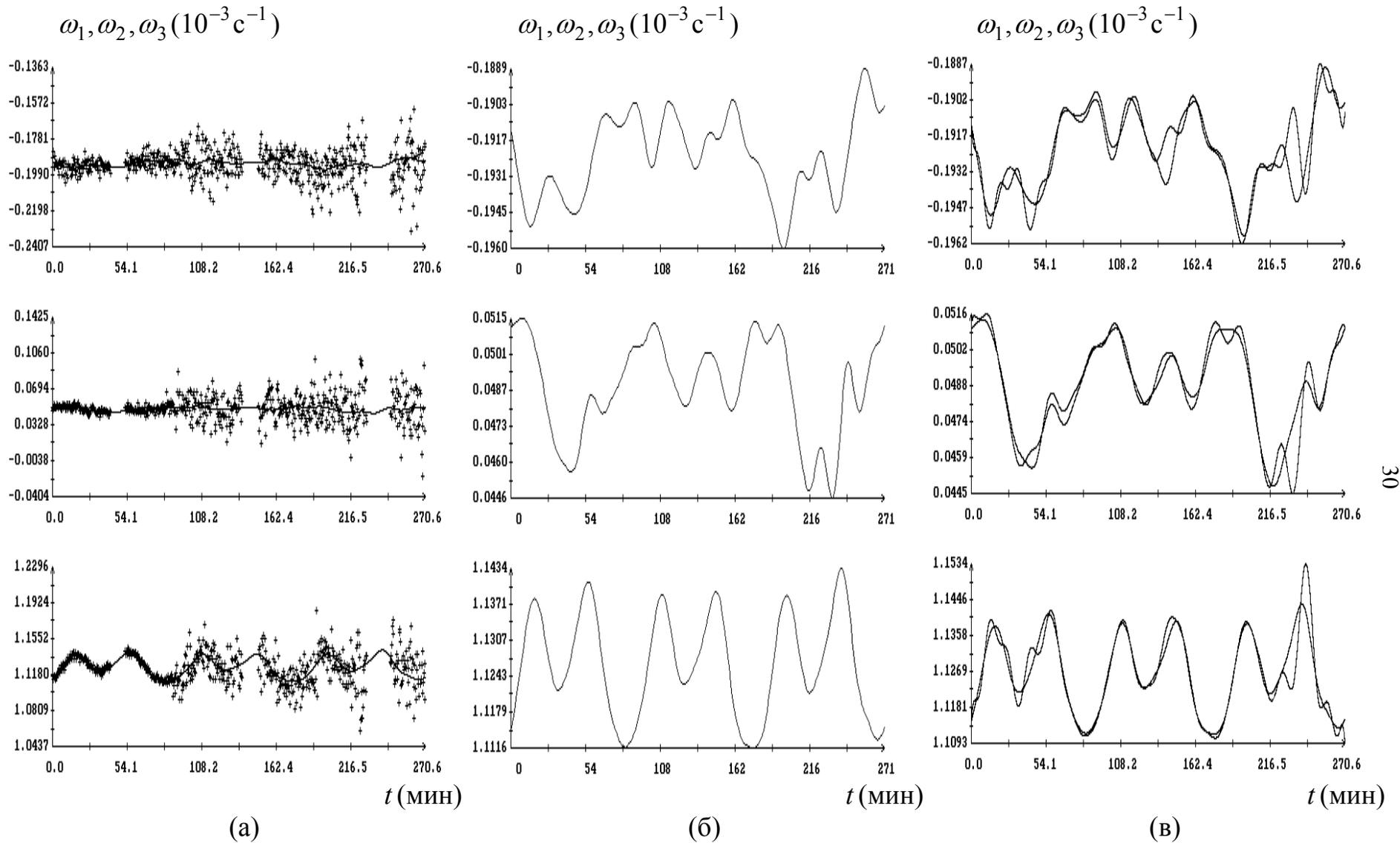
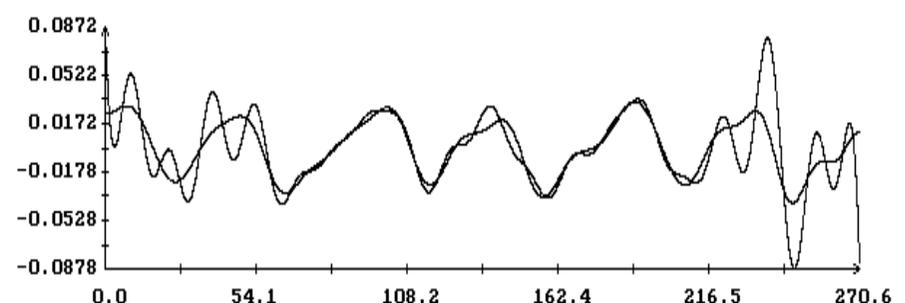
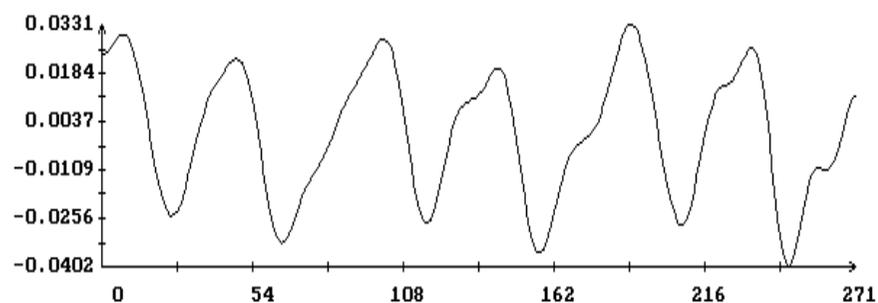
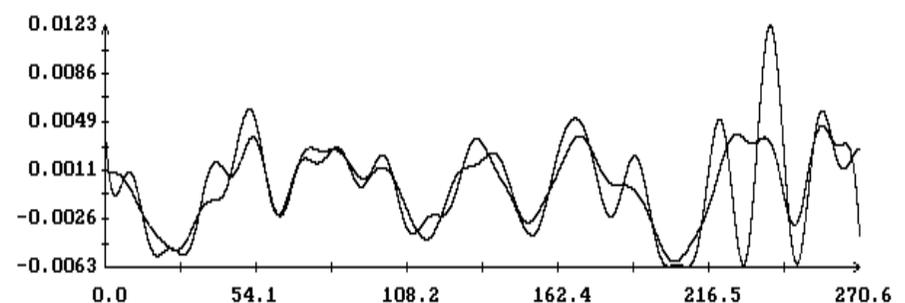
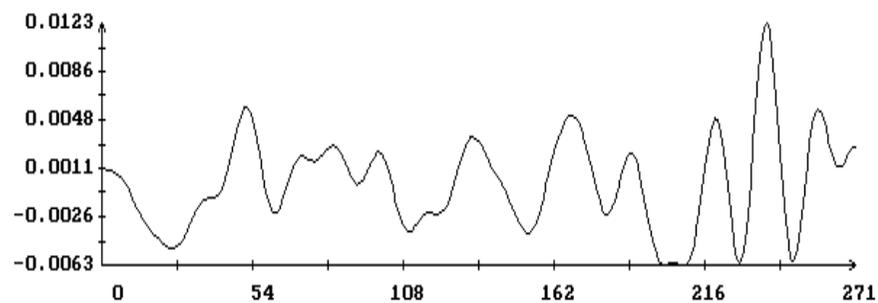
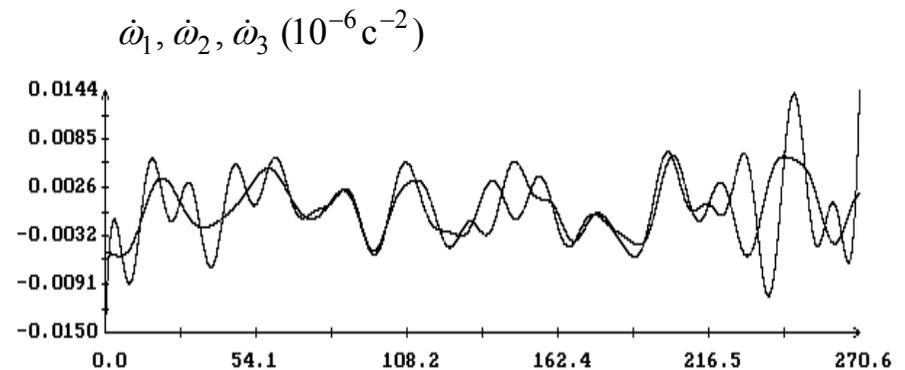
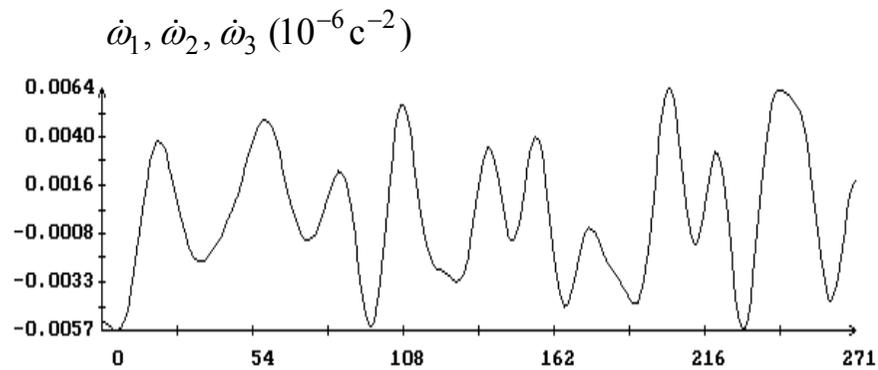


Рис.16; (а) – телеметрические значения угловой скорости (приведено каждое 20-ое значение) и их аппроксимация дискретными рядами Фурье; (б) – графики аппроксимирующих рядов с учетом смещений; (в) –графики (б) и угловая скорость, рассчитанная по компонентам кватерниона. Момент $t = 0$ соответствует 06:33:06 ДМВ 19.10.2008.



(a) (б)

Рис. 17; (а) – угловое ускорение станции, рассчитанное по аппроксимации телеметрических значений угловой скорости; (б) – то же угловое ускорение вместе с угловым ускорением, рассчитанным по аппроксимации телеметрических значений кватерниона. Момент $t = 0$ соответствует 06:33:06 ДМВ 19.10.2008.

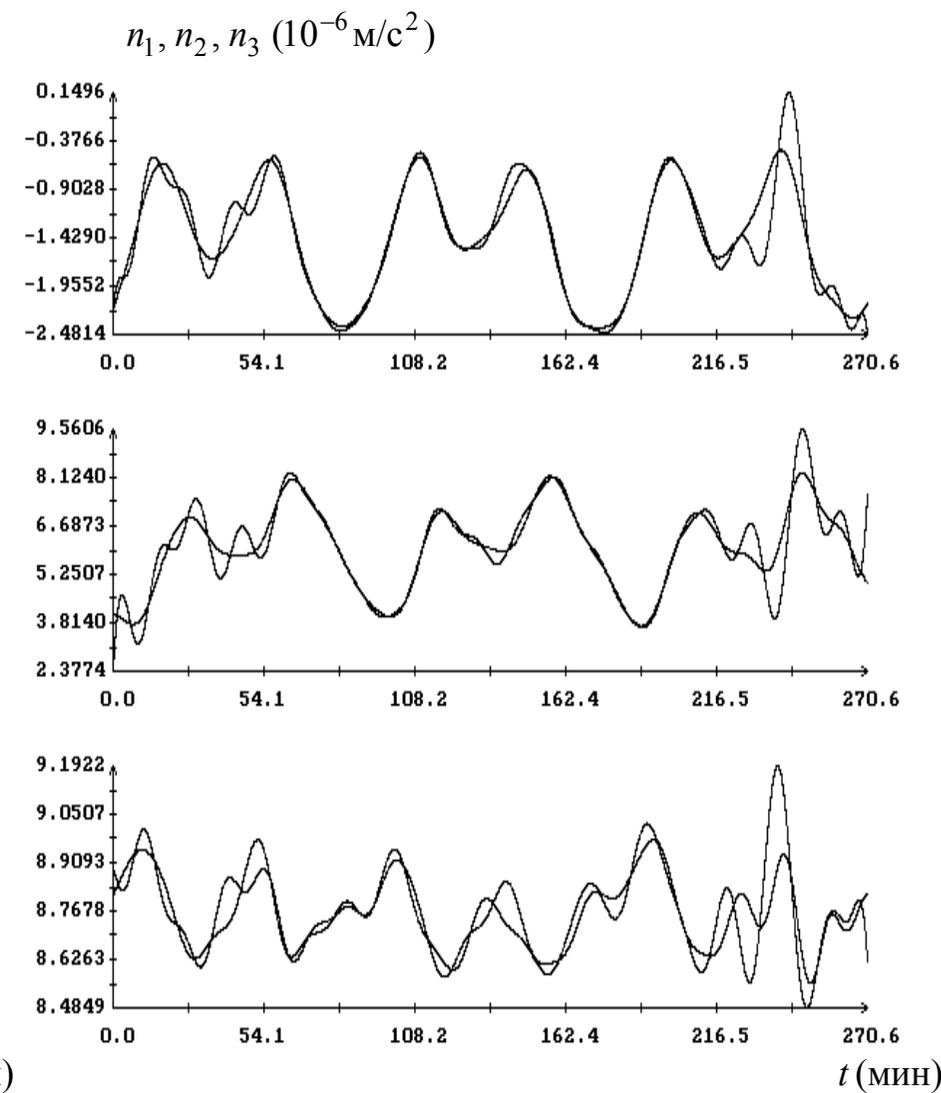
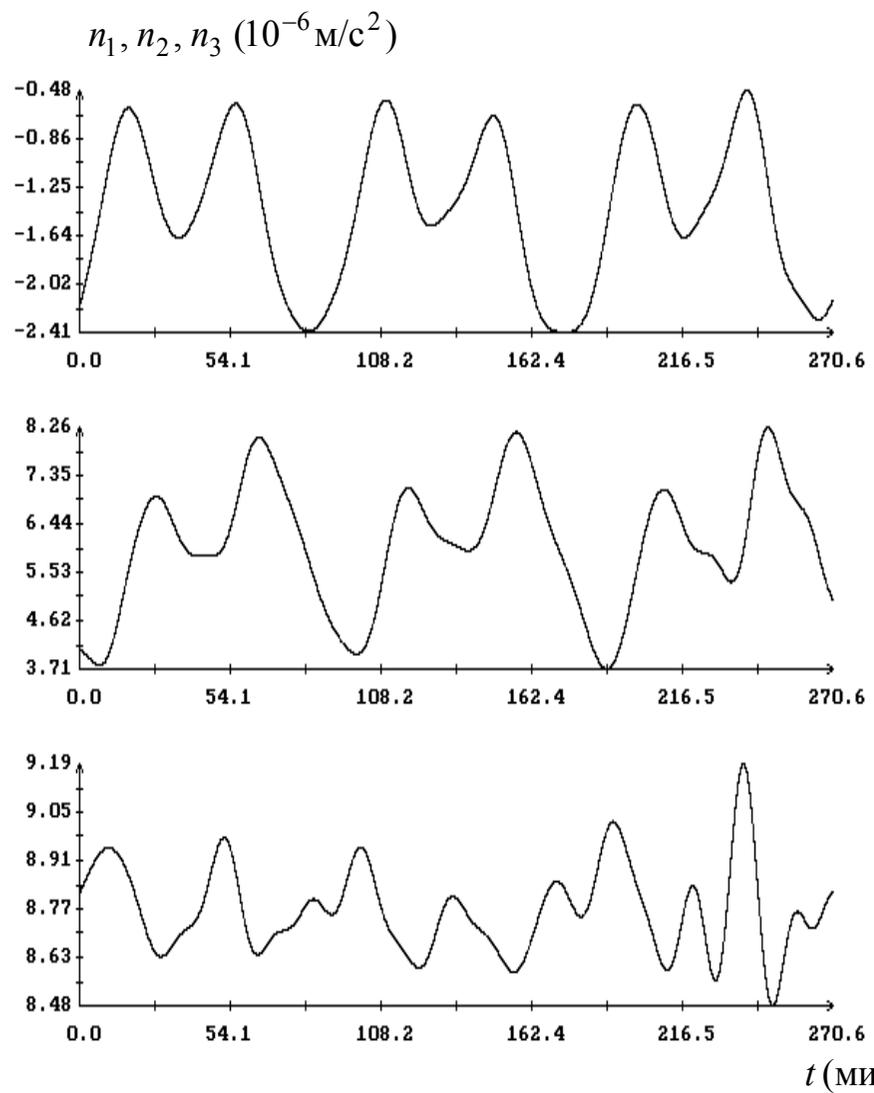


Рис. 18; (а) – микроускорение, рассчитанное новым способом; (б) – то же микроускорение вместе с микроускорением, рассчитанным старым способом. Момент $t = 0$ соответствует 06:33:06 ДМВ 19.10.2008.