Александр Михайлов

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДУУМВИРАТА

МИХАЙЛОВ Александр Петрович – доктор физико-математических наук, профессор, зав. сектором Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, зав. кафедрой Социологического ф-та МГУ им. М.В. Ломоносова

Предложена математическая модель дуумвирата в системе «власть – общество». На ее основе проводится аналитическое и численное исследование величины т. н. «дефекта власти» – функционала, характеризующего политическую напряжённость в системе. Показано, в том числе, что существует область значений параметров властной иерархии, в которой достигается минимум дефекта власти. В границах данной области у дуумвиров существует возможность «политических манёвров», не приводящих к резкому изменению стабильности системы.

Ключевые слова: система «власть – общество», дуумвират.

The mathematical model of duumvirate

Mikhailov A.P.

This paper proposes a simple model of duumvirate in the "power-society" system. The notion of “defect of power” – the measure of the efficiency of the hierarchy – is introduced. It is shown that there exists such range of parameters of an hierarchy that the functional of “defect of power” reaches its minimum. Within this range of parameters a political race of duumvirs can take place, but it will not lead to the political instability

Key words: «power-society» system, duumvirate.

1. Введение

1.1. Предварительные замечания

Властные иерархии, изучаемые в рамках модели «власть – общество» [1,2], могут иметь сложную древовидную структуру. При этом, как правило, подразумевается, что на самом верхнем уровне власти присутствует одна инстанция (верховный иерарх). Однако встречаются реальные властные структуры и с двумя и более центрами управления, наделёнными сравнимыми объёмами полномочий.

Настоящая работа посвящена вопросам моделирования дуумвирата – иерархии с двумя инстанциями (дуумвирами) на верхнем слое. На примере трёхточечной базовой модели, построенной на основе модели «власть – общество», в которой у дуумвиров в совместном подчинении имеется только одна инстанция, интегрально представляющая, вообще говоря, сложную древовидную структуру, аналитически исследуются основные свойства дуумвирата. Вводится функционал, именуемый *дефектом власти*, измеряющий в некотором смысле уровень политической напряжённости в системе, а также находятся условия оптимального (в контексте отношений системы «власть – общество») функционирования властной иерархии. В частности, показано, что при естественных допущениях в системе достигается минимум дефекта власти. Тем самым у дуумвиров существует принципиальная возможность вести компромиссную игру не в ущерб интересам общества.

В случае более сложных конфигураций дуумвирата с помощью вычислительных экспериментов показано, что основные свойства трёхточечной модели остаются в силе.

1.2. Основные понятия модели «власть – общество»

Напомним ряд постулатов и определений, заложенных в модель «власть – общество», на которую опирается построение простейшей модели дуумвирата.

Объектом изучения выступают *иерархические структуры* (иерархии) – упорядоченные по старшинству совокупности институтов, наделённых властными полномочиями от имени государства. При этом часть общества, не обладающая непосредственно властными полномочиями, называется гражданским обществом.

Величина власти каждого конкретного института не фиксирована – она может варьироваться между заданными минимальным и максимальным уровнями полномочий, определяемых законами (Конституцией и пр.).

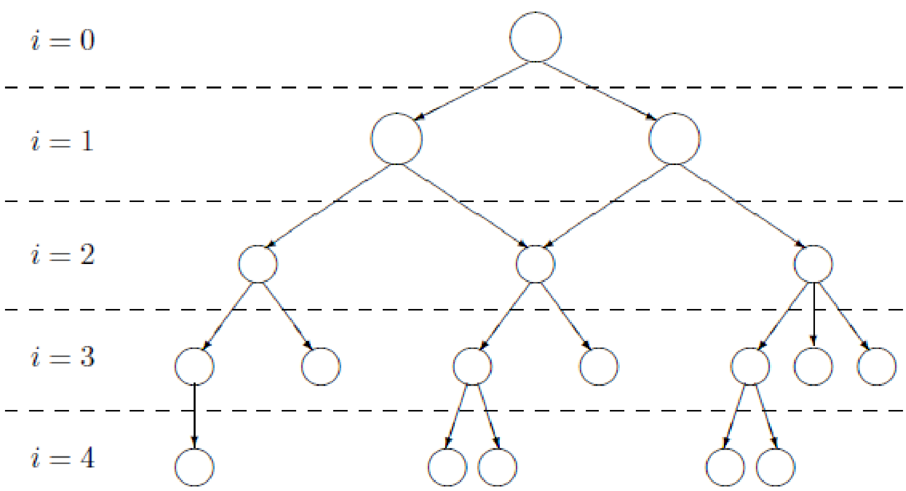
Поток власти внутри иерархии возникает в результате того, что любой институт принимает к исполнению властные распоряжения, идущие от старших звеньев, и сам, в свою очередь, отдаёт распоряжения младшим. При этом происходит некоторое перераспределение власти между ступенями иерархии, которое может осуществляться двумя способами: через близкодействие и дальнодействие. В работе рассматривается только первый вариант, в котором не учитывается передача приказа «через голову»: начальник передаёт распоряжения только ближайшим подчинённым. Одним из главных принципов, заложенных в основу модели, выступает *поведенческий постулат*: власть в иерархии может передаваться только от инстанций с большей текущей властью к инстанциям с меньшей. Скорость передачи при этом пропорциональна разнице между значениями текущей власти инстанций.

Гражданское общество также может влиять на текущий уровень власти. *Реакцией общества* будем называть его ответ на действия того или иного института власти. Каждая инстанция также имеет собственные предпочтения относительно текущего уровня власти, которые выражаются в *реакции иерархии*. Кроме того, каждая инстанция может по-разному откликаться на выражение воли общества. В этом проявляется *восприимчивость иерархии* к реакции гражданского общества.

Предполагается, что все партнёры в системе «власть – общество» законопослушны.

Рисунок 1

Пример разветвлённой властной иерархии



Иерархическую структуру удобно представлять в виде ориентированного графа, в котором каждая вершина обозначает инстанцию, и начальники соединены направленными рёбрами только с непосредственными подчинёнными. Каждой его вершине соответствует номер уровня в иерархии *i* и номер вершины в данном уровне *j*. Инстанции характеризуются реальным уровнем власти $p(i, j, t)$ и желаемым («идеальным») с точки зрения партнёров системы «власть – общество» уровнем власти $p_0(i, j, t)$. Так, на рисунке 1 приведён пример иерархии, в которой на верхнем (нулевом) уровне находится один иерарх, имеющий в подчинении две инстанции первого уровня и т. д. Причём инстанции могут быть, вообще говоря, в двойном подчинении, как, например, вторая инстанция на втором уровне. При этом скорости передачи властных полномочий от двух начальников к подчинённому могут быть разными, за это в модели отвечает соответствующий параметр.

Основной задачей является вычисление уровня власти инстанций $p(i, j, t)$, исходя из начального распределения власти, указанных характеристик иерархии и гражданского общества. К настоящему времени хорошо изучены цепочечные иерархий (каждая инстанция имеет ровно одного непосредственного подчинённого), а также имеется много результатов по регулярным древовидным иерархиям с одной вершиной на верхнем уровне (см., например, [3]; для таких структур вводится понятие коррумпированности инстанции, исследуются стратегии ограничения коррупции ([5]), изучается случай, когда реакция гражданского общества представляет собой периодическую во времени функцию ([6]) и т. д.).

1.3. Постановка задачи

Определим величину *дефекта власти* в момент времени *t* через следующий функционал:

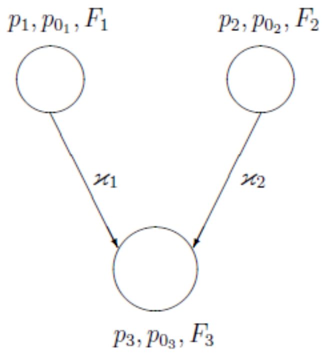
$$D(t) = \sum_{i,j} \left| p_0(i, j, t) - p(i, j, t) \right| \tag{1.3.1}$$

В некотором смысле величина дефекта власти D(t) интегрально отражает уровень политической напряжённости в иерархической структуре: чем больше инстанции отклоняются от желаемых полномочий, тем сильнее реакция системы «власть – общество», направленная на возвращение уровня власти к «идеальному».

Рассмотрим простейший случай дуумвирата – иерархии с двумя инстанциями на верхнем уровне. У главных «иерархов» в общем подчинении находится третья инстанция, которая представляет совокупность всех подчинённых.

Рисунок 2

Трёхточечная модель дуумвирата



Иерархию на рисунке 2 можно получить из иерархии, изображённой на рисунке 1, если убрать инстанцию нулевого уровня и объединить инстанции, начиная со второго уровня и ниже, в одну.

Ввиду малого количества инстанций в трёхточечной модели для простоты двойные индексы не используются. Каждая инстанция описывается значением реального уровня власти p_i и значением желаемого уровня власти p_{0i}, а также величиной реакции системы F_i.

В дальнейшем вводится ряд упрощений, позволяющих без потери сути задачи провести как аналитическое, так и численное исследование, результаты которого хорошо интерпретируемы. Будем предполагать, что при передаче власти осуществляется только механизм близкодействия. Скорость передачи власти от первого и второго дуумвиров подчинённому определяется параметрами κ_1 и κ_2 соответственно, а также разностью между текущими уровнями власти.

Динамика величин реальной власти инстанций в данной трёхточечной модели описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_1}{dt} = F_1 - \kappa_1(p_1 - p_3) \\ \dfrac{dp_2}{dt} = F_2 - \kappa_2(p_2 - p_3) \\ \dfrac{dp_3}{dt} = F_3 + \kappa_1(p_1 - p_3) + \kappa_2(p_2 - p_3) \end{cases} \qquad (1.3.2)$$

Система (1.3.2) представляет собой запись локального «закона сохранения власти» – скорость изменения уровня власти в инстанции определяется разностью протекающих через неё потоков власти и интенсивностью реакции системы.

Основная задача для базовой модели – получение аналитического решения и изучение зависимости величины дефекта власти от распределения полномочий между дуумвирами и поведенческих характеристик системы.

Решение системы уравнений (1.3.2) зависит от конкретного вида функций реакции системы F_i, а также от характера зависимости величин κ_1 и κ_2 от текущих уровней власти инстанций.

Ограничимся изучением систем, в которых величина реакции системы на *i*-ую инстанцию пропорциональна разности между желаемым и реальным уровнями власти:

$$F_i = k_i(p_{0i} - p_i),\ k_i > 0, \qquad (1.3.3)$$

а параметры k_1, k_2, κ_1 и κ_2 считаются постоянными величинами. Система (1.3.2) с учётом этих предположений примет следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_1}{dt} = k_1(p_{01} - p_1) - \kappa_1(p_1 - p_3) \\ \dfrac{dp_2}{dt} = k_2(p_{02} - p_2) - \kappa_2(p_2 - p_3) \\ \dfrac{dp_3}{dt} = k_3(p_{03} - p_3) + \kappa_1(p_1 - p_3) + \kappa_2(p_2 - p_3) \end{cases} \qquad (1.3.4)$$

Из данной линейной системы находятся текущие уровни власти инстанции p_1, p_2 и p_3, что позволяет вычислить как отклонения реальных уровней власти от желаемых уровней власти, т. е. величины $(p_1 - p_{01})$, $(p_2 - p_{02})$ и $(p_3 - p_{03})$, так и сам дефект власти (1.3.1).

2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ

2.1 Общее решение простейшей задачи дуумвирата

Для аналитического изучения системы линейных дифференциальных уравнений (1.3.5) допустим, что «инфраструктурные» характеристики иерархии однородны, то есть $k_1{=}k_2{=}k_3{=}\,k$ и $\kappa_1{=}\kappa_2{=}\,\kappa$. Это предположение означает одинаковый характер реакции системы на текущий уровень власти для всех трёх инстанций, с одной стороны, а с другой стороны – интенсивность передачи власти от каждого из дуумвиров к подчинённому по одному и тому же линейному закону.

При указанных условиях на параметры κ и k приходим к следующей формуле для общего решения системы линейных дифференциальных уравнений (1.3.4):

$$\begin{pmatrix} p_1 - p_{01} \\ p_2 - p_{02} \\ p_3 - p_{03} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{p_{02}\kappa^2 - p_{01}\kappa(2\kappa + k) + p_{03}\kappa(\kappa + k)}{(\kappa + k)(3\kappa + k)} \\ \dfrac{p_{01}\kappa^2 - p_{02}\kappa(2\kappa + k) + p_{03}\kappa(\kappa + k)}{(\kappa + k)(3\kappa + k)} \\ \dfrac{\kappa(p_{01} + p_{02} - 2p_{03})}{(3\kappa + k)} \end{pmatrix} + C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-kt} +$$

$$+ C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-(k+\kappa)t} + C_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} e^{-(k+3\kappa)t} \qquad (2.1.1)$$

Заметим, что в формуле (2.1.1) слагаемое, соответствующее частному решению неоднородной системы (1.3.4)

$$\begin{pmatrix} \dfrac{p_{02}\kappa^2 - p_{01}\kappa(2\kappa + k) + p_{03}\kappa(\kappa + k)}{(\kappa + k)(3\kappa + k)} \\ \dfrac{p_{01}\kappa^2 - p_{02}\kappa(2\kappa + k) + p_{03}\kappa(\kappa + k)}{(\kappa + k)(3\kappa + k)} \\ \dfrac{\kappa(p_{01} + p_{02} - 2p_{03})}{(3\kappa + k)} \end{pmatrix}, \qquad (2.1.2)$$

не зависит от времени. В то же время общее решение *y* однородной системы, соответствующей системе (1.3.4),

$$y = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-kt} + + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-(k+\kappa)t} + C_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} e^{-(k+3\kappa)t} \qquad (2.1.3)$$

в силу положительности коэффициентов κ и k экспоненциально убывает со временем. Таким образом, у системы (1.3.4) существует стационарное решение, которое и будет изучаться в дальнейшем.

2.2. Анализ зависимости величины дефекта власти от параметров в стационарном случае

Будем варьировать соотношение желаемых уровней власти инстанций. Рассмотрим стационарное решение (2.1.2) системы (1.3.4). Заметим, что при равных между собой желаемых уровнях власти дефект власти будет нулевым, то есть властные полномочия, в конечном итоге, распределятся между тремя инстанциями равномерно.

Ограничим наше рассмотрение случаем фиксированного значения желаемого уровня власти третьей инстанции (т. е. совокупности инстанций нижнего уровня) и постоянной суммы желаемых уровней власти дуумвиров:

$$p_{03} = const \text{ и } p_{01} + p_{02} = const. \qquad (2.2.1)$$

Данная постановка означает, что сумма желаемой власти всей иерархии неизменна, а изменение объёмов желаемой власти дуумвиров обусловлено лишь перераспределением властных полномочий между ними.

Из условия (2.2.1) с учётом предположения об однородности параметров иерархии κ и k следует, что третья компонента функционала дефекта власти (1.3.1)

$$p_3 - p_{03} = \frac{\kappa(p_{01} + p_{02} - 2p_{03})}{(3\kappa + k)} \qquad (2.2.2)$$

постоянна. Поскольку величина $(\kappa + k)(3\kappa + k)$ также фиксирована, то величина дефекта власти минимальна при тех же значениях p_{01} и p_{02}, при которых будет иметь минимум вспомогательная функция

$$D^* = \left|p_{02}\kappa^2 - p_{01}\kappa(2\kappa + k) + p_{03}\kappa(\kappa + k)\right| + \left|p_{01}\kappa^2 - p_{02}\kappa(2\kappa + k) + p_{03}\kappa(\kappa + k)\right|.$$

Опуская детали, получаем в итоге выражение для минимума дефекта власти через параметры задачи

$$D = \frac{2\kappa\left|p_{0_3} - \dfrac{p_{0_1} + p_{0_2}}{2}\right|}{3\kappa + k}. \qquad (2.2.3)$$

Заметим, что минимум величины дефекта власти достигается при значениях p_{01} из промежутка

$$\left[\min\left\{\frac{\kappa C + (\kappa + k)p_{03}}{3\kappa + k}, \frac{(2\kappa + k)C - (\kappa + k)p_{03}}{3\kappa + k}\right\};\right.$$

$$\left.\max\left\{\frac{\kappa C + (\kappa + k)p_{03}}{3\kappa + k}, \frac{(2\kappa + k)C - (\kappa + k)p_{03}}{3\kappa + k}\right\}\right] \qquad (2.2.4)$$

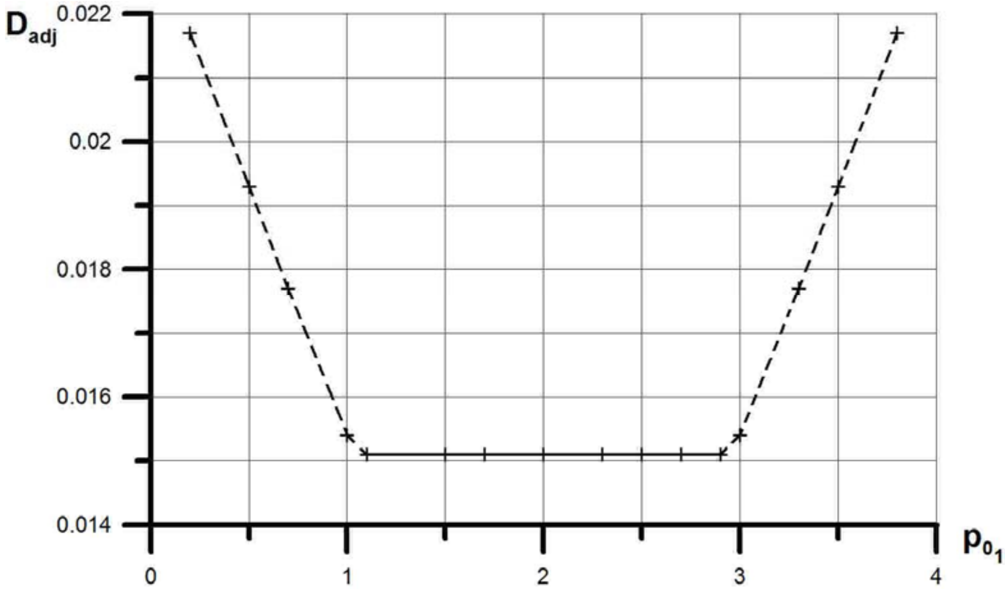
Итак, при изменениях значения желаемого уровня власти p_{01} в границах отрезка (2.2.4) величина дефекта власти не изменяется и остаётся минимальной.

На рисунке 3 приведён график зависимости относительного дефекта власти (т. е. дефекта власти, поделённого на суммарный уровень желаемой власти иерархии) от параметра p_{01}. Пунктиром отмечены участки с наличием в системе «обратных потоков власти». Они соответствуют тем значениям p_{01}, при которых власть начинает передаваться от подчинённой инстанции к одному из дуумвиров.

Рисунок 3

Результат численного эксперимента для значений параметров

$p_{01} + p_{02} = 4;\ p_{03} = 1;\ k = 0.5;\ \kappa = 0.01$



Легко показать, что в симметричном случае ($k_1 = k_2 = k_3 = k$ и $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$) трёхточечной модели «обратный поток» власти, не рассматриваемый в силу сформулированного в разделе 1.2 поведенческого постулата, отсутствует только на отрезке (2.2.4). Тем самым дефект власти представляет собой постоянную на отрезке (2.2.4) функцию от желаемого уровня власти p_{01}.

Из данного рассмотрения видно, что *существует область значений желаемого уровня власти первого дуумвира («полочка»), в пределах которой у иерархов есть возможность политических манёвров, не приводящих к негативному влиянию на стабильность системы в целом. При такой «игре» дефект власти минимален и постоянен.*

Отметим, что как видно из (2.2.4), «область манёвра» при $p_{01} + p_{02} \to 2p_{03}$ вырождается в точку, то есть дефект власти имеет минимум в единственной точке.

2.3. Общий случай базовой модели

Исследуем теперь стационарное решение системы (1.3.4), не предполагая однородности параметров κ_1, κ_2 и k_1, k_2, k_3:

$$\begin{cases} k_1(p_{01} - p_1) - \kappa_1(p_1 - p_3) = 0 \\ k_2(p_{02} - p_2) - \kappa_2(p_2 - p_3) = 0 \\ k_3(p_{03} - p_3) + \kappa_1(p_1 - p_3) + \kappa_2(p_2 - p_3) = 0 \end{cases} \qquad (2.3.1)$$

Оно имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{01} + \dfrac{\kappa_1}{\kappa_1 + k_1} \dfrac{k_3\left(p_{03} - p_{01}\right) + \dfrac{k_2\kappa_2}{\kappa_2 + k_2}\left(p_{02} - p_{01}\right)}{k_3 + \dfrac{k_1\kappa_1}{\kappa_1 + k_1} + \dfrac{k_2\kappa_2}{\kappa_2 + k_2}} \\ p_{02} + \dfrac{\kappa_2}{\kappa_2 + k_2} \dfrac{k_3\left(p_{03} - p_{02}\right) + \dfrac{k_1\kappa_1}{\kappa_1 + k_1}\left(p_{01} - p_{02}\right)}{k_3 + \dfrac{k_1\kappa_1}{\kappa_1 + k_1} + \dfrac{k_2\kappa_2}{\kappa_2 + k_2}} \\ p_{03} + \dfrac{\dfrac{k_1\kappa_1}{\kappa_1 + k_1}\left(p_{01} - p_{03}\right) + \dfrac{k_2\kappa_2}{\kappa_2 + k_2}\left(p_{02} - p_{03}\right)}{k_3 + \dfrac{k_1\kappa_1}{\kappa_1 + k_1} + \dfrac{k_2\kappa_2}{\kappa_2 + k_2}} \end{pmatrix} \qquad (2.3.2)$$

В силу положительности всех коэффициентов, стационарные уровни власти, как нетрудно видеть, будут положительными (при $k_1 = k_2 = k_3 = k$ и $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$ решение (2.3.2) совпадает со стационарным решением (2.1.1)).

Когда значения параметров κ_1, κ_2 и k_1, k_2, k_3 различны, аналитическое изучение решения (2.3.2) затруднительно. Вычислительные эксперименты приводят к следующим результатам:

а) существует лишь одна точка, в которой достигается минимум дефекта власти по параметру p_{01}.

Вместо отрезка, на котором дефект власти принимает минимальное значение в симметричном случае, в рассматриваемой ситуации функционал дефекта власти достигает минимума в точке на границе области допустимых значений параметров системы (при которых отсутствуют обратные потоки власти).

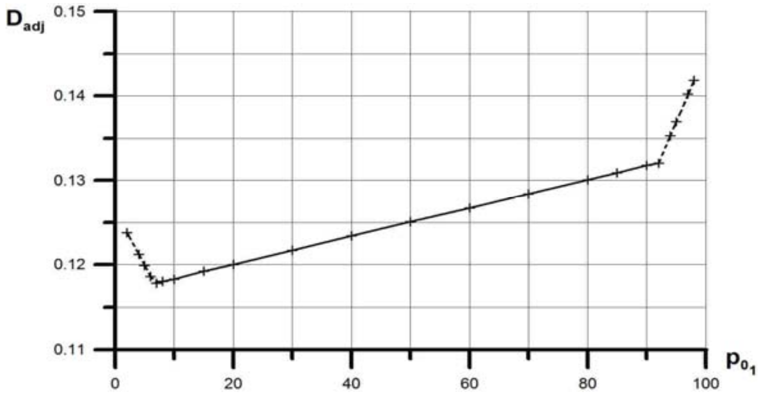
На рисунке 4 приведён график зависимости относительного дефекта власти от желаемого уровня власти p_{01}. Пунктиром отмечены части графика, соответствующие обратному потоку власти в системе. В области допустимых значений p_{01} зависимость дефекта власти от желаемого уровня власти линейная;

б) дефект власти монотонно убывает при увеличении отношения κ_1/κ_2.

Рисунок 4

Результат численного эксперимента для значений параметров

$p_{01} + p_{02} = 100;\ p_{03} = 1;\ k_1 = 1.1;\ k_2 = 0.9;\ \kappa_1 = 0.09;\ \kappa_2 = 0.07$

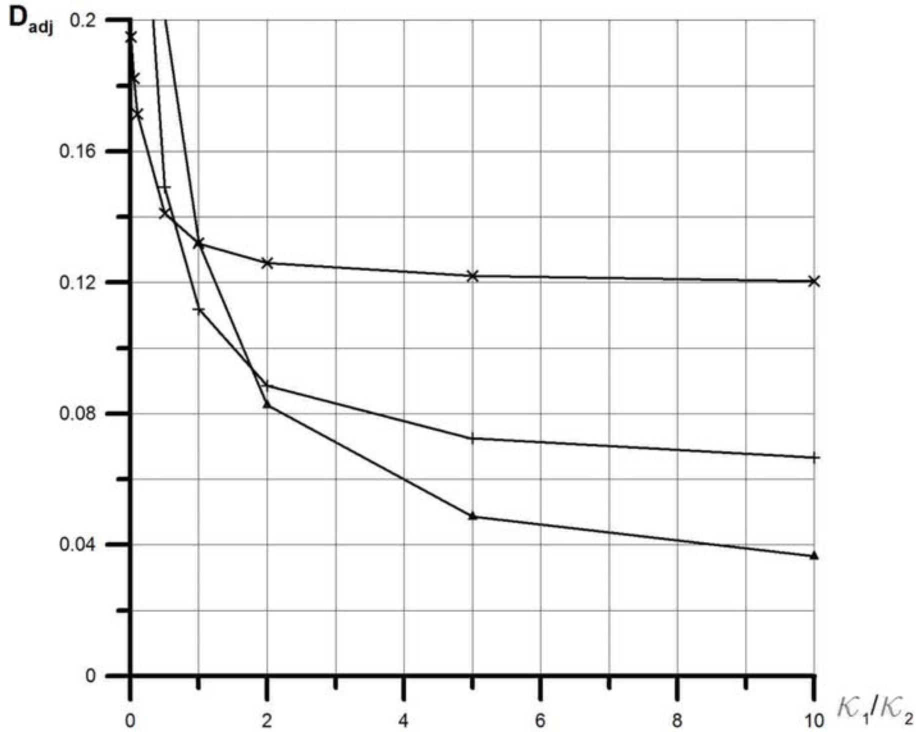


На рисунке 5 приведены графики зависимости относительного дефекта власти от соотношения параметров κ_1 и κ_2 (меняется κ_2) для трёх значений величины p_{01}/p_{02}.

Рисунок 5

Зависимость дефекта власти от соотношения параметров κ_1 и κ_2:

$p_{03} = 1; \kappa_1 = 0.05; + : p_{01} = p_{02} = 5;\ \Delta : p_{01} = 4, p_{02} = 16; \times : p_{01} = 16, p_{02} = 4$.



Минимум функционала в области допустимой вариации параметров, как видно, не достигается. Более того, гиперболический характер зависимости позволяет сделать качественный вывод о мероприятиях по уменьшению уровня политической напряжённости в иерархической системе.

А именно, можно резюмировать, что *есть смысл воздействовать на характеристики κ_1 и κ_2, отвечающие за скорость передачи властных распоряжений от дуумвиров их подчинённым, только в случаях, когда значения параметров κ_1 и κ_2 мало друг от друга отличаются*. При сильном отличии κ_1 и κ_2, дефект власти менее чувствителен к их изменению;

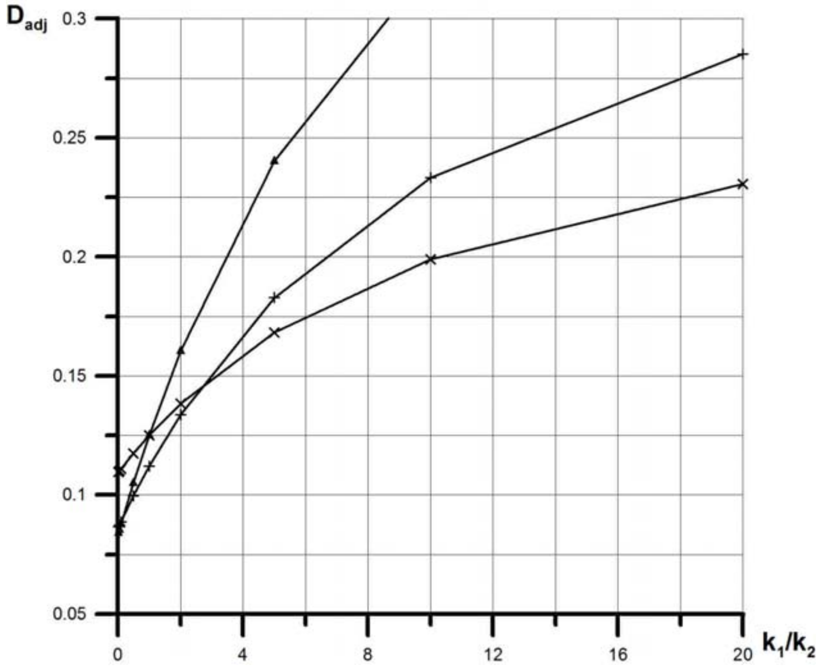
в) дефект власти монотонно возрастает при увеличении отношения k_1/k_2.

Зависимость относительного дефекта власти от соотношения параметров k_1 и k_2 продемонстрирована на рисунке 6 (меняется k_2) для трёх значений величины p_{01}/p_{02}. Во всех случаях величина дефекта монотонно возрастает с увеличением отношения коэффициентов k_1 и k_2, отвечающих за силу реакции системы на действия властной иерархии. *Сильное различие в значениях этих параметров имеет место при выраженной диспропорции в оценке политики дуумвиров обществом и увеличивает нестабильность системы «власть – общество» в целом.*

Рисунок 6

Зависимость дефекта власти от соотношения параметров k_1 и k_2:

$p_{03} = 1;\ k_1 = 0.5;\ +: p_{01} = p_{02} = 5;\ \ \Delta: p_{01} = 5, p_{02} = 10;\ \times: p_{01} = 10, p_{02} = 5$.

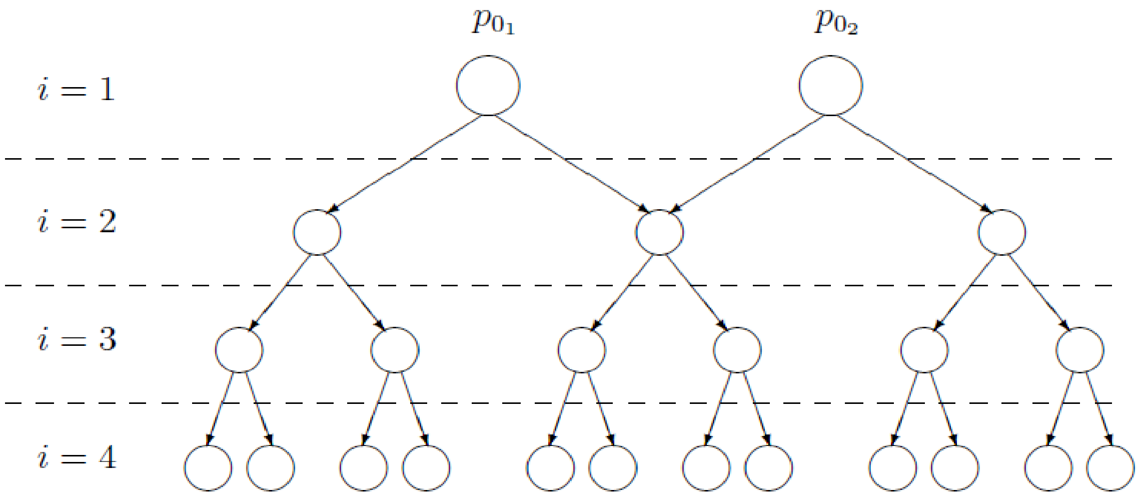


2.4. Численное исследование многоуровневых иерархий

В предыдущих разделах рассматривались упрощённые иерархии, состоящие всего из трёх инстанций: двух на верхнем уровне и одной подчинённой. Поскольку аналитическое исследование обобщающих трёхточечную модель разветвлённых многоточечных моделей крайне затруднительно, то для сложных иерархий (например, как на рисунке 7) будем пользоваться результатами численных экспериментов.

Рисунок 7

Пример многоуровневой иерархии дуумвирата



Вычислительные эксперименты с разветвлёнными иерархиями подтверждают, что основные свойства трёхточечной модели переносятся и на многоточечную модель, а именно:

а) в симметричном случае существует отрезок значений желаемого уровня власти первого дуумвира, на котором дефект власти постоянен и минимален;

б) в несимметричном случае существует лишь одна точка, в которой достигается минимум дефекта власти относительно p_{01}*;*

в) дефект власти монотонен по параметрам κ *и* k*;*

г) профиль дефекта власти непрерывно зависит от параметров κ *и* k.

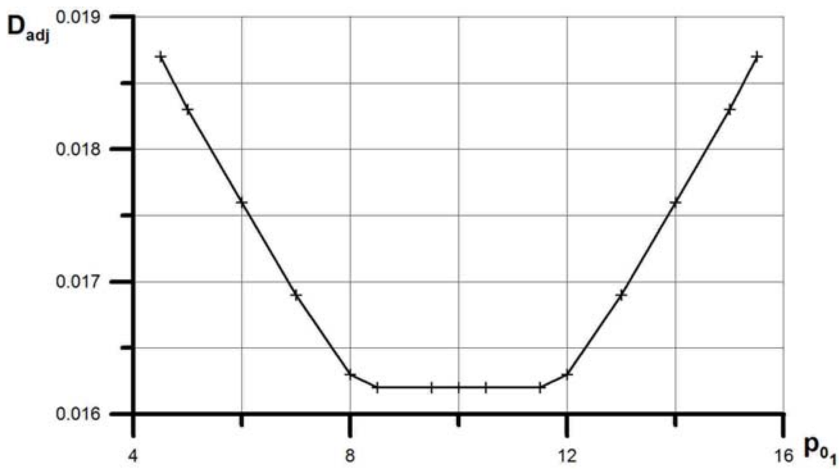
Рассмотрим пример, иллюстрирующий первый вывод. Параметры κ и k заданы одинаковыми для всех вершин (рис. 7). Желаемый уровень власти для инстанций второго уровня равен 4, третьего – 2 и четвертого – 1. Фиксирована суммарная власть на верхнем уровне.

Результаты расчётов (рис. 8) показывают, что *«поле для компромисса» в виде промежутка, на котором дефект власти принимает минимальное значение, присутствует и в многоточечной модели*. Отметим, что, в отличие от трёхточечной модели, дефект власти в области допустимых значений желаемого уровня власти p_{01} не постоянен (ср. с рисунком 3).

Рисунок 8

Результат численного эксперимента для значений параметров

$p_{01} + p_{02} = 20; k = 0.5; \kappa = 0.01$



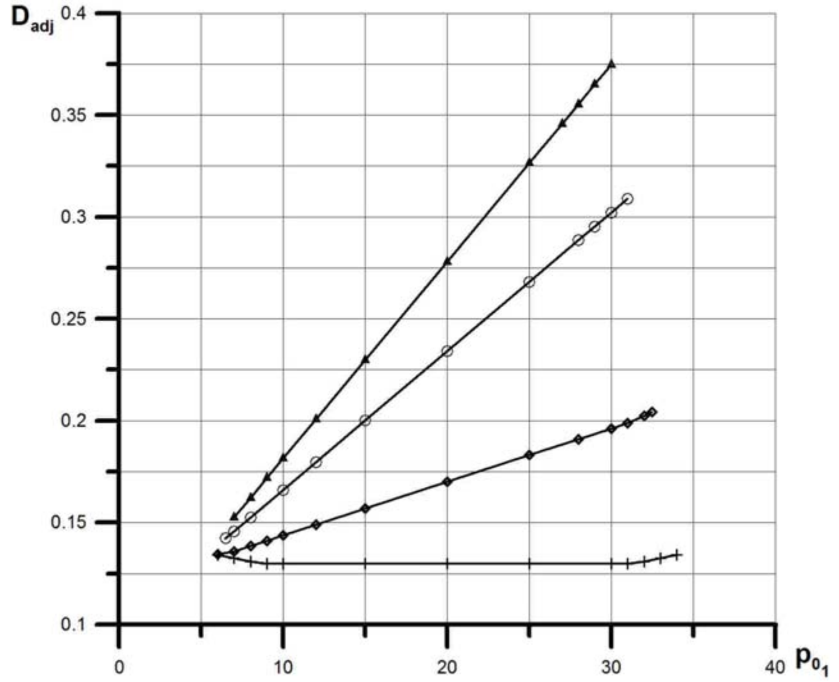
Рассмотрим теперь профили дефекта власти (графики зависимости дефекта власти от желаемого уровня власти одного из дуумвиров). На рисунке 9 приведены 4 профиля относительного дефекта власти для симметричного случая ($\kappa_1 = \kappa_2$) и трёх разных значений соотношения параметров κ_1 и κ_2.

Как отмечалось выше, в случае равенства κ_1 и κ_2 минимум функционала дефекта власти достигается на отрезке. При отклонении значений параметров от однородного случая, минимум принимается лишь в одной точке (заметим также, что при $\kappa_1/\kappa_2 \to 1$ профили дефекта власти непрерывно стремятся к профилю в симметричном случае).

Рисунок 9

Зависимость относительного дефекта от параметров κ_1 и κ_2

$p_{01} + p_{02} = 40; \kappa_2 = 0.05; + : \kappa_1/\kappa_2 = 1; \Diamond : \kappa_1/\kappa_2 = 2; \text{o} : \kappa_1/\kappa_2 = 5; \Delta : \kappa_1/\kappa_2 = 10$



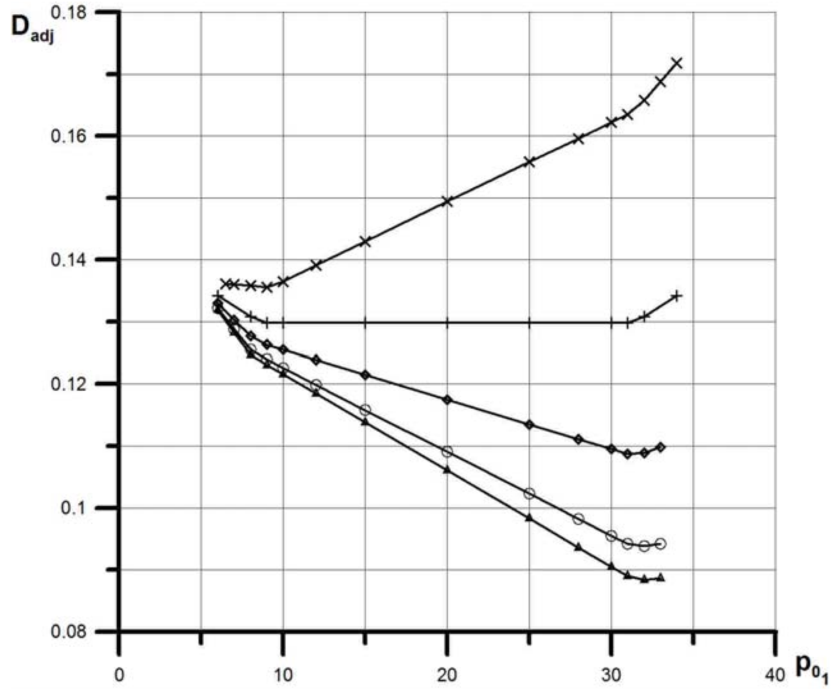
Аналогичная закономерность имеет место и при рассмотрении зависимости дефекта власти от параметра k (рис. 10).

Рисунок 10

Зависимость относительного дефекта от параметров k_1 и k_2.

$\times : k_1/k_2 = 0.5; + : k_1/k_2 = 1; \Diamond : k_1/k_2 = 2; \text{o} : k_1/k_2 = 5; \Delta : k_1/k_2 = 10;$

$p_{01} + p_{02} = 40; k_2 = 0.5$



3. Выводы

Предложенная базовая модель дуумвирата является простым математическим инструментом для анализа политических систем с двумя центрами власти. Она позволяет ставить содержательные задачи о функционировании таких иерархий и давать оценки тем или иным стратегиям участников системы «власть – общество». Рассмотренный в работе функционал *дефект власти* позволяет изучить оптимальные, с точки зрения согласованного гармоничного взаимодействия властной иерархии и гражданского общества, режимы функционирования дуумвирата.

Для простейшей иерархии аналитически получено выражение для дефекта власти и исследованы его свойства в зависимости от параметров системы. Показано, что величина дефекта может иметь минимум не при единственном распределении власти между инстанциями верхнего уровня. Отрезок минимума дефекта власти можно воспринимать как «поле для компромисса». То есть можно строить иерархию так, чтобы максимально учесть, в указанном смысле, интересы общества. Полученные результаты подтверждены и для «реальных» (многоточечных) иерархий.

* * *

Автор признателен К.В. Медведеву и Е.А. Горбатикову за полезное обсуждение и проведение численных расчетов.

Литература

1. *Михайлов А.П.* Математическое моделирование динамики распределения власти в иерархических структурах // Математическое моделирование, 1994. Т. 6, № 6. С. 108–138.

2. *Михайлов А.П.* Моделирование системы «Власть – Общество». М.: Физматлит, 2006. 144 с.

3. *Самарский А.А., Михайлов А.П.* Математическое моделирование. М.: Физматлит, 2006. 320 с.

4. *Михайлов А.П., Горбатиков Е.А.* Базовая модель дуумвирата в системе власть – общество // Математическое моделирование, 2011. Т. 23, № 12 (в печати).

5. *Михайлов А.П., Ланкин Д.Ф.* О конструкциях властных иерархий // Математическое моделирование, 2009. Т. 21, № 8. С. 108–120.

6. *Михайлов А.П., Ланкин Д.Ф.* Моделирование оптимальных стратегий ограничения коррупции // Математическое моделирование, 2006. Т. 18, № 12. С. 115–124.

7. *Петров А.П.* О модели «власть – общество» с периодической функцией реакции гражданского общества // Математическое моделирование, 2008. Т. 20, № 11. С. 80–88.