



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 51 за 2010 г.



Воронков А.В., Галанин М.П.,
Родин А.С.

Математическое
моделирование работы
МГД-насоса

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Воронков А.В., Галанин М.П., Родин А.С. Математическое моделирование работы МГД-насоса // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2010. № 51. 36 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-51>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Ордена Ленина Институт прикладной математики
им. М. В. Келдыша

А.В. Воронков, М. П. Галанин, А. С. Родин

Математическое моделирование работы МГД-насоса

Москва – 2010

А.В. Воронков, М. П. Галанин, А. С. Родин

Математическое моделирование работы МГД-насоса

Аннотация

В работе представлена пространственно двумерная цилиндрически симметричная нестационарная по времени математическая модель МГД-насоса. Для описания электромагнитных полей использовано МГД-приближение уравнений Максвелла, для описания движения по каналу жидкого теплоносителя использованы уравнения Навье-Стокса, записанные в терминах функций вихря и тока. Рассмотрена расчетная область, включающая в себя сердечник, канал, пазы и ярмо индуктора.

Проведено исследование зависимости работы насоса от различных параметров: количества фаз в электрической цепи, амплитуды, частоты и смещения тока в цепи, расхода металла. Выполнен расчет для насоса с заданным набором параметров, и проведено сравнение полученных результатов с результатами инженерных расчетов для аналогичного насоса.

A.V. Voronkov, M.P. Galanin, A.S. Rodin

The mathematical modeling of the MHD pump

Abstract

2D cylindrical symmetrical nonstationary mathematical model of the MHD pump is presented in the paper. To describe electromagnetic fields the MHD approximation of Maxwell's equations is used. To describe the movement of heat-transfer fluid in the pump passage the Navier-Stokes equations in terms of flow function and rotation function are used. The calculation region includes ferromagnetic core, pump passage, inductance coils and magnet frame of inductor.

The researches of pump operation dependence on the number of phases in electric circuit, magnitude and frequency of current, metal consumption are conducted. The calculation for the pump with the intended set of parameters is carried out and the comparison of calculation results with engineering analysis results is presented.

Содержание

1. Постановка задачи и физическая модель	3
2. Математическая модель	5
3. Численная модель	10
4. Физические и геометрические характеристики насоса	15
5. Результаты моделирования работы насоса	16
6. Заключение	35
Список литературы	36

1. Постановка задачи и физическая модель

Одной из проблем в конструировании ядерных реакторов с жидкометаллическим теплоносителем является создание эффективных насосов для перекачки жидкого металла, используемого в контуре охлаждения. Возможным решением данной проблемы является применение электромагнитных насосов, работающих по принципу индуктивного электромагнитного ускорителя. Несомненным преимуществом такой конструкции является ее сравнительная простота и полное отсутствие движущихся деталей.

На сегодняшний день реально достигнутым уровнем к.п.д. насоса можно считать $\approx 10\div 15\%$ для одноиндукторного насоса и $\approx 20\%$ для двухиндукторного исполнения. Эти уровни могут считаться приемлемыми и обеспечивают возможность реального внедрения разработанной технологии для реакторов малой мощности.

Вместе с тем повышение к.п.д. насосов до уровня 25% позволило бы существенно улучшить эксплуатационные характеристики разрабатываемых реакторов и заметно расширить область применения (по уровню мощности) насосов рассматриваемого типа.

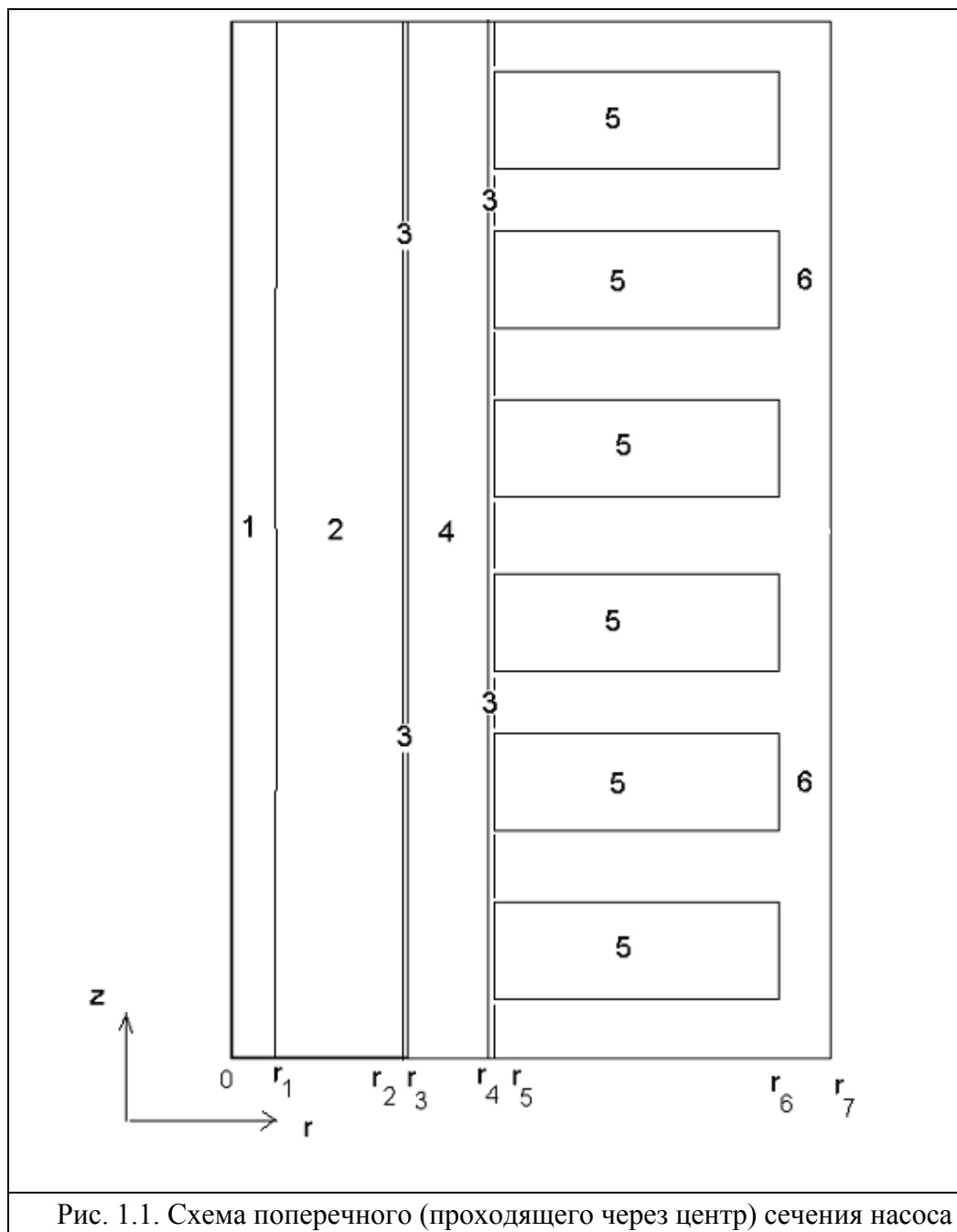
Проблемой при создании новых образцов МГД-насосов является относительно низкая точность инженерных методов расчета МГД-насосов, включая вопросы расчета их характеристик в номинальных условиях. Эффективным способом исправления этих недостатков являются прецизионные методы математического и численного моделирования.

В связи с вышеизложенным и поставлена задача создания методики расчета МГД-насосов на основе совместного решения уравнений Навье-Стокса и Максвелла в двумерном приближении.

На рис. 1.1 представлена условная схема проходящего через плоскость симметрии поперечного разреза рассматриваемого насоса (половина сечения). Цифрами обозначены следующие детали: 1 – вал (сплошной цилиндр радиусом r_1), 2 – сердечник (трубка с внутренним радиусом r_1 и внешним радиусом r_2), 3 – обечайки (стенки канала), 4 – канал (внутренний радиус r_3 и внешний радиус r_4), 5 – пазы, в которые уложена медная обмотка (внутренний радиус r_5 и внешний радиус r_6), 6 – ярмо индуктора (внешний радиус r_7). Вся конструкция имеет высоту L по оси z .

Предполагается, что насос имеет цилиндрическую симметрию по углу φ . В соответствии с этим предположением далее будет рассматриваться пространственно двумерная цилиндрически симметричная нестационарная по времени

модель течения сплошной несжимаемой среды в канале электромагнитного насоса. Задача решается в описываемой области с постановкой условий ограниченности решения на оси цилиндра.



В соответствии с двумерностью модели сердечник и ярмо индуктора считаются полностью заполненными ферромагнитным материалом.

По каналу под действием силы Лоренца течет вязкий жидкий металл. Расчетная область является неизменной во времени. Металл поступает через нижнюю границу канала, соответствующую $z=0$, и удаляется через верхнюю границу, соответствующую $z=L$.

Активную часть насоса можно разбить на несколько условных секций. Рассматриваемая расчетная область (рис. 1.1) соответствует ячейке периодичности магнитного поля – одной паре полюсов. Для насоса с трехфазным током расчетная область включает в себя 6 или 12 пазов (для случаев, когда на полюс и фазу приходится соответственно 1 или 2 паза).

Требуется по начальным и граничным данным, физическим характеристикам сред рассчитать напряженность электрического и магнитного полей, скорость и давление жидкого металла.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 09-01-00151).

2. Математическая модель

На текущем этапе развития модели принято, что во всей области насоса установилась постоянная температура, равная требуемой температуре закачиваемого жидкого металла.

2.1. Электродинамическая часть

Электродинамическая часть модели основана на системе уравнений Максвелла в МГД-приближении. В безразмерном виде они принимают следующий вид (см. [1, 2, 13]):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \text{rot}([\mathbf{v} \times \mathbf{B}] - \mathbf{E}), \\ \text{rot} \frac{1}{\mu} \mathbf{B} &= 4\pi \mathbf{j}, \\ \text{div} \mathbf{B} &= 0, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Здесь \mathbf{E} и \mathbf{H} – напряженности электрического (в системе координат, где вещество покоится) и магнитного полей соответственно, \mathbf{B} – магнитная индукция, μ – магнитная проницаемость, \mathbf{j} – плотность тока, $\mathbf{r} = (x, y, z) = (r, \varphi, z)$ – радиус-вектор, t – время, \mathbf{v} – скорость движения вещества (в данном случае – металла; скорость остальных частиц в данной области равна нулю), $G = G_1 \cup G_2$ – рассматриваемая область. $G_2 = \{\mathbf{r} \in G: \sigma = 0\}$ – область, занятая диэлектриком (в данной модели материал стенок канала и изоляции проводов в пазах считается неэлектропроводным); $G_1 = G \setminus G_2 = \{\mathbf{r} \in G: \sigma > 0\}$ – область, занятая проводником (материалы других деталей насоса считаются электропроводными), ∂G_1 и ∂G_2 , соответственно, их границы.

Рассматриваемая область включает в себя провода, уложенные в пазы индуктора. Когда МГД машина работает в режиме насоса, то по проводам течет ток с заданной плотностью \mathbf{j}_0 . При этом считается, что плотность индуцированных токов \mathbf{j}_{in} в проводах равна нулю. Поэтому для общей плотности тока в уравнениях Максвелла (2.1) верны следующие равенства:

$$\mathbf{j} = \begin{cases} \mathbf{j}_0 - \text{в проводах,} \\ \mathbf{j}_{in} = \sigma \mathbf{E} - \text{в остальной области.} \end{cases}$$

Благодаря наличию цилиндрической симметрии, задачу можно решать в прямоугольнике в координатах (r, z) с постановкой дополнительных условий в центре области. Введем следующие обозначения для границ этой расчетной области: $\partial G = \Gamma_{e1} \cup \Gamma_{e2} \cup \Gamma_{e3} \cup \Gamma_{e4}$. Аналогичные обозначения для границ области, заполненной жидким металлом: $\partial G_l = \Gamma_{l1} \cup \Gamma_{l2} \cup \Gamma_{l3} \cup \Gamma_{l4}$ (рис. 1.2).

Вследствие двумерности (симметрии по углу φ) задачи векторные неизвестные модели имеют следующую структуру: $\mathbf{E} = (0, E_\varphi, 0)$, $\mathbf{H} = (H_r, 0, H_z)$, $\mathbf{B} = (B_r, 0, B_z)$, $\mathbf{j} = (0, j_\varphi, 0)$, $\mathbf{v} = (v_r, 0, v_z)$, все производные по φ в (2.1) равны нулю. Таким образом, векторы \mathbf{H}, \mathbf{v} лежат в плоскости рис. 1.1, а векторы \mathbf{E}, \mathbf{j} направлены перпендикулярно плоскости рис. 1.1. Уравнения (2.1) записаны в эйлеровых координатах.

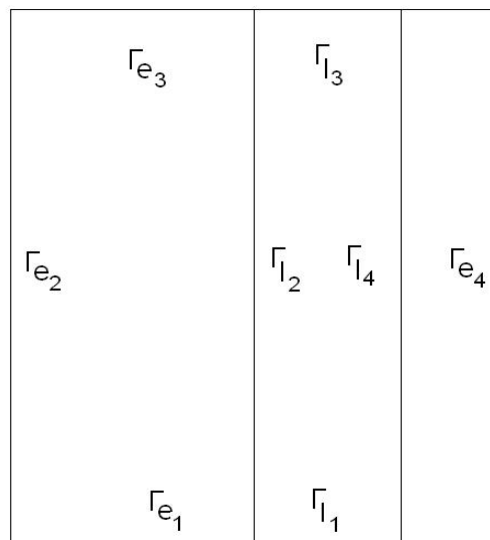


Рис. 1.2. Обозначения границ для расчетной области

Для решения системы (2.1) введем векторный потенциал \mathbf{A} [2]: $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$. Тогда последнее уравнение системы (2.1) выполняется автоматически.

В рассматриваемом случае $\mathbf{A} = (0, A_\varphi, 0)$ (при этом $\text{div}\mathbf{A} = 0$). В дальнейшем будем обозначать A_φ через A .

В итоге получаем следующую задачу для электромагнитных величин:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \text{rot } \mathbf{A}, \\ \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + [\mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{A}], \\ 4\pi\sigma\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - [\mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{A}]\right) &= -\text{rot } \frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} \text{ - в области вне проводов,} \\ 4\pi\mathbf{j}_0 &= -\text{rot } \frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} \text{ - в проводах.} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Считаем, что в начальный момент времени магнитное поле в области равно нулю, следовательно

$$A|_{t=0} = 0.$$

Для вертикальных границ области выбираем следующие условия:

$$A|_{\Gamma_{e2}} = A|_{\Gamma_{e4}} = 0.$$

(граница Γ_{e2} соответствует плоскости симметрии, а на границе Γ_{e4} поставлен экран, поэтому нормальная (по отношению к границе) компонента вектора магнитной индукции равна нулю: $B_r|_{\Gamma_{e4}} = -\frac{\partial A}{\partial z}|_{\Gamma_{e4}} = 0$).

Бегущее магнитное поле

Работа МГД-насоса основана на том, что многофазная обмотка, расположенная в пазах индуктора, создает бегущее магнитное поле, индуцирующее в слое жидкого металла электрические токи (см. [13]). Бегущее магнитное поле является периодическим, ячейка периодичности равна длине двух полюсных делений (см. [12]).

В этом случае индукция магнитного поля внутри канала насоса (в идеальном случае) меняется по синусоидальному закону:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_m \sin(\omega_0 t + \psi_0),$$

где $\mathbf{B}_m = (B_{rm}, 0, B_{zm})$ – вектор амплитуды индукции, ω_0 – частота, а ψ_0 – начальная фаза колебаний.

Граничные условия на торцах насоса должны отражать тот факт, что рассматриваемая область является лишь одной из секций насоса, что перед ней и за ней расположены идентичные секции. Периодические граничные условия можно записать в следующем виде:

$$A|_{\Gamma_{e1}} = A|_{\Gamma_{e3}}, \quad \frac{\partial A}{\partial z}|_{\Gamma_{e1}} = \frac{\partial A}{\partial z}|_{\Gamma_{e3}}. \quad (2.3)$$

На самом деле такие условия соответствуют идеальному случаю, когда в насосе отсутствует продольный краевой эффект (индуктор насоса имеет бесконечную длину). Из-за конечной длины сердечников индуктора на его концах возникают искажения нормальной структуры бегущего магнитного поля. Эти искажения простираются и в центральную часть немагнитного зазора, но при этом бегущий характер поля сохраняется (см. [12]). В дальнейшем планируется включить в модель продольный эффект и учитывать пульсирующую составляющую магнитного поля.

Магнитная проницаемость задается кривыми намагничивания, взятыми из [16], для ярма и зубцов асинхронных двигателей, сделанных из электротехнической стали. Так как одним из главных достоинств используемой марки стали является узкая петля гистерезиса (см. [11]), то искажения кривой намагничивания, связанные с гистерезисом, в модели не учитываются.

Модель паза магнитопровода

Рассмотрим устройство паза в исследуемом насосе и упрощения, принятые в модели.

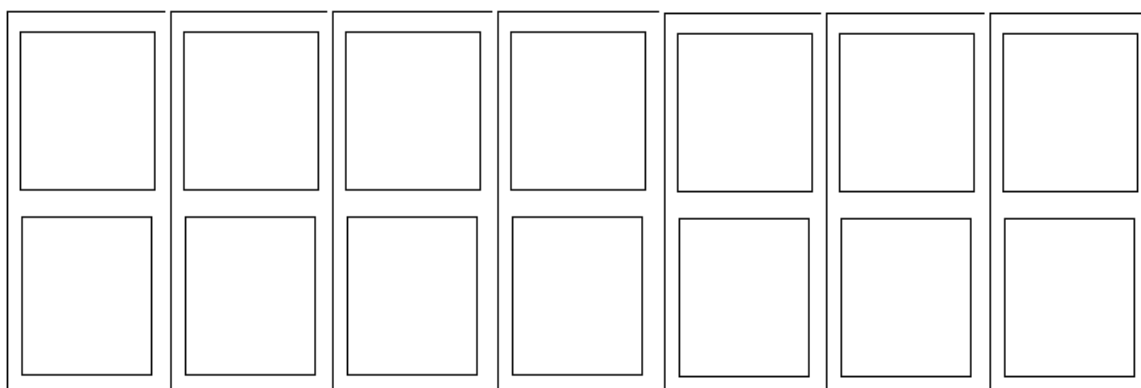


Рис. 2.1. Чертеж паза в исследуемом насосе

В конструируемом насосе паз состоит из двух рядов (рис. 2.1.), в каждый из которых уложено по 7 проводов. Кроме пазовой изоляции на каждом проводе есть еще своя изоляция. На данном этапе развития модели пазовая изоляция и изоляция проводов рассматриваются как единое целое. Плотность тока в каждом проводе соответствует заданной, и полный ток равен фазному току в моделируемом насосе.

2.2 Гидродинамическая часть

Для описания движения элементов сплошной среды в соответствии с принятой физической моделью используем систему уравнений Навье-Стокса (см. [3], [4]):

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right) = -\text{grad } p + \eta \Delta \mathbf{v} + \mathbf{F}, \quad (2.4)$$

$$\text{div } \mathbf{v} = 0.$$

Здесь ρ – плотность вещества, p – гидродинамическое давление, $\eta = \rho \nu$ – коэффициент динамической вязкости, ν – коэффициент кинематической вязкости, \mathbf{v} – вектор скорости.

Сила Лоренца имеет следующие компоненты:

$$\mathbf{F} = [\mathbf{j} \times \mathbf{H}] = \frac{1}{4\pi} [\text{rot } \mathbf{H} \times \mathbf{H}] = (j_\varphi H_z, 0, -j_\varphi H_r)^T.$$

2.2.1 Расчет скорости

Если ввести в рассмотрение (см. [5], [6]) функцию вихря

$$\boldsymbol{\omega} = \text{rot } \mathbf{v} = (0, \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r}, 0) = (0, \omega_\varphi, 0)$$

и функцию тока $\boldsymbol{\psi} = (0, \psi_\varphi, 0)$:

$$\mathbf{v} = \text{rot } \boldsymbol{\psi} = (-\frac{\partial \psi_\varphi}{\partial z}, 0, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \psi_\varphi)),$$

то можно перейти к следующей задаче:

$$\rho \left(\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} - \text{rot}[\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}] \right) = -\eta \text{rotrot } \boldsymbol{\omega} + \mathbf{F}_\boldsymbol{\omega}, \quad (2.5)$$

$$\text{rotrot } \boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\omega},$$

где $\mathbf{F}_\boldsymbol{\omega} = \text{rot} \mathbf{F}$, причем условие несжимаемости будет выполнено автоматически.

Введем следующие обозначения:

$$\xi = r \psi_\varphi, \quad \omega = \omega_\varphi.$$

На боковых стенках Γ_{12} , Γ_{14} ставятся либо условия прилипания:

$$v_r = 0, \quad v_z = 0,$$

либо условия проскальзывания (см. [10]):

$$v_r = 0, \quad \omega = 0.$$

В отличие от электромагнитной части для скорости нельзя поставить на торцах условия периодичности, т.к. это будет значить, что давления на входе в канал и выходе из канала совпадают, а это обесценивает работу насоса. Поэтому на торцах канала ставится условие равенства нулю нормальной производной вертикальной компоненты скорости; в качестве второго условия на входе кана-

ла ставится отсутствие завихренности, а на выходе – равенства нулю нормальной производной функции вихря:

$$\omega|_{\Gamma_{II}} = \frac{\partial \omega}{\partial z}|_{\Gamma_{I3}} = \frac{\partial v_z}{\partial z}|_{\Gamma_{II}, \Gamma_{I3}} = 0.$$

Если записать условие несжимаемости, то легко получить, что из поставленных граничных условий следует равенство нулю радиальной компоненты скорости на торцах канала:

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \Rightarrow v_r = 0.$$

2.2.2 Расчет давления

Введение функций тока и вихря позволяет вычислить скорости, не рассматривая давление. Но давление в свою очередь является важной характеристикой работы насоса, поэтому в модели используется дополнительное уравнение для расчета давления по уже известным значениям скорости.

Из первого уравнения (2.4) можно получить уравнение Пуассона для расчета давления:

$$-\Delta p = \rho \left(\frac{1}{2} \Delta v^2 - \operatorname{div}[\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}] \right) - \operatorname{div} \mathbf{F}. \quad (2.6)$$

В качестве граничных условий поставим условия 2 рода:

$$\nabla p \cdot \mathbf{n} = f,$$

где функция f определяется из первого уравнения Навье-Стокса (2.4):

$$f = \nabla p \cdot \mathbf{n} = \left(-\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \operatorname{grad} v^2 - [\mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{v}] \right) - \eta \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{v} + \mathbf{F} \right) \cdot \mathbf{n}. \quad (2.7)$$

Поскольку на всей границе стоят условия 2 рода, то решение определено неоднозначно. Поэтому в одной выбранной точке ставится условие первого рода: $p = 0$.

3. Численная модель

Для численного решения применяем метод конечных элементов (МКЭ). Введем в области треугольную сетку и используем следующие системы функций (см. [7]): кусочно-постоянные функции ζ_i , определенные на ячейках Дирихле, кусочно-постоянные функции χ_i , определенные на треугольниках сетки, и $\varphi_i(r, z)$ – кусочно-линейные функции, равные 1 в i -й вершине треугольника и 0 во всех остальных и называемые функциями формы.

Введем следующие аппроксимации скалярной функции $P(r, z)$ (в дальнейшем $P = A, T, \psi, \omega, v_r, v_z$):

$$P^{l1} = \sum_{i=1}^N P_i \varphi_i, \quad P^{l2} = \sum_{i=1}^N P_i \zeta_i, \quad P^{l3} = \sum_{i=1}^{N_T} P_i \chi_i,$$

где P_i – значение $P(r, z)$ в i -м узле сетки (для I_3 – в i -м треугольнике), N – число узлов сетки в расчетной области, N_T – количество треугольников в расчетной области.

Для сокращения записи сеточные величины будем обозначать так же, как и функции непрерывных переменных.

3.1 Электродинамическая часть

Применим к задаче (2.2) метод Галеркина-Петрова (см. [7]). Для этого умножим уравнения на векторные функции Φ_i, Z_i , которые в цилиндрической системе координат имеют вид $\Phi_i = (0, \varphi_i, 0)$, $Z_i = (0, \zeta_i, 0)$. Получим следующую систему (для узлов, не относящихся к проводам, \tilde{N} – количество таких узлов):

$$(4\pi\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \mathbf{Z}_i) - (4\pi\sigma [\mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{A}], \mathbf{Z}_i) + (\text{rot rot } \mathbf{A}, \Phi_i) = 0, \quad i = 1, \dots, \tilde{N},$$

где скалярное произведение задано стандартным образом в пространстве $L_2(G)$, а с учетом цилиндрической симметрии оно принимает следующий вид:

$$(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \iiint_V \mathbf{PQ} dV = 2\pi \iint_G \mathbf{PQ} r dr dz.$$

Так как множитель 2π будет присутствовать при всех слагаемых в уравнениях и может быть сокращен, то в дальнейшем он будет опускаться.

$$\text{В цилиндрической системе координат } \text{rot } \mathbf{A} = (-\frac{\partial A}{\partial z}, 0, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA)).$$

Учитывая поставленные граничные условия, для всех узлов сетки, не лежащих на границах Γ_{e2} и Γ_{e4} , верно равенство:

$$(\text{rot rot } \mathbf{A}, \Phi_i) = (\text{rot } \mathbf{A}, \text{rot } \Phi_i) + \int_{\partial G} [\text{rot } \mathbf{A} \times \Phi_i] \mathbf{n} dl = (\text{rot } \mathbf{A}, \text{rot } \Phi_i).$$

Здесь использовано известное соотношение векторного анализа (см. [4])

$$\text{div}[\mathbf{B} \times \Phi] = \Phi \text{rot } \mathbf{B} - \mathbf{B} \text{rot } \Phi.$$

Заменим производную по времени следующим разностным аналогом (см. [9]): $\frac{\partial A(\vec{r}, t)}{\partial t} \rightarrow \frac{\hat{A}(\vec{r}) - A(\vec{r})}{\tau}$, где функцию $A(\vec{r})$ считаем известной (найденной на предыдущем шаге по времени) и выберем подходящие аппроксимации для $\hat{A}(\vec{r})$. В итоге получаем следующую систему линейных уравнений для коэффи-

циентов \hat{A}_i с нового временного слоя, соответствующих внутренним узлам области, расположенным вне проводов:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\tau}(4\pi\sigma\hat{A}^{l_2}, \zeta_i) + (4\pi\sigma(\mathbf{v}^{l_3}, \nabla\hat{A}^{l_1}), \zeta_i) + (4\pi\sigma\frac{v^{l_3}}{r}\hat{A}^{l_2}, \zeta_i) + \\ & + (\frac{1}{\mu}\nabla\hat{A}^{l_1}, \nabla\varphi_i) + (\frac{1}{\mu}\frac{\hat{A}^{l_1}}{r}, \frac{\partial\varphi_i}{\partial r}) + (\frac{1}{\mu}(\frac{\partial\hat{A}^{l_1}}{\partial r} + \frac{\hat{A}^{l_1}}{r}), \frac{\varphi_i}{r}) = \frac{1}{\tau}(4\pi\sigma A^{l_2}, \zeta_i), \quad i=1, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Для внутренних узлов, относящихся к проводам, аналогичные уравнения имеют следующий вид (N_p – количество таких узлов):

$$(4\pi j_0, \zeta_i) + (\frac{1}{\mu}\nabla\hat{A}^{l_1}, \nabla\varphi_i) + (\frac{1}{\mu}\frac{\hat{A}^{l_1}}{r}, \frac{\partial\varphi_i}{\partial r}) + (\frac{1}{\mu}(\frac{\partial\hat{A}^{l_1}}{\partial r} + \frac{\hat{A}^{l_1}}{r}), \frac{\varphi_i}{r}) = 0, \quad i=1, \dots, N_p. \quad (3.2)$$

Для граничных узлов, расположенных на границах Γ_{e2} и Γ_{e4} , верно равенство: $\hat{A}_i = 0$.

Остальные электромагнитные величины вычисляются по следующим формулам.

Компоненты вектора магнитной индукции – функции кусочно-постоянные в пределах каждого треугольника:

$$\begin{aligned} (\mathbf{B}^{l_3}, \mathbf{X}_i) &= (\text{rot}\mathbf{A}, \mathbf{X}_i), \quad \mathbf{X}_i = (\chi_i, 0, \chi_i), \\ (\hat{B}_r^{l_3}, \chi_i) &= (-\frac{\partial\hat{A}^{l_1}}{\partial z}, \chi_i), \quad i=1, \dots, N_T. \\ (\hat{B}_z^{l_3}, \chi_i) &= (\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\hat{A}^{l_1}), \chi_i), \quad i=1, \dots, N_T. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Напряженность электрического поля – функция, заданная в узлах сетки:

$$(\hat{E}^{l_2}, \zeta_i) = -(\frac{\hat{A}^{l_2} - A^{l_2}}{\tau}, \zeta_i) - ((\mathbf{v}^{l_3}, \nabla\hat{A}^{l_1}), \varphi_i) - (\frac{v^{l_3}}{r}\hat{A}^{l_2}, \varphi_i), \quad i=1, \dots, N.$$

Так как проницаемость магнитного поля μ зависит от значения \mathbf{H} , то система уравнений (3.1)-(3.2) является нелинейной. Поэтому для ее решения проводим итерационный процесс, состоящий из следующих шагов:

0) Считаем, что значение всех величин на $k-1$ итерации известны, при этом $\hat{A}^{(0)} = A$.

1) Решаем систему уравнений (3.1)-(3.2), в которой $\mu = \mu(\hat{\mathbf{H}}^{(k-1)})$. В результате получаем значение векторного потенциала на новой итерации $\hat{A}^{(k)}$.

2) По формуле (3.3) определяем значение $\hat{\mathbf{B}}^{(k)}$ и находим значение компонент вектора напряженности магнитного поля (функции кусочно-постоянные в пределах каждого треугольника):

$$\hat{H}_i^{(k)} = \frac{1}{\mu(\hat{H}^{(k-1)})} \hat{B}_i^{(k)}, \quad \hat{H}_z^{(k)} = \frac{1}{\mu(\hat{H}^{(k-1)})} \hat{B}_z^{(k)}$$

3) Рассчитываем новые значения проницаемости магнитного поля $\mu(\hat{H}^{(k)}) = \hat{B}^{(k)} / \hat{H}^{(k)}$. На рис. 3.1. схематично изображена зависимость B от H .

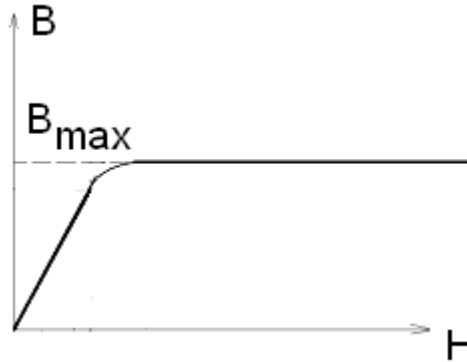


Рис.3.1. Кривая зависимости B от H .

Легко заметить, что для электротехнической стали существует максимальное значение магнитной индукции B_{\max} , соответствующее насыщению ферромагнетика.

4) Из системы уравнений (3.1) - (3.2) вычисляем значения $\hat{A}^{(k+1)}$.

5) Сравниваем значения $\hat{A}^{(k+1)}$ и $\hat{A}^{(k)}$. Если есть сходимость, то итерационный цикл закончен, переходим к следующему шагу по времени. Если сходимости нет, то увеличиваем индекс k : $k = k + 1$ и переходим к пункту 1.

3.2 Гидродинамическая часть

Применим к задаче (2.5) метод Галеркина-Петрова. Получим следующую систему (N_l – количество узлов сетки в канале насоса):

$$(\rho \frac{\partial \omega}{\partial t}, \mathbf{Z}_i) - (\rho \operatorname{rot}[\mathbf{v} \times \omega], \Phi_i) + (\eta \operatorname{rot} \operatorname{rot} \omega, \Phi_i) = (\mathbf{F}_\omega, \Phi_i), \quad i = 1, \dots, N_l,$$

$$(\operatorname{rot} \operatorname{rot} \psi, \Phi_i) = (\omega, \Phi_i).$$

Преобразуем эти выражения:

$$(\mathbf{F}_\omega, \Phi_i) = (\mathbf{F}, \operatorname{rot} \Phi_i) + \int_{\partial G} [\mathbf{F} \times \Phi_i] \cdot \mathbf{n} d\Gamma,$$

$$(\operatorname{rot} \operatorname{rot} \omega, \Phi_i) = (\operatorname{rot} \omega, \operatorname{rot} \Phi_i) + \int_{\partial G} [\operatorname{rot} \omega \times \Phi_i] \cdot \mathbf{n} dl.$$

Интеграл по границе

$$\int_{\Gamma_{l3}} [\operatorname{rot} \omega \times \Phi_i] \cdot \mathbf{n} dl = \int_{r_3}^{r_4} \frac{\partial \omega}{\partial z} \varphi_i r dr$$

равен нулю для внутренних узлов в силу структуры базисных функций, а для узлов на выходе насоса – в силу поставленных граничных условий. Т.е. дискретные уравнения в узлах на выходном торце насоса совпадают с уравнениями во внутренних точках.

Аналогично поступим с уравнением для функции тока:

$$(\text{rot rot } \Psi, \Phi_i) = (\text{rot } \Psi, \text{rot } \Phi_i) + \int_{\partial G} [\text{rot } \Psi \times \Phi_i] n dl,$$

$$\int_{\Gamma_{I1}, \Gamma_{I3}} [\text{rot } \Psi \times \Phi_i] n dl = \int_{r_3}^{r_4} v_r \varphi_i r dr = 0.$$

В итоге получим следующую систему дискретных уравнений для искомым функций (в них $\hat{\omega}$ и $\hat{\xi}$ – искомые значения функций на новом временном слое):

- уравнения для функции вихря для внутренних узлов и узлов на выходном торце канала (за исключением угловых точек):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\tau} (\rho \hat{\omega}^{l_2}, \zeta_i) + (\rho [v_z^{l_3} \frac{\partial \hat{\omega}^{l_1}}{\partial z} + v_r^{l_3} \frac{\partial \hat{\omega}^{l_1}}{\partial r}], \zeta_i) + (\eta \frac{\partial \hat{\omega}^{l_1}}{\partial z}, \frac{\partial \varphi_i}{\partial z}) + \\ & + (\eta \frac{1}{r} \frac{\partial (r \hat{\omega}^{l_1})}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial (r \varphi_i)}{\partial r}) = \frac{1}{\tau} (\rho \omega^{l_2}, \zeta_i) + (\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial F}{\partial r}, \zeta_i); \end{aligned} \quad (3.4)$$

- уравнения для функции вихря для узлов на входном торце канала:

$$\hat{\omega}_i = 0;$$

- уравнения для функции вихря для узлов, расположенных на боковых стенках:

$$\begin{aligned} & (\hat{\omega}^{l_1}, \varphi_i) - (\frac{1}{r} \frac{\partial \hat{\xi}^{l_1}}{\partial z}, \frac{\partial \varphi_i}{\partial z}) - (\frac{1}{r} \frac{\partial \hat{\xi}^{l_1}}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial (r \varphi_i)}{\partial r}) = 0 \text{ (условия прилипания);} \\ & \hat{\omega}_i = 0 \text{ (условия скольжения);} \end{aligned}$$

- уравнения для функции тока для внутренних узлов и узлов на торцах канала (за исключением угловых точек):

$$(\hat{\omega}^{l_1}, \varphi_i) - (\frac{1}{r} \frac{\partial \hat{\xi}^{l_1}}{\partial z}, \frac{\partial \varphi_i}{\partial z}) - (\frac{1}{r} \frac{\partial \hat{\xi}^{l_1}}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial (r \varphi_i)}{\partial r}) = 0;$$

- уравнения для функции тока для граничных узлов:

$$\begin{aligned} & \hat{\xi}_i = 0 \text{ на } \Gamma_{I2}, \\ & \hat{\xi}_i = \hat{Q}(t)/(2\pi) \text{ на } \Gamma_{I4}, \end{aligned}$$

где $\hat{Q}(t) = 2\pi \int_{r_3}^{r_4} \hat{v}_{z1} r dr$ – расход жидкого металла в рассматриваемый момент времени.

В матричном виде данную систему линейных уравнений можно записать в форме $L\hat{V} = f$. Искомый вектор неизвестных включает в себя функцию вихря и функцию тока. Он имеет следующий вид:

$$\hat{V} = (\hat{\omega}_1, \hat{\xi}_1, \hat{\omega}_2, \hat{\xi}_2, \dots, \hat{\omega}_{N_l}, \hat{\xi}_{N_l})^T.$$

Компоненты вектора скорости считаются постоянными в пределах сеточного треугольника.

Как видно из поставленных граничных условий, для того чтобы данный алгоритм работал, нужно задавать расход жидкого металла.

Расход задается с использованием известных параметров работы насоса:

$$\hat{Q} = \begin{cases} Q_0(\hat{t} - t_0) / \Delta t, & t_0 \leq \hat{t} < t_1 \\ Q_0, & \hat{t} > t_1 \end{cases}, \quad (3.5)$$

где Q_0 – требуемый (номинальный) расход, t_0 – момент времени, в который в насос подается перекачиваемая среда, $t_1 = t_0 + \Delta t$ – момент времени, когда расход достигает номинальной величины. При таком подходе расход металла не зависит от электромагнитного поля в канала насоса. В дальнейшем планируется модернизировать граничные условия, чтобы согласовать в модели напор и расход металла.

4. Физические и геометрические характеристики насоса

Уравнения (2.1) и (2.4) записаны в безразмерном виде. При введении безразмерных переменных выбраны следующие масштабные параметры: длина $x_0 = 0.1$ м, время $t_0 = 0.01$ с, скорость $v_0 = 10$ м/с, масса $m_0 = 10$ кг, давление $p_0 = 10^6$ Па, температура $T_0 = 100$ К, напряженность магнитного поля $H_0 = 2.52 \cdot 10^5$ А/м, магнитная индукция $B_0 = 0.316$ Тл, напряженность электрического поля $E_0 = 9.48 \cdot 10^7$ В/м, плотность тока $j_0 = 3.16 \cdot 10^7$ А/м². Все величины представлялись в виде $x = x_0 \tilde{x}$, где \tilde{x} – безразмерная переменная. Во всех уравнениях, написанных выше, значок волны опущен.

Приведем в безразмерном виде некоторые данные о характерных параметрах задачи. Геометрические размеры насоса: $r_1 = 0.18$, $r_2 = 0.63$, $r_3 = 0.636$, $r_4 = 0.821$, $r_5 = 0.827$, $r_6 = 1.307$, $r_7 = 1.457$, высота каждой катушки составляет 0.23, они располагаются на расстоянии 0.07 друг от друга. Нижняя и верхняя катуш-

ки находятся на расстоянии 0.035 от входа и выхода из канала соответственно. Высота расчетной области, включающей 12 пазов, равна $L = 3.6$.

Представим в виде таблицы геометрические параметры исследуемого насоса и расчетной области модели:

Таблица 4.1. Геометрические параметры насоса

Параметры насоса			Параметры модели
Параметр	В единицах Си	Безразмерные	Безразмерные
Полюсное деление	0,178 м	1,78	1,8
Средний диаметр канала	0,145 м	1,45	1,45
Толщина стенки канала	0.0006 м	0.006	0.006
Высота ярма ($r_7 - r_6$)	0.015 м	0.15	0.15
Высота паза ($r_6 - r_5$)	0.048 м	0.48	0.48
Высота зубца	0.048 м	0.48	0.48
Зубцовое деление	0.03 м	0.3	0.3
Ширина зубца	0.007 м	0.07	0.07
Число пазов на полюсное деление		6	6
Число пар полюсов		3	1

Температура, заданная во всей области, равна $T = 5,73$.

Параметры полного тока, текущего по катушкам: плотность тока в обмотке $j_p = 0.10759$, частота тока $\omega_0 = \pi$.

Параметры материала тонкостенных труб и вала взяты равными соответствующим величинам железа (см. [10]): электропроводность $\sigma = 0.4$.

Параметры материала сердечника и ярма индуктора взяты равными соответствующим величинам электротехнической стали: электропроводность $\sigma = 0.2$.

Параметры материала прокачиваемого металла взяты равными соответствующим величинам теплоносителя: плотность $\rho = 1.036$, удельная теплоемкость $c_v = 142$, электропроводность $\sigma = 0.0847$, коэффициент динамической вязкости $\eta = 1,937 * 10^{-7}$. Расход перекачиваемой среды $Q = 0.42$.

5. Результаты моделирования работы насоса

В данной работе приведены результаты расчетов с сетками, построенными с помощью программы Gridder2D, которая позволяет сгущать сетку в заданных подобластях (более подробные сведения о данном программном комплексе изложены в [15]).

На рис. 5.1 приведена использованная расчетная сетка, размеры треугольников в различных подобластях различаются почти на порядок.

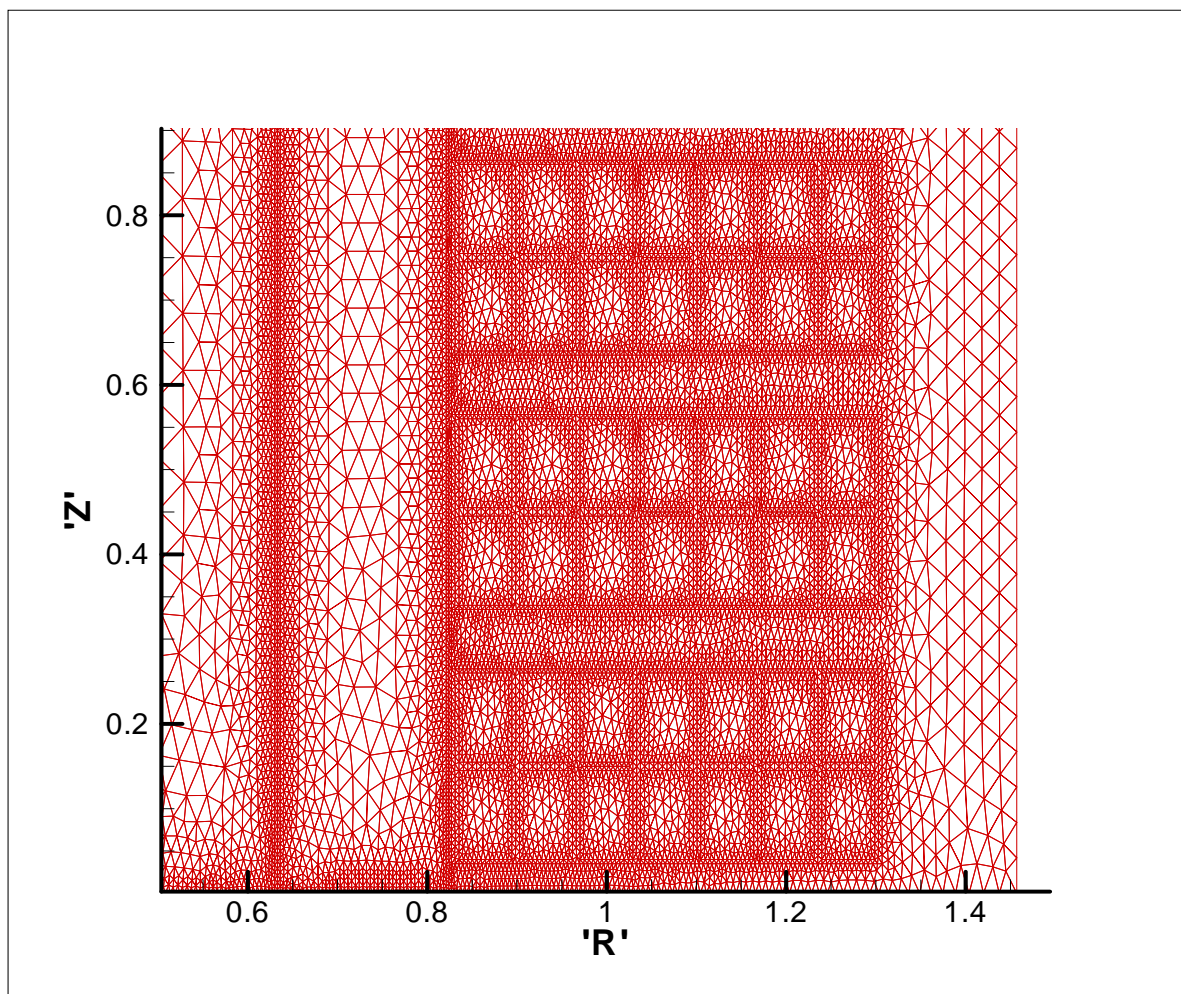


Рис. 5.1. Сетка в расчетной области, построенная с помощью программы Gridder2D

Протекающий по проводам ток меняется по синусоидальному закону, т.е. плотность тока может быть представлена в виде:

$$j = j_m \sin(\omega_0 t + \psi_0),$$

где j_m – это амплитуда плотности тока, ω_0 – частота тока, а ψ_0 – начальная фаза. Заданная плотность тока связана с амплитудой следующей формулой (см. [12]):

$$j_m = \sqrt{2} j_p.$$

Электрическая цепь составлена следующим образом: в пазах, соответствующих одному полюсу, сначала расположены катушки (одна или несколько) с нулевым сдвигом фаз, затем – катушки со сдвигом фаз, $\psi_0 = \frac{2\pi}{3}$ и затем – катушки со сдвигом фаз $\psi_0 = \frac{4\pi}{3}$. Период колебаний тока для всех катушек равен 2. На рис. 5.2 изображены графики полного тока в трех катушках.

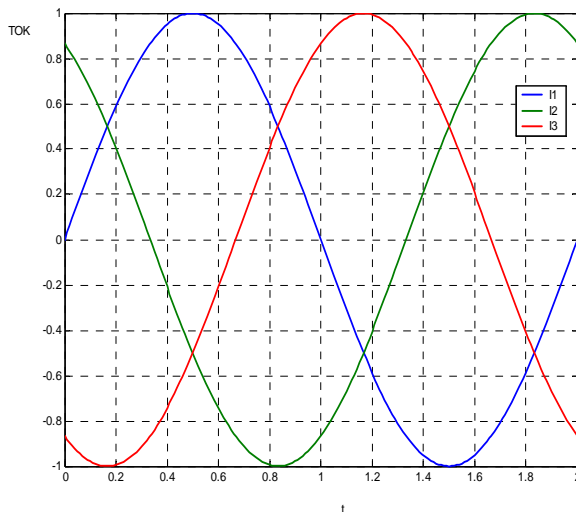


Рис. 5.2. Графики тока в трех катушках

Для получения нужного распределения магнитного поля токи в соседних катушках текут в разных направлениях (в одной паре катушек – по часовой стрелке, в соседней – против часовой, или наоборот).

Так как в насосе сторонний ток протекает по пазам, то график магнитной индукции вдоль внешней стенки канала, примыкающей к индуктору, имеет вид «изломанной» синусоиды. Одной из характеристик магнитного поля в асинхронных машинах являются огибающие кривые этого поля. Если представить магнитную индукцию в следующем виде:

$$B(\mathbf{r}, t) = M(\mathbf{r})\cos(\omega t) - N(\mathbf{r})\sin(\omega t),$$

то уравнение огибающей кривой записывается так: $B = \sqrt{M^2 + N^2}$.

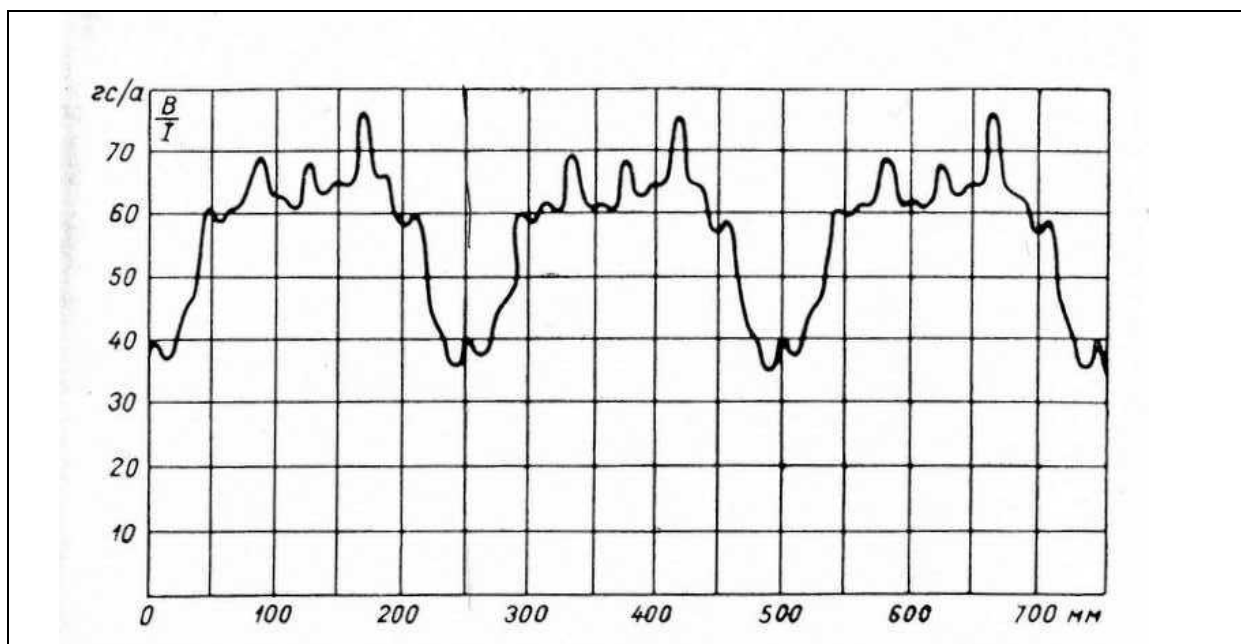


Рис.5.3. Экспериментальная огибающая кривая магнитной индукции в зазоре у индуктора с 3 парами полюсов

Для наглядности на рис.5.3 приведен вид экспериментальной огибающей кривой магнитной индукции, взятый из [14]. На графике хорошо заметно влияние зубцов индуктора.

5.1. Тестовые расчеты

В данном параграфе приведены результаты серии расчетов, проведенных с целью исследования влияния различных параметров насоса на его работу. В рассматриваемом насосе на полюс и фазу приходится по одному пазу, поэтому полюсному делению соответствуют 3 пазы, а расчетная область включает 6 пазов (рис. 1.1)

В реальной конструкции рабочему режиму МГД-насоса, в котором по каналу течет жидкий металл, предшествует холостой режим, при котором среду в канале можно считать диэлектрической (вакуум).

Построенная модель позволяет описывать оба режима работы, но на текущем этапе она не может описать процесс перехода от одного режима к другому (процесс заполнения канала металлом).

На рис. 5.4 показаны одномерные графики радиальной компоненты индукции магнитного поля по следующим вертикальным границам: BR1 – внутренняя стенка канала ($r = r_3$), BR2 – внешняя стенка канала ($r = r_4$). Графики с маркером соответствуют холостому режиму, а графики без маркера – режиму, в котором канал заполнен неподвижной, но проводящей средой (на практике такой режим не реализуется). Из рисунка видно, что в холостом режиме достигаются несколько большие значения индукции на внутренней границе канала, но в целом графики практически совпадают.

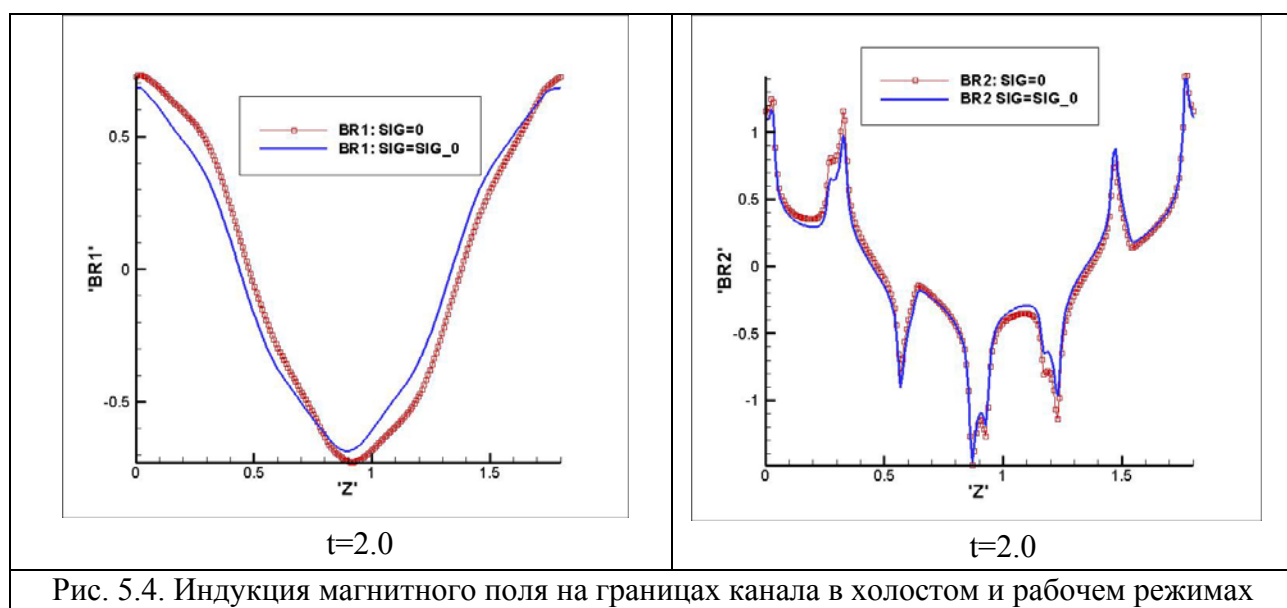
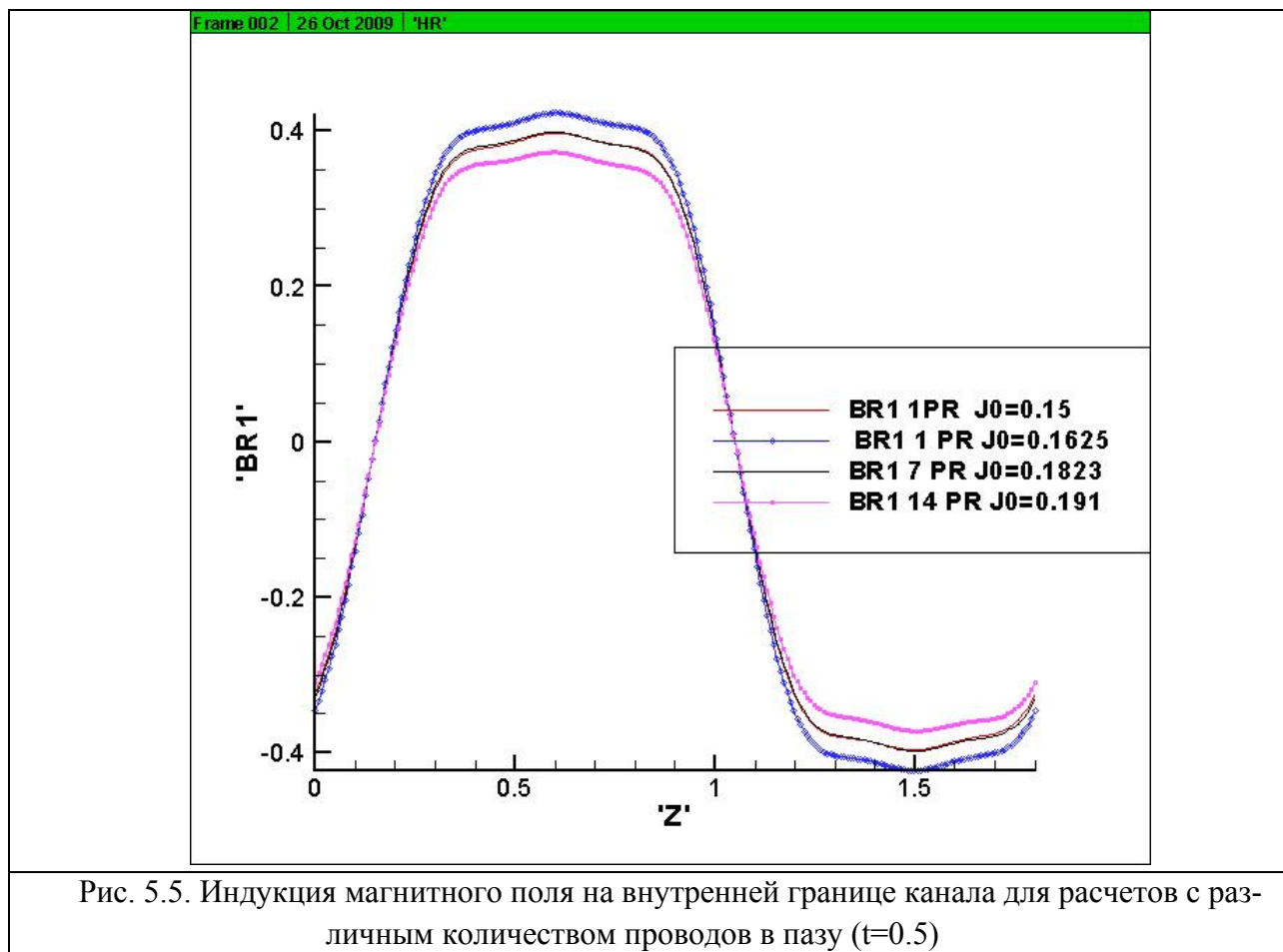


Рис. 5.4. Индукция магнитного поля на границах канала в холостом и рабочем режимах

На графиках рис. 5.4 хорошо видна периодическая структура бегущего поля. Причем графики BR2 имеют вид, аналогичный графику на рис. 5.3. Пики на графиках соответствуют границам пазов и образуются из-за того, что при пересечении границы двух материалов с разными магнитными свойствами касательная компонента вектора магнитной индукции (в данном случае B_r) скачкообразно меняется (см. [2]).

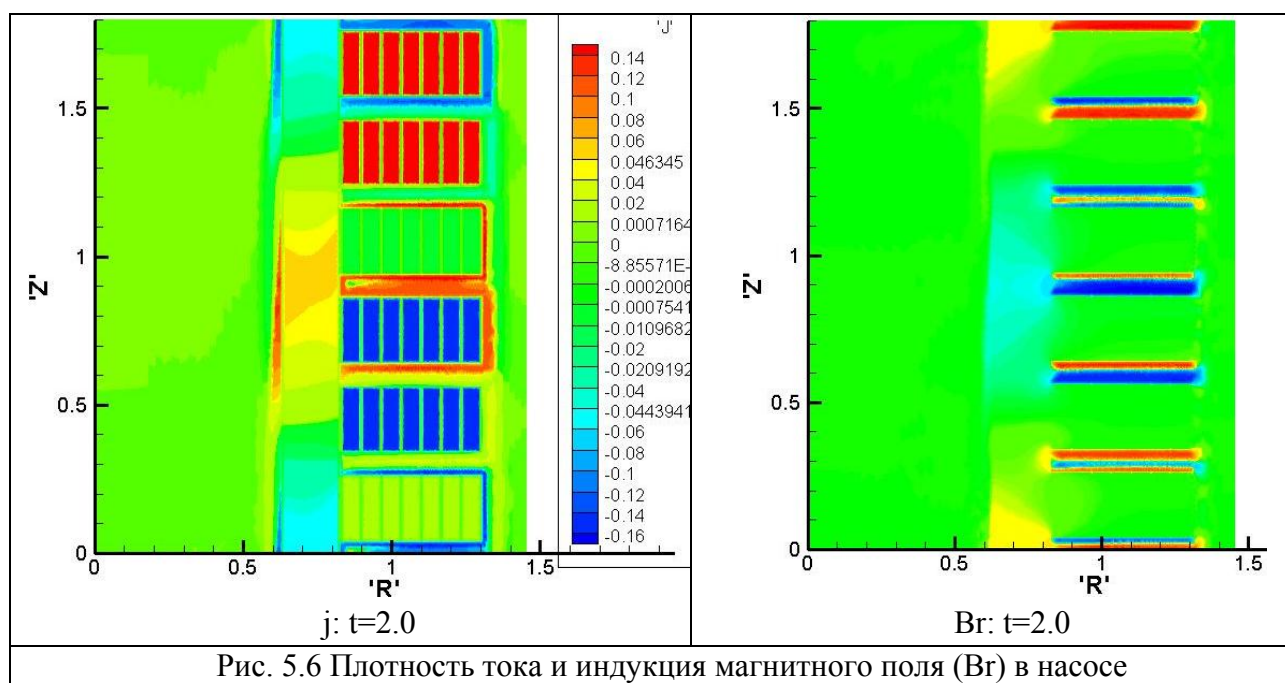


На рис. 5.5 представлены графики BR1 для расчетов с различным количеством проводов в пазу, при этом плотность тока подбиралась таким образом, чтобы полный ток в пазу совпадал для всех расчетов. На рисунке представлены следующие расчеты: 1) паз состоит из одного провода без изоляции ($j_m = 0.15$); 2) паз состоит из одного провода с изоляцией ($j_m = 0.1625$); 3) паз состоит из 7 изолированных проводов, расположенных в один ряд ($j_m = 0.182$); 4) паз состоит из 14 изолированных проводов, расположенных в два ряда по семь ($j_m = 0.191$).

Как видно из рис. 5.5, принятое в модели устройство паза оказывает влияние на результирующее магнитное поле, но при условии совпадения полного

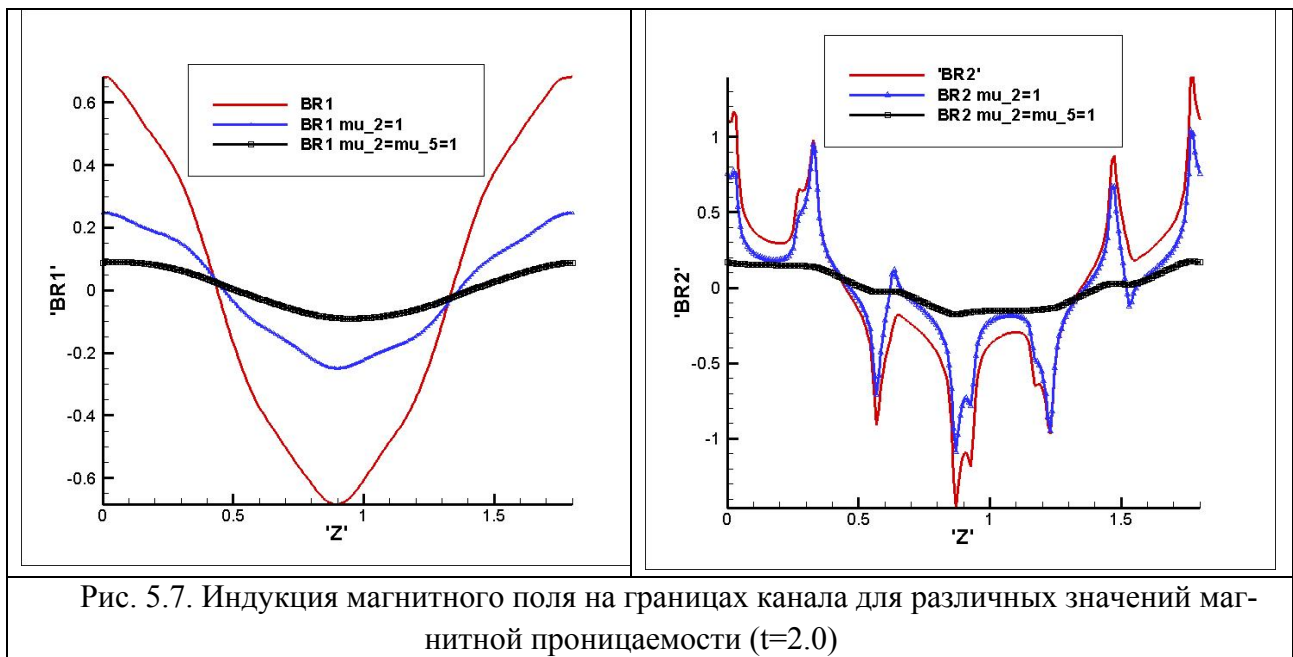
тока, протекающего через паз, различие можно считать не слишком существенным. В проводимых расчетах не учитывалась возможность пробоя изоляции проводов. В дальнейших расчетах принималось, что в пазе расположены 7 проводов.

На рис. 5.6 показано распределение плотности тока и магнитной индукции в насосе в момент времени $t = 2.0$. Расчеты показали, что магнитная индукция в области ярма и сердечника очень мала, что противоречит данным инженерных расчетов. Это объясняется тем, что в рамках двумерного приближения ярмо и сердечник предполагаются полностью заполненными ферромагнетиком, а в реальной конструкции существуют неферромагнитные вставки, которые и приводят к достаточно большим значениям магнитной индукции в данных областях.



Чтобы еще раз подчеркнуть роль ферромагнитных элементов, на рис. 5.7 представлены 3 графика BR1: в первом расчете материал ярма и сердечника является ферромагнетиком, во втором расчете материал сердечника имеет магнитную проницаемость $\mu=1$, в третьем – $\mu=1$ и для ярма, и для сердечника (все остальные параметры расчетов одинаковы).

Как видно из рисунка, в случае отсутствия ферромагнитного сердечника, значение индукции на внутренней стенке канала становится меньше приблизительно в 2 раза (т.е. магнитное поле убывает быстрее). Если в ярме также отсутствуют ферромагнитные вставки, то магнитное поле ослабевает почти на порядок.



Далее приведены результаты расчетов, в которых моделировался рабочий режим насоса. Базовый расчет, с которым сравнивались все остальные, имеет следующие параметры: амплитуда плотности тока в проводах $j_m=0.182$, ток трехфазный, сдвиги фаз $\psi_0 = \frac{2\pi}{3}$ и $\psi_0 = \frac{4\pi}{3}$; в формуле (3.5), задающей расход жидкого металла, $t_0=2$, $\Delta t=2$, $Q_0=0.21$; на стенках канала поставлено условие проскальзывания (использование условия прилипания приводит к образованию пограничных слоев у стенок канала и требует использования существенно более подробной сетки).

Разность давлений в насосе можно выразить следующей формулой (см. [14], [15]):

$$\Delta p = p_2 - p_1 = p_{эм} + p_{г},$$

где $p_{г}$ – гидравлические потери в канале, $p_{эм}$ – электромагнитное давление.

Электромагнитное давление вычисляется следующим образом:

$$p_{эм} = \int_{G_{11}} F_z dV / S, \quad (5.1)$$

где G_{11} – это область канала, а S – площадь его поперечного сечения.

Основная часть гидравлических потерь происходит в конфузоре и диффузоре. В рассматриваемой модели они не учитываются. Так как на стенках канала поставлено условие скольжения, то трением о стенки также пренебрегаем. Расчет показал, что при таких условиях гидравлические потери являются достаточно малыми величинами, поэтому график электромагнитного давления можно также рассматривать как график перепада давлений на входе и выходе канала.

На рис. 5.8 показаны одномерные графики радиальной компоненты индукции магнитного поля уже для рабочего режима (обозначения те же, что и на рис. 5.4) в различные моменты времени. На графиках хорошо прослеживается периодическое поведение бегущего магнитного поля.

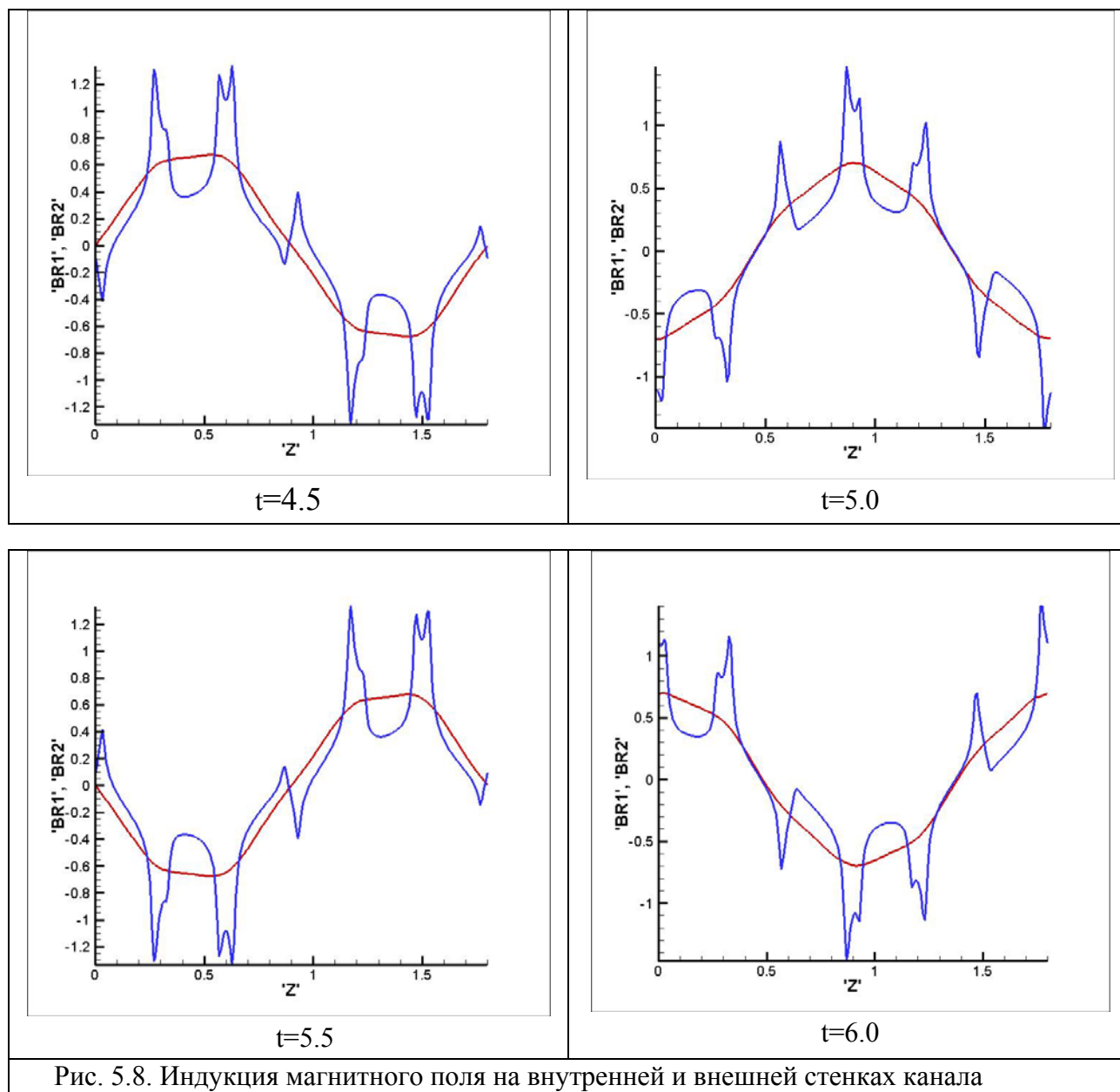


Рис. 5.8. Индукция магнитного поля на внутренней и внешней стенках канала

На рис. 5.9 – 5.10 показаны распределения индукции магнитного поля, плотности индуцированного тока, скорости жидкого металла и радиальной компоненты силы Лоренца в канале насоса в момент времени $t = 6$. Поле скоростей в канале является почти полностью однородным: вертикальная компонента вектора скорости в различных точках отличается не более чем на 2%, а радиальная компонента – на 3 порядка меньше вертикальной.

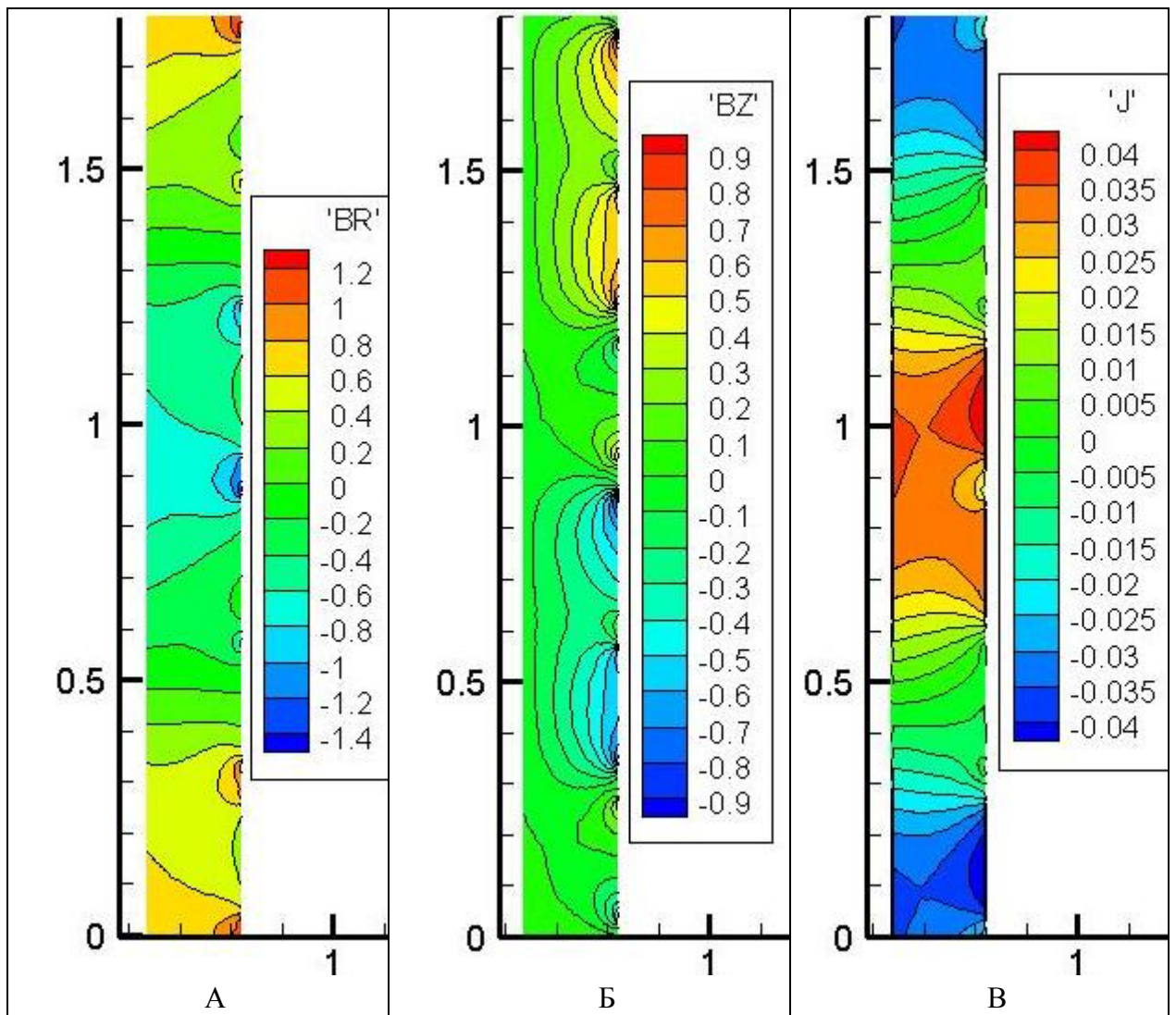
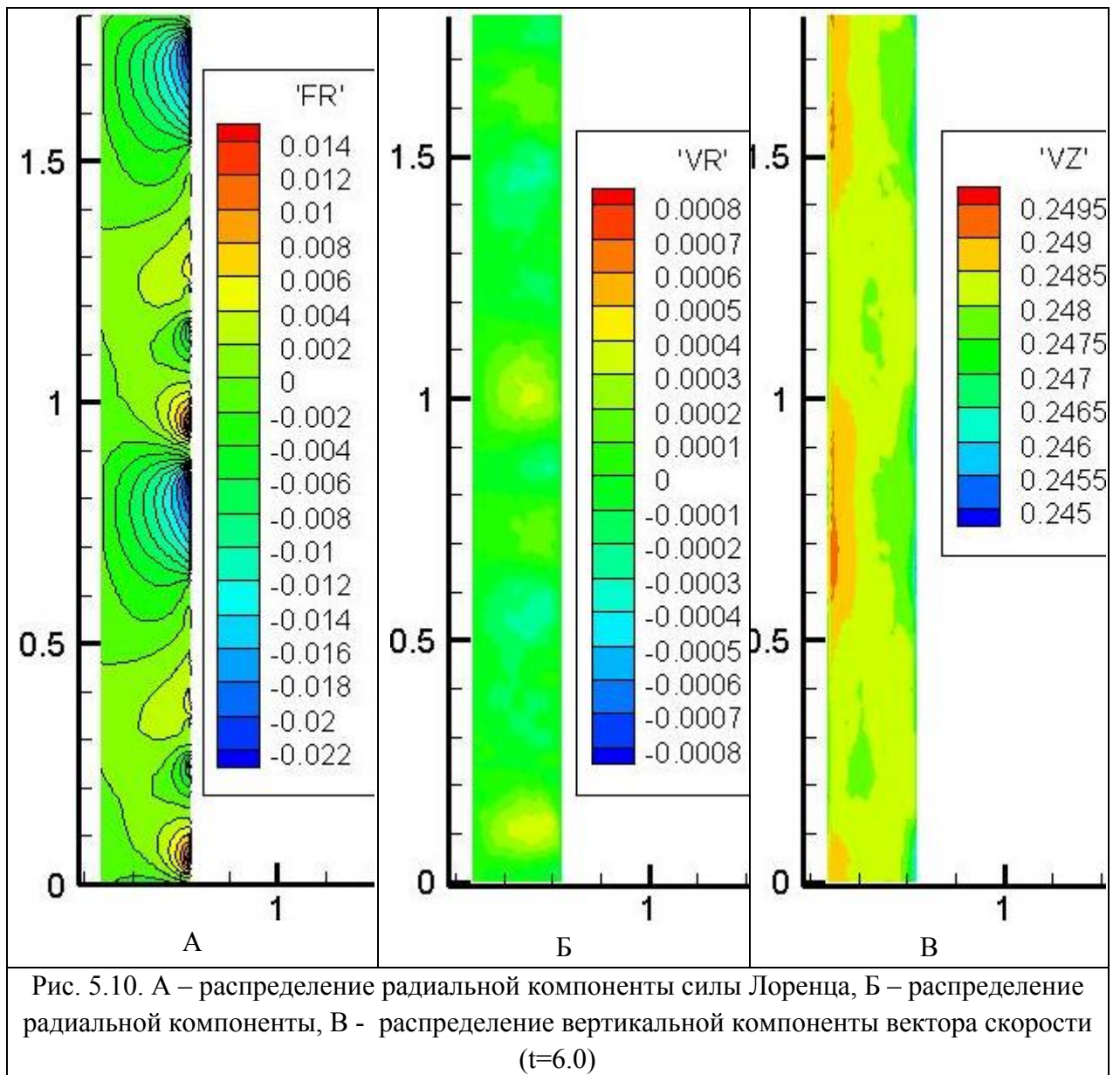


Рис. 5.9. Распределение индукции магнитного поля в канале насоса: А – радиальная компонента, Б – вертикальная компонента, В – распределение плотности индуцированного тока ($t=6.0$)

На рис. 5.11 приведены распределения вертикальной компоненты силы Лоренца (F_z) в насосе в разные моменты времени. В реальной конструкции именно сила Лоренца разгоняет металл до требуемых скоростей. Как видно из приведенных графиков, F_z имеет положительный знак почти во всем объеме канала (за исключением небольших участков, примыкающих к внешней стенке), а значит, создает полезный напор, ускоряющий теплоноситель. Это подтверждают графики электромагнитного давления, вычисленные по формуле (5.1) и приведенные ниже.



На рис. 5.12 приведены графики, иллюстрирующие влияние параметров t_0 и Δt в формуле (3.5) на установившуюся разность давлений в канале. На рис. 5.12.А показаны графики электромагнитных давлений для следующих расчетов: в первом – $t_0=2$, но принимается, что до этого момента канал заполнен неподвижной проводящей средой (скорость искусственно полагается равной нулю), во втором и в третьем расчетах $t_0=2$ и $t_0=4$ соответственно (до этого насос работает в холостом режиме). Остальные параметры расхода задавались такими же, как в базовом расчете.

На рис. 5.7.Б приведены графики электромагнитных давлений для расчетов, в которых параметр Δt принимал значения 2, 4 и 6 при фиксированном $t_0=2$.

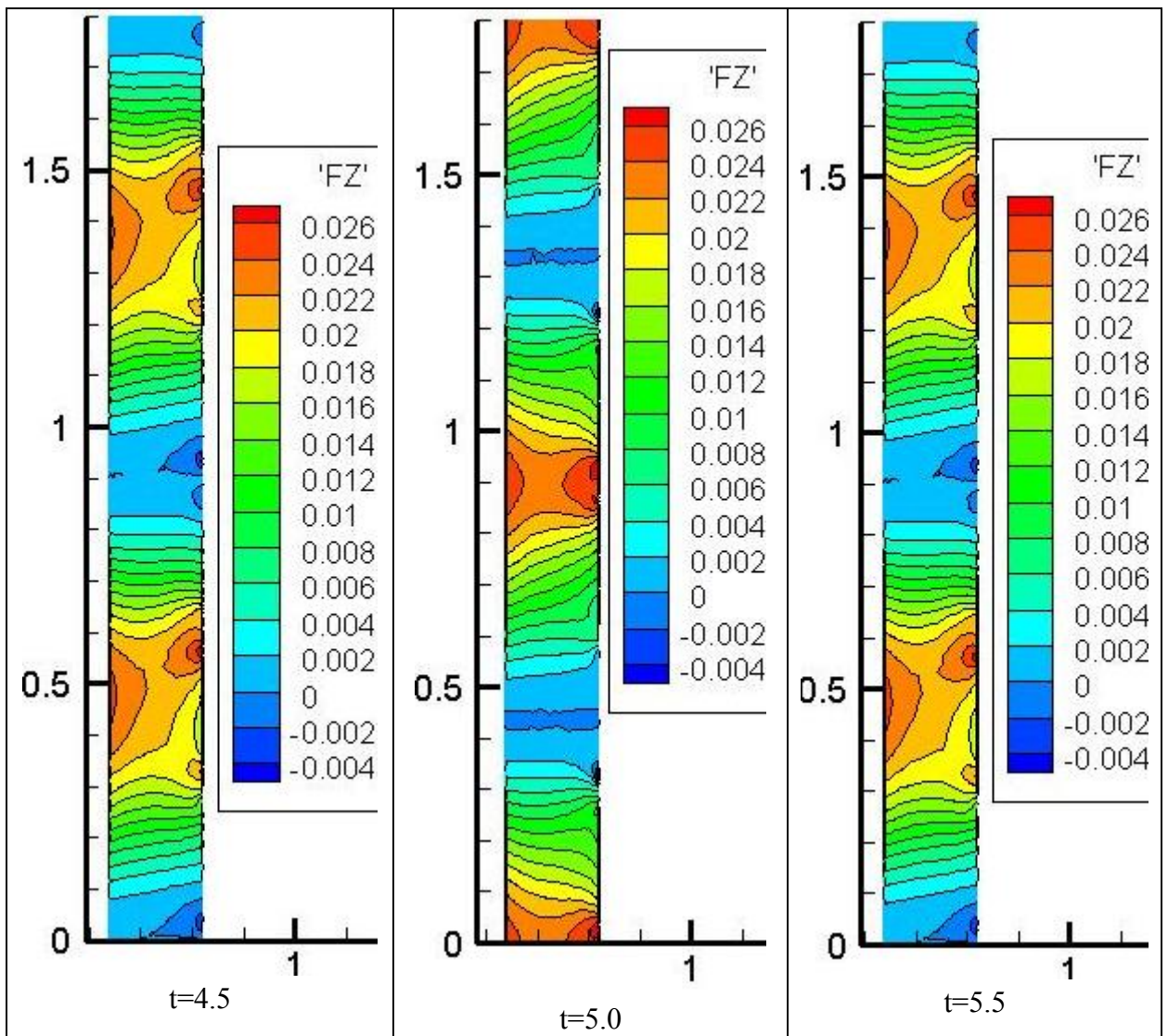


Рис. 5.11. Распределение вертикальной составляющей силы Лоренца в канале насоса в разные моменты времени

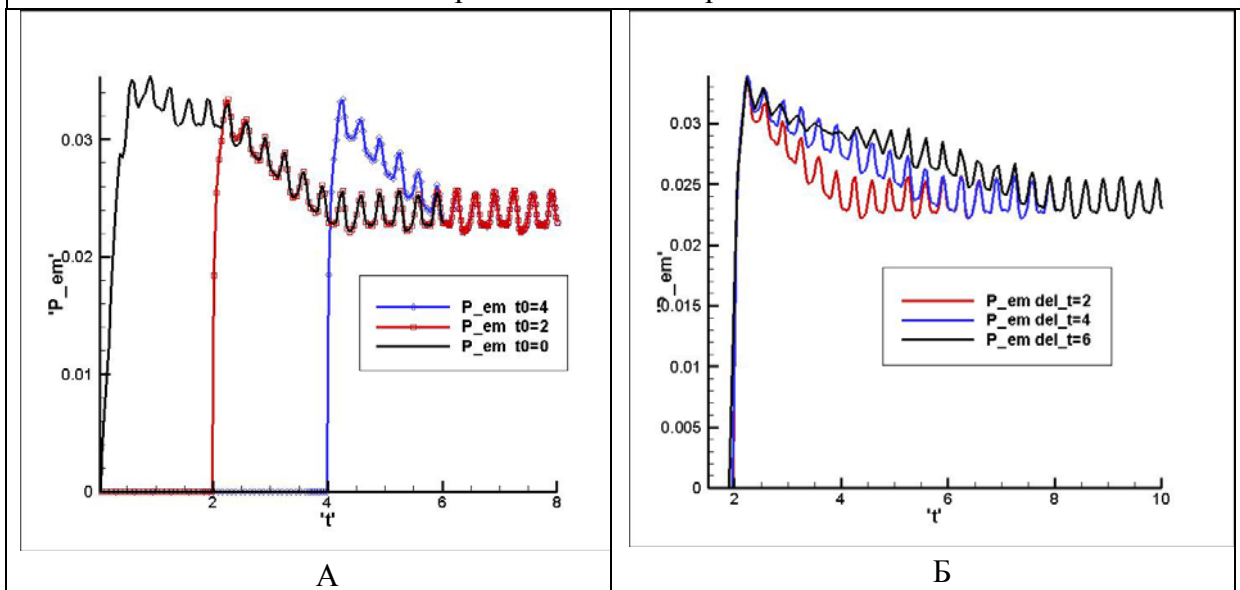


Рис. 5.12. Зависимость от времени электромагнитного давления в насосе: А - для расчетов с различными моментами перехода на рабочий режим; Б – для расчетов с различными промежутками времени до достижения номинального расхода

Как видно из приведенных графиков, вне зависимости от времени включения рабочего режима и от времени достижения номинального расхода металла, электромагнитное давление в насосе выходит на один уровень, определяемый параметрами тока в проводах и значением расхода жидкого металла. Чем большее Δt берется, тем более плавный переход от первоначального электромагнитного давления к конечному уровню получается.

На рис. 5.13 – 5.14 показаны графики BR1, BR2 и $p_{эм}$ для расчетов с различными плотностями тока в проводах.

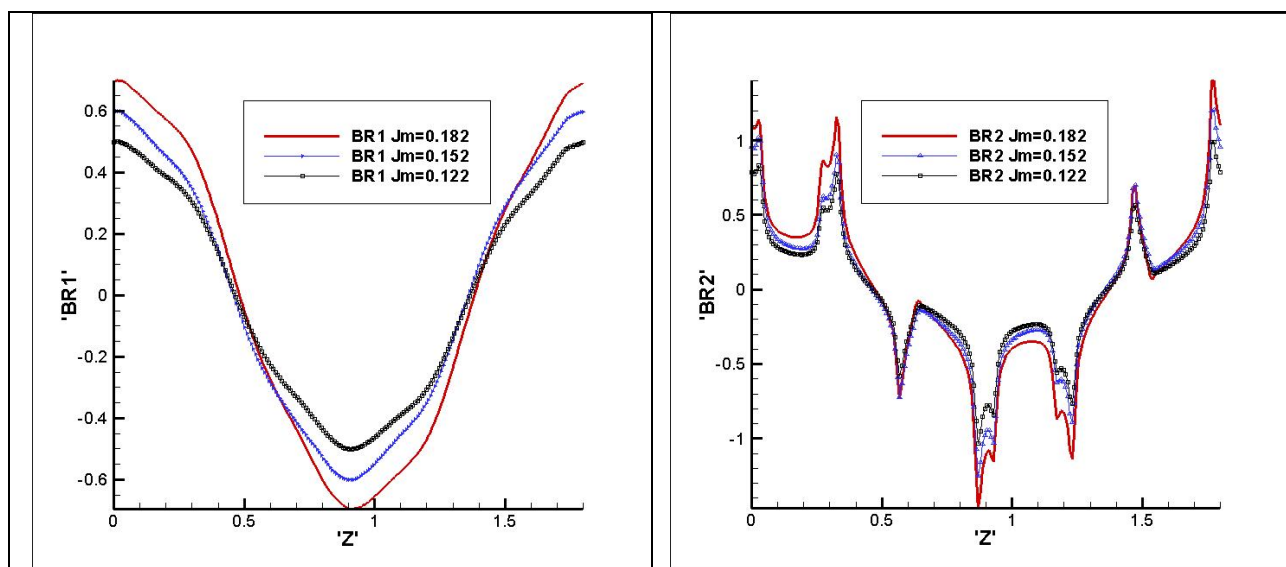


Рис. 5.13. Индукция магнитного поля на внутренней и внешней стенках канала для различных значений плотности тока в проводах ($t=6.0$)

Как видно из этих графиков, увеличение плотности тока в проводах приводит к усилению магнитного поля и создаваемого им электромагнитного давления.

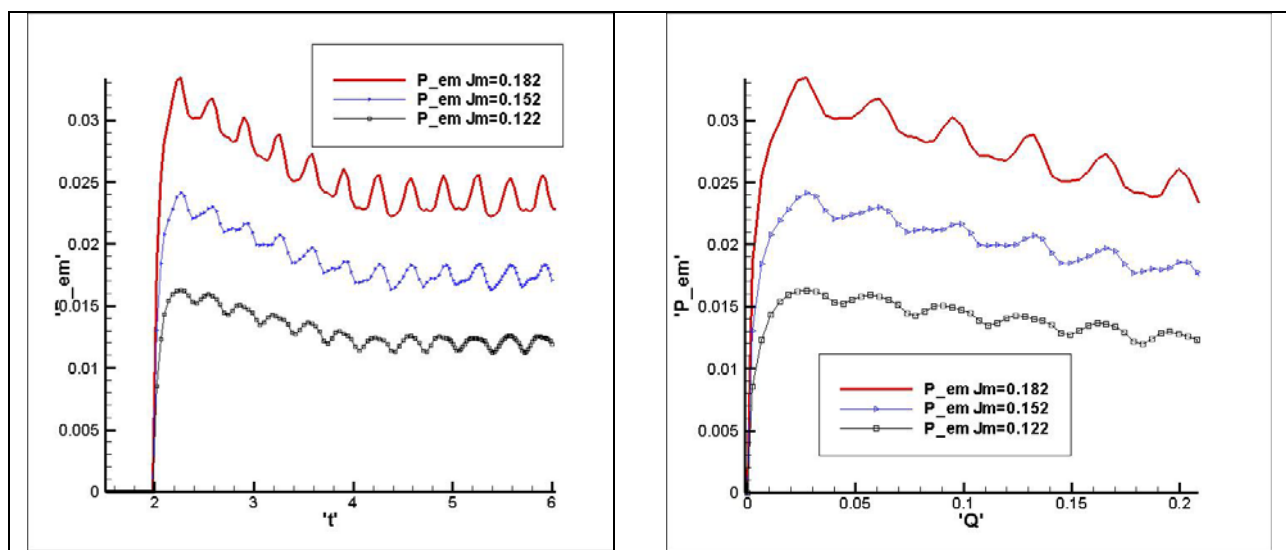
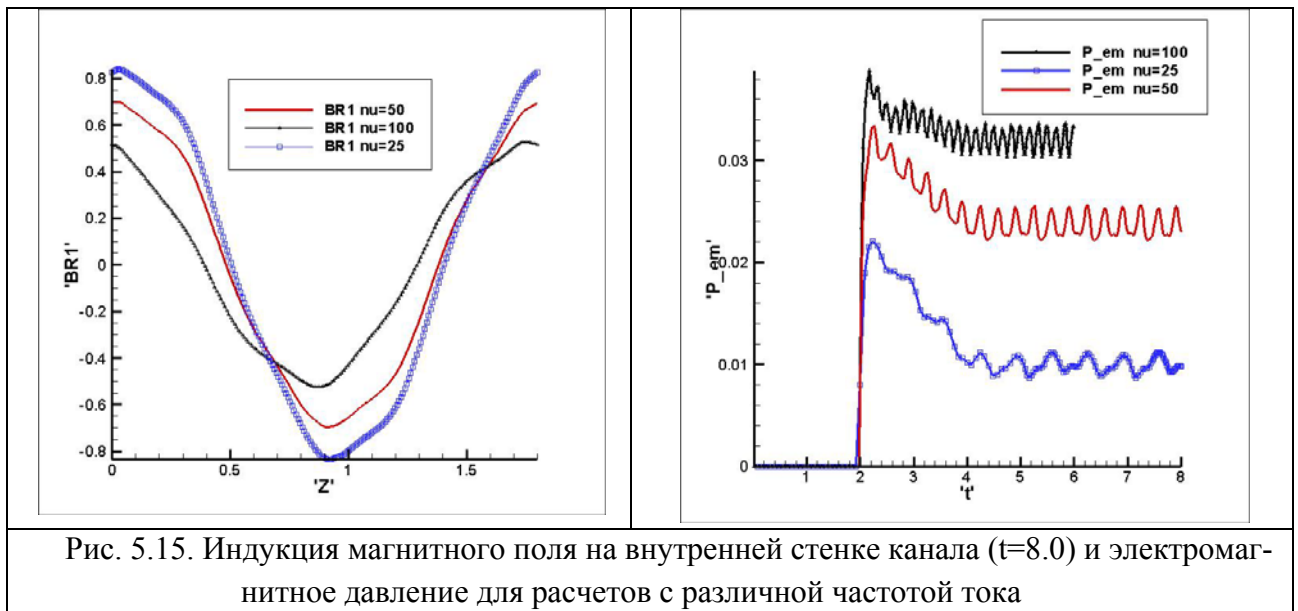
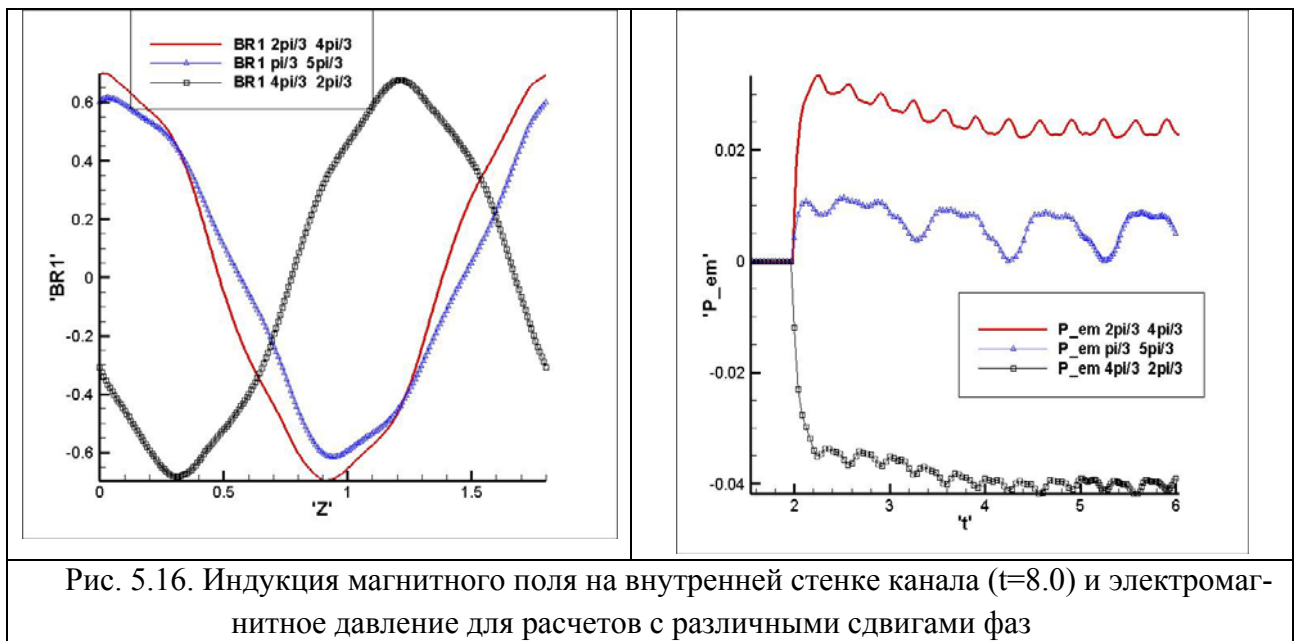


Рис. 5.14. Зависимость электромагнитного давления в канале насоса от времени и от расхода жидкого металла для различных значений плотности тока в проводах

На рис. 5.15 показаны графики BR1 и $p_{эм}$ для расчетов с частотами тока $\omega_0 = \pi/2$ (период T=4), π и 2π (период T=1) Гц соответственно (при неизменном значении ψ_0).



Как видно из графиков, увеличение частоты тока приводит к уменьшению амплитуды магнитной индукции, но электромагнитное давление при этом возрастает.



На рис. 5.16 показаны графики BR1 и $p_{эм}$ для расчетов со следующими сдвигами фаз: в первом расчете $\psi_0 = \frac{2\pi}{3}$ и $\psi_0 = \frac{4\pi}{3}$, во втором $\psi_0 = \frac{\pi}{3}$ и $\psi_0 = \frac{5\pi}{3}$, в третьем $\psi_0 = \frac{4\pi}{3}$ и $\psi_0 = \frac{2\pi}{3}$ (это соответствует сдвигам фаз $\psi_0 = -\frac{2\pi}{3}$ и $\psi_0 = -\frac{4\pi}{3}$).

Как видно из приведенных графиков, сдвиг фаз во втором расчете приводит к значительно меньшему значению электромагнитного давления (при этом перепады, связанные с периодичностью бегущего поля, становятся больше). Изменение знака у сдвига фаз приводит к тому, что электромагнитное давление становится отрицательным, т.е. сила Лоренца действует на жидкий металл в противоположном направлении (таким образом в насосе может быть запущен тормозной режим).

На рис. 5.17 показаны графики BR1 и $p_{эм}$ для расчетов с различными номинальными расходами жидкого металла: в первом расчете $Q_0=0$ (скорость жидкой среды искусственно полагается равной нулю), во втором расчете $Q_0=0.21$ и в третьем расчете $Q_0=0.42$.

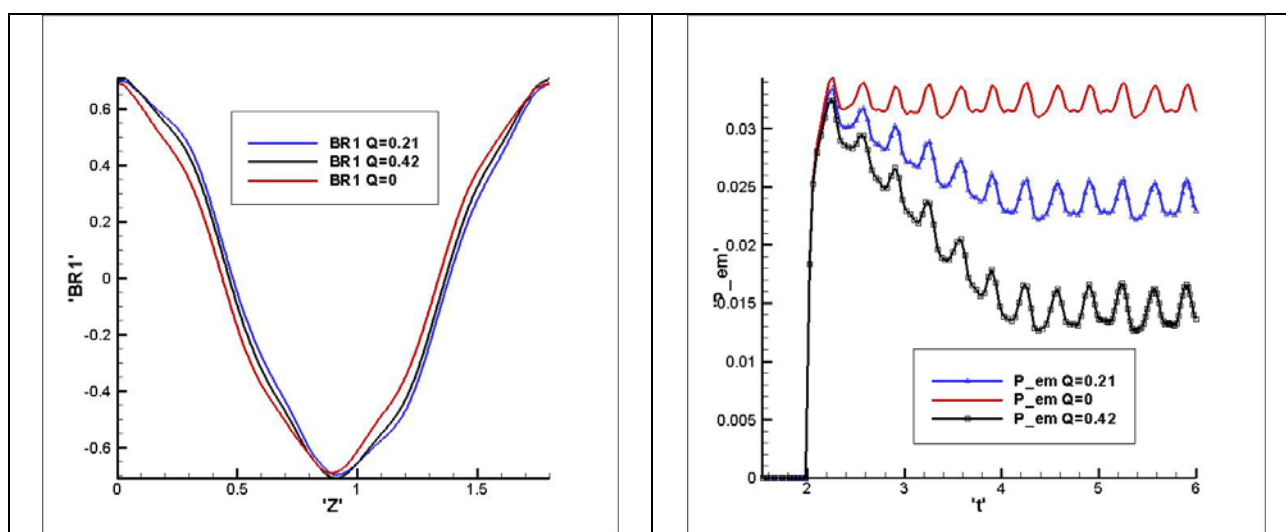


Рис. 5.17. Индукция магнитного поля на внутренней стенке канала ($t=6.0$) и электромагнитное давление для расчетов с различными расходами жидкого металла

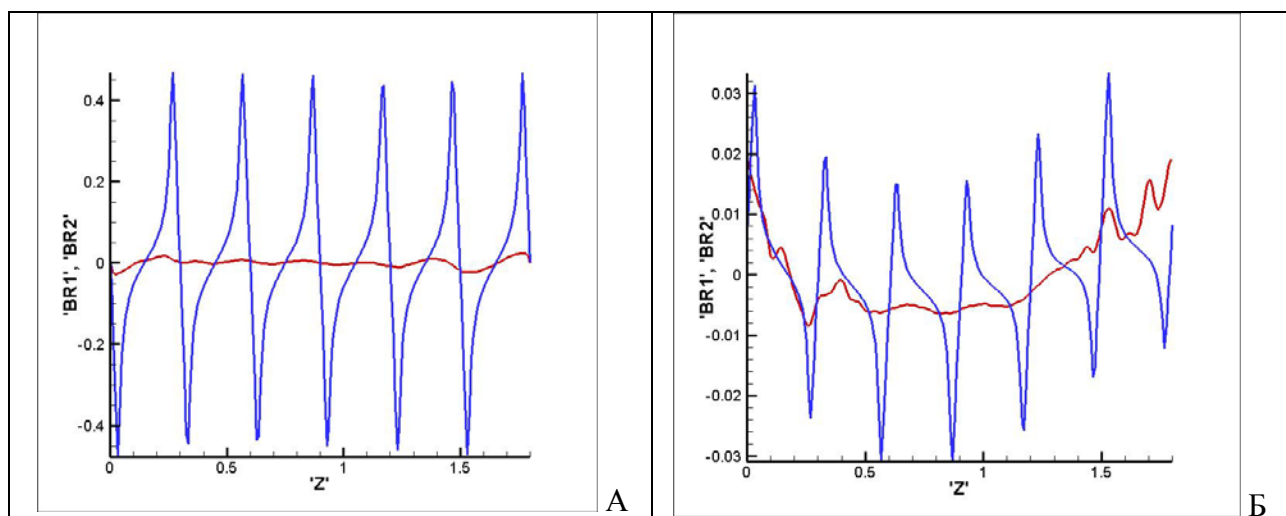


Рис. 5.18. Индукция магнитного поля на внутренней и внешней стенках канала: А – постоянный ток, Б – однофазный ток ($t=6.0$)

Как видно из приведенных графиков, амплитуда магнитной индукции на внутренней стенке канала для разных расходов остается практически одинаковой. Электромагнитное давление при увеличении расхода уменьшается.

На рис. 5.18–5.19 показаны зависимости BR_1 , BR_2 и $p_{эм}$ для расчетов, когда по проводам течет постоянный (5.18.А) и однофазный (5.18.Б) ток.

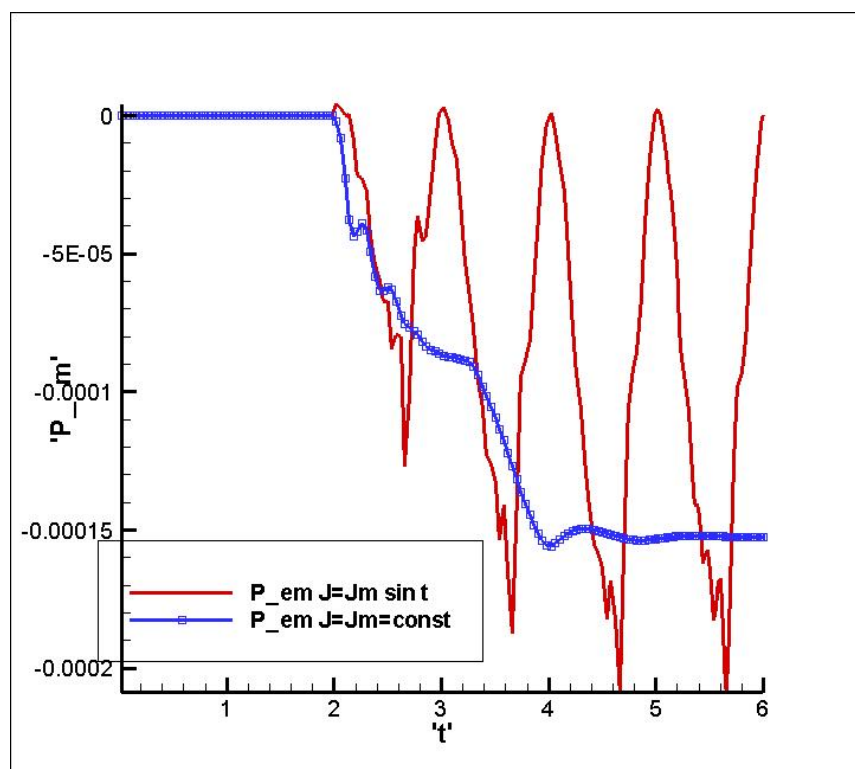
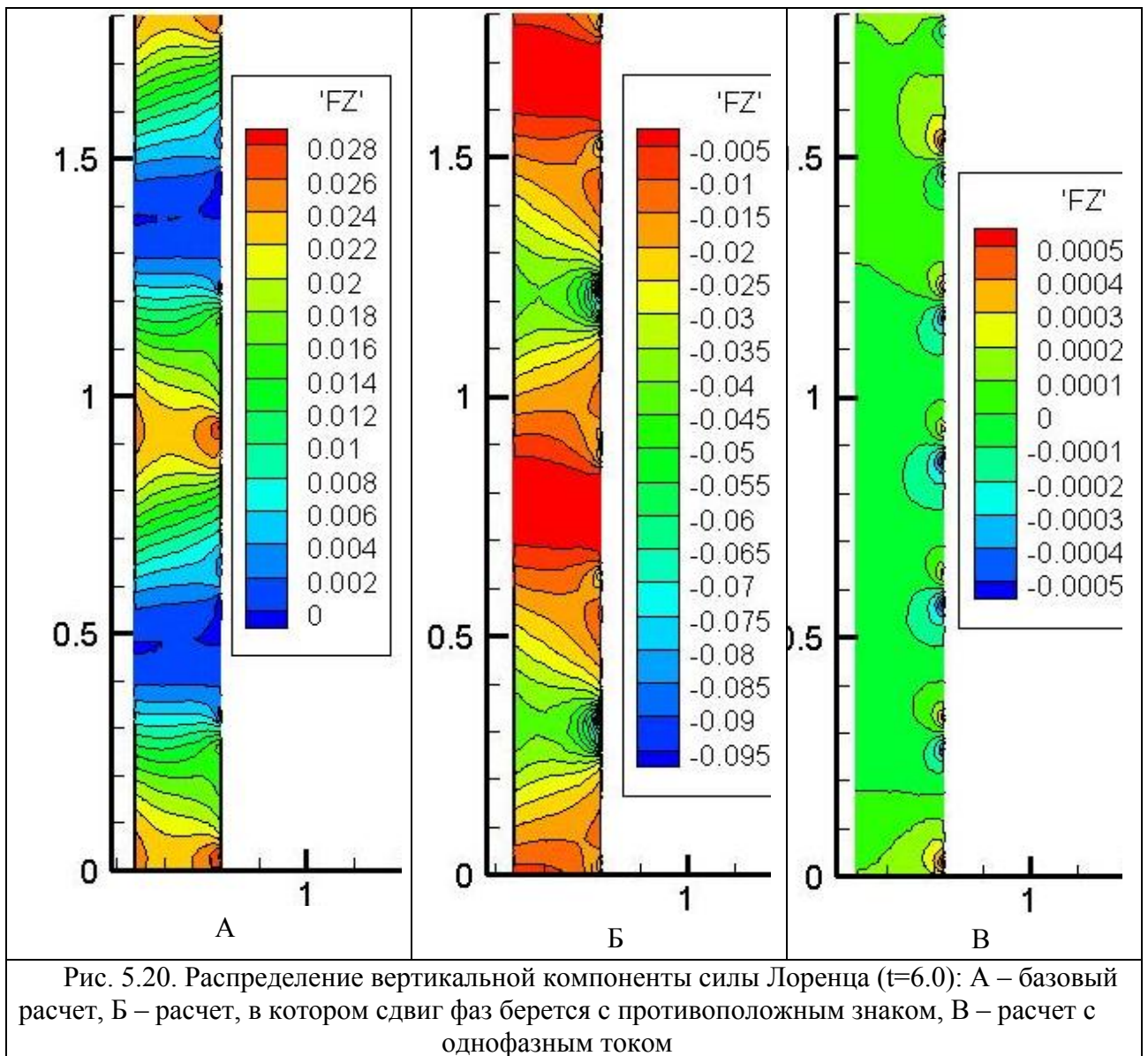


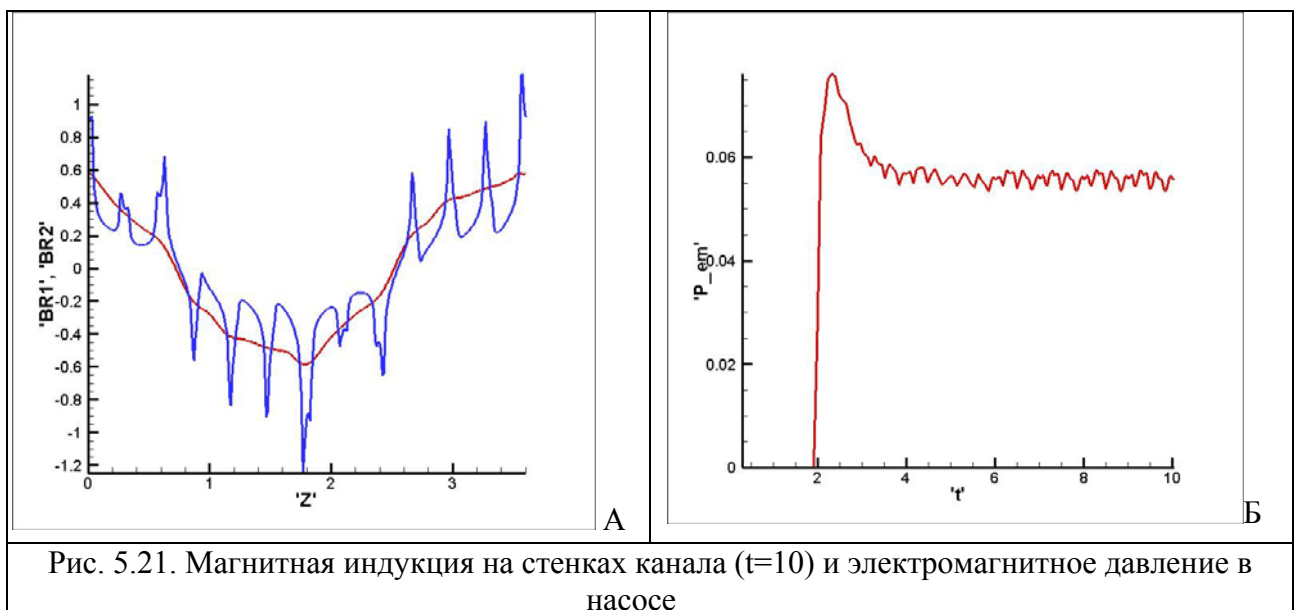
Рис. 5.19. Электромагнитное давление в насосе для постоянного и однофазного тока

Как видно из приведенных графиков, использование постоянного и однофазного тока не позволяет создать в канале насоса значительного электромагнитного давления и поэтому является не целесообразным.

На рис. 5.20.А показано распределение вертикальной компоненты силы Лоренца в базовом расчете, на рис. 5.20.Б – в расчете с противоположным сдвигом фаз, и на рис. 5.20.В – в расчете с однофазным током. Из рисунков видно, что, действительно, в тормозном режиме сила Лоренца имеет отрицательный знак во всей области канала, т.е. она будет тормозить поток металла, движущийся вверх по каналу (в проведенном расчете этого не произошло в силу того, что расход металла задавался независимо от текущего значения давления). В расчете с однофазным током сила Лоренца достигает весьма небольших значений и не сможет ускорить жидкий металл.



5.2. Расчет исследуемого насоса



Так как в исследуемом насосе на одну фазу и полюс приходится 2 паза, то соответственно катушки с одинаковым сдвигом фаз располагаются парами. Расчетный режим работы насоса задается следующими параметрами: $j_0 = 0.10759$, $j_m = 0.1522$, $t_0 = 2$, $\Delta t = 2$, $Q_0 = 0.42$.

На рис. 5.21.А показаны одномерные графики радиальной компоненты индукции магнитного поля на внутренней и внешней стенках канала в момент времени $t=10$. На рис. 5.21.Б приведен график зависимости от времени электромагнитного давления.

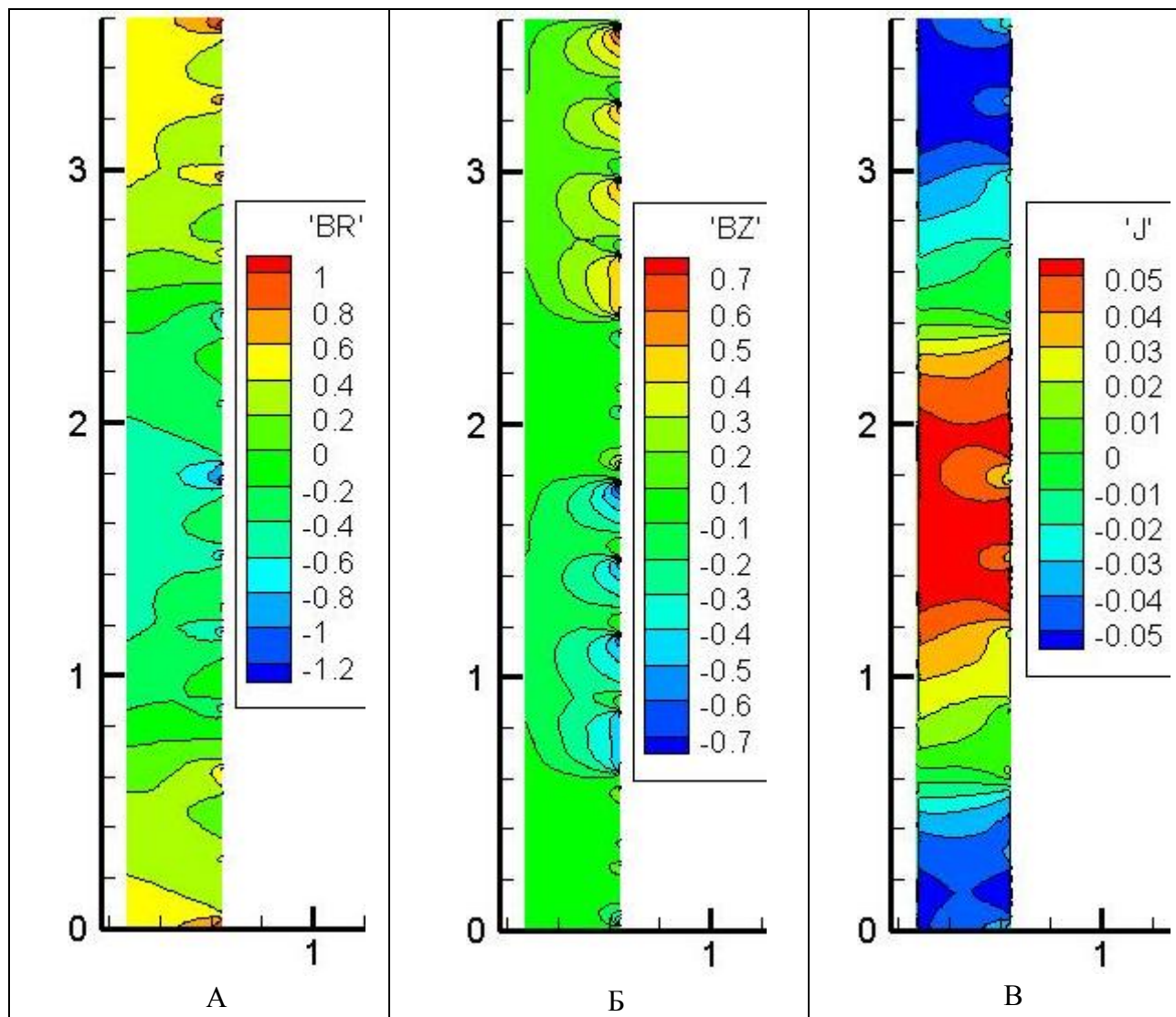
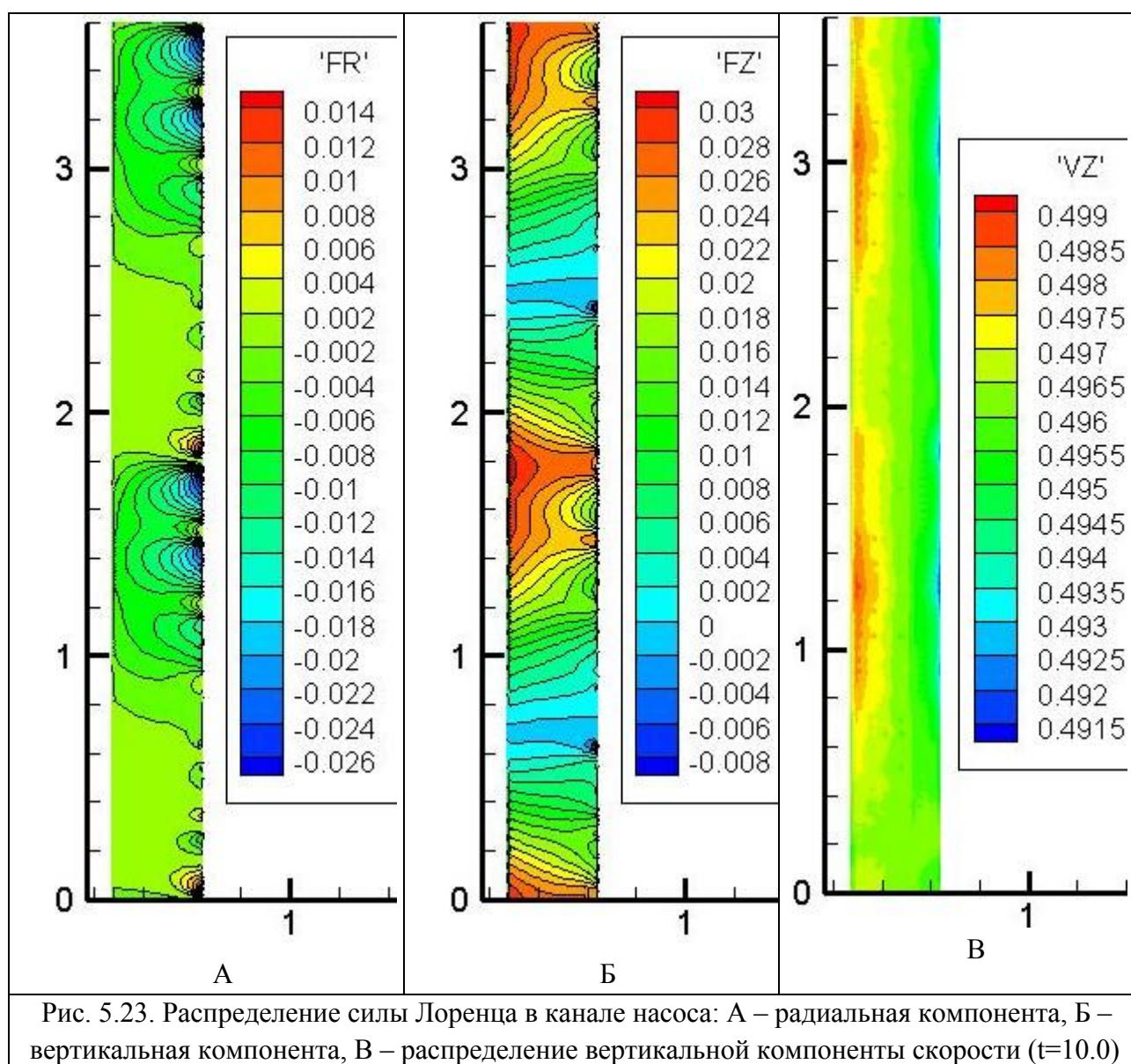


Рис. 5.22. Распределение индукции магнитного поля в канале насоса: А – радиальная компонента, Б – вертикальная компонента, В – распределение плотности индуцированного тока ($t=10.0$)

На рис. 5.22, 5.23 показаны распределения магнитной индукции, силы Лоренца, плотности индуцированного тока и вертикальной компоненты скорости в канале насоса в момент времени $t=10$. Для большей наглядности на рисунках нарушены нормальные пропорции: они растянуты по ширине в 2 раза. Из соот-

ветствующих графиков видно, что создаваемое в канале магнитное поле и индуцируемый ток формируют силу Лоренца, вертикальная компонента которой ускоряет жидкий металл почти во всем объеме канала насоса (за исключением небольших участков у внешней стенки). Поле скоростей в канале является почти полностью однородным: вертикальная компонента вектора скорости в различных точках отличается не больше чем на 2%, а радиальная компонента на 2 порядка меньше вертикальной.



На рис. 5.24 приведены графики, аналогичные графикам на рис.5.21, но сделанные для расчета, в котором на полюс и фазу приходится один паз, поэтому расчетная область с 12 пазами соответствует участку насоса с 2 парами полюсов. При сравнении графиков электромагнитного давления видно, что выбор устройства цепи, в котором на полюс и фазу приходится 2 паза в индук-

торе, позволяет создавать напор, более чем в 2 раза превышающий напор при другой конфигурации цепи.

Из формулы (5.1) видно, что если в канале действует бегущее магнитное поле с периодической структурой, то $p_{эм}$ прямо пропорционально протяженности канала L , т.е. электромагнитное давление для одной пары полюсов будет составлять одну вторую от электромагнитного давления для двух пар полюсов. Для подтверждения этого факта на рис. 5.24.Б также приведен график для расчета, в котором расчетная область включает 6 пазов. Сравнение двух графиков показывает, что, действительно, упомянутое выше соотношение выполняется.

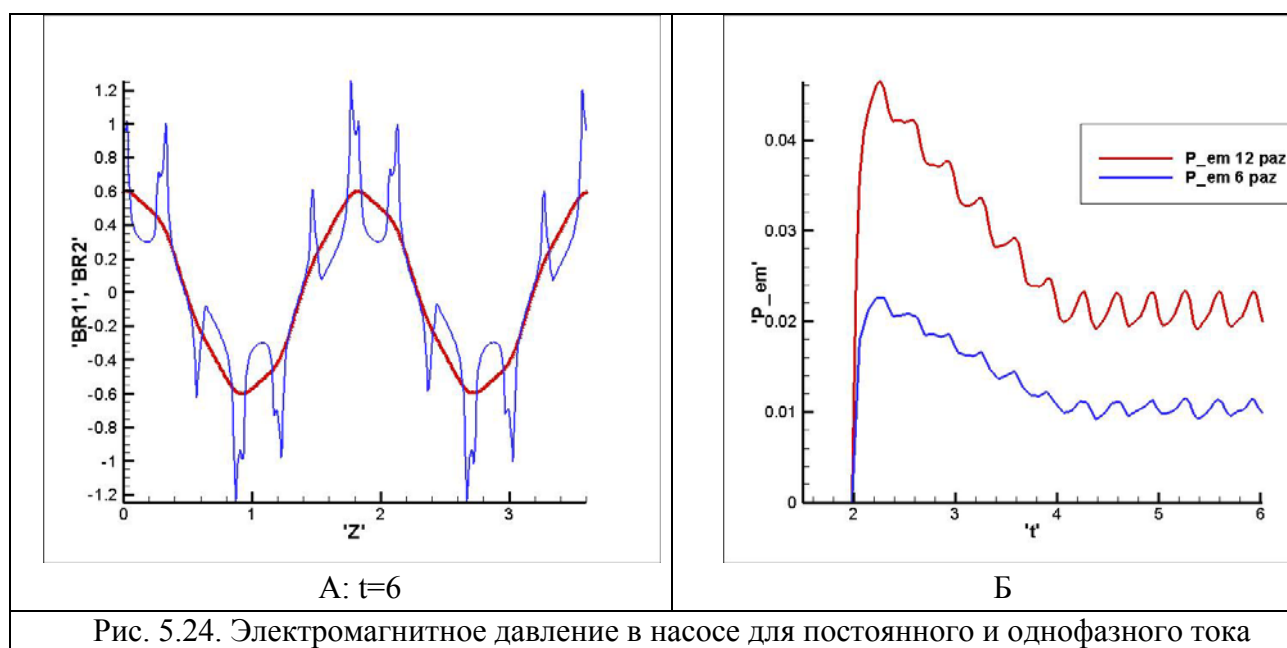


Рис. 5.24. Электромагнитное давление в насосе для постоянного и однофазного тока

Сравнение полученных результатов с данными инженерных расчетов

Представим в виде таблицы параметры исследуемого насоса, полученные в результате инженерных расчетов и с помощью описанной модели (для расчета, описанного в § 5.2):

Таблица 5.1. Рассчитанные параметры насоса

Результаты инженерных расчетов			Результаты описываемой модели	
Параметр	Значение в единицах Си	Безразмерное значение	Параметр	Безразмерное значение
Скорость перекачиваемой среды	4.98 м/с	0.498	Средняя скорость перекачиваемой среды	0.496
Электромагнитное давление	0.3165 МПа	0.3165	Электромагнитное давление Для одной пары полюсов	0.055

			Для 3-х пар полюсов	0.165
Индукция в рабочем зазоре, номинальная	0.281 Тл	0.889	Амплитуда индукции B_{rm} на внешнем радиусе канала; на внутреннем радиусе канала; среднее значение	1.18 0.58 0.88
Индукция в зубце без учета пазового рассеяния	1.394 Тл	4.41	Амплитуда индукции B_{rm} в зубце	6.3
с учетом рассеяния	1.93 Тл	6.11		

Из Таблицы 5.1 видно, что построенная двумерная модель не вполне адекватно описывает реальные трехмерные процессы, происходящие в насосе. В частности, погрешность расчета электромагнитного давления составляет почти 50 процентов.

Объяснением такого несовпадения значений параметров является тот факт, что магнитопровод и сердечник имеют сложную структуру, в них существенно нарушается принятое допущение о цилиндрической симметрии по углу φ . Электротехническая сталь не заполняет данные детали целиком, а располагается пакетами. Такая конструкция не может быть адекватно описана в двумерном приближении.

6. Заключение

В работе представлена пространственно двумерная цилиндрически симметричная нестационарная по времени математическая модель МГД-насоса. Рассмотрена расчетная область, включающая в себя сердечник, канал, катушки индуктивности, по которым течет трехфазный ток, и ярмо индуктора.

Для нахождения электромагнитных величин во всей области решена система уравнений Максвелла. Для описания ферромагнитных свойств электротехнической стали использована заданная в виде таблицы кривая намагничивания. На торцевых границах поставлены условия периодичности, позволяющие описывать бегущее магнитное поле (расчетная область соответствует ячейке периодичности – одной паре полюсов). В построенной модели на текущем этапе не учитывается продольный краевой эффект (эффект шунтирования), поэтому распределение магнитной индукции является симметричным, что соответствует нормальной структуре бегущего магнитного поля.

Для описания движения жидкого металла по каналу насоса решена система уравнений Навье-Стокса, записанная в терминах функции вихря и функции тока. На боковых стенках канала поставлено условие скольжения, расход металла является заданной функцией времени.

Проведено исследование зависимости работы насоса от различных параметров: количества фаз в электрической цепи, амплитуды, частоты и смещения тока в цепи, расхода металла. Выполнен расчет для насоса с заданным набором параметров, и проведено сравнение полученных результатов с результатами инженерных расчетов для аналогичного насоса.

Список литературы

1. М.П. Галанин, Ю.П. Попов. Квазистационарные электромагнитные поля в неоднородных средах. Математическое моделирование. М.: Наука. Физматлит. 1995. 320 с.
2. И.Е. Тамм. Основы теории электричества. М.: Наука. 1989. 504 с.
3. В.В. Батыгин, И.Н. Топтыгин. Современная электродинамика. Часть 1. Микроскопическая теория. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 736 с.
4. Н.Е. Кочин, И.А. Кибель, Н.В. Розе. Теоретическая гидромеханика. Часть 1. М.: Гос. Изд. Физматлит. 1963. 584 с.
5. Н.Е. Кочин, И.А. Кибель, Н.В. Розе. Теоретическая гидромеханика. Часть 2. М.: Гос. Изд. Физматлит. 1963. 728 с.
6. Д. Поттер. Вычислительные методы в физике. М.: Мир. 1975. 392 с.
7. В.К. Агошков, Г.И. Марчук. Введение в проекционно-сеточные методы. М.: Наука. Физматлит. 1981. 416 с.
8. Р. Галлагер. Метод конечных элементов. Основы. М.: Мир. 1984. 428 с.
9. А.А. Самарский. Теория разностных схем. М.: Наука, Физматлит. 1989. 616 с.
10. П. Роуч. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир. 1980. 616 с.
11. Физические величины. Справочник. Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлахова. М.: Энергоатомиздат. 1991. 1232 с.
12. А.И. Вольдек. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. Л.: Энергия. 1970. 256 с.
13. Г.А. Баранов, В.А. Глухих, И.Р. Кириллов. Расчет и проектирование индукционных МГД-машин с жидкометаллическим рабочим телом. М.: Атомиздат. 1978. 248 с.
14. Проектирование электрических машин. Под ред. И.П. Копылова. М.: Энергия. 1980. 496 с.
15. И.А. Щеглов. Программа для триангуляции сложных двумерных областей Gridder2D // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2008. № 60. 32 с.