Левтов В.Л., Богуславский А.А., Сазонов В.В., Соколов С.М., Глотов Ю.Н.

Исследование точности системы компьютерного зрения для тестирования низкочастотных акселерометров на борту космического аппарата

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

**В.Л. Левтов, А.А. Богуславский, В.В. Сазонов,
С.М. Соколов, Ю.Н. Глотов**

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОГО ЗРЕНИЯ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ НА БОРТУ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Москва - 2009

Аннотация

Рассматривается космический эксперимент по определению квазистатических микроускорений посредством обработки последовательности видеокадров пробного тела, совершающего свободное движение. В кубической коробке, закрепленной на корпусе спутника и имеющей две прозрачные соседние грани, движется дробинка. Ее движение снимается видеокамерой, установленной напротив одной из прозрачных граней; в поле зрения камеры под углом к другой прозрачной грани расположено зеркало. Это позволяет в одном кадре получать изображение дробинки с двух точек зрения. Обработка отдельного кадра дает координаты центра дробинки в системе координат камеры на момент времени получения кадра. Последовательность кадров позволяет получить значения координат дробинки в дискретные моменты времени. Эти значения аппроксимируется квадратной параболой. Коэффициент при квадрате времени равен половине значения соответствующей компоненты микроускорения. Аналогичный, но организованный несколько иначе эксперимент был удачно выполнен на борту *Фотона М-3*. Однако обработка его результатов после полета потребовала больших усилий программистов и вычислителей. Ниже изучаются точностные возможности использованной установки, обсуждаются способы автоматизации процесса обработки измерений с целью получения оценки микроускорения сразу после выполнения измерений.

V.L. Levtov, A.A. Boguslavskiy, V.V. Sazonov, S.M. Sokolov, Y.N. Glotov. Investigation of the accuracy of the vision system assigned for testing low-frequency accelerometers onboard a spacecraft. We consider the space experiment on determining quasi-steady accelerations by video images of a freely moving object. A pellet moves in the cubic box, which is fixed on a spacecraft body and has two transparent adjacent walls. The TV camera shoots its movement. The camera is placed opposite to a transparent wall; the mirror is placed angle-wise to another transparent wall is in the camera field of vision. This optical system is able to capture images of the pellet from two points of view in a frame. Special processing of each frame gives coordinates of the pellet center in the camera coordinate system. We process a sequence of frames, obtained in an interval of continuous shooting, in the following way. Using the least squares method, we construct quadratic parabolas that approximate time dependence of pellet coordinates. The coefficients of time squares equal a half of corresponding components of acceleration. The similar experiment was carried out onboard the spacecraft *Foton M-3*, but it was made rather differently. Its post-flight processing demanded a lot efforts of investigators. Below, we estimate the accuracy of the vision system and discuss the ways of automation of measurement process in order to make it online onboard a spacecraft.

1. Квазистатические микроускорения на борту ИСЗ. Квазистатические микроускорения на спутниках *Фотон* в неуправляемом орбитальном полете обусловлены движением спутника относительно центра масс как твердого тела, градиентом гравитационного поля Земли и сопротивлением атмосферы [1—4]. Для расчета таких микроускорений существует простая формула: квазистатическое микроускорение $\mathbf{b}$ в точке P, жестко связанной с корпусом спутника, имеет вид [5]

$$\mathbf{b} = \mathbf{r} \times \dot{\boldsymbol{\omega}} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \times \boldsymbol{\omega} + \frac{\mu_E}{|\mathbf{R}|^3} \left[\frac{3\,(\mathbf{R} \cdot \mathbf{r})\,\mathbf{R}}{|\mathbf{R}|^2} - \mathbf{r} \right] + c\rho_a |\mathbf{v}| \mathbf{v}\,. \qquad (1)$$

Здесь $\mathbf{r}$ — радиус-вектор точки P относительно центра масс спутника — точки O, $\boldsymbol{\omega}$ — абсолютная угловая скорость спутника, точка над символом означает дифференцирование по времени t, μ_E — гравитационный параметр Земли, $\mathbf{R}$ — геоцентрический радиус-вектор точки O, c — баллистический коэффициент спутника, ρ_a — плотность атмосферы в точке O, $\mathbf{v}$ — скорость этой точки относительно поверхности Земли.

Вектор $\mathbf{b}$ играет роль ускорения силы тяжести Земли в орбитальных экспериментах. В частности, если в точке P закрепить пробное тело с исчезающе малой массой m, то сила реакции, действующая на это тело со стороны спутника, будет равна $-m\mathbf{b}$.

Восстановив по какой-либо информации фактическое движение спутника, можно затем по формуле (1) рассчитать реальное квазистатическое микроускорение в любой заданной точке борта в функции времени [1, 2, 4]. Расчеты такого рода можно использовать для проверки правильности измерения бортовыми акселерометрами низкочастотной составляющей микроускорения. С этой целью следует выбрать подходящие акселерометр и отрезок времени, рассчитать на выбранном отрезке микроускорение в точке расположения акселерометра и подготовить надлежащим образом относящиеся к этому отрезку данные измерений[1]. Примеры указанного сравнения приведены в [4, 6], причем надлежащая подготовка данных измерений акселерометра оказалась трудоемкой [6]. Она включала выделение из этих данных низкочастотной составляющей, коррекцию составляющей с очень низкими частотами, внесение поправки за влияние магнитного поля Земли и уточнение положения акселерометра на борту спутника. В результате квазистатические микроускорения, полученные разными способами, удалось согласо-

[1]Первичные показания акселерометров содержат в основном весьма значительные высокочастотные (с частотами свыше 1 Гц) составляющие, обусловленные функционированием бортового оборудования. Эксперименты по космическому материаловедению и физике жидкости практически не чувствительны к таким составляющим. Для них важны микроускорения с частотами менее 0.01 Гц, т. е. именно те, которые описываются формулой (1).

вать со среднеквадратичной ошибкой менее 10^{-6} м/с^2. Описанное сравнение можно считать оценкой точности акселерометра в области низких частот. К сожалению, эта оценка является опосредованной. Хотелось бы иметь прямой способ такой оценки.

Возможный подход к разработке прямого способа проверки низкочастотных акселерометров основывается на результатах эксперимента "Динамика-М", проведенного на спутнике *Фотон М-3* [7]. Эксперимент состоял в определении микроускорений посредством обработки последовательности видеокадров объектов, совершающих свободное движение. На корпусе спутника была закреплена кубическая коробка, имевшая две прозрачные соседние стенки. В коробке двигались дробинки — они вбрасывались в нее с интервалом в несколько минут. Всего в эксперименте, продолжавшемся 40 мин, были использованы четыре дробинки. Движение дробинок снималось видеокамерой. Видеокамера располагалась напротив одной из прозрачных стенок, в поле зрения камеры под углом к другой прозрачной стенке было установлено зеркало (рис. 1, 2). Такая оптическая система позволяла в одном кадре получать изображение дробинок с двух точек зрения (рис. 3).

Движение дробинок снималось на отрезках времени длиной по 96 с. Паузы между этими отрезками также был равны 96 с. Каждый кадр был привязан ко времени. Выполненная на Земле цифровая обработка каждого кадра позволила определить координаты центров дробинок в системе координат коробки. Для каждой дробинки выделялись последовательности кадров, изображающие ее движение между столкновениями со стенками коробки и другими дробинками. Такие последовательности обрабатывались следующим образом. Зависимость от времени каждой координаты дробинки аппроксимировалась квадратичной параболой. Коэффициент при квадрате времени равен половине значения соответствующей компоненты микроускорения. Это микроускорение относилось к середине последовательности. Микроускорения, найденные описанным способом сравнивались с микроускорениями, рассчитанными по формуле (1). Очень хорошего совпадения достичь не удалось, но значения микроускорений, найденных разными способами, оказались одного порядка и в общем-то близкими.

Ниже проводится детальный анализ возможностей установки, использованной в эксперименте "Динамика-М", оцениваются ее точностные характеристики, обсуждаются способы автоматизации обработки измерений.

2. Анализ оптической системы. Чтобы описать математическую модель оптической системы установки "Динамика-М", введем две правые декартовы системы координат. Система $A_1x_1x_2x_3$ связана с коробкой. Оси этой системы направлены по ребрам коробки, выходящим из ее вершины A_1 (рис. 1). Вершины коробки в этой системе имеют координаты

$$A_1 = (0,0,0)\,, \quad A_2 = (0,a,0)\,, \quad A_3 = (a,a,0)\,, \quad A_4 = (a,0,0)\,,$$

$$A_5 = (0,0,a)\,, \quad A_6 = (0,a,a)\,, \quad A_7 = (a,a,a)\,, \quad A_8 = (a,0,a)\,,$$

где $a = 50$ мм. Прозрачные стенки коробки лежат в плоскостях $x_2 = a$ и $x_3 = a$. Зеркало лежит в плоскости $x_3 \cos\alpha - (x_2 - b)\sin\alpha = 0$. Оно пересекает плоскость $A_1x_1x_2$ по прямой $x_3 = 0$, $x_2 = b$ и составляет с этой плоскостью угол α. Пусть точка внутри коробки имеет в системе $A_1x_1x_2x_3$ координаты (x_1, x_2, x_3). Тогда изображение этой точки в зеркале (точка, симметричная исходной относительно плоскости зеркала) будет иметь координаты (x_1', x_2', x_3'), где

$$x_1' = x_1\,, \quad x_2' = x_2 - 2z\sin\alpha\,, \quad x_3' = x_3 + 2z\cos\alpha\,,$$

$$z = (x_2 - b)\sin\alpha - x_3\cos\alpha\,.$$

Система $Oy_1y_2y_3$ связана с камерой. Плоскость Oy_1y_2 совпадает с картинной плоскостью камеры, ось Oy_3 совпадает с оптической осью камеры. Формулы перехода от системы $A_1x_1x_2x_3$ к системе $Oy_1y_2y_3$ имеют вид

$$y_1 = x_1 - a_1\,, \quad y_2 = a_2 - x_2\,, \quad y_3 = a_3 - x_3\,.$$

Здесь (a_1, a_2, a_3) — координаты точки O в системе $A_1x_1x_2x_3$. Если некоторая точка имеет в системе $Oy_1y_2y_3$ координаты (y_1, y_2, y_3), то координаты изображения этой точки в картинной плоскости камеры будут

$$\xi_1 = \frac{fy_1}{y_3}\,, \quad \xi_2 = \frac{fy_2}{y_3}\,,$$

где f — фокусное расстояние камеры.

Пусть точка внутри коробки имеет в системе $A_1x_1x_2x_3$ координаты (x_1, x_2, x_3). Выписанные соотношения позволяют рассчитать координаты двух изображений этой точки в картинной плоскости камеры. Одно изображение получается через прозрачную переднюю стенку коробки (эта стенка лежит в плоскости $x_3 = a$). Второе изображение получается через прозрачную боковую стенку коробки (лежит в плоскости $x_2 = a$) и зеркало. Координаты первого изображения в системе Oy_1y_2 обозначим (ξ_1, ξ_2), координаты второго изображения в той же системе обозначим (ξ_1', ξ_2'). Имеют место соотношения

$$\xi_1 = \frac{f(x_1 - a_1)}{a_3 - x_3}\,, \quad \xi_2 = \frac{f(a_2 - x_2)}{a_3 - x_3}\,, \tag{2}$$

$$\xi_1' = \frac{f(x_1 - a_1)}{a_3 - x_3 - 2z\cos\alpha}\,, \quad \xi_2' = \frac{f(a_2 - x_2 + 2z\sin\alpha)}{a_3 - x_3 - 2z\cos\alpha}\,.$$

Величина z здесь определена формулой, приведенной выше.

Соотношения (2) выражают математическую модель оптической системы Эта модель содержит ряд параметров, причем некоторые из них довольно трудно точно измерить даже в лабораторных условиях. К счастью, в этом нет необходимости. Значения параметров оптической системы можно определить в процессе ее калибровки. Дело в том, что координаты ξ_1, ξ_2, ξ_1', ξ_2' можно измерить. Введем в bmp-представлении кадра систему координат $C\eta_1\eta_2$. Точка C — верхний левый угол кадра, ось $C\eta_1$ направлена по горизонтальной стороне кадра слева направо, ось $C\eta_2$ направлена по вертикальной стороне кадра сверху вниз. Координаты точки O в системе $C\eta_1\eta_2$ обозначим $(\eta_1^\circ, \eta_2^\circ)$, координаты точек (ξ_1, ξ_2) и (ξ_1', ξ_2') в этой системе обозначим соответственно (η_1, η_2) и (η_1', η_2'). Все эти координаты и фокусное расстояние камеры f будем измерять в пикселах bmp-представления. Тогда

$$\xi_1 = \eta_2 - \eta_2^\circ\,, \quad \xi_2 = -\eta_1 + \eta_1^\circ\,, \quad \xi_1' = \eta_2' - \eta_2^\circ\,, \quad \xi_2' = -\eta_1' + \eta_1^\circ\,.$$

Измерение координат изображений точек A_i $(i = 1, 2, \ldots, 8)$ в системе $C\eta_1\eta_2$ осуществлялось с помощью программы Paint (стандартное средство Windows) посредством подведения стрелки мыши к нужной точке и считывания значений величин η_1, η_2 или η_1', η_2' с экрана монитора. Результаты измерений приведены в столбцах 2 — 5 табл. 1. Для координат точки O были приняты значения $\eta_1^\circ = 331$, $\eta_2^\circ = 268$.

Таблица 1. Калибровка оптической системы

Точка	η_1	η_2	η_1'	η_2'	$\delta\xi_1$	$\delta\xi_2$	$\delta\xi_1'$	$\delta\xi_2'$
A_1	165	194	384	211	-2.53	-0.80	-2.30	-1.48
A_2	329	194	368	199	-2.53	-0.40	-1.03	-1.92
A_3	326	366	369	361	5.07	2.60	4.62	-2.92
A_4	164	361	385	341	0.07	0.20	1.88	-2.48
A_5	107	170	512	210	-1.47	-1.31	-1.21	0.86
A_6	329	169	525	198	-2.47	-1.25	1.23	3.78
A_7	326	400	525	360	6.47	1.75	-0.62	3.78
A_8	107	390	512	340	-3.53	-1.31	-1.84	0.86

Запишем соотношения (2) для точек A_i и будем рассматривать эти соотношения как переопределенную систему уравнений относительно неизвестных параметров a_1, a_2, a_3, b, α и f. Имеем 32 уравнения относительно 6 неизвестных. Эта система решалась численно методом наименьших квадратов, причем все уравнения брались с одинаковыми весами. Поиск решения выполнялся по схеме Гаусса-Ньютона [8]. Найденное решение имеет вид

$$a_1 = 21.74\,(0.21)\,, \quad a_2 = 50.73\,(0.29)\,, \quad a_3 = 192.6\,(5.1)\,,$$
$$b = 60.08\,(0.61)\,, \quad \alpha = 0.8785\,(0.0078)\,, \quad f = 633\,(19)\,.$$

Здесь в скобках указаны соответствующие стандартные отклонения, координаты a_i и b выражены в миллиметрах, угол α — в радианах, фокусное расстояние f — в пикселах. Невязки соотношений (2) — разности их левых и правых частей — для найденного решения приведены в последних четырех столбцах табл. 1. Стандартное отклонение σ ошибок определения координат изображений точек A_i в картинной плоскости камеры равно 2.81 пиксела.

После калибровки оптической системы соотношения (2) можно использовать для определения координат точки в системе $A_1x_1x_2x_3$ по координатам ее изображений в картинной плоскости камеры. В этом случае соотношения (2) рассматриваются как переопределенная система уравнений относительно величин x_1, x_2 и x_3. Здесь имеется 4 уравнения относительно 3 неизвестных. Эта система также решается численно методом наименьших квадратов с использованием подхода Гаусса-Ньютона. В качестве примера в табл. 2 приведены решения этой системы для точек A_i. Столбцы 2 — 4 таблицы содержат выраженные в миллиметрах ошибки определения координат этих точек, в последних четырех столбцах указаны невязки соотношений (2) — в пикселах. Как видно из таблицы, точность определения координат точек по измерениям видео системы вполне приемлема.

Таблица 2. Ошибки определения координат калибровочных точек

Точка	δx_1	δx_2	δx_3	$\delta\xi_1$	$\delta\xi_2$	$\delta\xi_1'$	$\delta\xi_2'$
A_1	-0.76	0.41	0.62	-0.21	-0.02	0.27	0.02
A_2	-0.51	0.11	0.65	0.61	0.06	-0.64	-0.06
A_3	1.48	-0.77	0.83	0.24	-0.03	-0.25	0.03
A_4	0.18	0.22	0.96	1.00	-0.10	-1.31	0.13
A_5	-0.40	0.18	-0.34	-0.08	-0.01	0.14	0.01
A_6	-0.33	0.23	-1.05	1.72	0.22	-2.32	-0.29
A_7	1.03	-0.50	-0.87	-2.71	0.45	3.66	-0.61
A_8	-0.73	0.18	-0.33	0.01	0.00	-0.02	0.00

Вернемся к результатам калибровки системы. Хотя полученное решение успешно использовалось в [7] для обработки результатов космического эксперимента, оно не достаточно детально отражает свойства оптической системы, важные для исследования ее точности. К тому же, большие стандартные отклонения оценок параметров a_3 и f вызывают некоторую неудовлетворенность. Чтобы прояснить ситуацию, рассмотрим способ вычисления стандартных отклонений.

Как уже говорилось, оценки параметров оптической системы находились в результате решения методом наименьших квадратов переопределенной системы уравнений. Поскольку система — нелинейная, ее решение находилось итерационным методом Гаусса-Ньютона — наиболее распространенным способом решения задач такого рода [8]. На каждой итерации этого метода поправки к имеющимся оценкам искомых параметров определяются линейной системой так называемых нормальных уравнений с симметричной положительно определенной матрицей. После того, как оценки найдены (итерации сошлись), ковариационная матрица оценок вычисляется по формуле

$$K = \sigma^2 C^{-1}.$$

Здесь C —матрица системы нормальных уравнений в конечной точке итерационного процесса. Стандартные отклонения найденных оценок равны квадратным корням из диагональных элементов матрицы K. Стандартные отклонения параметров a_i, b, α и f обозначим σ_{ai}, σ_b и σ_f.

Совместный анализ этих стандартных отклонений и собственных векторов матрицы C, отвечающих ее нескольким минимальным собственным числам, позволяет понять характер ошибок, которые возникают при калибровке. Анализ основан на формуле

$$C^{-1} = \sum_{k=1}^{6} \left(\frac{u_k}{\sqrt{c_k}}\right)\left(\frac{u_k}{\sqrt{c_k}}\right)^T ,$$

где c_k и u_k — собственные числа и ортонормированные собственные векторы матрицы C. Из этой формулы следует, что наибольшие стандартные отклонения имеют те определяемые параметры, которым отвечают наибольшие компоненты векторов $u_k/\sqrt{c_k}$.

Собственные числа матрицы C в данном случае составляют $c_1 = 0.142$, $c_2 = 3.00$, $c_3 = 5.02$, 12.4, 13.8, 683; ее собственные векторы $u_k/\sqrt{c_k}$ $(k = 1, 2, 3)$ имеют вид (остальные такие векторы несущественны)

$$\begin{aligned} &[\,0,\ \ 0,\ \ \ \ 0.68,\ \ \ \ \ \ \ \ 0,\ \ 0,\ \ 2.6\,]^T,\\ &[\,0,\ \ 0,\ \ -0.52,\ \ \ \ \ \ \ \ 0,\ \ 0,\ \ \ \ 0\,]^T,\\ &[\,0,\ \ 0,\ \ \ \ \ \ \ \ 0,\ \ -0.41,\ \ 0,\ \ \ \ 0\,]^T. \end{aligned}$$

Компоненты этих векторов упорядочены так же, как параметры в приведенном выше решении задачи калибровки; нули означают, что модули соответствующих компонент меньше 0.2. Выписанные векторы дают наиболее значимый вклад в стандартные отклонения уточняемых величин. В частности, вклад первого вектора в σ_f весьма велик. Первый и второй векторы поясняют большое значение σ_{a3}.

Как сделать калибровку более точной? Существует довольно простое решение этой проблемы: надо при калибровке учесть априорную информацию. Например, можно узнать фокусное расстояние ТВ-камеры и размер пиксела, принятый при оцифровке кадра. Отношение этих величин даст f. Другой способ — измерить достаточно точно координату a_3. Она равна расстоянию картинной плоскости камеры от плоскости $A_1x_1x_2$. Остановимся на последнем способе более подробно.

Пусть в результате измерения получено значение a_3°. Добавим к упомянутой выше переопределенной системе уравнение $w(a_3 - a_3^\circ) = 0$, где w — вес этого уравнения, и будем уравнивать расширенную переопределенную систему. При достаточно точном измерении и правильном выборе веса точность калибровки повысится. Вес будем выбирать из следующих соображений. Если ошибка измерения примерно равна указанному выше значению σ_{a3}, т.е 5 мм, то естественно взять $w = 1$. В этом случае точность калибровки не практически не изменится. Примем точность измерения 0.5 мм соответственно этой точности возьмем вес $w = 10$. В качестве a_3° возьмем значение, полученное при калибровке. Повторим расчет. Указанные выше оценки параметров оптической системы не изменились, но изменились их стандартные отклонения (единицы измерения прежние): $\sigma_{a1} = 0.21$, $\sigma_{a2} = 0.28$, $\sigma_{a3} = 0.28$, $\sigma_b = 0.60$, $\sigma_\alpha = 0.0068$, $\sigma_f = 3.6$. Сильно уменьшились σ_{a3} и σ_f, остальные стандартные отклонения остались по существу на прежнем уровне. Собственные числа матрицы C теперь равны 0.773, 4.78, 10.4, 12.5, 13.8, 683.

Аналогичным образом можно учесть результат независимого измерения любого параметра, но учет измерения не всякого параметра повысит точность калибровки. Имея в виду это повышение, следует измерять только те параметры, которым соответствуют наиболее значительные по модулю компоненты векторов $u_k/\sqrt{c_k}$.

Выше была исследована калибровки конкретной оптической системы установки "Динамика-М". Однако описанный подход является универсальным. Кроме того, конструкцию этой установки следует признать весьма удачной. Варьирование ее размеров несколько изменит приводимые оценки, но в значительных пределах такое варьирование невозможно по многим причинам. Следовательно, рассмотренный процесс калибровки практически безальтернативен. Возможные пути дальнейшего совершенствования механической части установки: 1) более тщательное ее изготовление — тогда соотношения (2) будут выполняться точнее; 2) нанесение внутри коробки специальных рисок, отмечающих точки A_k — это повысит точность определения координат их изображений. Указанные пути приведут к уменьшению σ и пропорциональному уменьшению стандартных отклонений калибруемых параметров. Возможно также введение дополнительных калибровочных точек, например, середин ребер коробки.

Займемся теперь оценкой точности определения координат точки в системе $A_1x_1x_2x_3$ по координатам ξ_1, ξ_2, ξ_1', ξ_2' ее изображений в картинной плоскости камеры. Сначала сравним невязки $\delta\xi_i$, $\delta\xi_i'$ в табл. 1 и 2. В табл. 2 эти невязки заметно меньше. Факт — легко объяснимый. Уравнять методом наименьших квадратов 32 уравнения подбором 6 неизвестных сложнее, чем аналогичным образом уравнять 4 уравнения подбором 3 неизвестных. К сожалению, этот факт означает также, что из-за ошибок в задании параметров оптической системы определение координат x_k по координатам ξ_i, ξ_i' выполняется со систематической ошибкой. Оценим все возможные ошибки такого определения.

Введем векторы

$$x = (x_1, x_2, x_3)^T, \quad \xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_1', \xi_2')^T, \quad p = (a_1, a_2, a_3, b, \alpha, f)^T$$

и, определив подходящим образом функцию $F(x,p)$, запишем соотношения (2) в виде

$$\xi = F(x,p)\,. \tag{3}$$

Координаты x в функции координат ξ находятся посредством решения системы (результат применения метода наименьших квадратов, см. выше)

$$F_x^T(x,p)[F(x,p) - \xi] = 0\,. \tag{4}$$

Обозначим искомую функцию $\hat{x}(\xi,p)$. В такой записи учтена зависимость этой функции и от параметров p. Найдем частные производные $\partial\hat{x}/\partial\xi$, $\partial\hat{x}/\partial p$. С этой целью подставим $\hat{x}(\xi,p)$ в систему (4) и продифференцируем получившееся тождество по ξ и p. Получившиеся соотношения затем упростим, приняв в них точное выполнение равенства (3) при $x = \hat{x}(\xi,p)$. Это упрощение — стандартный прием схемы Гаусса-Ньютона. Получим

$$F_x^T(\hat{x},p)\left[F_x(\hat{x},p)\frac{\partial\hat{x}}{\partial\xi} - E_3\right] = 0\,, \quad F_x^T(\hat{x},p)\left[F_x(\hat{x},p)\frac{\partial\hat{x}}{\partial p} + F_p(\hat{x},p)\right] = 0\,,$$

где E_3 — единичная матрица порядка 3. Отсюда находим

$$\frac{\partial\hat{x}}{\partial\xi} = \left(F_x^T F_x\right)^{-1} F_x^T\,, \quad \frac{\partial\hat{x}}{\partial p} = -\left(F_x^T F_x\right)^{-1} F_x^T F_p\,.$$

Здесь частные производные F_x и F_p вычислены при $x = \hat{x}(\xi,p)$.

Ошибку δx определения координат x в результате решения системы (4) представим в виде

$$\delta x = \frac{\partial\hat{x}}{\partial\xi}\,\delta\xi + \frac{\partial\hat{x}}{\partial p}\,\delta p\,.$$

Первое слагаемое в правой части этой формулы характеризует ошибку вычисления x, обусловленную ошибкой $\delta\xi$ определения координат ξ; второе слагаемое можно считать выражением систематической ошибки, вызванной отличием используемого вектора параметров оптической системы от истинного вектора на величину δp. Ошибку $\delta\xi$ естественно считать случайной с нулевым средним значением и ковариационной матрицей $\sigma_\xi^2 E_4$, E_4 — единичная матрица порядка 4. Хотя δp — систематическая ошибка и она одинакова для всей серии расчетов с использованием уравнения (4), изначально она порождена калибровкой, а на выходе калибровки δp — случайная величина с нулевым средним значением и ковариационной матрицей K (см. выше). Учтем это ее происхождение при расчете первого и второго моментов δx. Ошибки $\delta\xi$ и δp считаем независимыми. С учетом сделанных замечаний получим, что δx имеет нулевое среднее значение и ковариационную матрицу

$$K_x = K_x' + K_x'' , \quad K_x' = \sigma_\xi^2 \frac{\partial \hat{x}}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \hat{x}}{\partial \xi} \right)^T = \sigma_\xi^2 \left(F_x^T F_x \right)^{-1} ,$$

$$K_x'' = \frac{\partial \hat{x}}{\partial p} K \left(\frac{\partial \hat{x}}{\partial p} \right)^T = \left(F_x^T F_x \right)^{-1} F_x^T F_p K F_p^T F_x \left(F_x^T F_x \right)^{-1} .$$

Слагаемое K_x' обусловлено ошибкой $\delta\xi$, слагаемое K_x'' — ошибкой δp.

Матрицы K_x, K_x' и K_x'' — слишком громоздкие объекты, поэтому ниже будем иметь дело с квадратными корнями из их диагональных элементов. Эти величины обозначим соответственно σ_{xi}, σ_{xi}' и σ_{xi}'' $(i = 1, 2, 3)$. Они связаны соотношениями $\sigma_{xi}^2 = (\sigma_{xi}')^2 + (\sigma_{xi}'')^2$. По способу определения σ_{xi}' — среднеквадратичная ошибка вычисления координаты x_i, обусловленная ошибкой определения координат ξ, σ_{xi}'' — среднеквадратичная ошибка вычисления координаты x_i, обусловленная систематической ошибкой в задании параметров p, σ_{xi} — полная среднеквадратичная ошибка вычисления координаты x_i.

Таблица 3. Расчетные оценки точности определения координат калибровочных точек

Точка	σ_{x1}'	σ_{x2}'	σ_{x3}'	σ_{x1}''	σ_{x2}''	σ_{x3}''	σ_{x1}	σ_{x2}	σ_{x3}
A_1	0.12	0.16	0.20	0.30	0.47	0.61	0.33	0.50	0.65
A_2	0.11	0.15	0.16	0.27	0.29	0.51	0.31	0.33	0.54
A_3	0.11	0.15	0.16	0.29	0.29	0.50	0.31	0.33	0.53
A_4	0.12	0.16	0.20	0.33	0.47	0.61	0.36	0.50	0.65
A_5	0.10	0.13	0.18	0.26	0.42	0.54	0.28	0.44	0.57
A_6	0.09	0.11	0.15	0.26	0.29	0.40	0.27	0.31	0.42
A_7	0.09	0.11	0.15	0.27	0.28	0.39	0.29	0.31	0.42
A_8	0.10	0.13	0.18	0.26	0.42	0.53	0.28	0.44	0.56

Табл. 3 содержит значения указанных среднеквадратичных ошибок для калибровочных точек и решения задачи калибровки, использованного в [7]; табл. 4 содержит аналогичные среднеквадратичные ошибки для того же решения, но с улучшенной матрицей K (см выше). Расчеты выполнены при $\sigma_\xi = 0.5$ пиксела. Значения величин σ_{xi}' в обеих таблицах совпадают, что объясняется способом их расчета; значения величин σ_{xi}'' и σ_{xi} в табл. 4 лишь ненамного меньше, чем в табл. 3, причем для некоторых точек имеет место почти полное совпадение. Таким образом, использованные в [7] результаты калибровки оказались вполне приемлемыми. Плохая точность определения

f и a_3 достаточно слабо сказывается на точности обращения соотношения (3). Такого рода эффекты нередки в задачах, решаемых методом наименьших квадратов. В данном случае этот эффект объясняется спецификой конструкции установки (из вида формул (2) следует, что отношение f/a_3 более значимо, чем эти параметры по отдельности), т. е. видом матриц, определяющих K''_x.

Таблица 4. Расчетные оценки точности определения координат калибровочных точек

Точка	σ'_{x1}	σ'_{x2}	σ'_{x3}	σ''_{x1}	σ''_{x2}	σ''_{x3}	σ_{x1}	σ_{x2}	σ_{x3}
A_1	0.12	0.16	0.20	0.27	0.36	0.55	0.30	0.39	0.59
A_2	0.11	0.15	0.16	0.26	0.28	0.51	0.28	0.32	0.54
A_3	0.11	0.15	0.16	0.27	0.28	0.50	0.29	0.32	0.53
A_4	0.12	0.16	0.20	0.28	0.36	0.55	0.30	0.39	0.59
A_5	0.10	0.13	0.18	0.25	0.34	0.54	0.27	0.36	0.57
A_6	0.09	0.11	0.15	0.25	0.28	0.39	0.26	0.30	0.41
A_7	0.09	0.11	0.15	0.25	0.28	0.38	0.26	0.30	0.41
A_8	0.10	0.13	0.18	0.25	0.34	0.53	0.27	0.36	0.56

Существенно уменьшить σ''_{xi} и σ_{xi} можно, по-видимому, только за счет уменьшения стандартного отклонения σ: σ^2 входит множителем в K, и $\sigma''_{xi} \sim \sigma$. Снова встал вопрос о точности калибровки. Выше указывались пути уменьшения σ, но их вряд ли можно назвать кардинальными. Кардинальный путь решения и этой проблемы, и проблемы повышения точности определения координат ξ — использование другой ТВ-камеры. В эксперименте "Динамика-М" использовалась аналоговая камера. Каждый ее кадр оцифровывался на равномерной сетке, образованной 660×540 пикселами. Если использовать цифровую камеру с 1920×1270 пикселами, то погрешеность калибровки можно снизить в примерно в три раза и с учетом других мер довести ошибку определения координат центра дробинки до $0.15\div0.17$мм. Если при этом увеличить в два раза (до 8 — 10 мм) диаметр дробинки и окрасить ее диффузно рассеивающей свет краской, то ошибку определения координат центра дробинки можно уменьшить до 0.1мм.

3. Автоматическое определение координат дробинки в картинной плоскости ТВ-камеры и в коробке. В процессе обработки результатов эксперимента "Динамика-М" была разработана специальная программа для определения координат центров образов дробинок в системе $C\eta_1\eta_2$ [7]. Напомним функции и возможности этой программы. Программа предназначена для использования в интерактивном режиме пользователем-исследователем, осуществляющим контроль за правильностью обработки. Входной информацией для программы служит последовательность оцифрованных кадров — видеосюжет, представленный в виде файла формата AVI (audio video interlaced). Эти видеосюжеты указываются пользователем. Образы дробинок в кадрах представляют собой темные круги радиусом от 6 до 10 пикселей, в зависимости от расположения по глубине сцены. Система подсветки в описываемом эксперименте не была совершенна. Из-за бликов на поверхности дробинок, затенения ряда областей сцены, реальные образы дробинок значительно отличались от темных кругов (рис. 4). Эти обстоятельства, наряду с указанной изменчивостью размеров образов дробинок и их возможным пересечением на изображении, сделали принципиально важным этап выделения действительных образов прослеживаемых дробинок.

Процедура определения координат центров образов дробинок в пределах непрерывных видеосюжетов разбивается на две части: первоначальное обнаружение и прослеживание. В первой части (при первоначальном запуске программы) априорной информацией является место появления образов дробинок в кадре и их размер.

Процесс первоначального обнаружения выполняется так: оператор указывает прямоугольную область, содержащую прослеживаемый образ дробинки, и запускает программу обработки. В указанной прямоугольной области выполняется обнаружение темного образа, контур которого является окружностью или дугой окружности. В результате обработки на этапе первоначального обнаружения оператору предъявляется изображение с наложенной окружностью и отмеченным центром образа дробинки. Если оператор не прерывает выполнение программы, то она автоматически переходит к части прослеживания найденного образа. Если же по тем или иным причинам результат первоначального обнаружения оказался не удовлетворительным, то оператор может остановить выполнение программы и скорректировать параметры алгоритмов обработки зрительных данных.

На этапе выделения действительных образов прослеживаемых дробинок используется априорная информация о форме образов интересующих объектов и тот факт, что по характеру наблюдаемых движений за промежуток времени между последовательными кадрами смещения этих объектов не могут приводить к резкому изменению (более чем на пиксел) линейных размеров образов этих объектов на изображении. На основе этой информации в зрительных данных очередного кадра видеопоследовательности в окрестности каждого ожидаемого места образа объекта интереса выделяются тёмные пикселы и восстанавливается круг соответствующего размера. Координаты центров дробинок вычисляются как координаты геометрического центра этого круга. Все результаты в виде таблицы записываются в текстовый файл (для каждого кадра сохраняется временная метка, координаты центра и радиус образа дробинки).

Если в коробке находится несколько дробинок, то сортировка вычисленных координат η_1, η_2 и η_1', η_2' по дробинкам осуществляется по порядку расположения дробинок вдоль оси $C\eta_1$ и с учетом непрерывности движения, т.

е. по близости изображений одной и той же дробинки в обрабатываемом и предшествующем кадрах. Эти правила не исключают возможности перепутать дробинки при их соударении, но для последующей обработки данных ошибки такого рода не существенны.

На рис. 5 приведены примеры определения координат дробинок в системе $C\eta_1\eta_2$ в функции времени по последовательностям видеокадров. Функции $\eta_i = \eta_i(t)$, $\eta_i' = \eta_i'(t)$ $(i = 1, 2)$, графики которых изображены на этих рисунках, представляют собой ломаные. Вершины ломаных находятся во взаимно однозначном соответствии с обработанными кадрами, соседние вершины отвечают соседним кадрам. Абсциссы вершин образуют равномерную сетку на оси t с шагом 0.04 с (расстояние по времени между соседними кадрами), а ординаты равны соответствующим координатам изображений дробинок

Пересчитав способом, описанным в предыдущем разделе, координаты η_i, η_i' $(i = 1, 2)$ в координаты x_j $(j = 1, 2, 3)$ и сохранив прежнюю привязку кадров ко времени, можно найти реальное движение дробинок в коробке. Примеры определения движения некоторых дробинок приведены на рис. 6. Представленные здесь функции $x_j = x_j(t)$ $(j = 1, 2, 3)$ — это ломаные того же вида, что и на рис. 5. Они выражают зависимость от времени координат дробинок в системе $A_1x_1x_2x_3$ в третьем эпизоде движения, т. е. на третьем 96-секундном отрезке включения видеокамеры. В этом эпизоде дробинки 1, 2 и 3 наблюдались с самого его начала, а дробинка 4 была вброшена в коробку примерно на середине. Изломы графиков отвечают соударениям дробинок. Если в точке излома значение соответствующей координаты близко к 0 или 50 мм, то этот излом отвечает соударению со стенкой (радиус дробинки примерно 2 мм, и ближе чем на это расстояние дробинка не может подлететь к стенке). Еще одна характерная черта соударения со стенкой состоит в том, что в момент соударения изломы имеются только у координат одной дробинки, да и то не у всех. По-видимому, ударное трение в этих соударениях было невелико. Соударения со стенками видны на всех приведенных графиках.

Если в некоторый момент времени изломы имеются у двух дробинок и значения всех одноименных координат в точках излома отличаются примерно на 4 мм, то в этот момент происходило соударение двух дробинок между собой. На рис. 6 видны два таких соударения.

Для расчета микроускорения по движению какой-либо дробинки нужно выбрать отрезок ее движения между последовательными соударениями. Этот расчет будет детально рассмотрен в следующем разделе, а здесь вернемся к анализу работы программы определения координат изображений дробинок в картинной плоскости ТВ-камеры. Из описания работы программы следует, что участие оператора в этой работе является существенным. В существующем виде программа не может быть использована для работы в автоматическом режиме. Ниже перечисляются некоторые мероприятия, выполнение которых позволило бы реализовать автоматический режим, но осуществление некоторых из них может оказаться сложным.

Во-первых, в установке должна использоваться цифровая ТВ-камера. Во-вторых, надо всегда иметь в коробке только одну дробинку. Дробинка должна быть темной, а коробка хорошо освещенной. На изображении дробинки не должно быть бликов. В описанной ситуации координаты центра изображения дробинки на ПЗС-матрице ТВ-камеры могут быть сравнительно просто найдены автоматически. Описанная выше программа определения координат дробинки может быть существенно упрощена за счет исключения из нее процедур, анализирующих разнообразные сложные ситуации.

В-третьих, программа должна прослеживать движение дробинки и вычислять ее координаты в системе $A_1x_1x_2x_3$ до тех пор, пока дробинка не окажется вблизи стенки коробки. Как только это событие произойдет, прослеживание дробинки прекращается и начинает работать программа, анализирующая полученную траекторию дробинки в системе $A_1x_1x_2x_3$. Под траекторией здесь понимается дискретный набор точек с привязкой ко времени (ср. рис. 6).

В-четвертых (это, наверное, самое сложное), коробка должна иметь устройство, перемещающее дробинку в центр коробки после окончания прослеживания и отпускающее дробинку в свободный полет с малой относительной скоростью после того, как анализ траектории закончен. Описанный процесс, состоящий в чередовании измерения траектории дробинки с помощью системы компьютерного зрения и обработки полученной траектории, может продолжаться достаточно долго. В результате будет получена последовательность привязанных ко времени значений низкочастотного микроускорения в месте крепления установки.

4. Расчет микроускорения по движению дробинки. В [7] расчет микроускорений выполнялся следующим образом. Выбирался отрезок движения какой-либо дробинки между ее соударениями. Это движение считалось свободным. Поскольку время свободного движения невелико, функции $x_i(t)$ $(i = 1, 2, 3)$ аппроксимировались полиномами невысокой степени. Рассматривались только линейные и квадратичные полиномы. Линейный полином соответствует равномерному и прямолинейному движению дробинки относительно стенок коробки, квадратичный — равноускоренному движению. Если квадратичная аппроксимация точнее линейной, то это значит, что дробинка испытывает микроускорение.

Линейные и квадратичные полиномы, аппроксимирующие движение дробинки, задавались в виде

$$x_i^{(1)}(t) = d_i + v_i(t - t_0)\,, \quad x_i^{(2)}(t) = d_i + v_i(t - t_0) + \frac{1}{2}\,w_i(t - t_0)^2\,,$$

где d_i, v_i, w_i и t_0 — постоянные величины, $i = 1, 2, 3$. В качестве t_0 принималась средняя точка временного интервала, на котором рассматривалось свободное движение. К этой точке относились найденные значения w_i. Выписанные аппроксимации строились методом наименьших квадратов [8] независимо для каждой координаты. Точность этих аппроксимаций и найденных оценок микроускорений w_i характеризовалась соответствующими стандартными отклонениями. Описанным способом в [7] были найдены микроускорения на нескольких отрезках.

Описанный подход следует использовать и в новой установке. Оценим его точность. Будем рассматривать аппроксимацию измерений только одной координаты и примем, что движение происходит на отрезке $-T \le t \le T$. В этом случае $t_0 = 0$. Кроме того, для простоты вместо дискретного варианта метода наименьших квадратов воспользуемся непрерывным вариантом. Это освободит выкладки от несущественных деталей, но не скажется на получаемых результатах.

Измеренную траекторию обозначим $X(t)$, $-T \le t \le T$. Аппроксимирующие выражения запишем в виде

$$x^{(1)}(t) = d' + v't\,, \quad x^{(2)}(t) = d + vt + \frac{1}{2}\,wt^2\,.$$

Оценки параметров d', v' и d, v, w ищем, минимизируя по ним выражения

$$\int\limits_{-T}^{T} [X(t) - d' - v't]^2\,dt\,, \quad \int\limits_{-T}^{T} [X(t) - d - vt - wt^2/2\,]^2\,dt\,.$$

Искомые оценки определяются соотношениями

$$d' = \frac{1}{2T}\int\limits_{-T}^{T} X(t)\,dt\,, \quad v' = v = \frac{3}{2T^3}\int\limits_{-T}^{T} tX(t)\,dt\,,$$

$$d = \frac{9}{8T}\int\limits_{-T}^{T} X(t)\,dt - \frac{15}{8T^3}\int\limits_{-T}^{T} t^2X(t)\,dt\,,$$

$$w = \frac{45}{4T^5}\int\limits_{-T}^{T} t^2X(t)\,dt - \frac{15}{4T^3}\int\limits_{-T}^{T} X(t)\,dt\,.$$

Рассмотрим разность построенных аппроксимаций

$$\Delta x(t) = x^{(2)}(t) - x^{(1)}(t) = d - d' + \frac{1}{2}\,wt^2 = A\left(1 - \frac{3t^2}{T^2}\right)\,.$$

$$A = \frac{5}{8T}\int\limits_{-T}^{T} X(t)\,dt - \frac{15}{8T^3}\int\limits_{-T}^{T} t^2 X(t)\,dt\,.$$

Имеем $\Delta x(0) = A$, $\Delta x(T) = \Delta x(-T) = -2A$. Аппроксимации можно различить, если величина $3|A|$ окажется значимо больше величины $\varepsilon = \max \sigma_{xi}$ $(i = 1, 2, 3)$. Подстрахуемся и будем считать, что аппроксимации различимы, если $|A| \geq 2\varepsilon$. Рассмотрим последнее неравенство в простейших ситуациях. Ориентируясь на данные табл. 3 и 4, примем $\varepsilon = 0.5$ мм.

Начнем с движения $X(t) = w(t+T)^2/2$. Это равноускоренное движение с нулевыми начальными (при $t = -T$) координатой и скоростью. В этом случае $A = -wT^2/6$. Время T определим из условия $|X(T)| = a/2$, т.е будем считать, что за время движения (это время равно $2T$) дробинка проходит половину ребра коробки. Отсюда находим $T^2 = a/(4|w|)$. Подставим найденные значения A и T в исследуемое неравенство. Получим $a \geq 48\varepsilon$. Это неравенство выполнено с запасом, примерно как $1 > 0.5$. При уменьшении ε запас еще больше увеличится.

Однако выполнения приведенного неравенства мало для успешной работы установки. Нужно еще, чтобы за время $2T$ ТВ-камера успела заснять достаточное число точек траектории дробинки. Пусть необходимо заснять N точек. Отрезок времени между последовательными кадрами — 0.04 с. Это — телевизионный стандарт. Так было в эксперименте "Динамика-М". При использовании специальных цифровых ТВ-камер указанное время можно сократить до 0.01 с. Итак, чтобы заснять N точек, должно выполняться неравенство $T \geq N \times 0.04$с. Последнее неравенство можно записать так $\sqrt{a/|w|}/2 \geq N \times 0.04$с и затем преобразовать к виду $|w| < a/(N \times 0.08\text{с})^2$. Примем $N = 10$. В этом случае получим $|w| < 78.1\,\text{мм/с}^2$. Величина, стоящая в правой части последнего неравенства намного больше квазистатических микроускорений. Как видим, в случае нулевой начальной скорости дробинки можно измерять квазистатические микроускорения в широких пределах.

Рассмотрим теперь движение $X(t) = v(t+T) + w(t+T)^2/2$. В этом случае по-прежнему $A = -wT^2/6$, но время T теперь найдем из условия $|v|T = a/2$ — полагаем, что первое слагаемое в правой части формулы для $X(T)$ доминирует. Отсюда $|A| = |w|a^2/24v^2 \geq 2\varepsilon$. С приемлемой точностью можно принять $48\varepsilon = a/2$. Тогда $|w| \geq v^2/2a$. В примерах обработки эксперимента "Динамика-М" [7] $|v| < 0.5$мм/с (некоторых примерах $|v|$ в несколько раз меньше). Отсюда получаем оценку $|w| > 0.0025\,\text{мм/с}^2 = 2.5 \cdot 10^{-6}\text{м/с}^2$. В принципе, такие микроускорения достигаются на спутниках *Фотон* в начале полета и даже были зарегистрированы в эксперименте "Динамика-М"[7], однако обычно квазистатические микроускорения значительно больше. Уменьшение ε приведет к пропорциональному уменьшению полученной нижней оценки для $|w|$.

Неравенство $T \geq N \times 0.04$с в данном случае принимает вид $|v| < a/(N \times 0.08\text{с})$. При $N = 10$ имеем $|v| < 62.5\,\text{мм/с}$. Это неравенство в рабочих движениях дробинки выполняется с очень большим запасом.

5. заключение. Оптическая система установки "Динамика-М" позволяет определять декартовы координаты дробинки в коробке с ошибкой 0.5 мм. За счет выбора подходящей цифровой камеры, более точного изготовления установки и принятия простейших мер по ее калибровке (правильное расположение ТВ-камеры — камера должна визировать все вершины коробки с их окрестностями, нанесение специальных рисок, улучшение условий освещенности) есть надежда уменьшить эту ошибку до 0.1 мм.

Анализ компьютерной программы для определения координат центров изображений дробинки в цифровом кадре показывает, что эта программа может быть значительно упрощена и приспособлена для работы в автоматическом режиме, если, во-первых, в коробке всегда будет находиться только одна дробинка, причем поверхность дробинки и условия освещенности внутри коробки подобраны нужным образом. Во-вторых, свободное движение дробинки должно всегда начинаться с середины коробки с малой начальной скоростью и заканчиваться по достижению стенки коробки (возможно окончание после истечения заданного времени). После окончания свободного движения выполняется обработка снятой последовательности кадров и рассчитывается микроусорение. В-третьих, коробка должна иметь устройство, перемещающее дробинку в центр коробки после окончания свободного движения и пускающее дробинку в свободный полет после того, как расчет микроускорения закончен.

Расчет микроускорения посредством аппроксимации последовательности координат дробинки полиномом второй степени и сравнения этой аппроксимации с контрольной аппроксимацией полиномом первой степени позволяют определять квазистатические микроускорения в пределах, охватывающих уровень квазистатических микроускорений на спутниках *Фотон*.

Данная работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 08-01-00908).

Литература

[1] Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И. и др. Анализ низкочастотных микроускорений на борту ИСЗ *Фотон-11*. Космические исследования, 2001, т. 39, № 4, с. 419-435.

[2] Абрашкин В.И., Балакин В.Л., Белоконов И.В. и др. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон-12* и квазистатические микроускорения на его борту. Космические исследования, 2003, т. 41, № 1, с. 45-56.

[3] Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И. и др. Низкочастотные микроускорения на борту ИСЗ *Фотон-11*. Космические исследования, 2004, т. 42, № 2, с. 185-200.

[4] Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е. и др. Неуправляемое движение спутника *Фотон М-2* и квазистатические микроускорения на его борту. Космические исследования, 2007, т. 45, № 5, с. 450-470.

[5] Сазонов В.В., Комаров М.М, Полежаев В.И. и др. Микроускорения на орбитальной станции "Мир"и оперативный анализ гравитационной чувствительности конвективных процессов тепло-массоперехода. Космические исследования, 1999. Т. 37. № 1. С. 80-94.

[6] Beuselinck T., Van Bavinchove C., Sazonov V.V., Chebukov S.Yu. Analysis of quasi-steady coponent in acceleration measurement data obtaind onboard Foton M-2. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 8, 2008.

[7] Левтов В.Л., Романов В.В., Богуславский А.А., Сазонов В.В., Соколов С.М, Глотов Ю.Н. Математическая обработка результатов эксперимента "Динамика-М", проведенного на борту КА *Фотон М-3*. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 65, 2008; Космические исследования, 2009, т. 47, № 6, с. 550-562.

[8] Бард Й. Нелинейное оценивание параметров. М., Статистика, 1979.

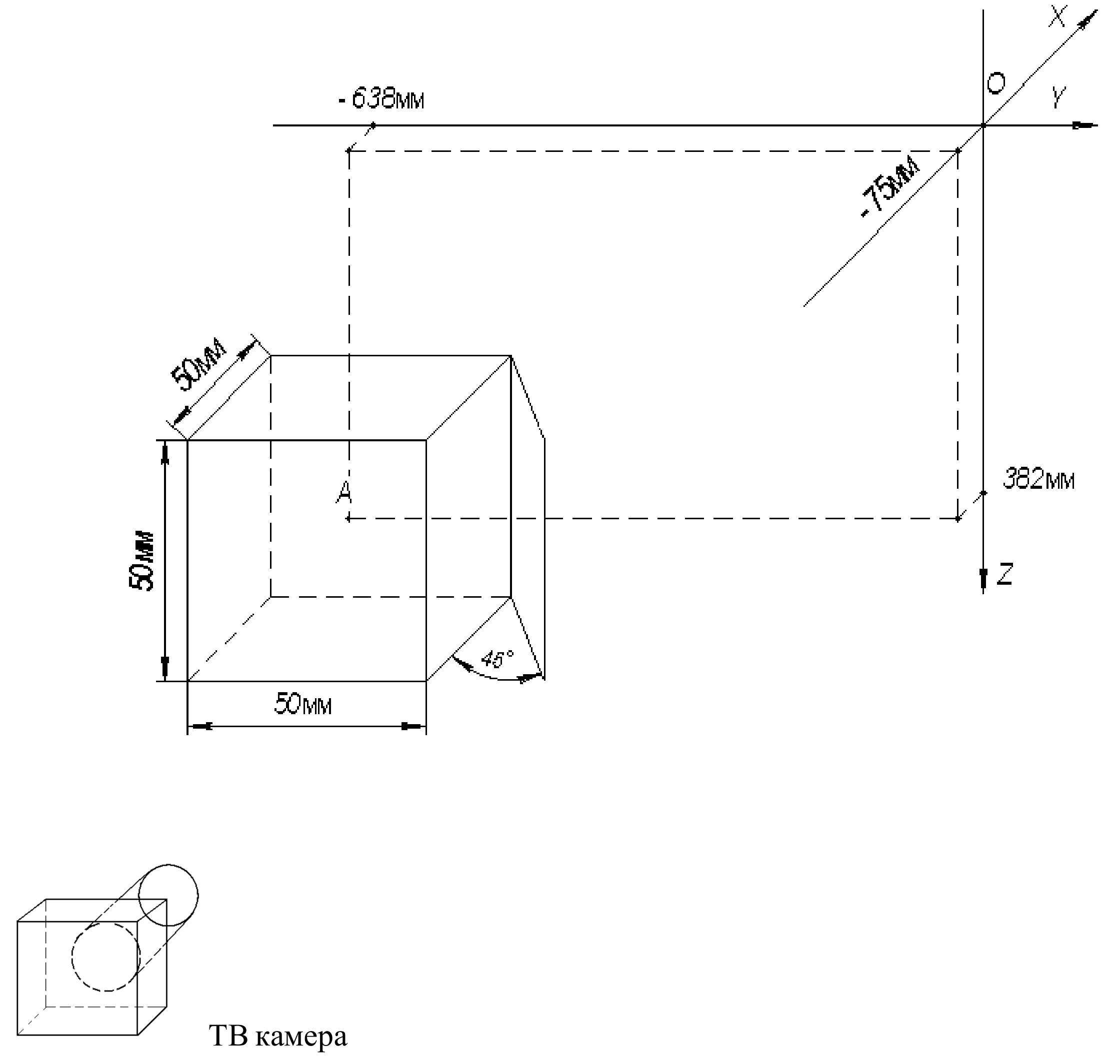


Рис. 1. Общий вид установки для измерения микроускорений.

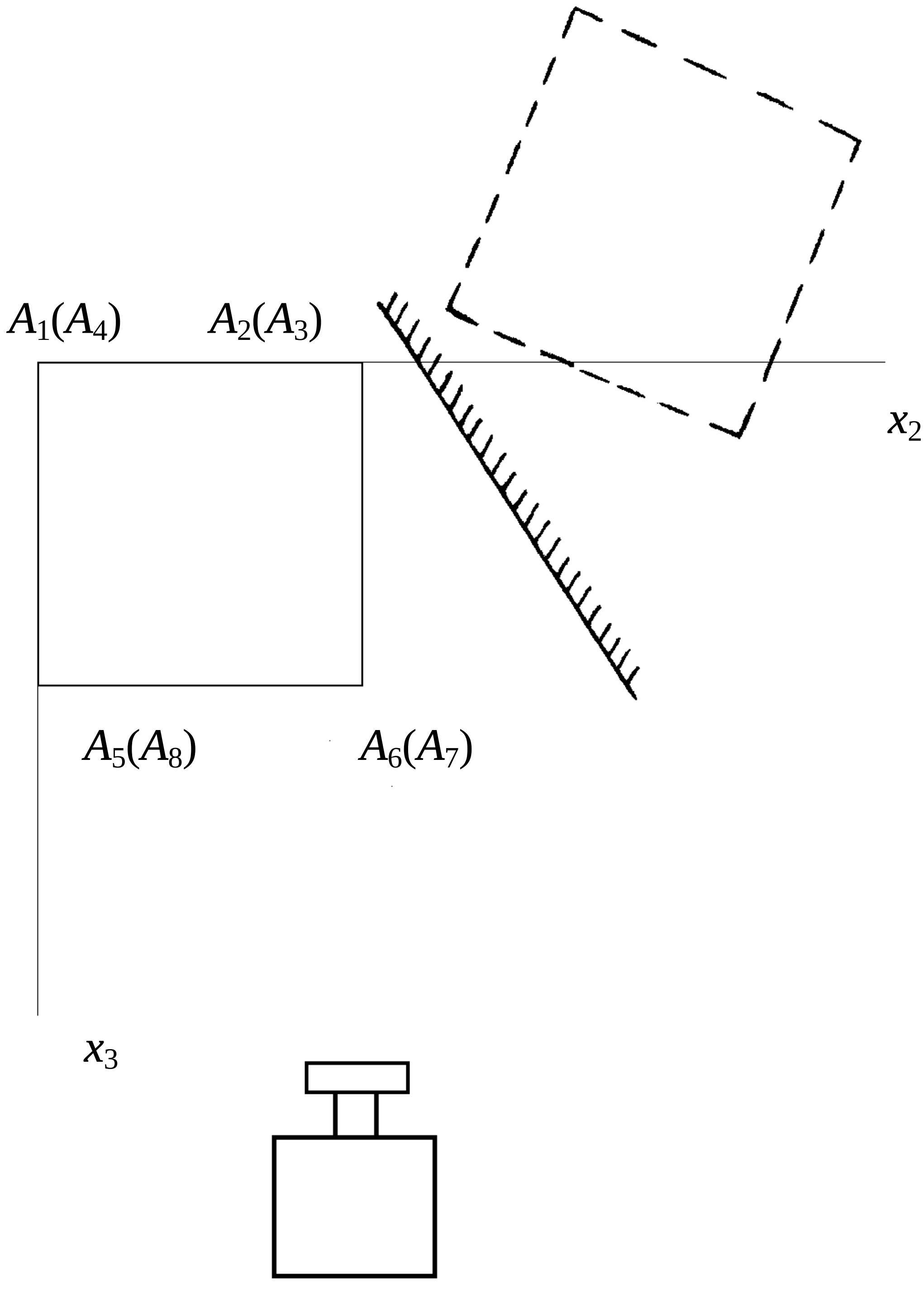


Рис. 2. Схема установки для измерения микроускорений.

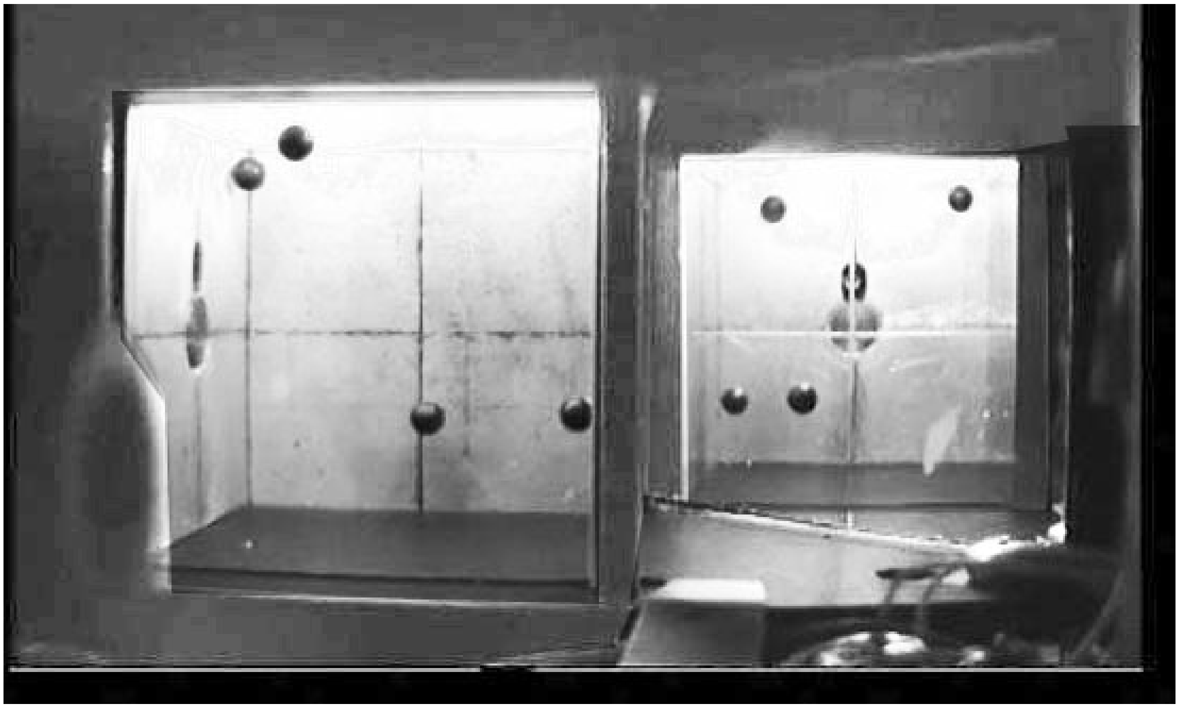


Рис. 3. Изображение дробинок в кадре ТВ камеры.

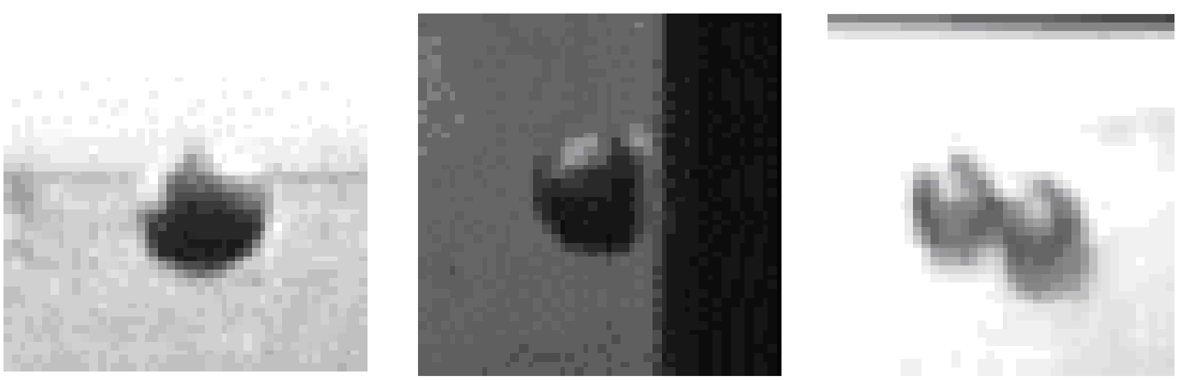
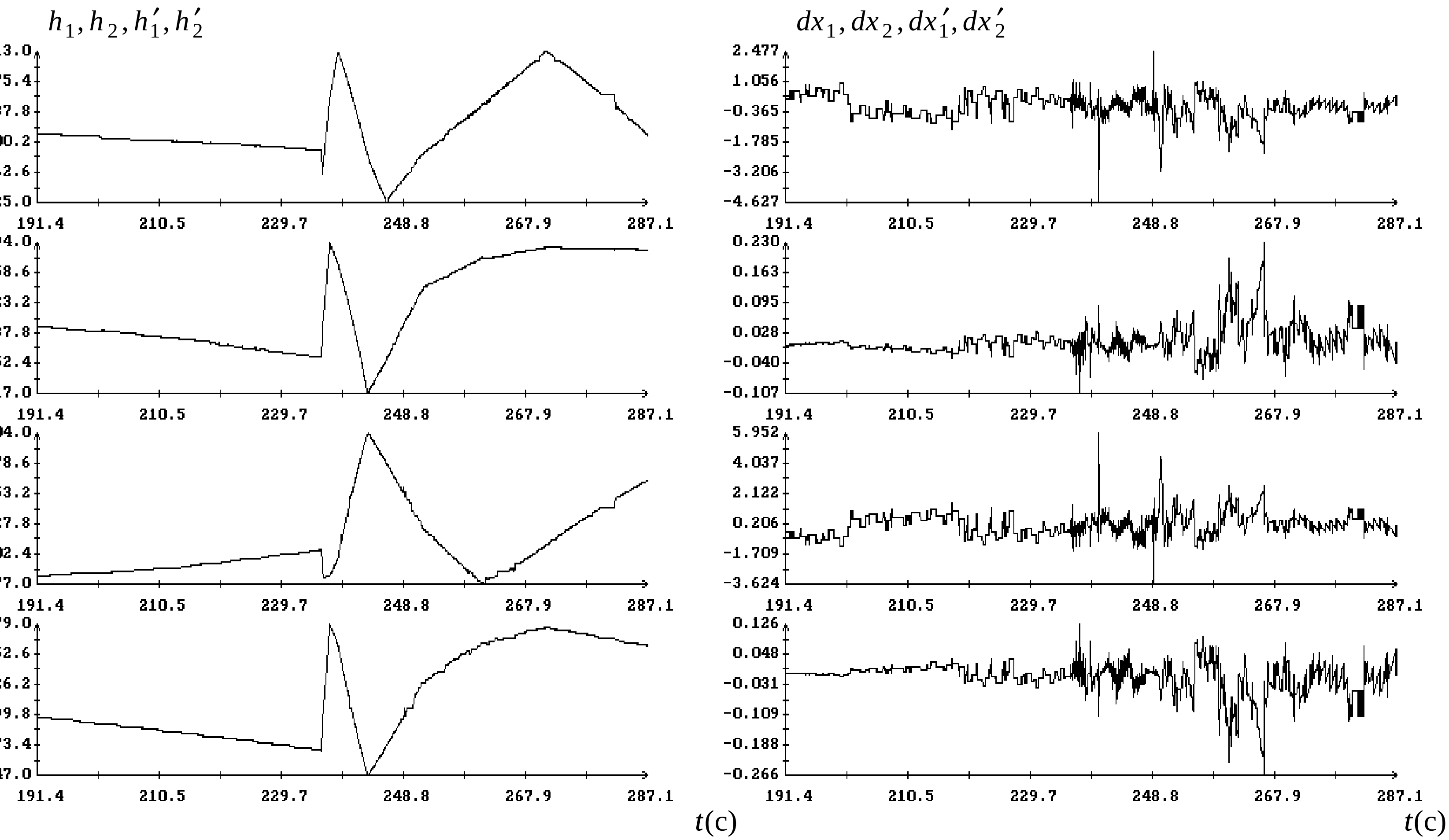


Рис. 4. Примеры искаженных образов дробинок.



(а) (б)

Рис. 5; (а) координаты изображений дробинки 2 в системе Ch_1h_2 в эпизоде 3; (б) невязки соотношений (2) при определении координат дробинки 2 в системе $A_1x_1x_2x_3$.

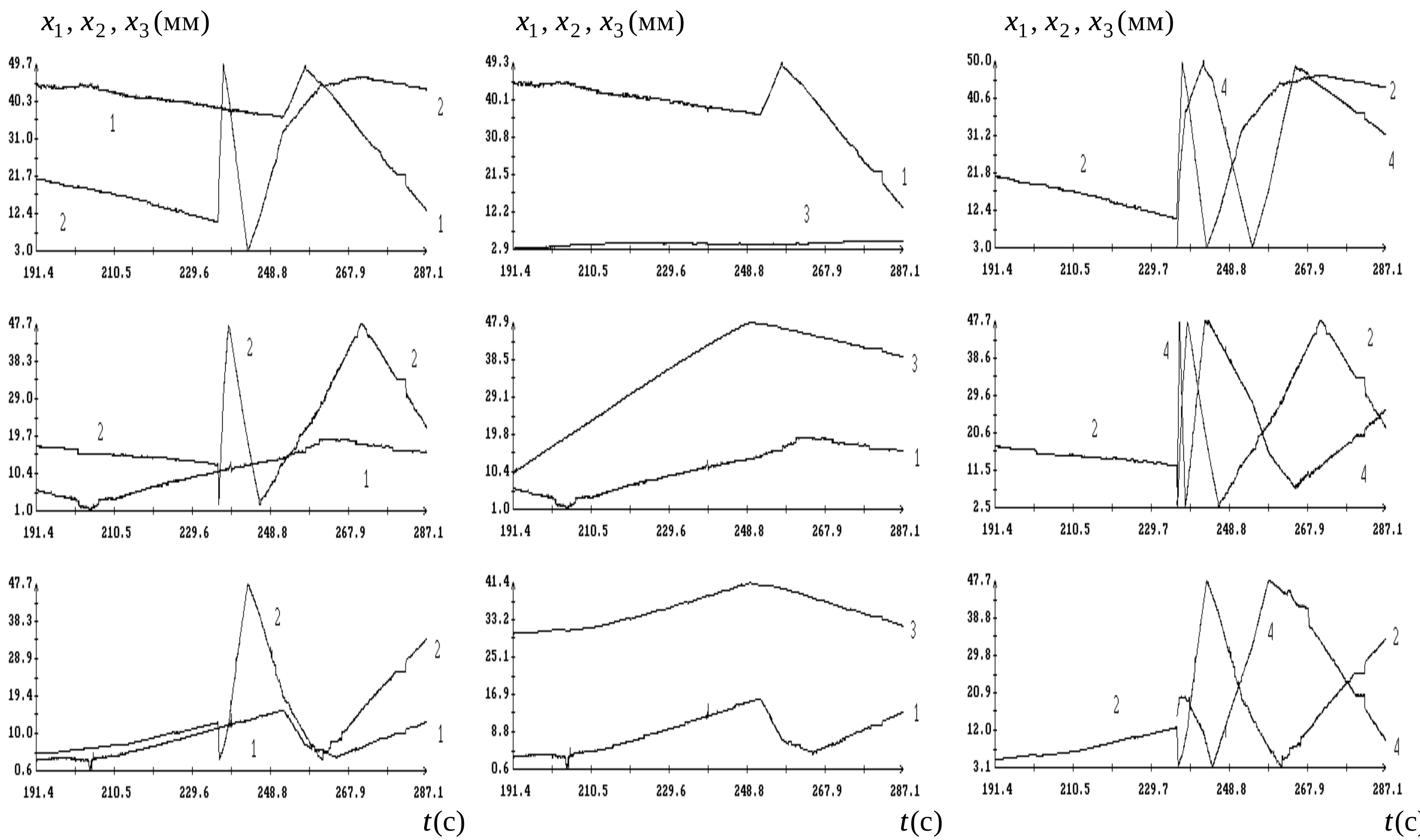


Рис. 6. Движение дробинок 1, 2, 3 и 4 в эпизоде 3. На левых графиках видно столкновение дробинок 1 и 2 при $t = 252$ с. На правых графиках видно столкновение дробинок 2 и 4 при $t = 236$ с.