



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 50 за 2008 г.



Овчинников М.Ю., Ткачев С.С.

Компьютерное и
полунатурное
моделирование динамики
управляемых систем

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Овчинников М.Ю., Ткачев С.С. Компьютерное и полунатурное моделирование динамики управляемых систем // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2008. № 50. 28 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-50>

ОРДЕНА ЛЕНИНА
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ им.М.В.КЕЛДЫША
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

М.Ю. Овчинников, С.С. Ткачёв

**Компьютерное и полунатурное моделирование динамики
управляемых систем**

Москва – 2008

Компьютерное и полунатурное моделирование динамики управляемых систем. М.Ю.Овчинников, С.С.Ткачѳв, Препринт ИПМ им.М.В.Келдыша РАН, Москва, 2008, 28 страниц, 21 рисунок, библиография: 6 наименований

В работе описывается комплексный подход к изучению динамики космического полѳта, теоретической механики и теории управления. Кроме общепринятого курса лекций предусматривается так же наличие практической части, рассмотрению которой уделено основное внимание. Приводится описание программного обеспечения для компьютерного моделирования и оборудования для полунатурного моделирования динамики управляемых систем, включая наноспутники, и выполнения лабораторных работ, разработанных на его базе.

Ключевые слова: наноспутник, система ориентации, математическое моделирование, полунатурные испытания

Computer and Laboratory Simulation of Controllable System Dynamics, M.Yu.Ovchinnikov, S.S.Tkachev, Preprint of KIAM RAS, Moscow, 2008, 28 Pages, 21 Figures, 6 References

A complex approach to spaceflight dynamics, theoretical mechanics and control theory study is described. Except standard lecture course the present approach also provides a practical part whose consideration the main attention is paid to. Description of the software for mathematical modeling, facilities for laboratory simulation of controllable system dynamics like a nanosatellite and practical work for students based on these facilities is given.

Key words: nanosatellite, attitude control system, mathematical simulation, laboratory testing

1. Введение

Проектирование и создание любого прибора или комплексного устройства вне зависимости от их сложности и назначения можно разделить на следующие этапы:

- постановка задачи, формулировка основных идей;
- математическое описание идеи, построение математической модели;
- аналитическое и численное исследование математической модели;
- создание макетов и необходимого вспомогательного оборудования для проведения полунатурных испытаний;
- проведение полунатурных испытаний, отработка отдельных узлов и всей системы в целом, верификация (уточнение) и корректировка основных идей и моделей;
- проведение натуральных испытаний, обработка результатов экспериментов, сравнение с требованиями технического задания на разработку устройства.

К сожалению, молодые специалисты обычно способны реализовать только отдельные этапы работы. Например, являясь отличным специалистом в области численного моделирования, выпускник может совсем не иметь навыков по работе с “железом” и, следовательно, ему сложно будет разработать достоверные модели и реализовать их на практике. Проблема даже заключается не только в неумении выполнить всю работу целиком, а в том, что отсутствие навыка в решении всех этапов не позволяет специалисту охватить всю задачу и установить все взаимовлияния и связи между этапами ее решения

Переход от этапа компьютерного моделирования к реализации в “железе”, по-видимому, является самым трудным. Это связано, в первую очередь, с тем, что никакая математическая модель, насколько бы точной она ни была, не способна учесть всех особенностей системы. По этой причине трудно переоценить значимость результатов полунатурного моделирования.

До недавнего времени проведения таких испытаний было под силу лишь крупным организациям и предприятиям, способных создать или закупить (надо сказать, не дешевое) необходимое для этого оборудование. С развитием миниатюрной элементной базы появилась возможность создания компактных лабораторий в исследовательских институтах и университетах, в которых используется оборудование, аналогичное применяемому в реальных системах. Примером является созданная в МФТИ в рамках Инновационной образовательной программы «Наукоемкие технологии и экономика инноваций» Приоритетного национального проекта “Образование” Лаборатория “Управление и динамика сложных информационно-механических систем”. Лаборатория позволила внести инновационный вклад и качественно улучшить образовательный процесс в дисциплинах динамика космического полета, теоретическая механика, теория управления. На примере относительно простых

систем студенты могут пройти все этапы разработки реальных информационно-механических систем.

Основными компонентами Лаборатории являются компьютерный класс и стенды для проведения полунатурного моделирования, о которых в дальнейшем и пойдёт речь. Такое сочетание позволяет построить мост между “родной стихией” математика-исследователя – математическими моделями и методами их исследования и “другим берегом” – реальными приложениями моделей и методов.

2. Компьютерное моделирование

В настоящем разделе описывается интерактивная демонстрационная программа для численного моделирования и визуализации движения твердого тела с закрепленной точкой. Возможность настраивать различные параметры системы (начальные значения углов ориентации и угловых скоростей, распределения масс и др.) и наблюдать соответствующие качественные и количественные изменения характеристик движения тела помогает начинающему исследователю глубже разобраться в классических результатах теории движения твердого тела. Кроме того, настоящая работа является базисом для отработки основных идей, которые в дальнейшем задействуются при создании комплекса демонстрационных и интерактивных лабораторных работ, посвященных различным аспектам теоретической и небесной механики [1].

Программа разработана с помощью интерактивно пакета. Исполняемый код написан на максимально простом и интуитивно понятном уровне, что в дальнейшем позволит привлечь к доработке программы и к разработке новых проектов студентов, пока еще не обладающих достаточными навыками программирования.

Далее приведены основные сведения, касающиеся классической теории движения твердого тела с закрепленной точкой и реализованные в программе. Основное внимание уделено рассмотрению аналитически интегрируемых частных случаев Эйлера и Лагранжа. Приведены сведения о способах и особенностях численного интегрирования уравнений движения. Приведено описание программы и интерфейсов пользователя. Показаны численные результаты интегрирования, которые сопоставляются с классическими аналитическими результатами. Выделены основные направления дальнейшего развития идеи создания комплекса интерактивных обучающих и демонстрационных программ. Кроме того, в настоящем разделе описаны возможности программного комплекса, моделирующего движение тела на струне, управляемого катушками. Всё это позволяет, помимо непосредственного изучения движения тела относительно центра масс, научить студентов пользоваться результатами численного моделирования и вплотную приблизиться к полунатурному моделированию.

2.1. Движение твердого тела с закрепленной точкой

Пусть твердое тело совершает движение с неподвижной точкой O . Введем две правые декартовы системы координат с началом в точке O .

$OX_1X_2X_3$ – неподвижная система координат. Ось OX_3 направлена по истинной вертикали, остальные оси фиксированы в перпендикулярной ей плоскости.

$Ox_1x_2x_3$ – связанная с телом система координат; Ox_i ($i=1, 2, 3$) суть главные центральные оси инерции спутника.

Ориентация системы координат $Ox_1x_2x_3$ относительно орбитальной системы определяется углами Эйлера ψ, θ, φ (рис. 1).

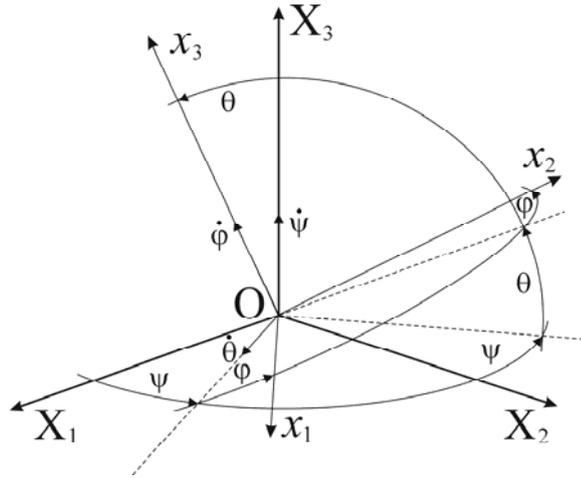


Рис.1. Углы Эйлера

Направляющие косинусы осей Ox_i в орбитальной системе координат $a_{ij} = \cos(X_i, x_j)$ задаются выражениями

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \cos \varphi \cos \psi - \cos \theta \sin \psi \sin \varphi, & a_{21} &= -\sin \varphi \cos \psi - \cos \theta \sin \psi \cos \varphi, \\
 a_{12} &= \cos \varphi \sin \psi + \cos \theta \cos \psi \sin \varphi, & a_{22} &= -\sin \varphi \sin \psi + \cos \theta \cos \psi \cos \varphi, \\
 a_{13} &= \sin \varphi \sin \theta, & a_{23} &= \cos \varphi \sin \theta, \\
 a_{31} &= \sin \theta \sin \psi, \\
 a_{32} &= -\sin \theta \cos \psi, \\
 a_{33} &= \cos \theta
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \mathbf{A} \vec{x}$$

Уравнения движения тела относительно неподвижной системы координат удобно представить в форме Эйлера

$$\mathbf{J}\dot{\omega} + \omega \times \mathbf{J}\omega = \mathbf{M}_0,
 \tag{2}$$

где \mathbf{J} тензор инерции тела, $\boldsymbol{\omega}$ - его абсолютная угловая скорость, \mathbf{M}_0 - момент внешних сил относительно точки O . Уравнения (2) в проекциях на оси связанной системы координат имеют вид

$$\begin{aligned} A\dot{p} + (C - B)qr &= M_1, \\ B\dot{q} + (A - C)rp &= M_2, \\ C\dot{r} + (B - A)pq &= M_3. \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь p, q, r - проекции абсолютной угловой скорости тела на оси Ox_i , $\mathbf{J} = \text{diag}(A, B, C)$ - тензор инерции тела в связанной системе координат (A, B, C - его главные центральные моменты инерции).

Проекции главного момента внешних сил могут зависеть от положения тела, то есть $M_i = M_i(t, \psi, \theta, \varphi, p, q, r)$. Таким образом, система (3) не является замкнутой. Одним из способов замыкания системы (3) является добавление кинематических соотношений Эйлера

$$\boldsymbol{\omega} = \dot{\psi} + \dot{\theta} + \dot{\varphi},$$

которые в проекциях на оси связанной системы координат имеют вид

$$\begin{aligned} p &= \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi, \\ q &= \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi, \\ r &= \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi}. \end{aligned} \tag{6.4}$$

2.2. Регулярная прецессия. Вынужденная регулярная прецессия. Регулярная прецессия в случае Лагранжа

При движении твердого динамически симметричного тела в случае Эйлера кинетический момент \mathbf{K}_0 остается постоянным в инерциальной системе координат. Тело вращается с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}_1 = \boldsymbol{\omega}_{\text{отн}}$ относительно оси динамической симметрии, которая в свою очередь вращается относительно фиксированного в пространстве вектора \mathbf{K}_0 с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}_2 = \boldsymbol{\omega}_{\text{пер}}$. Угол θ^* между векторами $\boldsymbol{\omega}_1$ и $\boldsymbol{\omega}_2$, а также модули этих векторов остаются постоянными. При выполнении всех вышеперечисленных условий движение динамически симметричного тела называется *регулярной прецессией* (или *свободной регулярной прецессией*) (рис.2).

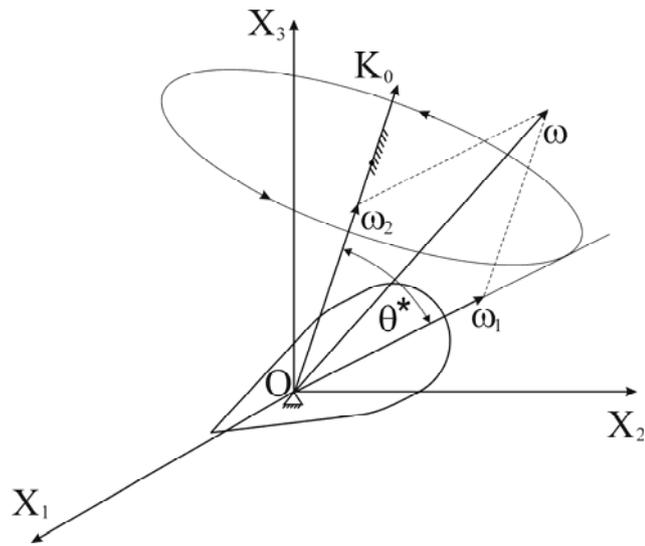


Рис.2 Свободная регулярная прецессия осесимметричного твердого тела

Движением динамически симметричного тела в случае, когда к телу приложен момент внешних сил (не только момент силы тяжести), также может быть регулярной прецессией. Для поддержания *вынужденной регулярной прецессии* момент внешних сил должен удовлетворять условию

$$M_0 = [\omega_2 \times \omega_1] \left\{ C + \frac{\omega_2}{\omega_1} (C - A) \cos \theta \right\} \quad (6.5)$$

В этом случае тело вращается с угловой скоростью $\omega_1 = \omega_{отн}$ относительно оси динамической симметрии, которая в свою очередь вращается относительно фиксированной в пространстве оси с угловой скоростью $\omega_2 = \omega_{пер}$. Угол между векторами ω_1 и ω_2 , а также модули этих векторов остаются постоянными. Вектор кинетического момента K_0 лежит в одной плоскости с векторами ω_1 и ω_2 , и вращается относительно фиксированной в пространстве оси с угловой скоростью $\omega_2 = \omega_{пер}$ (рис.3).

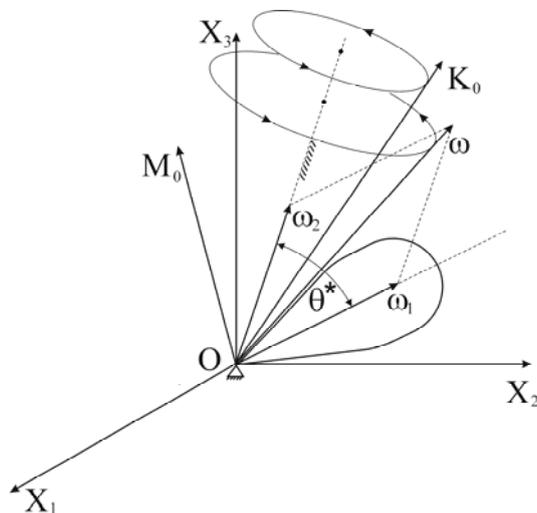


Рис.3 Ориентация вектора кинетического момента

В случае Лагранжа регулярная прецессия может быть только вынужденной. В этом случае угловая скорость $\omega_2 = \omega_{пер}$ коллинеарна истинной вертикали (направлению силы тяжести) (рис.4).

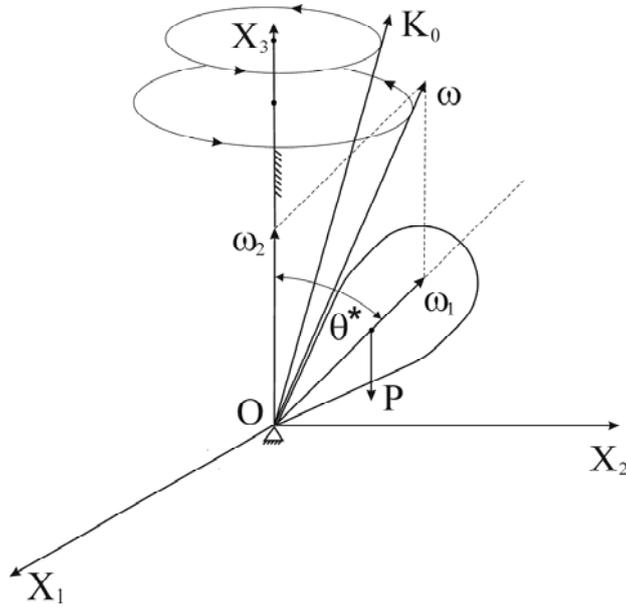


Рис.4 Случай Лагранжа

2.3. Численное интегрирование уравнений движения

Для демонстрации возможностей пакета численное интегрирование проводится на известных движениях с наглядной геометрической интерпретацией.

При численном исследовании (интегрировании) уравнений движения твердого тела, вместо кинематических уравнений Эйлера (4) удобно использовать соотношения Пуассона

$$\dot{\tau}_i = \omega \times \tau_i,$$

где τ_i - орты связанной системы координат. Выражение ортов связанной системы координат в неподвижной системе имеют вид

$$\vec{\tau}_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \end{pmatrix}, \quad \vec{\tau}_2 = \begin{pmatrix} a_{21} \\ a_{22} \\ a_{23} \end{pmatrix}, \quad \vec{\tau}_3 = \begin{pmatrix} a_{31} \\ a_{32} \\ a_{33} \end{pmatrix}; \quad \vec{\tau}_3 = \vec{\tau}_1 \times \vec{\tau}_2$$

В качестве вектора состояния системы удобно выбрать $\{p, q, r, a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{23}, a_{23}\}$. Тогда система для численного интегрирования имеет вид

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \text{diag}(A, A, C)^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A \cdot p \\ A \cdot q \\ C \cdot r \end{pmatrix} \right\},$$

$$\begin{pmatrix} \dot{a}_{11} \\ \dot{a}_{12} \\ \dot{a}_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \end{pmatrix}, \tag{6}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{a}_{21} \\ \dot{a}_{22} \\ \dot{a}_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_{21} \\ a_{22} \\ a_{23} \end{pmatrix}.$$

Для интегрирования этой системы обыкновенных дифференциальных уравнений используется метод Рунге-Кутты четвертого порядка.

Замечание:

При численном интегрировании необходимо проводить постоянный контроль ключевых фазовых переменных системы, так как происходит накопление вычислительных ошибок. В частности, матрица направляющих косинусов становится не ортогональной и ее норма отлична от единицы (вектора $\vec{\tau}_1$ и $\vec{\tau}_2$ не ортогональные и не единичные). На больших интервалах времени накопленная ошибка может привести к непредсказуемым результатам. Для восстановления матрицы направляющих косинусов предлагается проводить ее ортогонализацию на каждом шаге интегрирования по следующему алгоритму:

- производится нормировка первого вектора

$$\tau_1' = \frac{\tau_1}{|\tau_1|}$$
- проводится ортогонализация первого и второго векторов

$$\tau_2' = \tau_2 - (\tau_2, \tau_1') \tau_1'$$
- производится нормировка второго вектора

$$\tau_2'' = \frac{\tau_2'}{|\tau_2'|}$$
- вычисляется третий орт

$$\tau_3 = \tau_1' \times \tau_2''$$
- восстанавливается матрица направляющих косинусов

$$A = \left\| \begin{matrix} \tau_1' & \tau_2'' & \tau_3 \end{matrix} \right\|$$

2.4. Описание демонстрационной программы и результаты численного интегрирования

На рис.5-6 показан пользовательский интерфейс демонстрационной программы.

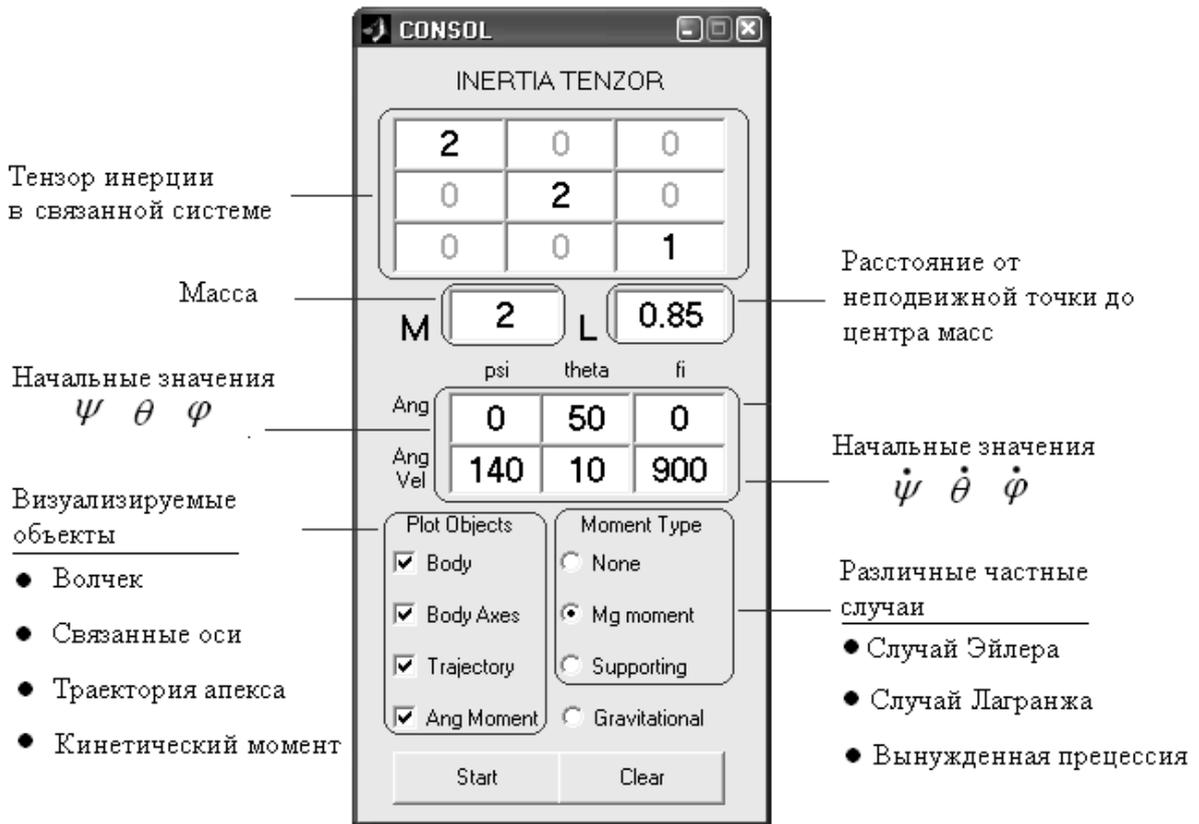


Рис.5. Элементы интерфейса для управления демонстрационной программой

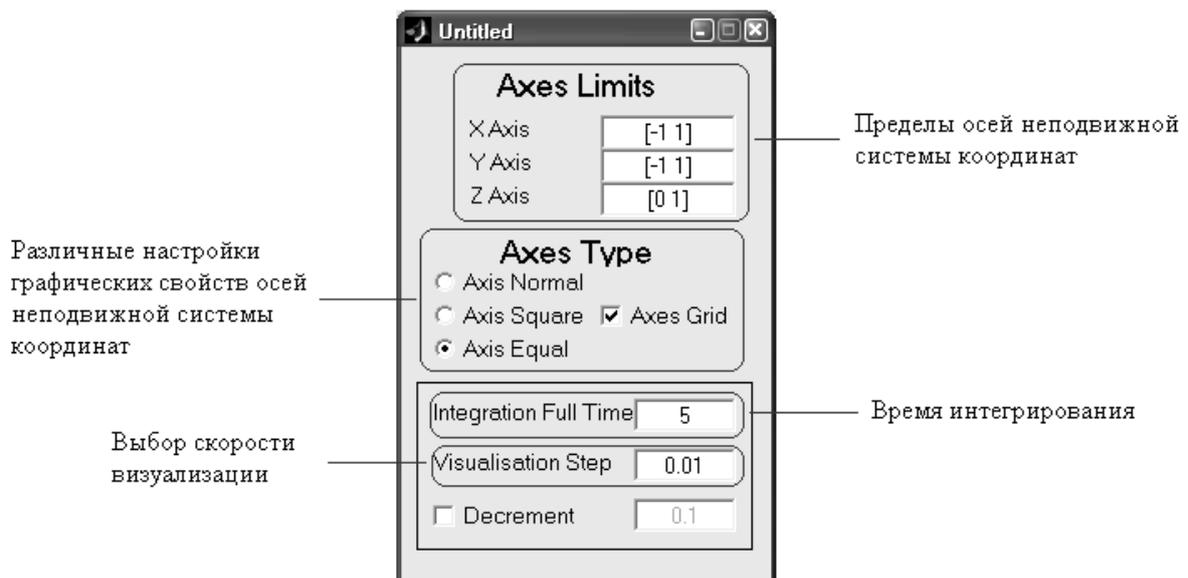


Рис.6. Элементы интерфейса демонстрационной программы

- **Настройка параметров системы**

INERTIA TENZOR – задание тензора инерции тела

M – задание массы тела

Ang – начальная ориентация тела (значение углов ориентации ψ, θ, ϕ согласно рис.6.1)

Ang Vel – начальные угловые скорости ($\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}$)

Integration Full Time – полное время интегрирования

- **Настройка параметров визуализации**

Axes Limits – пределы осей пространства визуализации

Axes Type – управление различными типами пространства визуализации

Visualization Step – скорость визуализации

Plot Objects – выбор различных элементов визуализации

-**CheckBox** *Body* – тело волчка

-**CheckBox** *BodyAxes* – оси связанной системы координат

-**CheckBox** *Trajectory* – траектория апекса оси Oz аппарата

-**CheckBox** *Ang Moment* – направление вектора кинетического момента

Moment Type – выбор частных случаев движения

-**RadioButton** *None* – Случай Эйлера

-**RadioButton** *Mg Moment* – Случай Лагранжа

-**RadioButton** *Supporting* – Вынужденная регулярная прецессия

При изменении начальных значений углов ориентации волчок занимает соответствующее положение в неподвижной системе координат (происходит вычисление соответствующей матрицы направляющих косинусов). Изменение значений параметров $\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}$ приводит к изменению абсолютной угловой скорости согласно (3) и вектор кинетического момента также изменяет свое направление. Все изменения сразу отображаются в окне визуализации, общий вид которого представлен на рис.7, и заполняется вектор начального состояния системы.

При нажатии кнопки **Start** начинается численное интегрирование системы (6) с заданными начальными условиями и временем интегрирования, после чего происходит визуализация движения волчка (рис.7), согласно выбранным элементам визуализации.

После завершения динамической визуализации вся траектория движения апекса волчка представляется статически на единичной сфере.

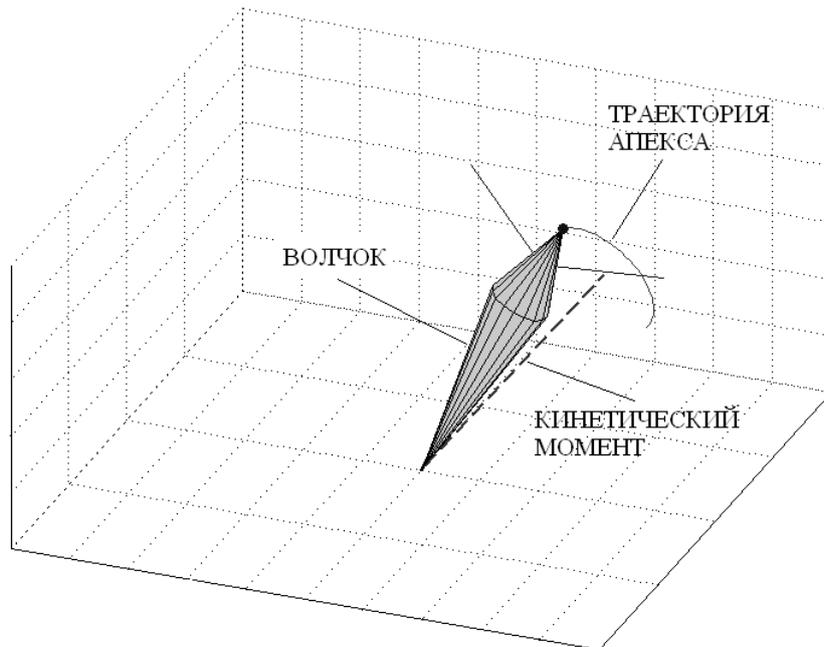


Рис.7. Визуализация движения волчка

Далее приведены результаты численного интегрирования движения твердого тела (кадры динамической визуализации и траектории на единичной сфере) для трех классических типов движения – свободной регулярной прецессии, движения в случае Лагранжа, вынужденной регулярной прецессии и вынужденной регулярной прецессии в случае Лагранжа.

Случай Эйлера (свободная регулярная прецессия).

Начальные значения углов ориентации ψ, θ, φ и угловых скоростей $\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\varphi}$ приведены в таблице 1.

Таблица 1 Начальные условия движения

	ψ	θ	φ
Угол [°]	0	50	0
Угловая скорость [°/с]	200	0	900

На рис.8 показан кадр динамической визуализации движения. Видно, что тело прецессирует относительно неподвижного вектора кинетического момента (пунктирная линия). На рис.9 показана траектория апекса волчка. Пунктирные линии соответствуют минимальному и максимальному значению угла нутации.

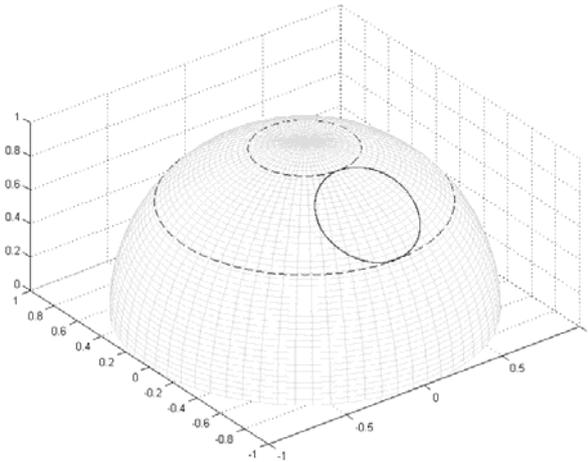
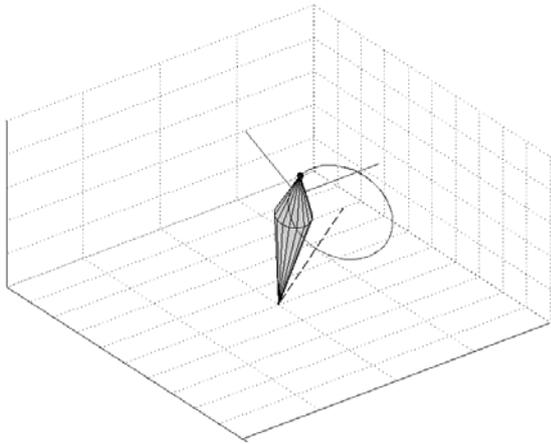


Рис.8. Динамическая визуализация движения Рис.9. Траектория апекса волчка

Случай Лагранжа

Рассмотрены три набора начальных данных (табл. 2). Значения массы тела и расстояния от неподвижной точки до центра масс показаны на рис.5.

Таблица 2. Начальные условия движения

	ψ	θ	φ
Угол [°]	0	50	0
Угловая скорость [°/с]	80/110/140	10	900

На рис.10 показаны траектории апекса волчка на единичной сфере. Данные типы траекторий хорошо известны из аналитических исследований движения твердого тела в случае Лагранжа.

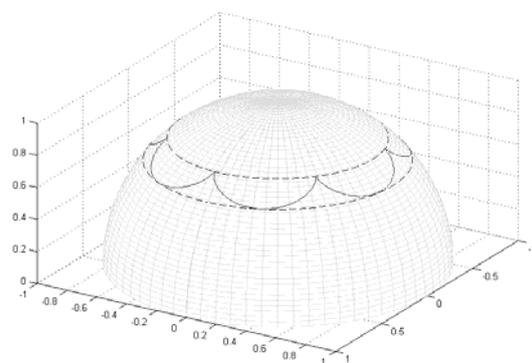
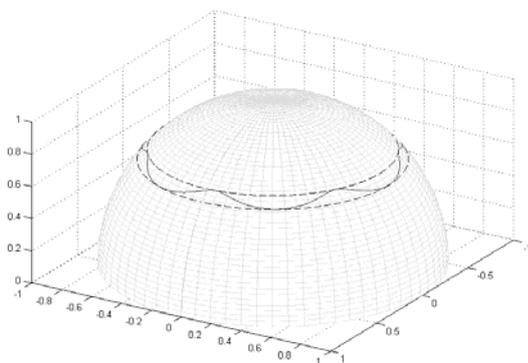


Рис.10 Траектории апекса волчка на единичной сфере

Вынужденная регулярная прецессия

Начальные значения параметров приведены в таблице 3. Момент, поддерживающий регулярную прецессию, вычисляется по формуле (5). Качественный вид движения (кадр динамической визуализации) показан на рис.11, а траектория апекса волчка на единичной сфере на рис.12. Тело прецессирует относительно фиксированной в пространстве оси (направление переносной скорости $\omega - \omega_{отн}$). Кинетический момент тела также прецессирует относительно этой оси.

Таблица 3. Начальные условия движения

	ψ	θ	φ
Угол [°]	0	20	0
Угловая скорость [°/с]	200	150	900

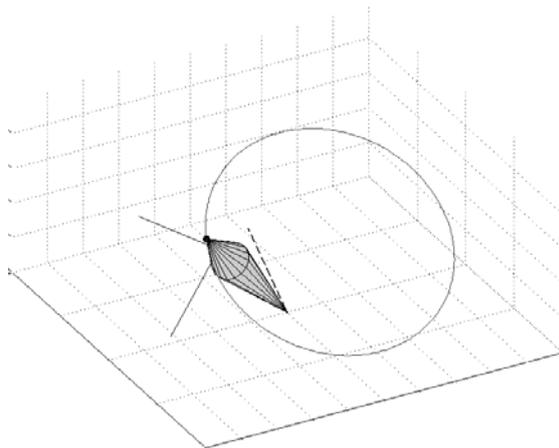


Рис.11. Качественный вид движения

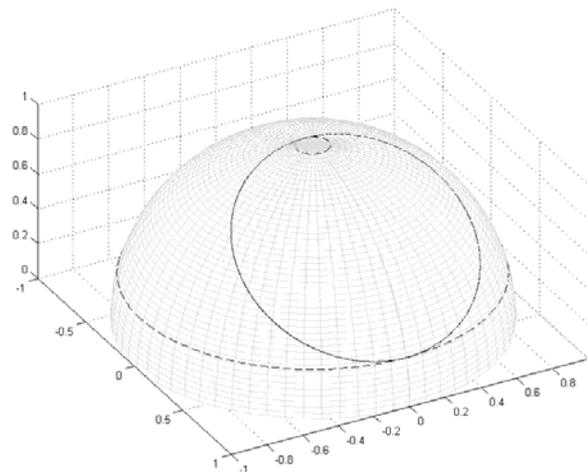


Рис.12. Траектория апекса волчка

Необходимо отметить тот факт, что природа вынуждающего момента (природа сил, действующих на тело) не уточняется. Нахождение этих сил и точек их приложения (конечно, при некоторых дополнительных предположениях) может быть предметом лабораторной работы предлагаемой студентам. Программа может быть не только средством демонстрации, но также и средством для самостоятельной теоретической работы.

Вынужденная регулярная прецессия в случае Лагранжа

Для качественной демонстрации вынужденной регулярной прецессии в случае Лагранжа достаточно положить значение угловой нутации $\dot{\theta}$ равным нулю, а вынуждающий момент вычислять согласно (5). Начальные значения всех параметров приведены в таблице 4

Таблица 4. Начальные условия движения

	ψ	θ	φ
Угол [°]	0	40	0
Угловая скорость [°/с]	100	0	600

Тело совершает вращение относительно оси динамической симметрии с постоянной угловой скоростью $\dot{\varphi}$. Ось динамической симметрии, в свою очередь, вращается с постоянной угловой скоростью $\dot{\psi}$ относительно истинной вертикали. Угол между осью динамической симметрии и истинной вертикалью (угол нутации θ) остается постоянным. Вектор кинетического момента также вращается с постоянной угловой скоростью $\dot{\psi}$ относительно истинной вертикали. Описанное движение (кадр динамической визуализации) представлено на рис.13.

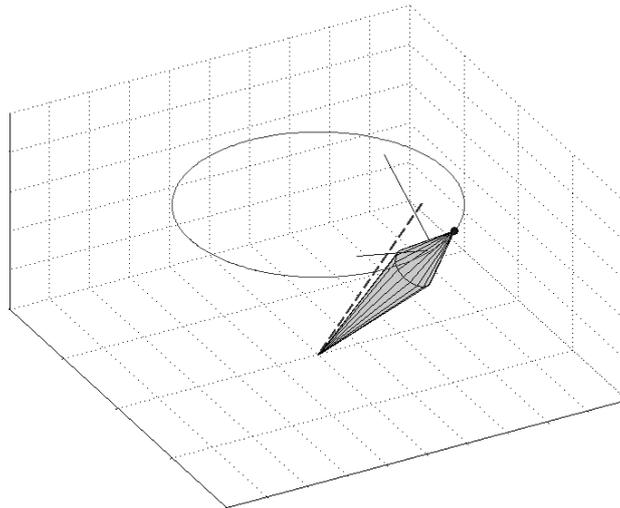


Рис.13. Качественный вид движения

Необходимо отметить, что масса тела и расстояние от неподвижной точки до центра масс в данном случае не соответствуют значениям, указанным на рис.5. Для нахождения этих параметров необходимо приравнять абсолютные величины момента силы тяжести (как функции массы тела и расстояния до центра масс) и вынуждающего момента (4').

2.5. Компьютерная модель тела на струне

Кроме программы, описанной выше, создано так же программное обеспечение, демонстрирующее движение тела, управляемого токовыми катушками и маховиками, на струне.

Для моделирования динамики тела на струне и исследования работы предложенных в [2] алгоритмов управления разработан программный комплекс на ПЭВМ с использованием интегрированной среды. Программный комплекс осуществляет численное интегрирование системы уравнений движения [3] тела

на струне методом Рунге-Кутты четвертого порядка с постоянным шагом. Входными данными программного комплекса являются параметры стенда и макета: длина струны, смещение точки подвеса, масса и тензор инерции макета. Также задаются пользователем начальные данные, алгоритмы управления и их параметры, модель магнитного поля.

Выходными данными программного комплекса являются графики зависимости компонент вектора текущей угловой скорости и углов, задающих ориентацию тела (Эйлера либо самолётных) от времени. Дополнительно могут выводиться графики зависимости нагрузки на узел подвеса струны и энергии системы от времени.

При запуске программы на процессоре с тактовой частотой 2.2 ГГц и демонстрации результатов интегрирования в процессе работы программы 10 сек моделирования осуществляется за 8 сек реального времени (при шаге 0.01 сек).

На рис.14 представлен интерфейс программы, на котором виден ряд функциональных клавиш:

start, stop, pause – начать, остановить, приостановить расчёт, соответственно,

view previous results – показать результаты предыдущих расчётов,

set default parameters – установка параметров системы по умолчанию, в соответствии с “базовым вариантом” (длина струны $l = 2$ м), смещение точки подвеса от центра масс макета $d = 2$ см вдоль оси симметрии макета, масса тела $m = 1.5$ кг, тензор инерции $J = \text{diag}(0.01, 0.01, 0.018)$ кг·м², максимальный дипольный момент, создаваемый каждой катушкой $m_{\text{max}} = 0.23$ А·м², внешнее магнитное поле, создаваемое имитатором магнитного поля, $B = 3.5 \times 10^{-4}$ Тл, начальная ориентация спутника задавалась с помощью углов Эйлера, угол прецессии $\psi = 0$ (углы здесь и далее в радианах), угол нутации $\theta = 0.3$, угол собственного вращения $\varphi = 0$),

body and string parameters – задание параметров тела и струны (длина струны, смещение точки подвеса от центра масс макета вдоль оси симметрии тела, масса тела, тензор инерции (рис.15)),

‘orbit’ parameters – параметры изменения внешнего магнитного поля,

initial conditions – начальные условия движения (ориентация и угловая скорость)

algorithms – выбор алгоритма, который будет использоваться в системе управления ориентацией, и его параметров (рис.16),

extra – дополнительные параметры (вывод дополнительных графиков, сохранение результатов в файл).

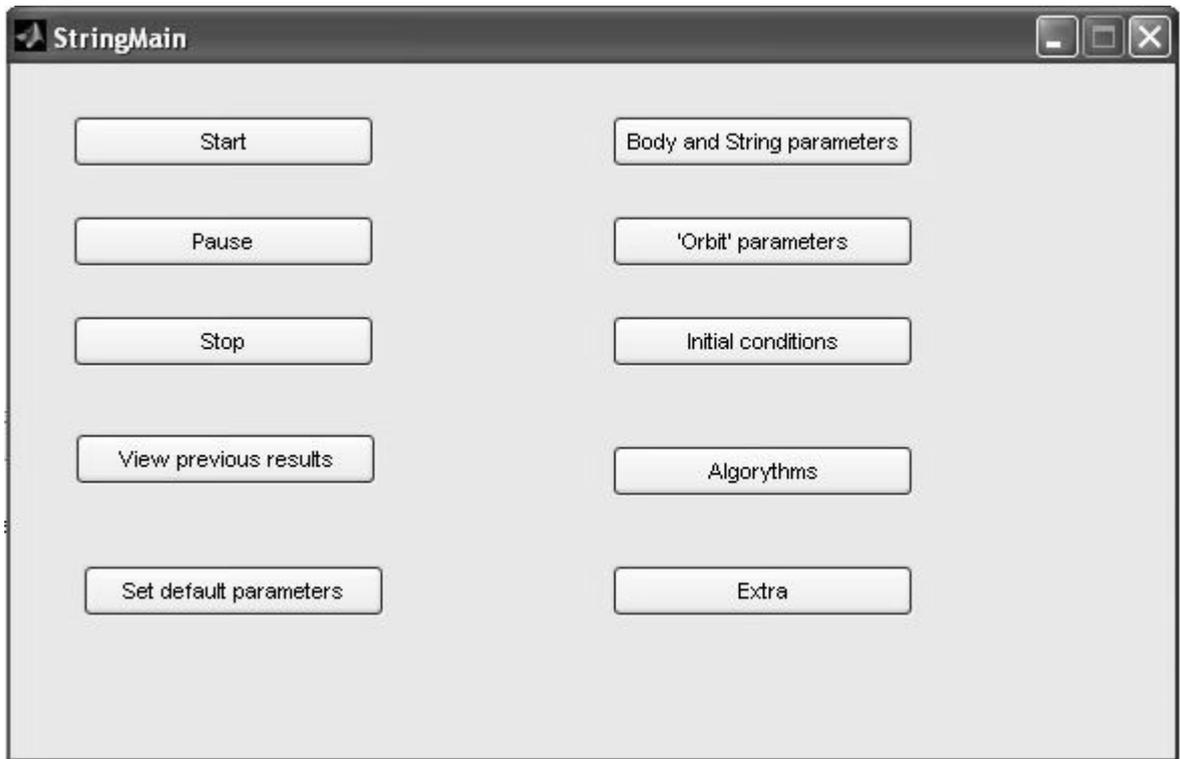


Рис.14. Интерфейс программы для моделирования движения тела на струне

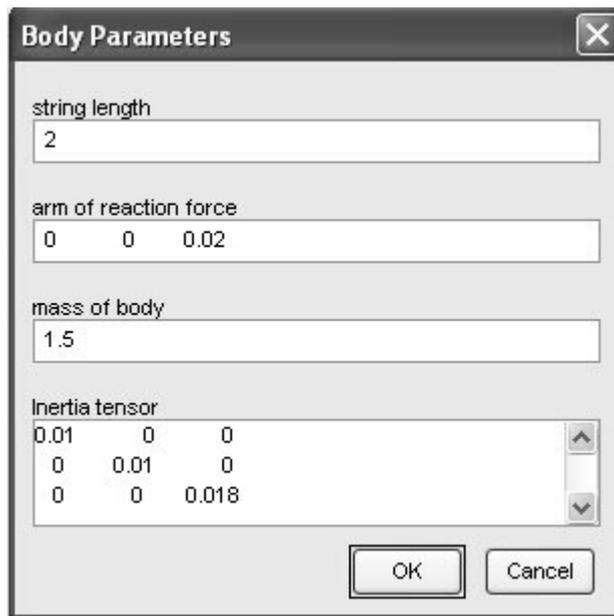


Рис.15. Меню для задания параметров тела и струны

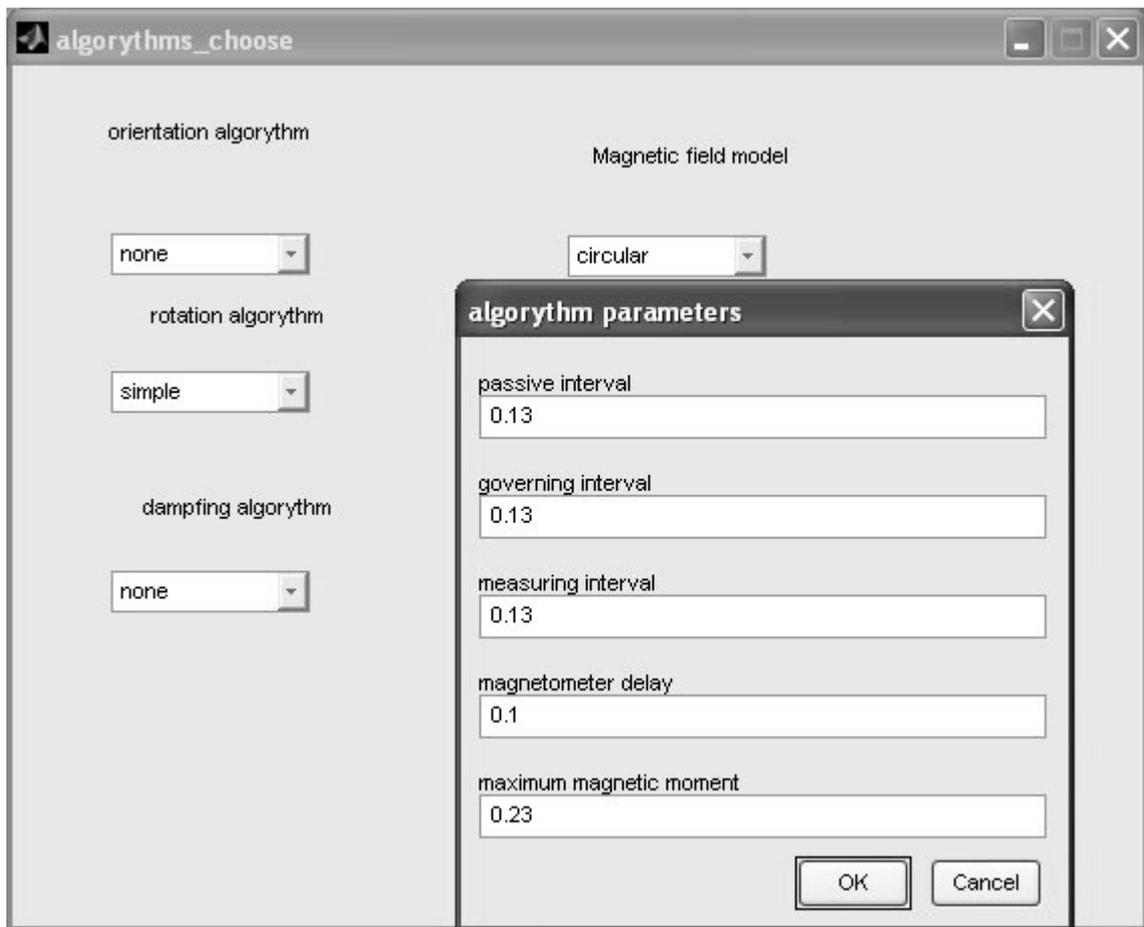


Рис.16. Меню выбора алгоритма и задания его параметров

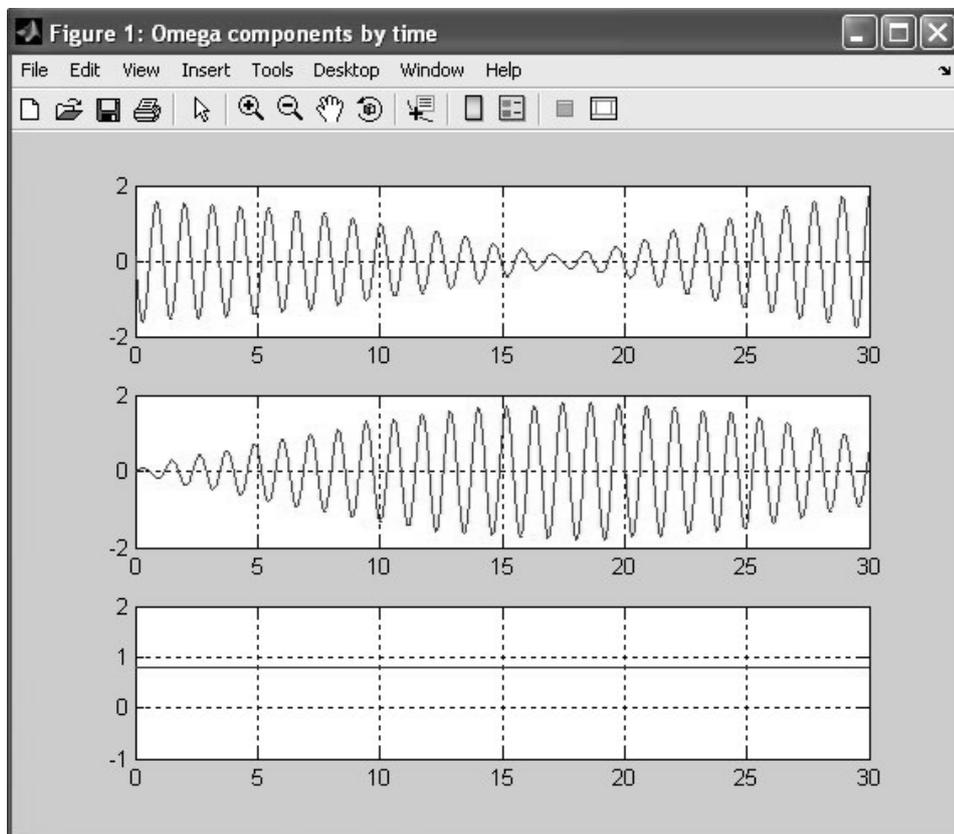


Рис.17. Выводимые графики

3. Полунатурное моделирование

Остановимся на возможностях имитационного оборудования, приобретенного МФТИ в рамках Мегапроекта и доработанного в Лаборатории “Управление и динамика сложных информационно-механических систем”. В состав этого оборудования на настоящий момент входит имитатор магнитного поля, несколько макетов, имитатор звездной камеры с имитатором звездного неба.

3.1. Имитатор магнитного поля Земли

Установленный в МФТИ имитатор геомагнитного поля разработан в ИПМ им.М.В.Келдыша РАН и позволяет изменять магнитное поле по величине и направлению в диапазоне, превышающем реальное магнитное поле Земли в несколько раз. Имитатор представляет собой три взаимно перпендикулярные пары токовых катушек и систему их управления, включающую в себя персональный компьютер, программное обеспечение и широтно-импульсные модуляторы, преобразующие управляющие сигналы, идущие от компьютера, в электрический ток (рис.14).



Рис.14. Общий вид имитатора геомагнитного поля

Имитатор позволяет моделировать изменение магнитного поля, например, при движении спутника по орбите Земли. В состав системы управления катушками входят три широтно-импульсных модулятора (ШИМ), интерфейс управления ШИМ URC201, два блока питания и персональный компьютер. Общая схема управления имитатором представлена на рис.15.

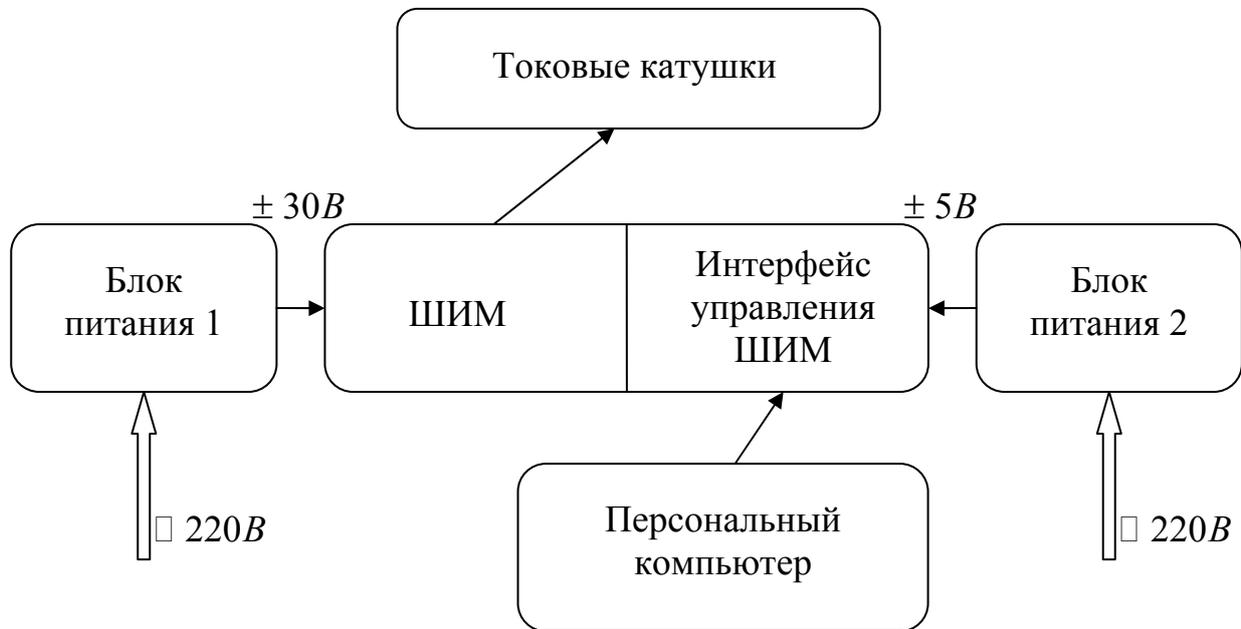


Рис.15. Схема управления имитатором геомагнитного поля

Специальное программное обеспечение, установленное на персональном компьютере, рассчитывает требуемую величину магнитной индукции, которую должен генерировать имитатор, и, используя известную характеристику $B(I)$ (зависимость величины индукции от силы тока), выдаёт команды интерфейсу управления ШИМ установить заданную величину силы тока в катушках [4].

Имитатор используется как самостоятельная установка для изучения моделей магнитного поля Земли, так и совместно с макетами подвижных объектов, в частности, наноспутников для имитации их управляемого движения.

3.2. Макеты управляемых систем

В настоящий момент имеется два различных по составу измерительных и исполнительных элементов макета. Остановимся подробнее на каждом из них.

Макет с магнитной системой ориентации

В состав макета входят следующие элементы (рис. 16):

- бортовой компьютер (одноплатный компьютер JReх);
- три токовые катушки;
- система управления катушками;

- плата питания;
- аккумуляторные батареи;
- трёхосный магнитометр;
- Wi-Fi адаптер.

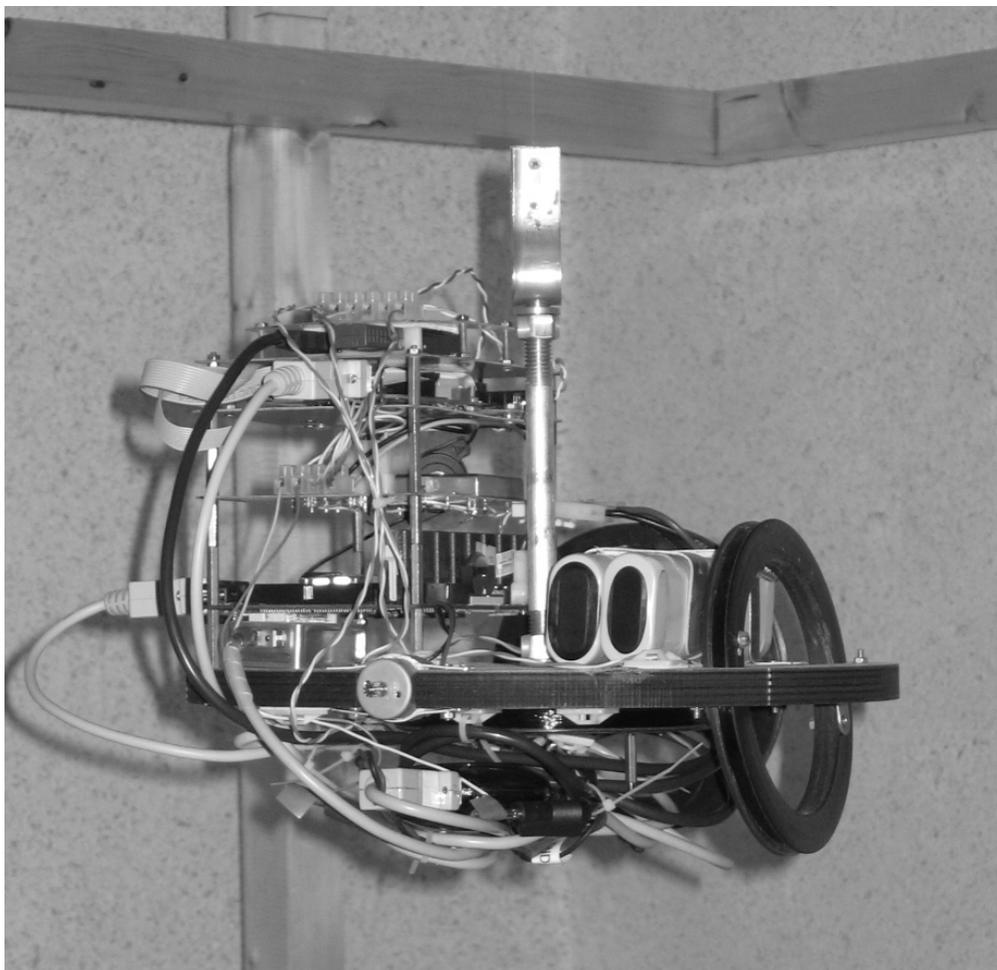


Рис.16. Макет с магнитной системой ориентации

При включении питания макета от аккумуляторных батарей подаётся питание на все его системы с помощью преобразователей напряжения, входящих состав платы питания. С компакт-флеш-диска бортового вычислителя загружается операционная система Windows XP Embedded. Далее, с помощью утилиты Remote Desktop (Удалённый рабочий стол) персонального компьютера управления стендом осуществляется подключение к компьютеру макета через Wi-Fi. Там запускается приложение MicrosatelliteModeller, созданное в ИПМ им. М.В.Келдыша РАН [4]. После этого можно приступить к проведению моделирования. Этот макет вместе с имитатором магнитного поля образует стенд с магнитными элементами. Его схема представлена на рис.17 (пунктирной линией показаны взаимодействующие элементы стенда).

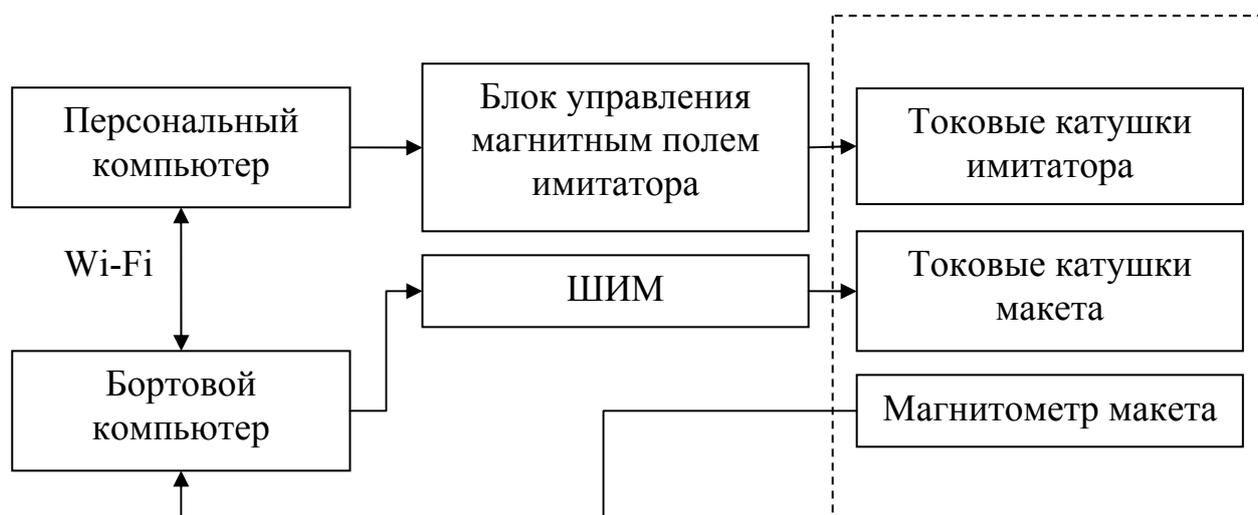


Рис.17. Схема стенда с магнитными элементами

Первые лабораторные работы на этом макете связаны с получением навыков работы с измерительным оборудованием, в частности, трёхосным магнитометром, а так же с определением параметров макета и струны: момента инерции тела относительно оси вращения и коэффициента упругости нити.

Лабораторная работа основана на сравнении свободных крутильных колебаний тела на струне и колебаний под действием магнитного управления, демпфирующего угловую скорость. В ходе этой работы студенты применяют полученные на лекциях и семинарах навыки построения математических моделей механических систем и знакомятся с алгоритмами управления ориентацией спутников с помощью активных магнитных систем. Кроме того, изучаются методы определения угловой скорости и угла поворота по косвенным измерениям, например, по измерениям магнитометра.

Макет с гироскопическими элементами

Структура этого макета идентична структуре предыдущего макета, но есть существенное отличие по составу измерительных и исполнительных элементов. Макет состоит из следующих элементов (рис.18):

- бортовой компьютер (одноплатный компьютер JReх);
- двигатель-маховик;
- имитатор реактивных двигателей;
- система управления исполнительными элементами;
- плата питания;
- аккумуляторные батареи;
- одноосный оптоволоконный датчик вращения;
- одноосный МЭМС датчик угловой скорости;
- Wi-Fi адаптер.

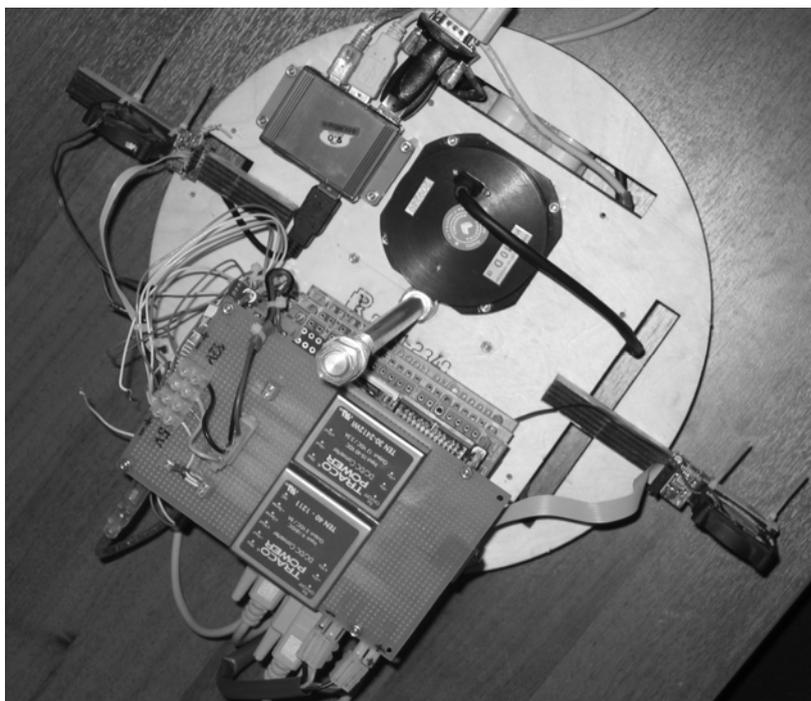


Рис.18. Макет с гироскопическими элементами

Принцип работы во многом аналогичен макету с магнитными элементами. Отличие состоит в том, что макет теперь управляется с помощью реактивных исполнительных элементов (двигатель-маховик, имитатор реактивных двигателей). Принцип их работы, как известно, основан на законах сохранения в первом случае кинетического момента (момента импульса), во втором количества движения (импульса). Общая схема стенда с гироскопическими элементами, который состоит из этого макета и подвеса, представлена на рис.19.

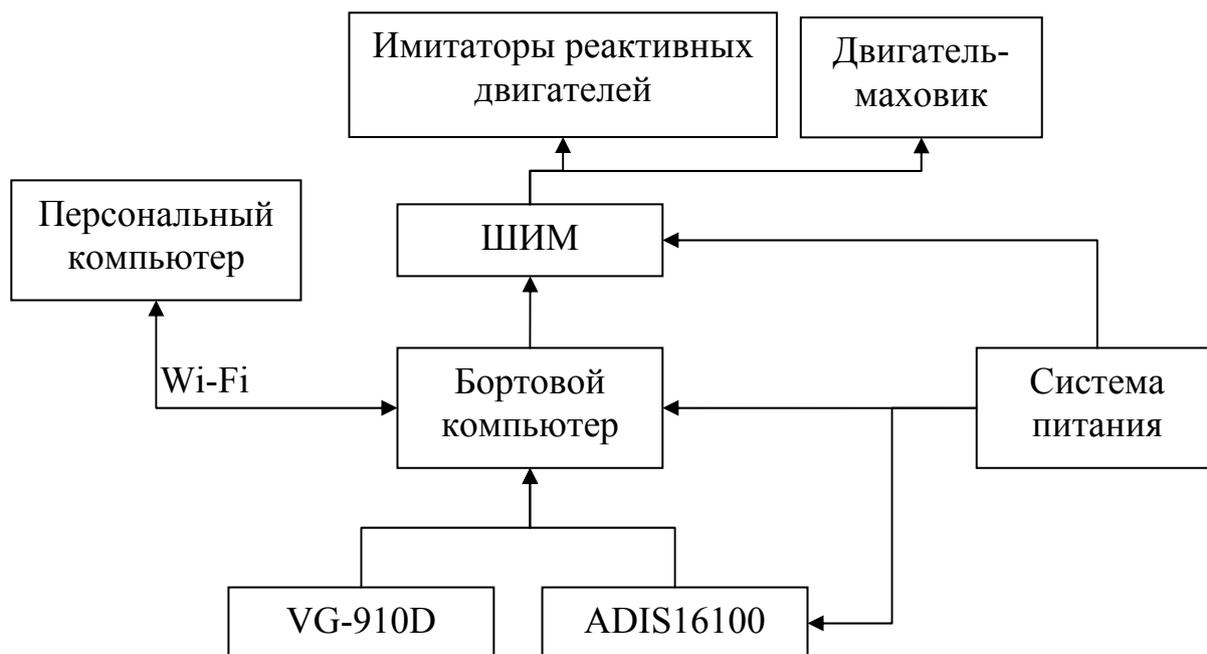


Рис.19. Общая схема лабораторного стенда с гироскопическими элементами

Первые лабораторные работы посвящены знакомству студентов с датчиками угловой скорости. Обсуждаются их принципы и особенности работы. В ходе этого студенты сталкиваются с проблемой работы с зашумлёнными данными измерений. Излагаются элементы теории фильтра Калмана [5], являющегося одним из распространённых фильтров, используемых в процессе управления сложными динамическими системами, например, спутниками. Здесь на примере задачи определения ориентации тела, подвешенного на струне, предлагается создать простейшие модели движения (перманентное вращение, крутильные колебания, крутильные колебания с затуханием) и использовать их в фильтре для определения угловой скорости и угла поворота.

На макете применяются принципиально разные по своим свойствам и характеристикам датчики угловой скорости. Это оптоволоконный датчик вращения VG-910D и МЭМС-датчик угловой скорости ADIS16100. Это позволяет рассказать о принципах работы современных датчиков угловой скорости и дать студентам представление об области применимости каждого из них.

Следующим этапом является работа с исполнительными элементами системы ориентации тела. Изучаются способы калибровки маховиков и имитатора реактивных двигателей. Это требует создания математических моделей движения тела на струне с реактивным управлением.

В результате выполнения лабораторных работы у студентов формируются навыки создания математических моделей сложных механических систем и практического использования измерительного оборудования.

3.3. Стенд для изучения работы звездной камеры

Ещё одной лабораторной установкой, разработанной в ИПМ им.М.В.Келдыша РАН и воспроизведенной в МФТИ, является стенд для изучения работы звездной камеры, состоящий из имитаторов звездной камеры и звёздного неба [6]. Схема, описывающая его работу, изображена на рис.20 (пунктирной линией обозначены взаимодействующие элементы).

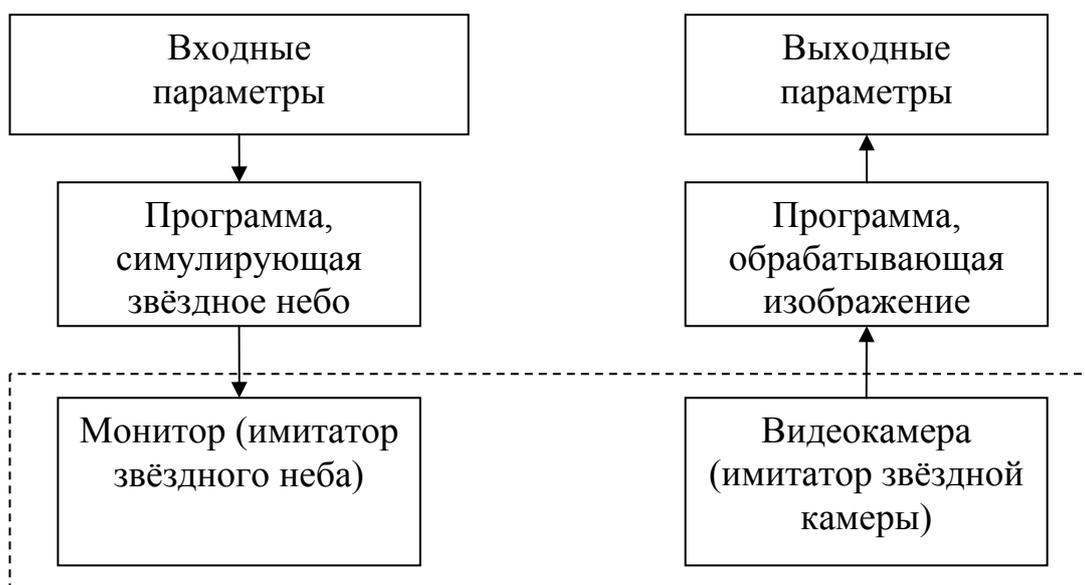


Рис.20. Схема взаимодействия имитаторов звёздного неба и звёздной камеры

С помощью программного обеспечения на экране симулируется картина звёздного неба, как бы видела его камера, установленная на спутнике, который движется по орбите и совершает вращательное движение относительно своего центра масс. Входными параметрами программы являются параметры орбиты и начальные условия углового движения. Для симуляции используется звёздный каталог. С помощью видеокамеры изображение снимается и сохраняется на компьютере, где уже происходит его обработка. На снимке звёздного неба выделяется несколько самых ярких звёзд, они сравниваются с каталогом и, таким образом определяется ориентация аппарата. Угловая скорость вычисляется с помощью обработки нескольких последовательных кадров. Таким образом, выходными данными программы являются параметры углового движения спутника. Программное обеспечение для имитации звездного неба и обработки изображений может устанавливаться, как на разных компьютерах, так и на одном. В нашем случае используется ноутбук, к которому подсоединяется внешний монитор (рис.21).

В ходе выполнения лабораторных работ студенты получают представление о назначении звёздного каталога и учатся с ним работать. Кроме этого, приобретаются навыки калибровки камеры и обработки изображения. Так же студенты применяют знания, полученные на этапе изучения теории движения тела и математического моделирования динамики спутника, для определения параметров его углового движения.



Рис.21. Имитаторы звездной камеры и звёздного неба

4. Заключение

Все описанные выше лабораторные работы выполняются в рамках созданного в МФТИ учебного курса “Динамика и управление механическими системами”. Кроме практических занятий курс так же включает в себя лекции. Тематика лекции разнообразна, но основное направление - это теория пассивного и управляемого движения спутников относительно центра масс. В курс входят также лекции по групповым полётам спутников (Formation Flying), по ГОСТ и ЕСПД как необходимом элементе проведения любой НИОКР. Структура курса достаточно гибкая. Подобный курс позволяет комплексно подойти к процессу обучения и пройти со студентами основные этапы разработки и создания информационно-механических систем. Предложенная структура курса может без труда быть применена и для обучения студентов по другим тематикам, требующим тесного сочетания теоретических знаний с практических навыков в работе с инженерными приложениями.

Учитывая склонность студентов активно работать с Интернетом, а не бумажными статьями, в списке литературы специально приведены ссылки на препринты, имеющие доступные версии в электронной библиотеке ИПМ им.М.В.Келдыша РАН.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки, Роснауки, РФФИ и кафедры теоретической механики МФТИ.

Литература

1. М.Ю.Овчинников, А.А.Дегтярёв. Применение компьютерных технологий при изучении теоретической механики и исследовании динамики сложных механических систем: Учебно-методическое пособие. М.: МФТИ, 2007, 56 с.
2. А.А.Ильин, М.Ю.Овчинников, В.И.Пеньков. Алгоритмы магнитной ориентации спутника, стабилизируемого собственным вращением. Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, 2005, №19, 32 с.
http://www.keldysh.ru/papers/2005/rep19/rep2005_19.html.
3. И.В.Прилепский. Математическое моделирование динамики прототипа малого спутника с активной МСО на испытательном стенде. Труды 49-й научной конференции МФТИ "Современные проблемы фундаментальных наук". Часть III. Аэрофизика и космические исследования. М.: 2006, с. 226-228.
4. С.О.Карпенко, М.Ю.Овчинников. Лабораторный стенд для полунатурной отработки систем ориентации микро- и наноспутников. Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, 2008, №38, 32 с.
http://www.keldysh.ru/papers/2008/source/rep2008_38.doc.
5. Д.С.Иванов, М.Ю.Овчинников. Использование одноосного гироскопа для определения ориентации макета в лабораторных условиях. Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, 2008, №11, 32 с.
http://www.keldysh.ru/papers/2008/rep11/rep2008_11.html.
6. М.Ю.Овчинников, А.С.Середницкий, А.М.Овчинников. Лабораторный стенд для отработки алгоритмов определения движения по снимкам звёздного неба. Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, 2006, №43, 32 с.
http://www.keldysh.ru/papers/2006/rep43/rep2006_43.html.

Содержание

1. Введение	- 1 -
2. Компьютерное моделирование.....	- 4 -
2.1. Движение твердого тела с закрепленной точкой	- 4 -
2.2. Регулярная прецессия. Вынужденная регулярная прецессия. Регулярная прецессия в случае Лагранжа	- 6 -
2.3. Численное интегрирование уравнений движения	- 8 -
2.4. Описание демонстрационной программы и результаты численного интегрирования	- 10 -
2.5. Компьютерная модель тела на струне	- 15 -
3. Полунатурное моделирование	- 19 -
3.1. Имитатор магнитного поля Земли	- 19 -
3.2. Макеты управляемых систем.....	- 20 -
3.3. Стенд для изучения работы звездной камеры	- 24 -
4. Заключение	- 26 -
Благодарности.....	- 27 -
Литература.....	- 27 -