



**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В. Келдыша  
Российской академии наук**

**Д. С. Чернавский,  
А. В. Щербаков,  
М.-Г. М. Зульпукаров**

**МОДЕЛЬ КОНКУРЕНЦИИ**

**Препринт №**

**Москва**

Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
им. М.В. Келдыша  
Российской академии наук

**Д. С. Чернавский, А. В. Щербаков, М.-Г. М. Зильпукаров**

## **МОДЕЛЬ КОНКУРЕНЦИИ**

Москва  
2006

## АННОТАЦИЯ

Рассматривается модель конкуренции двух фирм – производителей товаров длительного пользования. Показано, что при отсутствии внерыночных методов регулирования происходит монополизация (вытеснение одного из конкурентов), даже если конкуренты полностью равноправны.

Обсуждается вопрос об инновациях и динамике их внедрения на рынок. Предложенная математическая модель соответствует сценарию борьбы «новаторов» и «консерваторов», рассмотренному Шумпетером.

Для случая конкуренции отечественных производителей с импортёрами показано, что в сложившихся на российском рынке условиях отечественная обрабатывающая промышленность, выпускающая товары длительного пользования, не может выжить без государственных мер протекционистского характера

## ABSTRACT

The model of two firms competition is considered. It is shown, that the competing firms cannot coexist without non-economical regulation measures.

The innovations and their introduction to the market are discussed. The model proposed corresponds to the Schumpeter's model of competition of "innovators" and "conservatives".

The competition of the producers and importers is also discussed.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №04-01-00510 и №04-06-80298А).

## I. ВВЕДЕНИЕ

Вопросам математического моделирования экономических процессов посвящена обширная литература [1–7]. Одним из необходимых условий рыночной экономики считается наличие конкуренции [5,6,7], однако, вопросы о том, каковы методы конкуренции, как она происходит и к чему приводит, до сих пор остаются дискуссионными.

Уместно сделать ряд предварительных замечаний.

1. Конкуренция имеет место между производителями взаимозаменяемых (и даже однотипных) товаров. Производители взаимодополняющих товаров чаще вступают в договорные отношения (образуют симбиоз).

2. Производители товаров I категории (жизненно необходимых, таких как пища, энергоресурсы и т.п.), как правило, контролируются либо государством, либо структурами его заменяющими и часто являются естественными монополиями. В этих условиях роль конкуренции существенно снижается.

Поэтому, в данной работе, рассматривается конкурентная борьба между производителями товаров II категории (то есть, товаров долговременного пользования).

3. Важным фактором конкуренции является качество товара. Однако, само понятие «качество» включает множество факторов: долговечность, прочность, удобство в эксплуатации, эстетика, и т.п. В разных слоях общества шкала предпочтения этих свойств различна. Важную роль при этом играет цена продукта, так что потребитель ориентируется не на само качество, а на отношение цены к качеству.

В результате, в каждом слое общества, в котором потребители имеют примерно одинаковые накопления (и/или доходы), живут в одинаковых условиях и имеют одинаковую шкалу предпочтений, конкурируют фирмы, производящие однотипные товары (сходные по цене и качеству). Производители товаров другого «качества» (и цены) конкурируют в другой рыночной нише.

4. Производители принципиально новых товаров (инноваций), не имеющих (в данный момент) взаимозаменяемых аналогов, создают свою рыночную нишу. Конкуренция в ней возникает, когда в неё внедряются другие производители. Пример тому – персональные компьютеры и программное обеспечение для них, мобильные телефоны, и т.д. С технологическими инновациями дело обстоит иначе. В эпоху индустриального развития такие инновации играли главную роль. К ним относятся новые средства производства (новое оборудование, новые материалы, новые методы обработки и т.д.). При этом, «качество» конечного товара может и не меняться, но себестоимость его снижается. Фирма, овладевшая технологическими инновациями (условно называемая «новатором») вступает в конкурентные отношения с фирмой, производящей тот же товар прежними методами (её можно условно назвать «консерватором»). При этом, «новатор», как правило, обладает малыми оборотными средствами, недостаточными для развёртывания производства, и вынужден брать кредит даже под высокие проценты (в надежде вернуть их за счёт инноваций). Консерваторы также вынуждены использовать кредит, и в

результате возникает конкуренция за кредит. Эту ситуацию рассмотрел (на вербальном уровне) ещё в 1930-х Шумпетер [8], который по праву считается родоначальником эволюционной экономики. Соответствующую математическую модель мы рассмотрим позже.

5. Наконец, очень важную роль при конкуренции играет реклама. По существу, речь идет о формировании общественного мнения, о преимуществах того или иного товара. Строго говоря, эта задача выходит за рамки экономических и связана с более общей проблемой: возникновения, эволюции и борьбы условных информаций [9]. Действительно, выбор предпочтения одного из (однотипных) товаров – пример генерации новой информации. Если этот выбор совершается в коллективе, в результате общения людей, то это пример рождения условной информации.

Математическая модель борьбы и эволюции условных информаций рассматривалась применительно к биологическим процессам в [10]. Та же модель применительно к конкурентной борьбе рассмотрена в [11].

6. Вступая в конкурентную борьбу, предприниматель может ставить следующие цели:

- 1) Полностью вытеснить конкурента из определенной рыночной ниши.
- 2) Обеспечить себе определенную долю потребителей в условиях сосуществования с конкурентом.
- 3) Войти в рынок. Эта цель актуальна, если рынком владеет экономически сильный (обладающий большими средствами) конкурент, но не использующий инноваций.

Среди методов конкурентной борьбы можно условно выделить следующие группы.

i. Чисто экономические (рыночные) методы, не влияющие прямо на конкурента, но влияющие на рыночную цену. К ним относятся: сокращение производственного цикла, снижение себестоимости продукта. В компетенцию фирмы входит также и качество товара. Однако, как отмечалось выше, понятие «качества» многогранно и условно. Важно, что рыночная цена товара устанавливается в результате баланса спроса и предложения. Влиять на неё предприниматель может, только изменяя объем производства. (то есть, предложение). В этом случае конкуренты непосредственно не взаимодействуют и получают информацию друг о друге через ситуацию на рынке. Эта модель в вербальной форме была рассмотрена Курно.

ii. Финансовые методы конкуренции. Имеются в виду случаи, когда один из партнеров «назначает» низкую цену своего товара (ниже себестоимости), и в результате конкурент разоряется. Такой метод имеет специальное название – *демпинг*. Речь идет о наводнении рынка товаром, в результате чего рыночная цена опускается ниже уровня себестоимости товара конкурента. При этом оба конкурента терпят убытки, и вопрос заключается в том, кто из них раньше разорится. Ясно, что на демпинг может решиться конкурент, обладающий запасом средств, которые он использует для дотаций своего производства в течение большого (но не бесконечного) времени. В целом, эта акция может иметь смысл, если в результате ее конкурент полностью вытесняется с рынка.

iii. Методы, выходящие за рамки чисто экономических. Легальным методом такого типа является реклама, о которой уже шла речь. Не меньшую роль играет антиреклама, то есть, создание негативного отношения к товару конкурента. Формально она запрещена, но реально всегда имеет место даже вне зависимости от действий предпринимателя. К этой же группе относятся криминальные методы, которые мы обсуждать не будем.

Далее мы рассмотрим математическую модель конкурентной борьбы экономическими методами, что и является целью предлагаемой работы.

## II. МОДЕЛЬ ОДНОЙ ФИРМЫ.

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. В работе [12] обсуждалась модель в случае, когда цена задана. Здесь мы рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:

$N$  – число потребителей производимого продукта.

$S$  – доходы потребителей данного продукта. Примем, что распределение потребителей по доходам унимодально и достаточно узко, так что в первом приближении можно считать, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения. Отметим, что вместо доходов потребителей  $S$  можно использовать их накопления  $U$ .

$M$  – оборотные средства предприятия

$\tau$  – длительность производственного цикла

$p$  – рыночная цена товара

$\tilde{p}$  – себестоимость продукта, то есть, переменные издержки на производство единицы продукции.

$\delta$  – доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек.

$k$  – постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции.

$Q\left(\frac{S}{p}\right)$  – функция спроса, зависящая от отношения дохода  $S$  к цене  $p$ . Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q\left(\frac{S}{p}\right) = q - k \frac{p}{S} = q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right), \quad (1)$$

где  $q$  – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при  $p = p_{cr}$  потребители

отказываются от приобретения товара. Величина  $p_{cr} = \frac{Sq}{k}$ . Параметр  $k$  – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса в форме (1) является пороговой (то есть,  $Q\left(\frac{S}{p}\right) = 0$  при  $p \geq p_{cr}$ ) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQ\left(\frac{S}{p}\right) \cdot p - \kappa = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) - \kappa. \quad (2)$$

Уравнение для рыночной цены  $p$  представим в виде

$$\frac{dp}{dt} = \gamma \left\{ -\frac{M\delta}{\tau \tilde{p}} + Nq\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \right\}. \quad (3)$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу.

Параметр  $\gamma$  зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла  $\tau$ . При заданном  $M$  уравнение (3) описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

Согласно теореме Тихонова, уравнение (3) можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau \tilde{p}} + Nq\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) = 0. \quad (4)$$

Из (4) следует, что равновесное значение цены  $p$  равно

$$p = p_{cr} \left[ 1 - \frac{M\delta}{\tilde{p} Nq} \right]. \quad (5)$$

Уравнение (2) с учетом (5) приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = M \frac{\delta}{\tau} \left( \frac{p_{cr}}{\tilde{p}} - 1 \right) - M^2 \left( \frac{\delta}{\tau \tilde{p}} \right)^2 \frac{p_{cr}}{Nq} - \kappa \quad (6)$$

Уравнение (6) имеет два стационарных решения, соответствующих условию  $dM/dt = 0$ :

$$\bar{M}_{1,2} = \frac{1}{2} a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}, \quad (7)$$

где

$$a = Nq \left( 1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}} \right) \cdot \tilde{p} \cdot \frac{\tau}{\delta} \quad (8)$$

$$b = \kappa Nq \frac{(\tau \tilde{p})^2}{p_{cr} \delta^2}$$

Из (7) следует, что при больших постоянных издержках (в случае  $a^2 < 4b$ ) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть,

$b \ll a^2$ ) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы. При  $b \ll a$  стационарные значения  $M$  равны

$$\begin{aligned}\bar{M}_{(+)} &= Nq \frac{\tau}{\delta} \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \tilde{p}, \\ \bar{M}_{(-)} &= \kappa \tilde{p} \frac{\tau}{\delta(p_{cr} - \tilde{p})}.\end{aligned}\tag{9}$$

Первое состояние ( $M = \bar{M}_{(+)}$ ) устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе ( $M = \bar{M}_{(-)}$ ) неустойчиво, так, что при ( $M < \bar{M}_{(-)}$ ) оборотные средства падают ( $\frac{dM}{dt} < 0$ ), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу  $\bar{M}_{(-)}$  соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

Значения  $\bar{M}_{(+)}$  и  $\bar{M}_{(-)}$  совпадают при

$$(p_{cr} - \tilde{p})^2 = \kappa \cdot p_{cr} \cdot \frac{1}{Nq}.\tag{10}$$

Этот набор параметров является бифуркационным. Главную роль здесь играет параметр  $\tilde{p}$  – себестоимость продукции. Если она приближается к критической цене, то наступает банкротство.

Согласно (5) и (9) рыночная цена в стационарных (равновесных) условиях равна:

$$p = p_{cr} \left[1 - \frac{\bar{M}}{\tilde{p} Nq}\right] = \tilde{p}$$

Уместно сделать ряд замечаний.

1. В обсуждаемой модели параметр  $\delta$  всюду входит в сочетании с  $\tau$ . Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим:  $\delta = 1$ , а параметр  $\tau$  будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

2. В модели отсутствует конкуренция, то есть, предприятие является монополистом в своей нише. Принято считать, что монополист может назначить цену исходя из условия максимума прибыли. В принципе, эта цена может отличаться от «рыночной», определяемой уравнением (4).

Обсудим этот вопрос детальнее. Термин «прибыль» ( $\Pi$ ) обычно понимается как разность между средствами, полученными в результате реализации товара, и издержками на его производство, то есть, как прирост величины  $M$  за единицу времени.

Согласно (2), прибыль равна

$$\Pi = \frac{dM}{dt} = -\frac{M}{\tau} + Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \cdot p - \kappa.\tag{11}$$

Пусть монополист «назначит» цену  $p$  исходя из условия максимума прибыли:

$$\frac{d\Pi}{dp} = 0.\tag{12}$$

Из (12), с учетом (11), следует



$$p = \frac{1}{2} p_{cr}. \quad (13)$$

При этой цене, фактически, реализуется максимум выручки. Выражение (13) заменяет уравнение Вальраса (3) для рыночной цены  $p$ . При этом должно соблюдаться условие баланса произведенного и проданного товара, то есть,

$$\frac{M}{\tilde{p}} = Nq \left( 1 - \frac{p}{p_{cr}} \right) = \frac{1}{2} Nq. \quad (14)$$

Сама прибыль  $\Pi$  при этом равна

$$\Pi = \frac{dM}{dt} = \frac{1}{2} Nq \left( \frac{1}{2} p_{cr} - \tilde{p} \right) - \kappa. \quad (15)$$

При себестоимости  $\tilde{p} < \frac{1}{2} p_{cr}$  и  $\frac{\kappa}{nQp_{cr}} \leq 1$  прибыль положительна, величина  $M$  неограниченно возрастает, и стационарное состояние отсутствует. Обсудим случай, когда себестоимость  $\tilde{p} > \frac{1}{2} p_{cr}$ . При этом, согласно (15), происходит падение оборотных средств  $M$ , что ведёт к банкротству. С другой стороны, если цена не «диктуется» монополистом, а определяется уравнением Вальраса (3), то, согласно (9), возможно устойчивое стационарное состояние фирмы-монополиста. При этом согласно (5) и (9) рыночная цена устанавливается на уровне

$$p = p_{cr} - \tilde{p} < \frac{1}{2} p_{cr}.$$

Выручка оказывается меньше максимальной, но прибыль не отрицательна, и формально равна нулю.

Таким образом, при низкой себестоимости  $\tilde{p}$  и высоком пороге потребления товара  $p_{cr}$  (таком, что  $p_{cr} > 2\tilde{p}$ ), монополист может назначать цену, исходя из максимума прибыли. При этом, материальный баланс на рынке соблюдается, но финансовый баланс не достигается – величина  $M$  непрерывно возрастает.

При высокой себестоимости  $\tilde{p}$  и низком пороге потребления  $p_{cr}$  (таком, что  $p_{cr} < 2\tilde{p}$ ) выгоднее не стремиться к максимальной выручке, а положиться на рыночное ценовое равновесие и существовать стабильно (хотя и с нулевой прибылью).

Подчеркнем, сказанное относится только к товарам долговременного пользования, функция спроса которых имеет ценовой порог  $p_{cr}$ .

Функция спроса на товары первой необходимости не имеет ценового порога. Точнее ценовой порог здесь очень высок (формально,  $p_{cr} \rightarrow \infty$ ) и при любой себестоимости  $\tilde{p}$  реализуется вариант  $\tilde{p} < \frac{1}{2} \tilde{p}_{cr}$ .

3. Как упоминалось, любое предприятие в стационарном состоянии является бесприбыльным по определению (поскольку  $dM/dt = 0$ ). Обсудим детальнее, что это значит.

В уравнении (2) отсутствует слагаемое, которое описывает затраты владельцев (и/или акционеров) на личные нужды. Эти затраты включают и приобретение ими драгоценностей, ценных бумаг и запасание личных средств.

Эти накопления, вообще говоря, со временем могут измениться, даже если само предприятие работает в стационарном (бесприбыльном) режиме. Они пополняются за счет средств, полученных в результате реализации товара, то есть играют ту же роль, что и издержки производства на оплату рабочих. Доходы владельцев, а также дивиденды акционеров пропорциональны выручке, и поэтому эти издержки можно отнести к переменным.

Себестоимость продукта  $\tilde{p}$  включает и эти издержки. Реально, менеджеры фирмы назначают себе «зарплату» (достаточно высокую), и при этом выполняют функции владельцев, а не рабочих на производстве. Дивиденды акционеров тоже можно назвать «зарплатой», и на деятельности фирмы это не скажется (хотя, для налоговой инспекции такое переименование будет играть роль).

В свете сказанного, удобно разделить себестоимость на две части:

$$\tilde{p} = \tilde{p}^{(1)} + \tilde{p}^{(2)}, \quad 7)$$

где  $\tilde{p}^{(1)}$  – производственные издержки, включающие затраты на сырьё (и комплектующие), зарплату рабочим (сдельную) и налоги,  $\tilde{p}^{(2)}$  – издержки, включающие выплаты владельцам, «зарплаты» топ-менеджерам и т.п.

Принцип «максимума прибыли» следует понимать, как стремление максимизировать величину  $\tilde{p}^{(2)}$ . В случае  $\tilde{p}^{(1)} < \frac{1}{2} p_{cr}$  выгодно «назначить» цену, исходя из условия максимума выручки  $\tilde{p}^{(2)}$  так, чтобы  $\tilde{p} = \tilde{p}^{(1)} + \tilde{p}^{(2)} = \frac{1}{2} p_{cr}$ . В этом случае рыночные цены, определённые по уравнениям (4) и (11), (12), совпадают и равны  $\tilde{p} = \frac{1}{2} p_{cr}$ . Противоречие между принципом Вальраса и принципом максимума прибыли снимается. В случае  $\tilde{p}^{(1)} > \frac{1}{2} p_{cr}$ , как уже упоминалось, рыночная цена определяется по Вальрасу.

Эти соображения не новы и обсуждались ещё в работе Шумпетера [8].

### III. КОНКУРЕНЦИЯ ДВУХ ФИРМ

#### 1. Общий случай

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы.

В этом случае на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства – себестоимости, времени цикла; но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом).

Уравнения динамики оборотных средств запишем по аналогии с (2) в виде

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{dt} &= -\frac{M_1}{\tau_1} + N_1q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \cdot p - \kappa_1 \\ \frac{dM_2}{dt} &= -\frac{M_2}{\tau_2} + N_2q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \cdot p - \kappa_2\end{aligned}\quad (17)$$

где использованы те же обозначения, а индексы 1 и 2 относятся к первой и второй фирме, соответственно. Величины  $N_1$  и  $N_2$  – числа потребителей, которые приобрели товар первой и второй фирмы. В отсутствие постоянных затрат ( $\kappa_1 = \kappa_2 = 0$ ) эта модель по форме совпадает с моделями [9,10,11]. Близкая модель, с учетом постоянных затрат, рассмотрена в [13].

Учтем, что товарный баланс устанавливается быстро, то есть произведенный каждой фирмой товар не накапливается, а реализуется по цене  $p$ . Тогда

$$\begin{aligned}\frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p}_1} &= N_1q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \\ \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p}_2} &= N_2q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)\end{aligned}\quad (18)$$

где  $\tilde{p}_1$  и  $\tilde{p}_2$  – себестоимости товаров в первой и второй фирме.

С учетом (18) представим (17) в виде

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{dt} &= -\frac{M_1}{\tau_1} \left(\frac{p}{\tilde{p}_1} - 1\right) \cdot p - \kappa_1 \\ \frac{dM_2}{dt} &= -\frac{M_2}{\tau_2} \left(\frac{p}{\tilde{p}_2} - 1\right) \cdot p - \kappa_2\end{aligned}\quad (19)$$

Уравнение для цены, по аналогии с (3),

$$\frac{dp}{dt} = -\gamma \left[ \frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p}_1} + \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p}_2} - Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \right]. \quad (20)$$

Считая, как и выше, что ценовое равновесие устанавливается быстро, получим:

$$p = p_{cr} \left[ 1 - \frac{1}{Nq} \left( \frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p}_1} + \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p}_2} \right) \right]. \quad (21)$$

Подставив (21) в (19), имеем:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{dt} &= c_1 M_1 - b M_1 M_2 - a_1 M_1^2 - \kappa_1 \\ \frac{dM_2}{dt} &= c_2 M_2 - b M_1 M_2 - a_2 M_2^2 - \kappa_2\end{aligned}\quad (22)$$

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}, \quad a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}, \quad b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}, \quad c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}, \quad c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}. \quad (23)$$

Исследуем систему (22) в случае, когда постоянные издержки ( $\kappa_1, \kappa_2$ ) пренебрежимо малы. Для этого представим её в виде

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{dt} &= c_1 \left( M_1 - \frac{b_1}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \right) \\ \frac{dM_2}{dt} &= c_2 \left( M_2 - \frac{b_1}{c_2} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_2} M_2^2 \right)\end{aligned}\quad (24)$$

Модель (24) хорошо известна, и по форме совпадает с моделью борьбы условных информаций [9,10]. В работе [11] она использовалась для описания конкуренции фирм за рынок, и в качестве динамических переменных в ней фигурировали числа потребителей, предпочитающих товары той или иной фирмы.

В нашем случае динамическими переменными являются оборотные средства  $M_1$  и  $M_2$ . Это накладывает ограничение на параметры модели. Из (23) следует:

$$\frac{a_1}{b} = \frac{b}{a_2} = \frac{\tilde{p}_2 \tau_2}{\tilde{p}_1 \tau_1}. \quad (25)$$

Фазовые портреты системы (24) представлены на рис. 1а (в случае  $\tau_1 \tilde{p}_1 < \tilde{p}_2 \tau_2$ ), и на рис. 1б ( $\tau_1 \tilde{p}_1 > \tilde{p}_2 \tau_2$ ). В обоих случаях главные изоклины в соотношении (25) представляют собой параллельные прямые, и их угол наклона  $\phi$  таков, что

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{\tilde{p}_2 \tau_2}{\tilde{p}_1 \tau_1}.$$

Это означает, что стационарные состояния в системе (24) отсутствуют.

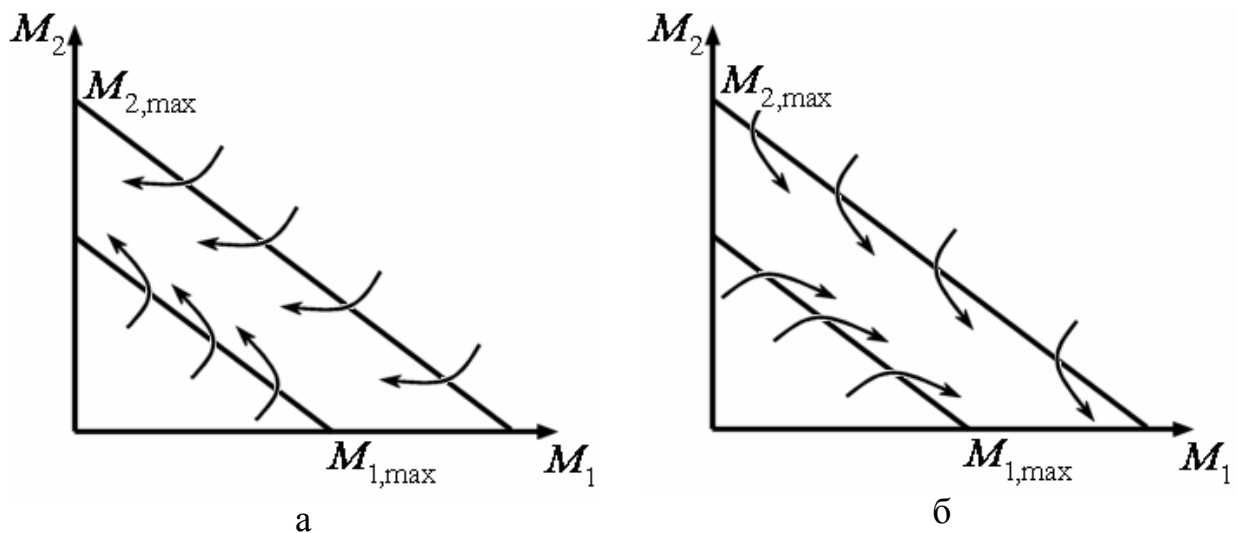


Рис. 1 Фазовый портрет системы (24) (без учёта постоянных издержек)

а – случай  $\tau_1 \tilde{p}_1 < \tilde{p}_2 \tau_2$ .

б – случай  $\tau_1 \tilde{p}_1 > \tilde{p}_2 \tau_2$ .

При  $\tau_2 \tilde{p}_2 < \tilde{p}_1 \tau_1$  изоклина горизонталей (то есть, линия, на которой  $\dot{M}_2 = 0$ ) расположена выше изоклины вертикалей (где  $\dot{M}_1 = 0$ ). В этом случае система при любых начальных условиях попадает в область между изоклинами, где  $M_2$  неограниченно возрастает, а  $M_1$  – убывает. Выйти из положительного квадранта величина  $M_1$  не может, поскольку в модели (24) ордината ( $M_1 = 0$ ) является изоклиной вертикалей. Реально условие  $M_1 = 0$  означает, что первая фирма терпит банкротство. Тогда в силу вступает модель (6), в рамках которой вторая фирма стремится к устойчивому состоянию  $M_2 = \bar{M}_+$  в уравнении (9), которое совпадает с величиной

$$M_{2,\max} = \frac{c_2}{a_2} = \tau_2 \tilde{p}_2 Nq \left( 1 - \frac{\tilde{p}_2}{p_{cr}} \right).$$

При  $\tilde{p}_2 > \tilde{p}_1$  (рис 1б) ситуация аналогична, но крах терпит вторая фирма, а первая стремится к устойчивому состоянию

$$M_1 = M_{1,\max} = \tau_1 \tilde{p}_1 Nq \left( 1 - \frac{\tilde{p}_1}{p_{cr}} \right).$$

При  $\tilde{p}_2 = \tilde{p}_1$  и  $\tau_2 = \tau_1$  изоклины сливаются. Это означает, что возможно существование фирм при различных значениях  $M_1$  и  $M_2$ , но эти состояния при малых изменениях параметров сдвигаются вдоль линии вплоть до полного вытеснения одного другим.

Отметим, что аналогичная ситуация имеет место в биологии, а именно в задаче о борьбе двух сходных видов за одну экологическую нишу, если единственным фактором конкуренции является потребление общего ресурса. Соотношение (25) является ограничением именно этого обстоятельства. Отсутствие стационарных состояний или образование их континуума означает, что система (24) с учетом (25) не груба (в смысле Андронова) или, что то же, структурно неустойчива.

В свете этого, рассмотрим полную систему (22) при условиях

$$\kappa_1, \kappa_2 \ll p_{cr} Nq. \quad (26)$$

Фазовые портреты представлены на рис 2а и 2б. Изоклина вертикалей в модели (22) ( $\dot{M}_1 = 0$ ) имеет вид:

$$M_2 = -\frac{c_1}{b} \left( 1 - \frac{a_1}{c_1} M_1 - \frac{\kappa_1}{c_1 M_1} \right). \quad (27)$$

Она располагается несколько ниже изоклины вертикалей модели (24) и существенно отклоняется от неё при  $M_1 \leq \frac{\kappa_1}{c_1} \ll M_{1,\max}$ .

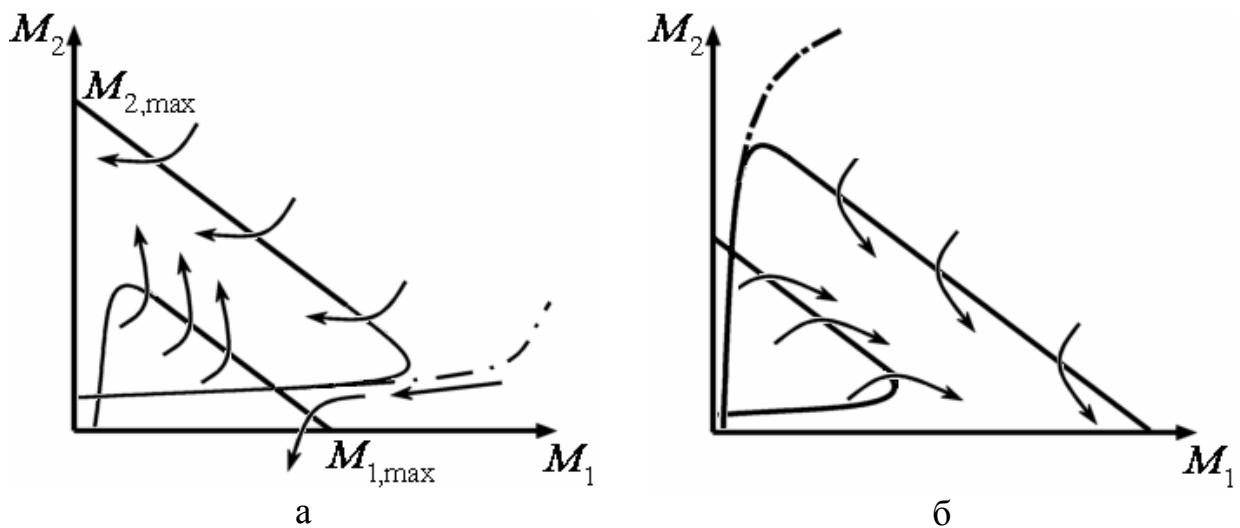


Рис. 2 Фазовый портрет полной системы (22) (с учётом постоянных издержек)

а – случай  $\tilde{p}_1 < \tilde{p}_2$ .

б – случай  $\tilde{p}_1 > \tilde{p}_2$ .

Изоклина горизонталей ( $\dot{M}_2 = 0$ ) имеет вид

$$M_1 = -\frac{c_2}{b} \left( 1 - \frac{a_2}{c_2} M_2 - \frac{\kappa_2}{c_2 M_2} \right). \quad (28)$$

Она также близка к изоклине горизонталей в (24), но отклоняется от неё при

$$M_2 \leq \frac{\kappa_2}{c_2} \ll M_{2,\max}.$$

При  $\tilde{p}_1 < \tilde{p}_2$  (рис 2а) картина близка к рис 1а, но имеются отличия.

Во-первых, модель (22) допускает выход из положительного квадранта, где  $M_1$  (или  $M_2$ ) формально становится отрицательным. Реально, это означает, что при  $M_1 \leq 0$  первая фирма терпит банкротство и уходит с рынка. Оставшаяся на рынке фирма описывается уравнением (6) и стремится к устойчивому состоянию  $\bar{M}_2 = M_{2,\max}$ .

Во-вторых, возникают два стационарных состояния.

Одно из них, при малых значениях  $M_1$  и  $M_2$ :

$$M_1 = \frac{\kappa_1}{c_1}, \quad M_2 = \frac{\kappa_2}{c_2},$$

представляет собой неустойчивый узел и близко к состоянию  $\bar{M}_{(-)}$  в модели (6).

Второе состояние при

$$M_1 \cong \frac{c_1}{a_2}, \quad M_2 \cong \frac{\kappa a_1}{c_2 a_1 - b c_1} \quad (29)$$

представляет собой седло. Через него проходит сепаратриса, разделяющая области притяжения двух устойчивых состояний:  $M_1 < 0$ ,  $M_2 = M_{2,\max}$  и  $M_2 < 0$ ,  $M_1 = M_{1,\max}$  (представлена на рис. 2а штрих-пунктиром). Из рисунка видно, что ареал притяжения второй фирмы существенно больше, чем первой. Тем не менее, даже при неблагоприятных для первой фирмы условиях, когда себестоимость товара в ней больше, чем во второй, возможно всё же вытеснение второй фирмы. Это может иметь место, если в начальный момент её оборотные средства существенно больше, чем во второй фирме.

При  $\tilde{p}_1 > \tilde{p}_2$  ситуация аналогична, но большим ареалом притяжения обладает состояние  $M_1 = M_{1,\max}$  (см. рис. 2б).

При  $\tilde{p}_2 \cong \tilde{p}_1$  седло расположено в середине квадранта и области притяжения стационарных состояний одного порядка. В этом случае также происходит полное вытеснение одной из фирм, какой именно – зависит от начальных условий.

Важно, что во всех случаях происходит полное вытеснение одной из фирм. Устойчивое существование конкурентов в рамках модели (22) невозможно.

Модель (22) является структурно устойчивой (грубой в смысле Андронова). Малые изменения структуры модели (её параметров, и/или учет дополнительных малых факторов) не могут изменить её качественные результаты.

Таким образом, устойчивое сосуществование конкурентов возможно, только если в борьбе используются методы, выходящие за рамки чисто рыночных отношений.

2. Рассмотрим симметричный случай, когда параметры фирм одинаковы.

Это значит, что в уравнении (24)  $c_1 = c_2 = c$ ;  $a_1 = a_2 = a$ , и, кроме того,  $a=b$ . Параметр  $c$  определяет масштаб времени; удобно выбрать естественный масштаб, то есть, в безразмерном времени  $t' = ct$  или, что то же, положить:  $c=1$ .

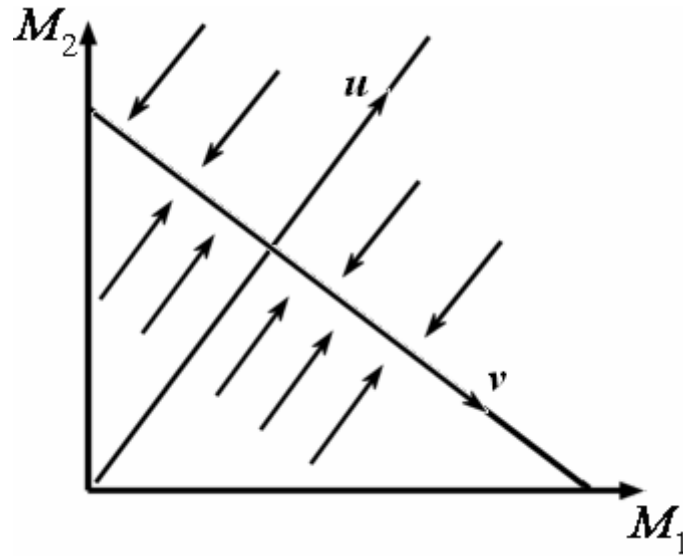


Рис. 3 Фазовый портрет системы (30) (случай полной симметрии)

Тогда модель (24) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{dM_1}{dt'} &= M_1 - bM_1M_2 - bM_1^2 \\ \frac{dM_2}{dt'} &= M_2 - bM_1M_2 - bM_2^2 \end{aligned} \quad (30)$$

Фазовый портрет системы (30) представлен на рис 3. В этом случае главные изоклины сливаются, и угол  $\phi$  их наклона таков, что  $\operatorname{tg}\phi = 1$ .

Здесь удобно перейти к переменным

$$U = M_1 + M_2, \quad V = M_1 - M_2.$$

Из уравнений (30) нетрудно получить:

$$\frac{dU}{dt} = U - aU^2, \quad (a) \quad (31)$$

$$\frac{dV}{dt} = V - aUV \quad (б)$$

Из (31a) следует, что величина  $U$  (независимо от  $V$ ) быстро (в меру  $t' \approx 1$ ,  $t = \frac{1}{c}$ ) стремится к устойчивому стационарному значению  $\bar{U} = 1/a$ .

Подставив его в (31б), получим

$$\frac{dV}{dt} = 0. \quad (32)$$

Это значит, что на линии изоклин

$$M_1 + M_2 = \frac{1}{a}. \quad (33)$$

расположен континуум безразличных равновесий. В каждом из них одно из чисел Ляпунова равно нулю. Таким образом, симметричная модель не груба и сторонние (случайные) воздействия могут играть существенную роль. В нашем

случае этот фактор можно учесть, записав уравнение Ланжевена для переменной  $V$ :

$$\frac{dV}{dt} = \xi(t), \quad (34)$$

где  $\xi(t)$  – нормальный (гауссов),  $\delta$ -коррелированный шум. Уравнение (34) описывает хорошо известный процесс – броуновский дрейф вдоль линии  $\bar{U} = 1/a$ . Конечный результат дрейфа тоже хорошо известен: величина  $V$  упирается в значения: либо  $V = M_1$  ( $M_2 = 0$ ), либо  $V = -M_2$  ( $M_1 = 0$ ).

Таким образом, и в этом случае происходит полное вытеснение одного конкурента другим, даже если они полностью равноправны (что соответствует принципу Оруэлла: «All animals are equal, but some of them are more equal than others»).

Учтём в симметричной модели постоянные затраты. Уравнения (3) примут вид

$$\begin{aligned} \frac{dM_1}{dt} &= M_1 - bM_1M_2 - bM_1^2 - \kappa'_1 \\ \frac{dM_2}{dt} &= M_2 - bM_1M_2 - bM_2^2 - \kappa'_2 \end{aligned}, \quad (35)$$

где  $\kappa'_1 = \kappa_1/c \ll 1$ ,  $\kappa'_2 = \kappa_2/c \ll 1$ .

Фазовый портрет системы (35) представлен на рис. 4. Видно, что возникает стационарное состояние при

$$\begin{aligned} M_1 = \bar{M}_1 &\approx \frac{1}{b + \frac{\kappa_2}{\kappa_1}} \\ M_2 = \bar{M}_2 &\approx \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \frac{1}{1 + b \frac{\kappa_2}{\kappa_1}} \end{aligned}$$

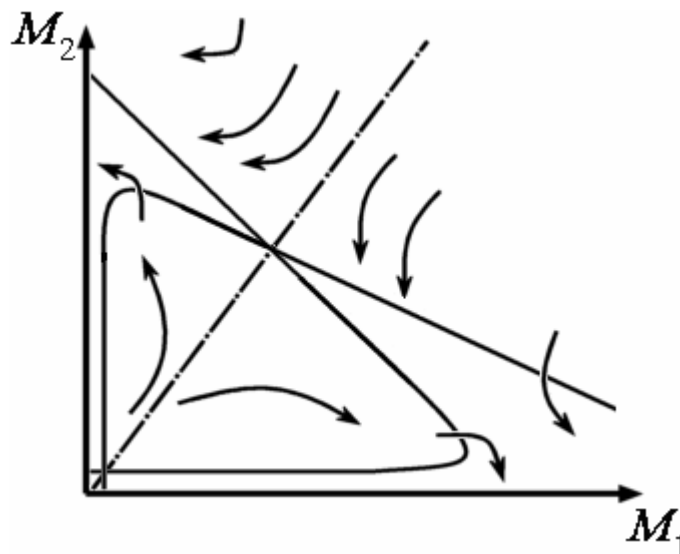


Рис. 4 Фазовый портрет системы (35) (с учётом постоянных издержек)

Это состояние неустойчиво (седло), через него проходит сепаратриса, разделяющая фазовое пространство на две области притяжения. В каждой из них один из конкурентов полностью вытесняет другого.



Учёт шумов размывает сепаратрису и приводит к дрейфу, в результате которого один из конкурентов полностью вытесняет другого. Таким образом, учёт постоянных затрат качественно не изменит ситуацию.

Учтём в рамках симметричной модели эффект рекламы. Цель её – привлечение потребителей к приобретению товаров данной фирмы (но не её конкурента), и дополнительные доходы связаны именно с этим эффектом. Как упоминалось, эффект рекламы выходит за рамки чисто экономических. Поэтому, мы оценим его используя дополнительные предположения.

В результате рекламы фирмы получают дополнительные доходы:  $\delta_1 M_1$  и  $\delta_2 M_2$ , соответственно. Примем, что эффект относительно мал ( $\delta_1, \delta_2 \leq 1$ ), но тем не менее, учёт его важен, поскольку симметричная модель не груба.

Из предпринимательской практики известно, что расходы на рекламу  $R_1$  и  $R_2$  зависят от доходов:  $\delta_1 M_1$  и  $\delta_2 M_2$ , причем, не линейно, а в более высокой степени.

Примем, что расходы растут квадратично, то есть

$$\begin{aligned} R_1 &= \alpha (\delta_1 M_1)^2 \\ R_2 &= \alpha (\delta_2 M_2)^2 \end{aligned} \quad (36)$$

где  $\alpha$  – феноменологический коэффициент. В оптимальном режиме работы предприятия сумма

$$\begin{aligned} S_1 &= \delta_1 M_1 - \alpha (\delta_1 M_1)^2 \\ S_2 &= \delta_2 M_2 - \alpha (\delta_2 M_2)^2 \end{aligned} \quad (37)$$

должна быть максимальна. Это имеет место при  $\delta_1 M_1 = \frac{1}{2} \alpha$ , и тогда обе суммы равны

$$S_1 = S_2 = S = \frac{1}{4} \alpha.$$

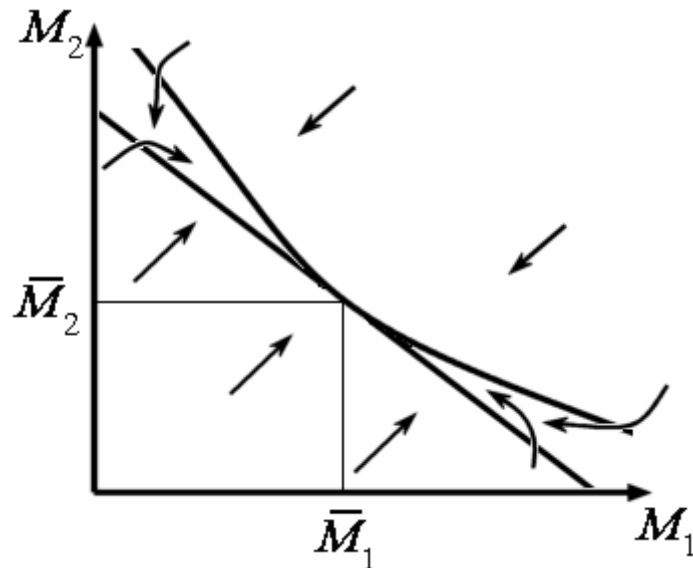
Фактически, это означает, что фирма, благодаря рекламе, обеспечивает постоянный (не зависящий от оборотных средств) доход. Модель (35) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \frac{dM_1}{dt} &= M_1 - bM_1M_2 - bM_1^2 - \kappa_1 + S \\ \frac{dM_2}{dt} &= M_2 - bM_1M_2 - bM_2^2 - \kappa_2 + S \end{aligned} \quad (38)$$

В случае  $S < \kappa_1$  и  $S < \kappa_2$  качественные свойства модели не меняются. Фазовый портрет соответствует рис. 2, и всё сказанное выше остается в силе.

В случае  $S > \kappa_1$  и  $S > \kappa_2$  ситуация меняется. Фазовый портрет представлен на рис. 5. Видно, что имеется устойчивое стационарное состояние при

$$\begin{aligned} M_2 = \bar{M}_2 &= \frac{S - \kappa_2}{S - \kappa_1} \frac{1}{b + \frac{S - \kappa_2}{S - \kappa_1}} \\ M_1 = \bar{M}_1 &= \frac{1}{b + \frac{S - \kappa_2}{S - \kappa_1}} \end{aligned}$$



**Рис. 5 Фазовый портрет системы (38) (с учётом эффекта рекламы)**  
См. пояснения в тексте.

Таким образом, в этом случае возможно сосуществование конкурентов. Смысл этого: просто, благодаря рекламе, каждая из фирм создаёт свою нишу, в которой потребители предпочитают приобретать товар именно этой фирмы. Фактически, конкуренты сосуществуют независимо.

#### IV. КОНКУРЕНЦИЯ «НОВАТОРОВ» И «КОНСЕРВАТОРОВ»

Рассмотрим случай, когда один из производителей обладает технологической инновацией, существенно сокращающей производственный цикл (то есть, параметр  $\tau$ ) и/или снижающей себестоимость  $\tilde{p}$ . Этот случай соответствует модели Шумпетера борьбы новаторов и консерваторов.

Эта же задача актуальна в случае конкуренции отечественных производителей с импортерами, когда себестоимость импортного товара заметно ниже отечественного.

Рассмотрим первую задачу – случай, когда «новатор» не имеет средств для реализации инновации. Эти средства, в размере  $\tilde{M}$ , он берёт в кредит под процентную ставку  $\tilde{\kappa}$ . Средства  $\tilde{M}$  частично расходуются на приобретение оборудования (средства  $\tilde{M}_0$ ) и частично используются как оборотные для оплаты переменных расходов (обозначим последнее  $\tilde{M}_1^{(0)}$ ):

$$\tilde{M} = \tilde{M}_0 + \tilde{M}_1^{(0)} . \quad (40)$$

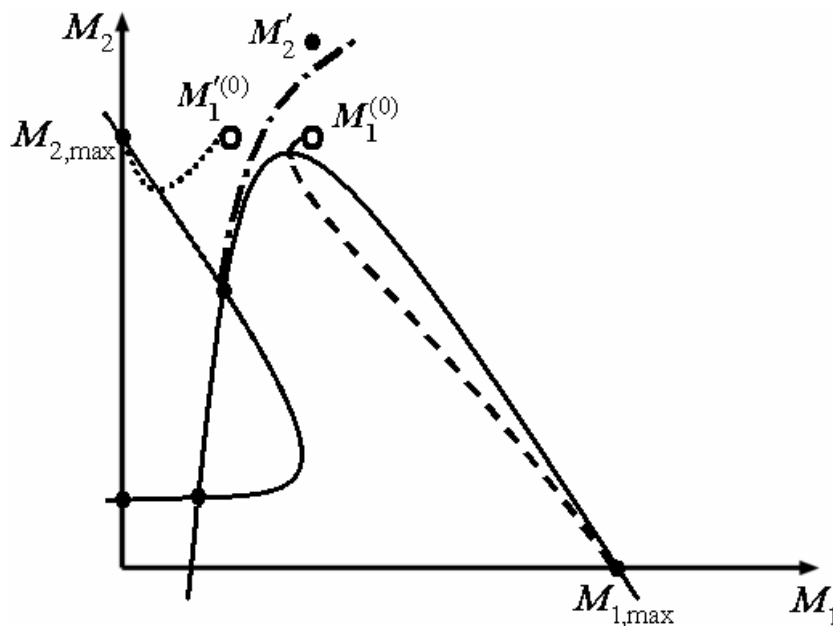
Величина  $\tilde{M}_1^{(0)}$  является начальным значением динамической переменной  $M_1$ .

При этом, «новатор» выплачивает проценты в размере  $\tilde{\kappa}\tilde{M}$ . Этому случаю соответствует модель (22), в которой «новатору» соответствует индекс 1, а «консерватору» – 2. Это значит, что  $\tilde{p}_1\tilde{\tau}_1 < \tilde{p}_2\tilde{\tau}_2$ , и в формулах (23)  $a_1 > a_2$ ,  $c_1 > c_2$ . При этом, угол наклона изменён:  $\text{tg}\phi > 1$ .

Выплаты по кредиту здесь играют роль постоянных издержек, то есть,

$$\kappa_1 = \tilde{\kappa}\tilde{M} = \tilde{\kappa}(\tilde{M}_0 + M_1^{(0)}) . \quad (41)$$

Фазовый портрет системы (22) с учётом упомянутых условий представлен на рис. 6. Портрет аналогичен рис. 2б. Отличие лишь в том, что угол наклона изоклин и величины  $\kappa_1$  на рис. 6 больше, чем на рис. 2б. Как и на рис. 2б имеется неустойчивое состояние – типа седла. Через него проходит сепаратриса (показана штрих-пунктиром), разделяющая две области притяжения:  $M_2 = 0$ ,  $M_1 = M_{1,\max}$ , и  $M_1 = 0$ ,  $M_2 = M_{2,\max}$ . В первой «новатор» полностью вытесняет «консерватора», во второй, напротив, «новатор» сам вытесняется. Сепаратриса в левой части рисунка практически сливается с изоклиной вертикалей ( $\dot{M}_1 = 0$ ). В максимуме последней сепаратриса отделяется от изоклины и ведёт себя так же, как другие интегральные кривые (к семейству которых она принадлежит).



**Рис. 6** Фазовый портрет системы (22) (с учётом выплат по кредиту)  
Конкуренция «новаторов» и «консерваторов». См. пояснения в тексте.

Уравнение для сепаратрисы мы приводить не будем, поскольку для этого необходимо точное решение системы (22) в элементарных функциях. Последнее возможно отнюдь не всегда. Фазовый портрет системы (22) может быть построен с помощью компьютера (при заданных значениях параметров). В связи с этим дальнейший анализ носит качественный характер, который опирается на топологические свойства фазового портрета.

Задача новатора – в начальный момент оказаться в области притяжения первого состояния. Это значит, что величина  $M_1^{(0)}$  должна находиться правее сепаратрисы. Это условие зависит от величины  $M_2$ . Если фирма-консерватор до появления новатора функционировала в стационарном режиме, то  $M_2 = M_{2,\max}$ . В этом случае величина  $M_1^{(0)}$ , необходимая для вхождения в рынок, представлена на рис. 6 кружочком. Дальнейшая её динамика соответствует траектории, представленной штриховой линией. Вдоль этой траектории  $M_1(t)$  сперва падает, затем растёт и стремится к  $M_1 = M_{1,\max}$ . Величина  $M_2(t)$  монотонно падает, вплоть до полного вытеснения с рынка.

Если величина  $M_1^{(0)}$  (взятая в кредит) лежит левее сепаратрисы (на рис. 6 она представлена как  $M_1''^{(0)}$ ), то траектория системы (представленная пунктиром) – иная, и приводит к вытеснению «новатора» (при этом, нужно иметь в виду, что при меньшем  $M_1^{(0)}$ , величина  $\kappa_1$  тоже уменьшается, фазовый портрет деформируется, но его топология сохраняется).

Если сепаратриса проходит вблизи оси ординат, то необходимый кредит не очень велик и «новатор» может взять его под большие проценты.

Рассмотрим, вслед за Шумпетером, конкурентную борьбу «новатора» и «консерватора» в финансовой сфере.

Пусть новатор стартует с точки  $M_1^{(0)}$ ,  $M_2 = M_{2,\max}$ . В любой момент  $t_1$  консерватор может взять кредит в размере  $\tilde{M}_2$  (под проценты  $\tilde{\kappa}$ ) с целью попасть в область притяжения своего предприятия. На рис. 6 эта точка представлена как  $M_2'$ . При этом, его постоянные издержки повышаются.

Если время  $t_1$  велико («консерватор» поздно опомнился), то кредит  $\tilde{M}_2$  должен быть достаточно большим и, соответственно, велики постоянные издержки  $\kappa_2$ . В ответ на этот шаг, «новатор» вынужден взять дополнительный кредит и постоянные издержки его возрастут.

В результате, конкуренция на рынке кредитов приводит к непрерывному возрастанию постоянных издержек  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$ . Для каждой фирмы существуют критические постоянные издержки. Их можно оценить, используя формулы (7) и (8). Из них следует, что для существования фирмы должно выполняться условие

$$\kappa_{1,2} = \frac{1}{4} Nqp_{c2} \left( 1 - \frac{\tilde{p}_{1,2}}{p_{c2}} \right)^2 \quad (42)$$

(индексы 1,2 соответствуют «новатору» и «консерватору»).

При возрастании величины  $\tilde{\kappa}$  консерватору труднее выполнить условие (42), поскольку себестоимость  $\tilde{p}_2$  выше.

Рассмотренный случай соответствует модели Шумпетера.

Отметим, что в процессе борьбы на рынке кредитов оборотные средства  $M_1$  и  $M_2$  возрастают. В то же время, цена товара  $p$ , согласно (21), падает. Это выглядит парадоксально, поскольку принято считать, что возрастание денежной массы ведет к ценовой инфляции. Обсуждаемая модель относится к микроэкономике. Поэтому, увеличение  $M_1$  и  $M_2$ , строго говоря, не означает возрастание денежной массы в реальном секторе экономики по всей стране. Тем не менее, если подобная борьба происходит во всех отраслях, то эффект приобретает макроэкономические масштабы.

В заключение, отметим, что в настоящее время существует другой путь внедрения инноваций (венчурные фирмы), который не ведет к нарастанию постоянных издержек. При этом происходит разделение обязанностей. В качестве «новаторов» выступают ученые – разработчики инноваций. Труд по внедрению берут на себя другие агенты, в частности предприниматели-«консерваторы». Они уже обладают нужными средствами или берут их в кредит, но конкурентная борьба на финансовом рынке при этом не происходит.

Конкуренция методу «новаторами» имеет место, но на уровне экспертного совета венчурной фирмы. В этой ситуации фирма-«консерватор» берёт кредит для модернизации производства (реализации инновации).

## V. КОНКУРЕНЦИЯ ИМПОРТА С ОТЕЧЕСТВЕННЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ

Эта задача актуальна для современной России [3]. В настоящее время импорт товаров народного потребления быстро растёт. Отечественные производители вытесняются с внутреннего рынка. То же относится и к отечественным производителям средств производства. В результате многие жизненно важные сектора отечественной промышленности сокращаются.

Цель данного раздела – выяснить, какие параметры оказывают наибольшее влияние на этот процесс и проследить его динамику.

Условия конкуренции, как и в предыдущем случае, не одинаковы, и необходимо использовать общую модель (22) (с обозначениями (23)).

В её рамках наиболее важными являются себестоимость  $\tilde{p}$  и время оборота  $\tau$ .

Далее, для определенности, индекс «2» присвоим импортерам, а индекс «1» – отечественным производителям.

Себестоимость импортного товара определяется следующими факторами.

Рыночная цена товара в стране, из которой он импортируется (в иностранной валюте) –  $\tilde{p}_2$ .

Курс иностранной валюты по отношению к рублю –  $k$ .

Таможенная пошлина, на единицу товара –  $v$ .

Налог с оборота –  $k_2$ .

Транспортные расходы –  $tr_2$ .

Перечисленные издержки относятся к переменным (то есть, на единицу продукции).

Себестоимость в рублях  $\tilde{p}_2$  равна

$$\tilde{p}_2 = \tilde{p}_2 \cdot k + v + k_2 + tr_2. \quad (43)$$

Наибольшую роль играют два первых члена:  $\tilde{p}_2 \cdot k$  и  $v$ .

Постоянные издержки импортёров включают содержание офиса и складов.

В современной России (при существующем курсе иностранной валюты) во многих отраслях производства товаров народного потребления себестоимость импортного товара ниже отечественного:  $\tilde{p}_2 < \tilde{p}_1$ . Время оборота импортирующих фирм также меньше времени производственного цикла отечественных производителей:  $\tau_2 < \tau_1$ . Таким образом,  $\tau_1 p_1 < \tau_2 p_2$ , то есть, фирмы находятся в неодинаковых условиях.

Этой ситуации соответствует фазовый портрет на рис. 2а. Из него следует, что почти всё фазовое пространство является областью притяжения фирмы – импортёра. Малая область, в которой отечественный предприниматель может вытеснить импортёра, связана с постоянными издержками импортёра. Как упоминалось выше, они малы, и в принципе могут быть компенсированы рекламой.

Исключение представляет случай, когда импортер, не имея начального капитала, взял кредит. Выплаты по процентам и погашению кредита аналогичны постоянным издержкам.

Отечественный производитель тоже может взять кредит с целью вытеснить конкурента. Далее, события развиваются по описанному выше сценарию конкуренции «новатора» и «консерватора». Однако, при достаточно большой разнице себестоимостей отечественный предприниматель не имеет шансов на выживание без поддержки государства.

Обсудим возможные протекционистские меры.

Во-первых, величина пошлины (параметр  $v$ ) в (43) влияет на себестоимость импорта. Для защиты отечественного производителя необходимо увеличить её так, чтобы параметры  $\tau_1 p_1$  и  $\tau_2 p_2$  сравнялись. Этот способ известен, и им пользуются во всех развитых странах.

Во-вторых, важную роль играет курс отечественной валюты по отношению к иностранной (то есть, параметр  $k$  в (43)). Известно, что увеличение  $k$  («падение» собственной валюты) ведёт к оживлению отечественного производителя.

В-третьих, льготное кредитование отечественных производителей. Эта мера эффективна в случае, когда конкурентная борьба переносится в финансовую сферу.

## VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведём основные выводы.

1. Рассмотрена модель конкуренции производителей товаров долговременного пользования. Функция спроса их имеет ценовой порог, выше которого товар не потребляется. Отметим, что функция спроса жизненно необходимых товаров такого порога не имеет, и в этом случае конкуренция протекает по другому сценарию.

2. Существует два метода конкурентной борьбы – чисто рыночный и, так называемый, социальный. В первом используются только экономические факторы (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.). Во втором используются социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, независимо от их качества и цены. В данной работе исследуется модель, соответствующая первому механизму. В реальной экономике используется оба метода. Кроме того, имеются механизмы государственного регулирования конкурентной борьбы, которые выходят за рамки как первого, так и второго метода.

3. Показано, что в рамках первого метода стабильное сосуществование конкурирующих фирм невозможно. Одна из фирм полностью вытесняет другую, то есть, происходит монополизация.

4. В рамках модели рассмотрен вопрос об инновациях и динамике их внедрения в рынки. Предложенная математическая модель соответствует сценарию борьбы «новаторов» и «консерваторов», рассмотренному Шумпетером.

5. В рамках той же модели рассмотрен актуальный для современной России вопрос о конкуренции отечественных производителей с импортёрами. Показано, что в сложившихся на российском рынке условиях отечественная обрабатывающая промышленность, выпускающая товары длительного пользования, не может выжить без государственных мер протекционистского характера.

Авторы считают своим долгом поблагодарить Г.Г. Малинецкого за ценные замечания.

## ЛИТЕРАТУРА.

1. В. В. Лебедев. Математическое моделирование социально-экономических процессов. М.: Изограф, 1997.
2. В.В. Лебедев, К.В. Лебедев. Математическое и компьютерное моделирование экономики. М.: УРСС, 2002.
3. Т.С. Ахромеева, Г.Г. Малинецкий, С.А. Посашков. Современная экономика. Взгляд с позиций компьютерного моделирования и системного анализа. Безопасность Евразии. Журнал личной, национальной и коллективной безопасности, № 2(8), 2002.
4. Д.С. Чернавский, Н.И. Старков, А.В. Щербаков. О проблемах физической экономики. Успехи Физических Наук, № 9, 2002, стр. 1045–1066.
5. У. Баффетт. Эссе об инвестициях, корпоративных финансах и управлении компаниями. М.: Альпина Бизнес Букс, 2005.
6. М.Э. Портер. Конкуренция. М. и др.: Вильямс, 2005.
7. Ю.Б. Рубин. Теория и практика предпринимательской конкуренции. М.: Маркет ДС Корпорейшн, 2004.
8. И.А. Шумпетер. Теория экономического развития. М.: Прогресс, 1982.
9. Д.С. Чернавский. Синергетика и информация (динамическая теория информации). М.: УРСС, 2004.
10. N.M. Chernavskaya, D.S. Chernavskii. J. Theor. Biol., Vol. 53, 1975.
11. P.P. Saviotti. Journal of Evolutionary Economics, Vol. 11, 2001, p. 119–141.
12. Д.С. Чернавский, А.В. Щербаков, С.А. Соловьев, С.В. Зайцев. Математическая модель деятельности малого инновационного предприятия. Случай одного продукта. Феномен «скрытого банкротства». Электронный журнал «Исследовано в России», <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2002/006.pdf>
13. В.В. Лебедев. О влиянии постоянных издержек на эволюцию дуопольного рынка. Математическое моделирование социально-экономических процессов. вып. 3, ЦЭМИ РАН, 2004, стр. 38-44.