Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Российской Академии наук

В.В. Ивашкин

ТРАЕКТОРИИ ВОЗВРАЩЕНИЯ С ГЕОСТАЦИОНАРНОЙ ОРБИТЫ К ЗЕМЛЕ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЛУНЫ

Препринт N 22 за 2006 г.

Москва - 2006

В.В. Ивашкин

ТРАЕКТОРИИ ВОЗВРАЩЕНИЯ С ГЕОСТАЦИОНАРНОЙ ОРБИТЫ К ЗЕМЛЕ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЛУНЫ

АННОТАЦИЯ. В работе представлены результаты исследования задачи возвращения космического аппарата (КА) с геостационарной орбиты (ГСО) к Земле. Кроме обычных «прямых» траекторий возврата с начальным торможением скорости КА получены и исследованы «обходные» траектории с начальным разгоном и полетом КА с ГСО к Луне для выполнения лунного гравитационного маневра торможения и последующим полетом к Земле. Показано, что «обходные» траектории энергетически всегда выгоднее «прямых» траекторий возвращения к Земле. Работа подготовлена по докладу автора на XXX академических чтениях по космонавтике в Москве, в январе 2006 г. [1].

Ключевые слова: геостационарная орбита, спуск с орбиты, лунный гравитационный маневр, оптимальные космические траектории.

V.V. Ivashkin

TRAJECTORIES FOR SPACECRAFT RETURN FROM GEOSTATIONARY ORBIT TO THE EARTH USING MOON'S GRAVITY

ABSTRACT. Main results of investigations are given for a problem of the spacecraft (SC) return from geostationary orbit (GSO) to the Earth. In addition to "direct" return trajectories with initial decreasing velocity of SC, there are studied "detour" ones with initial increasing velocity, flight from GSO to the Moon with a lunar gravity assist and following flight to the Earth. Main characteristics of trajectories as well as comparison of both return schemes are given. It is shown that from the energy point of view the "detour" scheme is better considerably than the "direct" one. The Paper is prepared according to the author's Presentation at the XXX academic readings for Cosmonautics, January 2006, Moscow [1].

Key words: geostationary orbit, re-entry, lunar gravity assist, optimal space trajectories.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ……...…….…..4
2. «ПРЯМОЙ» СПУСК КА С ГСО К ЗЕМЛЕ……..…….…..……6
3. «ОБХОДНЫЕ» ПЕРЕЛЕТЫ ГСО-ЗЕМЛЯ С ОБЛЕТОМ ЛУНЫ. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ…….……..7
4. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ «ОБХОДНЫХ» ПЕРЕЛЕТОВ ГСО-ЗЕМЛЯ...…..9
5. ВЫВОДЫ…..…..……..17
6. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ...…..……..17

CONTENTS

1. INTRODUCTION……4
2. “DIRECT” RETURN OF SPACECRAFT FROM GSO TO EARTH…….……6
3. GSO-EARTH “DETOUR” FLIGHTS WITH LUNAR GRAVITY ASSIST. NUMERICAL ANALYSIS……..……...…….7
4. QUALITATIVE ANALYSIS OF GSO-EARTH “DETOUR” FLIGHTS……...9
5. CONCLUSIONS..……...17
6. REFERENCES..……...……...17

1. ВВЕДЕНИЕ

Геостационарные спутники, практически неподвижно «висящие» над соответствующими точками Земли, важны для обеспечения линий космической связи и наблюдения за Землей. В модели центрального ньютоновского гравитационного поля такой спутник, как известно, должен двигаться по т.н. геостационарной орбите – круговой геоэкваториальной орбите радиуса $R\approx42164$ км, с звездно-суточным периодом обращения. С точки зрения прикладной небесной механики для обеспечения функционирования таких спутников надо решить ряд задач, в частности, задачу выведения космического аппарата с Земли на ГСО и задачу удаления КА с ГСО [1]. Относительно выведения КА на ГСО с использованием двигателя большой тяги анализ показал [2-4], что при достаточно большой широте точки старта, свыше ~ 28° (это выполняется для Российских космодромов Байконур и Плесецк), энергетически выгоднее использовать не «прямую» схему полета, а «обходную», с предварительным подлетом к Луне. При этом выполняется лунный гравитационный маневр с пассивным изменением наклонения и перигейного расстояния и затем осуществляется подлет к ГСО, см. рис. 1 [2-4]. В силу важности этого результата данное исследование позднее было повторено европейскими учеными [5].

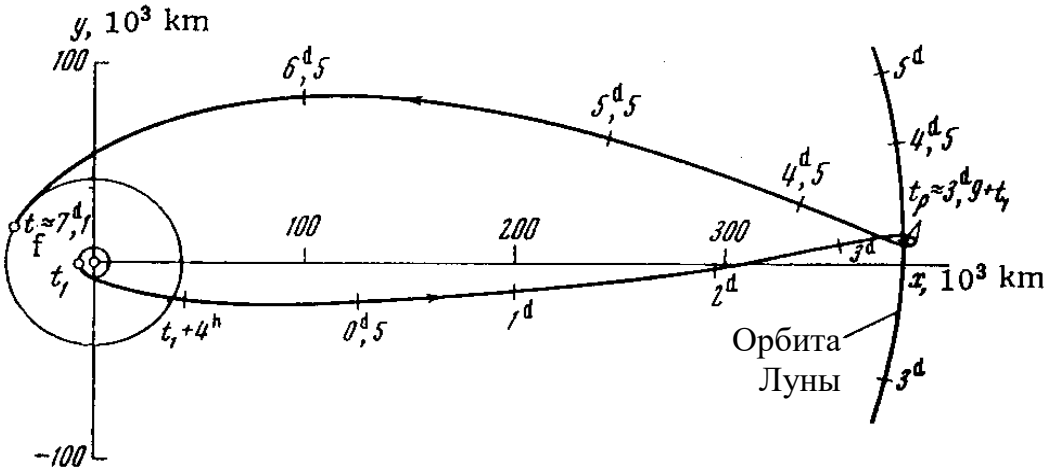

Рис. 1. Траектория выведения КА на геостационарную орбиту с гравитационным маневром у Луны.

На рис. 2 приведена зависимость характеристической скорости выведения на ГСО от начального наклонения - для двух схем полета [2-4]. Здесь кривая $w_к^I$ соответствует двух- и трехимпульсному полету в поле притяжения Земли, а кривая

$w_к^{II}$ – полету с маневром у Луны. Последняя схема выведения, основанная на идеях А. Штернфельда об «обходных» перелетах [6-7] и идеях Ф.А. Цандера о гравитационных маневрах [8], была реализована на практике космонавтики для выведения спутника ASIASAT 3/HGS-1 [9, 10], и это было названо «наиболее впечатляющим» событием космонавтики в 1998 г. [9]; на рис. 3 приведена траектория этого полета [9].

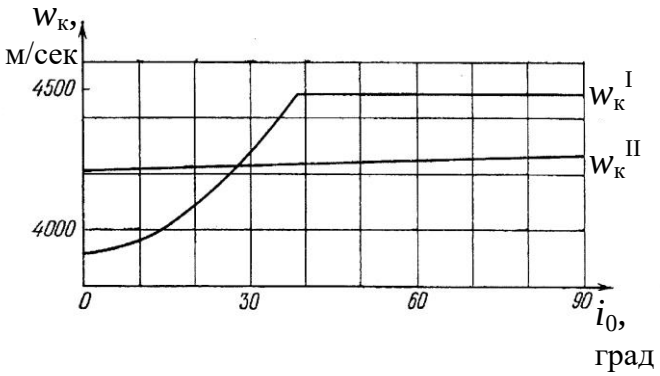

Рис. 2. Энергетика выведения на ГСО для двух схем полета.

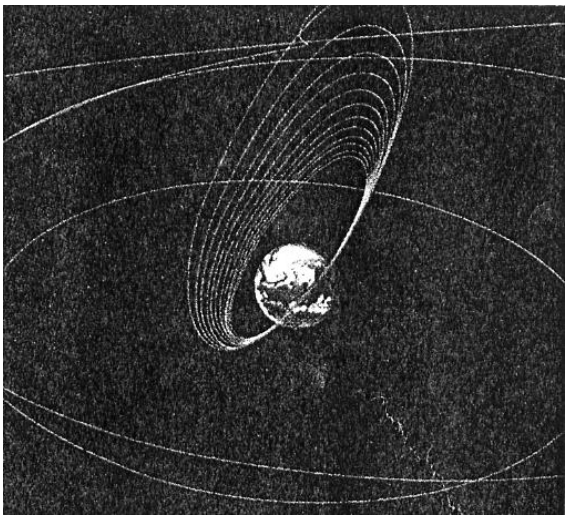

Рис. 3. Траектория выведения КА ASIA SAT 3/HGS-1 на ГСО.

Вторая задача – задача увода КА с ГСО, являющаяся предметом нашего анализа, возникает, в первую очередь, ввиду того, что места на ГСО очень дефицитны. Так, уже сейчас на ГСО работает ~ 350 КА. Поэтому, чтобы не создавать «космического мусора» на ГСО, КА после окончания своего функционирования должен быть уведен с этой орбиты. Сейчас этот увод осуществляется поднятием высоты его орбиты на несколько сотен километров. Однако это представляется временной мерой, и в будущем скоро должен встать вопрос о кардинальном решении данной задачи.

Таким решением является, например, возвращение КА с ГСО к Земле. При этом будет происходить сгорание и разрушение КА в атмосфере или посадка его на поверхность Земли. Последний вариант может быть необходим, в частности (и это вторая причина постановки данной задачи), для возвращения на Землю ценного оборудования, результатов научных исследований или многоразового аппарата обслуживания объектов на ГСО [11]. В настоящей работе изложены основные результаты численного и аналитического исследования данной задачи при использовании двигателя большой тяги. Показано, что «обходные» траектории, использующие предварительный подлет к Луне для выполнения специального лунного гравитационного маневра торможения и последующий полет к Земле, *энергетически всегда выгоднее* обычных «прямых» траекторий возврата к Земле. Выявлены *условия реализуемости* «обходной» схемы возвращения с ГСО. Построено семейство таких траекторий, выполнен анализ их характеристик [1, 12].

2. «ПРЯМОЙ» СПУСК КА С ГСО К ЗЕМЛЕ

В случае «*прямого» возвращения* космическому аппарату на ГСО сообщается тормозной импульс скорости $\Delta\mathbf{V}^{(I)}$, см. рис. 4, уменьшающий скорость КА с начальной скорости V_1 (≈ 3,075 км/с) до некоторой скорости $V_{\alpha 2}$ ($<V_1$) и переводящий КА на эллиптическую экваториальную орбиту подлета к Земле.

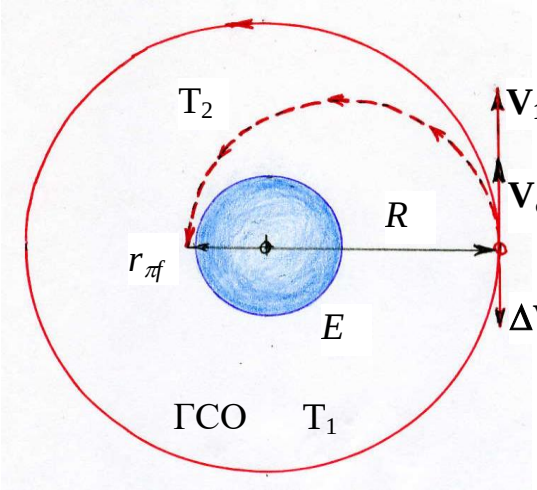

Рис. 4. Схема «прямого спуска КА с ГСО на Землю.

Апогейное расстояние орбиты T_2 равно R, геоцентрическое расстояние в условном перигее $r_{\pi f}$ должно обеспечить спуск КА, это *варьируемый параметр задачи*:

$$0 \le r_{\pi f} \le r_{\pi f\ \max} \approx 6421 \text{ км}. \qquad (1)$$

На рис. 5 кривая $\Delta V^{(I)}$ дает изменение величины этого импульса скорости как функцию от конечного расстояния $r_{\pi f}$, $\Delta V^{(I)} \approx$ (1,49-3,075) км/с.

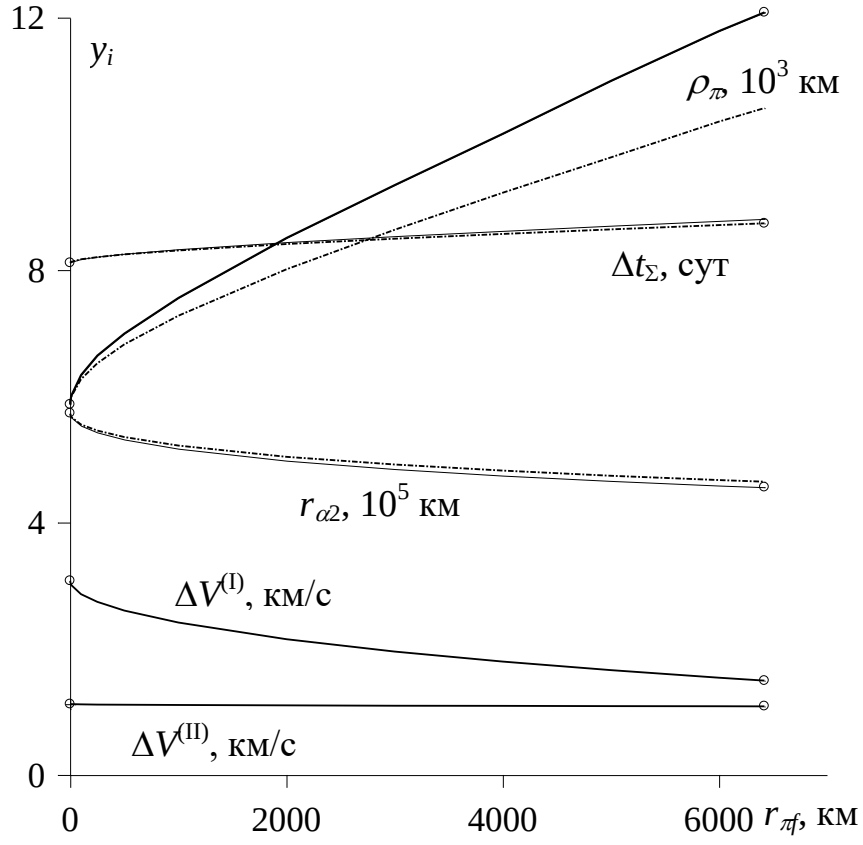

Рис. 5. Зависимость характеристик возвращения КА с ГСО на Землю от конечного расстояния в условном перигее.

3. «ОБХОДНЫЕ» ПЕРЕЛЕТЫ ГСО-ЗЕМЛЯ С ОБЛЕТОМ ЛУНЫ. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Если учесть результаты анализа задачи выведения КА на ГСО, то естественно предположить, что и для задачи спуска энергетически оптимальной может быть «обходная» схема полета с гравитационным маневром у Луны. На основе качественного анализа проблемы, который рассмотрим далее, и с учетом опыта

построения и исследования траекторий Земля-ГСО [2-4], а также обходных перелетов между Землей и Луной [13-14] разработан *численный алгоритм*, с помощью которого построено семейство «обходных» траекторий полета к Земле с ГСО. При этом траектории КА определяются интегрированием уравнений движения точки в невращающейся геоэкваториальной геоцентрической прямоугольной системе координат *OXYZ*. Используется метод интегрирования [15], разработанный в ИПМ им. Келдыша для расчета траекторий КА. Учтено поле притяжения Земли (вместе с ее главной гармоникой c_{20}), Луны и Солнца. Координаты Луны и Солнца вычисляются по JPL–эфемеридам DE403. Определяется также движение точки в селеноцентрической системе координат *MXYZ*.

На рис. 6, 7 приведены характеристики одной типичной «обходной» траектории возвращения с ГСО к Земле [16-18].

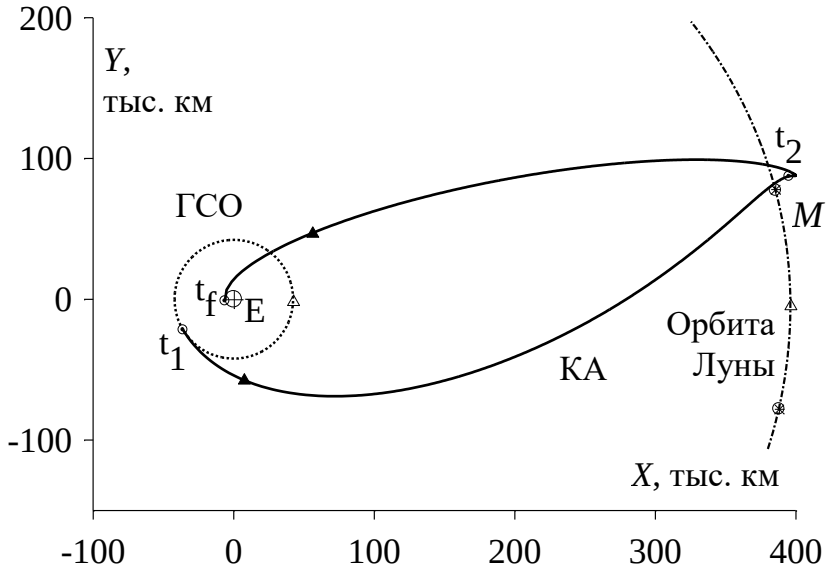

Рис. 6. Геоцентрическая траектория "обходного" типа для спуска КА с ГСО на Землю при использовании лунного гравитационного маневра, в проекции *XY*.

Здесь E – Земля, M – Луна. На рис. 6 сплошная кривая дает геоцентрическое движение КА, штрих-пунктир - орбиту Луны, пунктир – орбиту ГСО. В начальный момент t_1 (29 декабря 2000 г.) КА, после увеличения его скорости на ~1100 м/с, отлетает с ГСО к Луне по орбите с апоцентическим расстоянием $r_{\alpha 2} \approx$490 тыс. км. Все дальнейшее движение точки – пассивное (без учета возможной коррекции). Через ~ 3,8 суток полета, в момент t_2 (2 января 2001 г.) КА пролетает на минимальном

расстоянии от Луны ρ_π (~13 тыс. км). При этом Луна находится вблизи восходящего узла ее орбиты относительно экватора Земли.

На рис. 7 представлено движение КА относительно Луны на участке ее облета. Здесь дана также схема изменения скорости КА в результате облета Луны. Под влиянием ее гравитации происходит поворот вектора селеноцентрической скорости «на бесконечности» на некоторый угол δ (от $\mathbf{V}_\infty^-$ к $\mathbf{V}_\infty^+$). Новая селеноцентрическая скорость $\mathbf{V}_\infty^+$ направлена практически противоположно скорости Луны $\mathbf{V_M}$, т.е. происходит торможение геоцентрической скорости КА (от $\mathbf{V_2}$ к $\mathbf{V_3}$), уменьшение перигейного расстояния его орбиты с $R \approx 42164$ км до $r_{\pi f} \approx 6421$ км. После этого КА летит к Земле, достигая ее в момент t_f (8 января 2001 г.), через $\Delta t_\Sigma \approx$ 9,4 суток полета, имея высоту условного перигея $H_\pi \approx 50$ км.

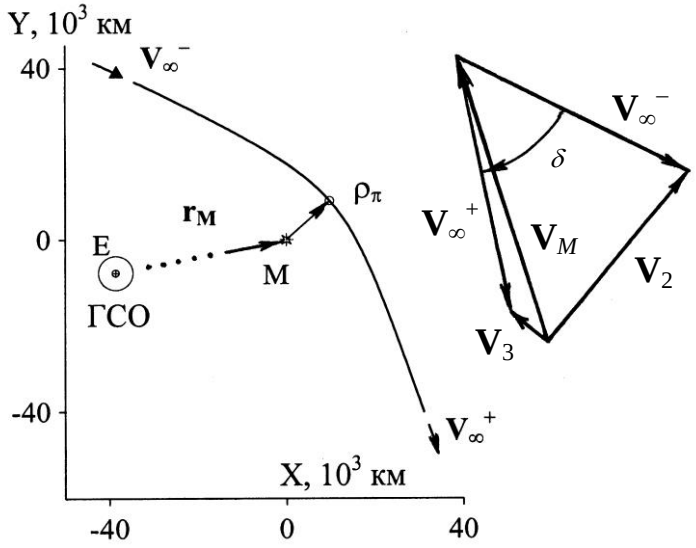

Рис. 7. Селеноцентрическое движение КА вблизи Луны и схема изменения скорости КА при облете Луны.

4. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ «ОБХОДНЫХ» ПЕРЕЛЕТОВ ГСО-ЗЕМЛЯ

Для более глубокого исследования характеристик «обходной» схемы полета с ГСО к Земле дадим *качественный анализ* этой схемы. При этом применим *модель точечной сферы действия Луны*, эффективность которой для данного класса задач показана при анализе перелета с Земли на ГСО [2-4]. В соответствии с этим методом сфера действия Луны стягивается в точку, так что геоцентрическая траектория КА для полета с начальной орбиты T_1 (ГСО) к Земле представляется двумя дугами кеплеровских орбит T_2 и T_3, соединенных в центре Луны при ее облете в момент t_2.

Здесь геоцентрическая скорость КА меняется скачком с $\mathbf{V_2}$ до $\mathbf{V_3}$ в соответствии с поворотом на некоторый угол δ вектора селеноцентрической скорости КА «на бесконечности» от $\mathbf{V}_\infty^-$ к $\mathbf{V}_\infty^+$ (см. рис. 8).

В рамках данной модели примем следующую *расчетную схему «обходной» траектории*. В некоторой точке начальной орбиты T_1 (ГСО) космическому аппарату сообщается вдоль его скорости ускоряющий импульс скорости $\Delta\mathbf{V}^{(II)}$, увеличивающий скорость КА от начальной $\mathbf{V_1}$ до скорости $\mathbf{V}_{\pi 2}$ ($V_{\pi 2} > V_1$) и переводящий КА на вытянутую эллиптическую экваториальную орбиту T_2 для полета к Луне. Перигейное расстояние орбиты T_2 равно R, ее апогейное расстояние $r_{\alpha 2}$ есть *второй варьируемый параметр* задачи. Чтобы, двигаясь по орбите T_2, КА встретился с Луной, Луна при встрече должна находится в плоскости Земного экватора, т.е. в узле ее орбиты относительно экватора Земли.

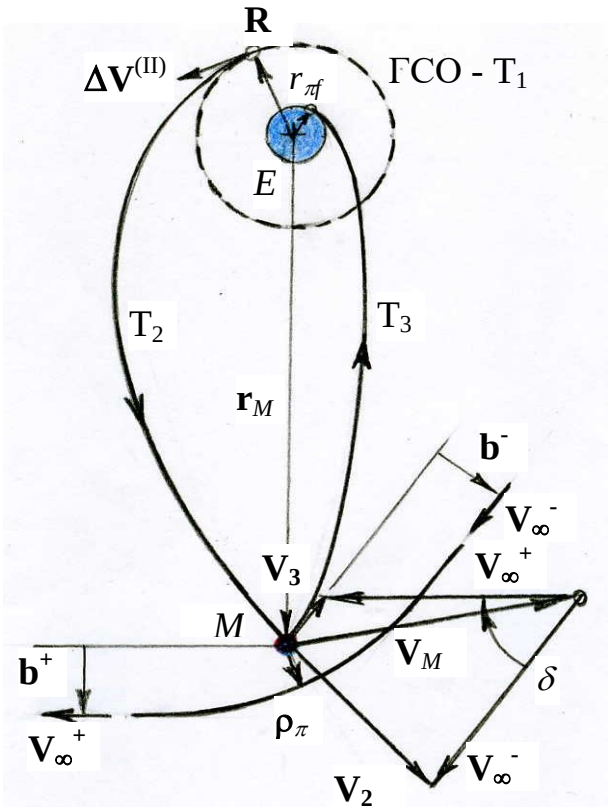

Рис. 8. Схема полета в модели точечной сферы действия Луны.

Пусть выбран некоторый момент t_M прохождения Луной узла ее орбиты при облете КА, ему соответствуют параметры движения центра Луны: радиус-вектор $\mathbf{r_M}$ и

вектор скорости $\mathbf{V_M}$. Это задает время t_2 и радиус-вектор $\mathbf{r_2}$ КА при сближении с Луной:

$$t_2 = t_M;\ \mathbf{r}_2 = \mathrm{r}_M;\ z_2 = z_M(t_M)=0; \qquad (2)$$

здесь z – координата по оси OZ, перпендикулярной плоскости экватора Земли. Тем самым определяется момент отлета с ГСО t_1 и положение орбиты T_2 в пространстве, в частности, геоцентрическая скорость КА при подлете к Луне $\mathbf{V}_2$. Это позволяет найти вектор селеноцентрической скорости КА «на бесконечности» при подлете к Луне:

$$\mathbf{V}_\infty^- = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_M;\ |\mathbf{V}_\infty^-| = V_\infty. \qquad (3)$$

После его поворота на некоторый угол δ, определяемый расстоянием до Луны в периселении орбиты, получаем селеноцентрическую скорость КА «на бесконечности» при отлете от Луны и, тем самым, геоцентрическую скорость КА полета к Земле $\mathbf{V_З}$ (рис. 8)**:**

$$\mathbf{V_З} = \mathbf{V_M} + \mathbf{V}_\infty^+;\ |\mathbf{V}_\infty^+| = V_\infty; \qquad (4)$$

$$\cos\delta=(\mathbf{V}_\infty^-,\mathbf{V}_\infty^+)/V_\infty^2; \qquad (5)$$

$$\rho_\pi = a\,(1/\sin(\delta/2)-1);\ a = \mu_M/V_\infty^2; \qquad (6)$$

где μ_M (≈4902,8 км^3/с^2) – гравитационная константа Луны, ρ_π - расстояние до Луны в периселении, a – действительная полуось гиперболы селеноцентрической орбиты КА.

Условие (4) показывает, что в пространстве скоростей V конец вектора скорости $\mathbf{V}_3$ лежит на *сфере* Σ с центром в конце вектора скорости Луны $\mathbf{V}_M$ и радиусом V_∞, см. рис. 9:

$$\Sigma:\ (V_r - V_{Mr})^2 + (V_m - V_{Mm})^2 + (V_b - V_{Mb})^2 = V_\infty^2, \qquad (7)$$

где V_r, V_m, V_b – компоненты скорости по радиусу, трансверсали и бинормали орбиты T_2 в момент t_M (т.е. оси V_r, V_m лежат в плоскости экватора Земли, ось V_b направлена по оси вращения Земли OZ); V_{Mr}, V_{Mm}, V_{Mb} – аналогичные компоненты вектора скорости Луны.

Вектор (t_M, $\mathbf{r}_M$, $\mathbf{V}_3$) задает геоцентрическую орбиту T_3 движения КА к Земле после облета Луны. Ее перигейное расстояние $r_{\pi 3}$ должно быть равно заданному значению $r_{\pi f}$ (1):

$$r_{\pi 3} = r_{\pi f}\,. \tag{8}$$

Это условие геометрически задает в пространстве V *гиперболоид вращения* H, которому должен принадлежать конец вектора скорости $\mathbf{V}_3$, см. рис. 9:

$$H:\ \frac{V_m^2 + V_b^2}{\sigma_\pi^2} - \frac{V_r^2}{\tau_\pi^2} = 1; \quad \sigma_\pi = \sqrt{\frac{2\mu_E}{r}\frac{r_\pi}{r + r_\pi}}; \quad \tau_\pi = \sqrt{\frac{2\mu_E\left(1 - r_\pi / r\right)}{r_\pi}}; \tag{9}$$

здесь μ_E (≈398600,45 км^3/с^2) – гравитационная константа Земли, $r = r_M$, $r_\pi = r_{\pi f}$.

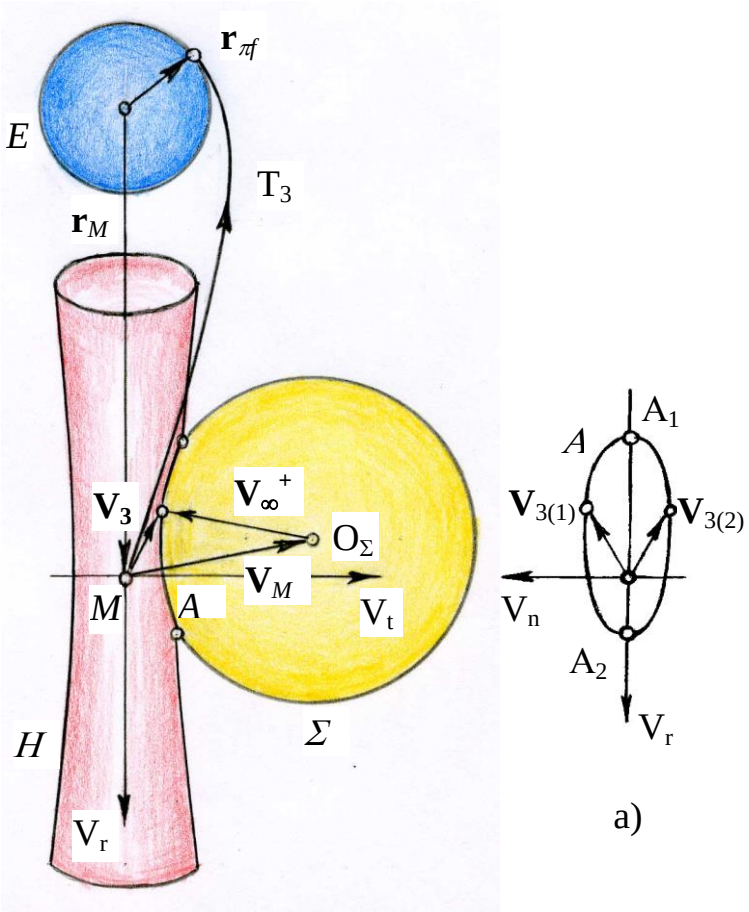

Рис. 9. Схема определения геоцентрической скорости и траектории полета к Земле;
а) Вид с оси V_t на множество решений $A = H \cap \Sigma$.

Пересечение *сферы* Σ (4) и *гиперболоида* H (9) задает в пространстве V множество A решений задачи, см. рис. 9. Здесь начало пространства скоростей V помещено в центр Луны М, ось V_t направлена по трансверсальной скорости Луны $\mathbf{V}_{Mt}$, поэтому плоскость (V_r, V_t) есть плоскость орбиты Луны, в ней лежит скорость Луны $\mathbf{V}_M$ и, следовательно, центр O_Σ сферы Σ и ось симметрии гиперболоида H. Она является поэтому плоскостью симметрии множества решений $A=H\cap\Sigma$. На рис. 9 справа приведен вид на это множество A с оси V_t для приведенного варианта пересечения поверхностей H и Σ. Здесь V_n – компонента скорости по нормали к плоскости орбиты Луны.

В общем случае, если d – наименьшее расстояние от центра сферы до гиперболоида, то решение задачи существует, когда

$$V_\infty \geq V_{\infty\,\min}=d. \tag{10}$$

При этом для реализуемости маневра должно быть также выполнено условие на расстояние до Луны в периселении орбиты (6):

$$\rho_\pi \geq \rho_{\pi\,\min} \equiv R_M+\Delta R, \tag{11}$$

где R_M (=1838 км) – средний радиус Луны, ΔR (~ 100 км) – допуск на ошибки системы управления движением КА.

Замечание. Аналитическая запись условия (10) несложна, но в общем случае довольно громоздка. Однако в данной задаче, когда гиперболоид очень близок к круговому цилиндру ${V_m}^2+{V_b}^2={\sigma_\pi}^2$, и, кроме того, $V_\infty/\tau_\pi<<1$, $|V_{Mr}|/\tau_\pi<<1$ (ибо $\sigma_\pi/\tau_\pi<<1$, $\sigma_\pi \approx 0{,}2$ км/с, $\tau_\pi \approx 11$ км/с, $V_\infty \approx 1$ км/с, $|V_{Mr}|\approx 0{,}05$ км/с, здесь V_{Mr} - радиальная скорость Луны), это условие довольно хорошо (с относительной точностью ~ $2\cdot10^{-6}$) записывается в виде:

$$V_\infty \geq V_{Mt}-\sigma_\pi; \tag{12}$$

где

$$V_{Mt}=\sqrt{V_{Mm}^2+V_{Mb}^2}\ - \tag{13}$$

трансверсальная компонента скорости Луны.

Так как функция $V_\infty(r_{\alpha 2})$ монотонна, то из условия (10, 12) следует ограничение:

$$r_{\alpha 2} \geq r_{\alpha 2\min}, \tag{14}$$

где $V_\infty(r_{\alpha 2\ \min})=V_{\infty\ \min}$.

При $V_\infty = V_{\infty\ \min}$, $r_{\alpha 2} = r_{\alpha 2\ \min}$ имеем касание поверхностей Σ, H и единственное решение задачи. На рис. 5 сплошная кривая $r_{\alpha 2}(r_{\pi f})$ дает минимальное расстояние $r_{\alpha 2\ \min}$ как функцию конечного перигейного расстояния $r_{\pi f}$: $r_{\alpha 2\ \min} \approx (450\text{-}570)\cdot 10^3$ км. Другие сплошные кривые на рис. 5 дают минимальное расстояние от Луны ρ_π, время полета Δt_Σ, величину импульса скорости $\Delta V^{(II)}$ при разгоне с ГСО – для данного оптимального варианта, при $r_{\alpha 2}=r_{\alpha 2\ \min}$. Для всех этих решений выполняется с большим запасом условие (11) нестолкновения КА с поверхностью Луны. Величина импульса скорости «обходной» схемы $\Delta V^{(II)}$ существенно меньше импульса $\Delta V^{(I)}$ для случая «прямого» спуска, $\Delta V^{(II)} \approx 1{,}1$ км/с, $\Delta V^{(I)} - \Delta V^{(II)} \sim (0{,}4\text{-}1{,}9)$ км/с.

Если $V_\infty > V_{\infty\ \min}$, то множество решений A в пространстве V образует одну или две замкнутых кривых. За параметр на этом множестве решений взята радиальная компонента V_{3r} скорости $\mathbf{V_3}$ (это *третий параметр* задачи), для одной кривой:

$$V_{Mr} - V_\infty < V_{3r\ \min}(r_{\pi f}, V_\infty) \leq V_{3r} \leq V_{3r\ \max}(r_{\pi f}, V_\infty) < V_{Mr}+V_\infty, \tag{15}$$

причем для каждого значения V_{3r} внутри (15) имеется два решения, см. рис. 9а, где представлено множество A для варианта, когда это множество есть одна кривая, причем $V_{3r} = V_{3r\ \min}$ в точке A_1 и $V_{3r} = V_{3r\ \max}$ в точке A_2. Точки пересечения сферы Σ (7) и гиперболоида H (9) можно определить, рассматривая, например, их сечения плоскостью $V_r=V_{3r}=\text{const}$:

$$C_H:\ V_t^2 + V_n^2 = \sigma_\pi^2(1 + V_{3r}^2 / \tau_\pi^2) \equiv r_1^2; \tag{16a}$$

$$C_\Sigma:\ (V_t - V_{Mt})^2 + V_n^2 = V_\infty^2 - (V_{3r} - V_{Mr})^2 \equiv r_2^2. \tag{16b}$$

Здесь взяты оси V_r, V_t, V_n. Из этих уравнений получим (опуская для краткости индекс 3) координаты $V_{t(i)}, V_{n(i)}$ двух точек пересечения этих окружностей:

$$V_{t(i)} = (V_{Mt}^2 + r_1^2 - r_2^2)/2V_{Mt}; \quad (17a)$$

$$V_{n(i)} = \pm\sqrt{(V_{Mt} + r_1 + r_2)(-V_{Mt} + r_1 + r_2)(V_{Mt} - r_1 + r_2)(V_{Mt} + r_1 - r_2)}/2V_{Mt}; i = 1,2. \quad (17b)$$

Координаты $V_{m(i)}$, $V_{b(i)}$:

$$V_{m(i)} = V_{t(i)} \cos i_M - V_{n(i)} \sin i_M; \; V_{b(i)} = V_{t(i)} \sin i_M + V_{n(i)} \cos i_M; \quad (18)$$

где i_M есть наклонение плоскости лунной орбиты к земному экватору:

$$\sin i_M = V_{Mb}/V_{Mt}; \cos i_M = V_{Mm}/V_{Mt}. \quad (19)$$

На рис. 10 при фиксированных типичных значениях $r_{\pi f}$ (=6421 км) и $r_{\alpha 2}$ (=490 000 км > $r_{\alpha 2\ \min}$) для всего множества решений (являющегося здесь замкнутой кривой в V) приведены зависимости основных характеристик «обходной» траектории - наклонения i_3 орбиты T_3, угла поворота δ скорости на «бесконечности», расстояния ρ_π, времени полета Δt_Σ - от скорости V_{3r}.

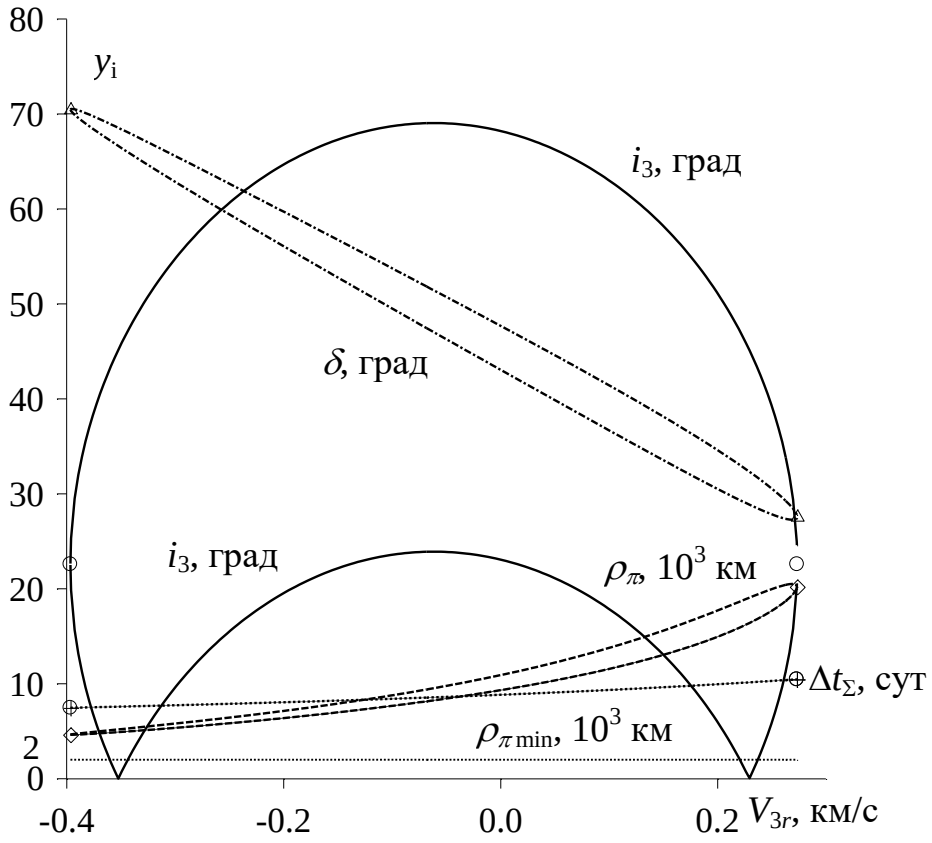

Рис. 10. Изменение основных характеристик траектории возврата с ГСО к Земле при фиксированном конечном расстоянии в условном перигее $r_{\pi f}$ =6421 км и апогейном расстоянии $r_{\alpha 2}$ =490 тыс. км.

Внизу на рисунке указана штриховая прямая $\rho_{\pi\,\min}$ = 2000 км. Все «обходные» решения реализуемы, выполняется условие (11).

Видна также однозначность функции $\Delta t_\Sigma\,(V_{3r})$. В этом проявляется более общее интересное свойство орбиты T_3. Справедлива

Теорема. *Для орбиты T_3 полета от Луны к Земле при задании перигейного расстояния, скорости на «бесконечности» и радиальной компоненты скорости отлета от Луны оба решения задачи имеют одинаковые параметры в плоскости орбиты (большую полуось, истинную аномалию, время перелета) и отличаются лишь ориентацией орбиты в пространстве.*

Действительно, при V_{3r}=const сечение гиперболоида H в пространстве скоростей V есть окружность $V_m^2 + V_b^2 = c$, поэтому оба решения имеют одинаковую скорость и, следовательно, при заданности расстояния (2), одинаковую константу энергии и большую полуось орбиты. Далее, в силу заданности перигейного расстояния (8) для обоих решений получим одни и те же значения эксцентриситета и апогейного расстояния. Из этого и из равенства радиальной скорости следует равенство истинной аномалии при $t=t_2$ и полное совпадение параметров в плоскости орбиты для обоих решений. Конечно, различными будут наклонения орбит i_3, как и параметры селеноцентрического движения (например, δ, ρ_π).

Штриховые кривые на рис. 5 также соответствуют случаю, когда $V_\infty > V_{\infty\,\min}$, причем для определенности здесь взято $V_\infty\,(r_{\pi f}) = V_{\infty\,\min}+0{,}1\,\sigma_\pi$, скорость V_{3r} принята равной радиальной скорости Луны: $V_{3r}=V_{Mr}$, а из двух решений задачи взято решение с бóльшим углом наклона орбиты T_3 к экватору Земли. Импульс скорости $\Delta V^{(II)}$ здесь практически тот же, что в оптимальном случае $V_\infty = V_{\infty\,\min}$, $\Delta V^{(II)} < \Delta V^{(I)}$.

ЗАМЕЧАНИЯ

1. Выше рассмотрен переход с орбиты. При переходе из начальной точки ГСО следует или сначала выполнить «дрейф» КА из этой начальной точки в точку, соответствующую «обходному» спуску с орбиты, или подбором начального времени обеспечить дополнительное условие на долготу начальной точки. Последнее можно сделать, например, введением пассивного витка на участке

разгона КА с ГСО. Это выгодно также для уменьшения гравитационных потерь и расхода топлива при разгоне.

2. Из-за ошибок работы двигателя при разгоне КА с ГСО фактическая орбита будет отличаться от расчетной, и может потребоваться коррекция траектории, чтобы обеспечить вхождение КА в допустимую «трубку» подлета к Земле, с допустимым отклонением от заданного конечного расстояния в условном перигее.
3. При необходимости обеспечить в конце полета, кроме перигейного расстояния, некоторое дополнительное условие, например наклонение орбиты, можем для этого использовать параметр на множестве решений, например, радиальную скорость $V_{3г}$, см. рис. 10.

5. ВЫВОДЫ

Суммируя результаты анализа задачи, можем сделать вывод, что использование гравитационного поля Луны позволяет осуществить «обходные» слабоэнергетические траектории возвращения с ГСО к Земле с пассивным уменьшением перигейного расстояния орбиты КА. Это дает возможность реализовать полет с ГСО к Земле заметно более экономично, при ме́ньшем расходе топлива, хотя и приводит к бо́льшему времени полета и требует более точной системы управления, чем для обычных, «прямых» перелетов КА.

Данное исследование выполнено при поддержке Российского Фонда Фундаментальных исследований (Гранты 06-01-00531а, НШ-2003.2003.1).

6. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ивашкин В.В. О траекториях возвращения космического аппарата с геостационарной орбиты к Земле при использовании гравитационного поля Луны. // Актуальные проблемы космонавтики: Труды XXX Академических чтений по космонавтике. Москва, январь 2006 г. / Под общей редакцией А.К. Медведевой. М.: Комиссия по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2006. С. 80-81.
2. Ивашкин В.В., Тупицын Н.Н. Об использовании гравитационного поля Луны для выведения космического аппарата на стационарную орбиту спутника Земли. //

Препринт, Институт прикладной математики Академии наук СССР, Москва, 1970. 32 с.

3. Ивашкин В.В., Тупицын Н.Н. Об использовании гравитационного поля Луны для выведения космического аппарата на стационарную орбиту спутника Земли. // Космические исследования. 1971, т. IX, вып. 2, с. 163-172.
4. Ивашкин В.В. Оптимизация космических маневров при ограничениях на расстояния до планет. М.: Наука, 1975, 392 с.
5. Graziani F., Gastronuovo M.M. and Teofilatto P. Geostationary obits from mid-latitude launch sites via lunar gravity assist. // American Astronautical Society Publications, Advances in Astronautical Sciences. V. 84. 1993. AAS 93-289. P. 561-572.
6. Sternfeld A. Sur les trajectoires permettant d'approcher d'un corps attractifs central à partir d'une orbite Keplérienne donnée. // *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), 1934, vol. 198. P. 711— 713.
7. Штернфельд А.А. Введение в космонавтику. а) 1937, М.- Л.: ОНТИ, 318 с. б) Изд. 2-е, М: Наука, 1975, 240 с.
8. Цандер Ф.А. Перелеты на другие планеты (Теория межпланетных путешествий). // В кн.: Пионеры ракетной техники: Кибальчич. Циолковский. Цандер. Кондратюк. Избранные труды, М.: Наука, 1964. С. 277-359.
9. Riebe T., and Schweitzer M. Space operations and support. // AEROSPACE AMERICA, Dec. 1998, p. 83.
10. Ivashkin V.V. Lunar space projects. // American Astronautical Society Publications, Science and Technology Series, Vol. 108, 2004. Proceedings of the International Lunar Conference 2003, November 16-22, 2003, Hawaii Island, USA. Eds: Steve M. Durst, et al. AAS 03-763. P. 481-499.
11. Ивашкин В.В., Райкунов Г.Г. Оптимальное обслуживание системы ИСЗ. // Известия Академии Наук. Техническая кибернетика. 1993. N 1. С. 111–120.
12. Ивашкин В.В. О траекториях возвращения космического аппарата с геостационарной орбиты к Земле с использованием гравитационного маневра у Луны. // Доклады Академии наук, 2006, том 409, N 6.
13. Ивашкин В.В. О траекториях полета точки к Луне с временным захватом ее Луной. // Доклады Академии наук, 2002, том 387, N 2, с. 196-199.

14. Ивашкин В.В. О траекториях полета точки от Луны к Земле с гравитационным освобождением от лунного притяжения. // Доклады Академии Наук, 2004, том 398, N 3, с. 340-342.
15. Степаньянц В.А., Львов Д.В. Эффективный алгоритм решения системы дифференциальных уравнений движения. // Математическое моделирование. 2000, т. 12, вып. 6, с. 9-14.
16. Ивашкин В.В. Ари Штернфельд и космонавтика. // Препринт, ИПМ им. Келдыша РАН, 2005, N 20. 32 с. http://www.keldysh.ru/papers/2005/source/prep2005_20.pdf.
17. Ивашкин В.В. Научное наследие А.А.Штернфельда. // Сборник: Штернфельд А.А. «Меня считали неизлечимым фантастом…» М.: Политехнический музей. 2005. С. 8-27.
18. Ивашкин В.В. Лунные траектории нового типа и роль гравитационных возмущений в их формировании. // Международный симпозиум «Астрономия 2005 – современное состояние и перспективы», 1–6 июня 2005 года, Россия, Москва. а) Труды ГАИШ МГУ, т. 78, М., 2005, с.10.
б) http://www/keldysh/ru/paper/2005/source/article/IAS-05/pdf .

Подписано в печать 10.05.2006 г. Заказ № 35.
Формат бумаги 60x90 1/16. Тираж 59 экз.

055(02)2

©

Отпечатано в Институте прикладной математики РАН
Москва, Миусская пл., 4