



Орден Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В. Келдыша  
Российской академии наук

**А.Н. Ельков, К.К. Ильяшенко,  
Ю.С. Гольдфарб,  
Г.Н. Суходолова, С.И. Петров**

**ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ  
ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА  
В КЛИНИЧЕСКОЙ  
ТОКСИКОЛОГИИ**

Препринт №

Москва

А.Н. Ельков, К.К. Ильяшенко, Ю.С. Гольдфарб, Г.Н. Суходолова, С.И. Петров.  
ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА В КЛИНИЧЕСКОЙ  
ТОКСИКОЛОГИИ. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша, РАН, М., 2005.

Основная цель применения факторного анализа в клинической токсикологии – классификация исследуемого набора клинико-лабораторных признаков при разных вариантах патологического процесса на основе анализа матрицы факторных нагрузок. В данной работе методом факторного анализа исследованы межсистемные связи, возникающие в организме человека при его реакции на химическую травму при острых отравлениях тремя основными группами отравляющих веществ – психофармакологическими средствами, прижигающими жидкостями и наркотиками как в стадии экзотоксикоза, так и стадии эндотоксикоза. Для вычисления матрицы факторных нагрузок использован центроидный метод, как наиболее простой и доступный для понимания врачей среди методов данного назначения. Показано, что в основе алгоритма центроидного метода лежит решение одномерной задачи и в своей основе он является точным методом решения фундаментального уравнения факторного анализа. Результаты получены при исследовании историй болезни более 300 больных, проходивших лечение в отделении острых отравлений НИИ скорой помощи им. Н.В.Склифосовского.

Ключевые слова: факторный анализ, центроидный метод, клиническая токсикология

A.N. Elkov, K.K. Ilyashenko, Yu.S. Goldfarb, G.N. Suhodolova, S.I. Petrov. AN  
EXPIRIENCE OF APPLICATION OF FACTOR ANALYSIS IN CLINICAL  
TOXICOLOGY

The main purpose of using factor analysis in clinical toxicology is classification of investigated set of clinical-laboratory parameters by various variants of pathological process as a result of factor matrix. In this work by method of factor analysis inter-systems connections are investigated which arise in the human organism as a reaction on the chemical trauma by acute poisonings with three main groups of chemical substances – psychopharmacological substances, cauterizing liquids and drugs in the exo- and andotoxicosis stages. For the evaluating of factor matrix the centroid method is used as a most simple and easily understood for physicians among the methods of this direction. It's shown that the basis of centroid method algorithm is solution of 1D problem and it is the method of precise solution of fundamental equation of facror analysis. The results are received on the base of information about more than the 300 patients who were treated at Poisonings' Centre of N.V.Sklifosovsky Emergency Medical Aid Scientific Research Institute.

Keywords: factor analysis, centroid method, clinical toxicology

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ; код проекта 05–01–00113

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Вводные замечания.....	4
2. Базовая модель факторного анализа .....	6
3. Вид фундаментального уравнения для выборочных данных .....	11
4. Центроидный метод.....	12
5. Интерпретация клинических данных, обработанных с помощью факторного анализа .....	21
5.1. Факторный анализ при отравлениях карбамазепи- ном .....	21
5.2. Факторный анализ при отравлениях ФОИ и ук- сусной кислотой.....	21
5.3. Факторный анализ при отравлениях опиатами .....	25
5.4. Факторный анализ при отравлениях ПФС на стадии эндотоксикоза.....	25
8. Выводы.....	29
7. Список сокращений .....	31
9. Литература .....	32

## 1. Вводные замечания

Одной из задач, возникающих перед врачом-токсикологом, является оценка ответной реакции организма человека на химическую травму. Трудность ее состоит в том, что организм человека представляет собой сложную многоуровневую биологическую систему, состояние которой характеризуется значениями десятков лабораторных и функциональных параметров. Практически невозможно отделить какую-либо часть организма, так как все они структурно и функционально взаимосвязаны [1]. В клинических исследованиях для определения связей между параметрами гомеостаза исследуются значительные по объему массивы информации, применяются различные статистические методы, однако большинство из них не дают возможности системной оценки нарушений гомеостаза, возникающих при острых отравлениях. В этой связи представляется целесообразным внедрение в практику этих исследований факторного анализа, который представляет собой эффективный метод раскрытия внутренней структуры больших массивов информации.

Схема и модели факторного анализа возникли в начале двадцатого века, при решении задач психологии. Имена исследователей, получивших первые фундаментальные результаты – Ч. Спирмен, Л. Тэрстоун и Г. Томпсон. В дальнейшем факторный анализ получил широкое распространение также и в других областях знаний. В отечественной клинической токсикологии его впервые применил В.Н. Дагаев в 80-е годы прошлого века для выявления приоритетных факторов, влияющих на исход отравлений прижигающими жидкостями и фосфорорганическими веществами [2, 3, 4]. Начатые им исследования были продолжены в отделении лечения острых отравлений (руководитель – академик РАМН, профессор Е.А. Лужников) Московского НИИ скорой помощи им. Н.В. Склифосовского [5, 6] и показали необходимость более широкого внедрения этого метода в практику обработки научных медицинских данных, так как он позволяет получить наиболее полное представление о структурных связях показателей гомеостаза и определить их приоритетность и относительную важность в развитии патологического процесса на разных этапах отравления.

Однако использованию факторного анализа для получения научных результатов возможно большим кругом исследователей мешает то обстоятельство, что исходная модель факторного анализа оказалась скрыта под позднейшими наслоениями сложных методов приближенного вычисления факторных нагрузок. Как следствие, имеет место негативная тенденция подмены описания существа факторного анализа обучением интерпретировать выходные формы стандартных статистических пакетов [7]. В то же время, важная дидактическая роль центроидного метода [8, 9,10], на наш взгляд, недооценивается.

В связи с этим в данной работе обсуждению содержательных медицинских результатов, полученных авторами, предшествует упрощенное из-

ложение модели факторного анализа, основанное на новом методическом подходе в трактовке центроидного метода.

Введем некоторые обозначения. Пусть имеется множество, состоящее из  $n$  больных, каждый из которых характеризуется некоторым набором признаков. Образует из этих признаков вектор  $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$  и будем считать, что он является реализацией случайного вектора  $\bar{X} = (X_1, \dots, X_n)$ . Вектор  $\bar{X}$  – это исходный объект в рамках развиваемого подхода. Предполагается, что он подчинен многомерному нормальному распределению:

$$(1) \quad p(\bar{x}) = N(\bar{\mu}, \mathbf{C}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\mathbf{C}|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\bar{x} - \bar{\mu})' \mathbf{C}^{-1} (\bar{x} - \bar{\mu})\right\}$$

Здесь  $\bar{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{pmatrix}$  – вектор математических ожиданий,  $\mathbf{C}^{-1}$  – матрица, об-

ратная ковариационной матрице  $\mathbf{C}$  размерности  $n \times n$  (см. ниже) и  $|\mathbf{C}|$  – определитель этой матрицы.

Математическое ожидание  $\mu_i = M[X_i]$  случайной величины  $X_i$  определяется как интеграл

$$(2) \quad \mu_i = \int x p_i(x) dx,$$

где  $p_i(x)$  – плотность  $i$ -й компоненты случайного вектора  $\bar{X}$ .

*Дисперсией* (вторым центральным моментом) случайной величины  $X_i$  называется число

$$(3) \quad D[X_i] = M[(X_i - \mu_i)^2].$$

*Ковариацией* или центральным смешанным моментом второго порядка двух случайных величин  $X_i$  и  $X_j$  называется число

$$(4) \quad c_{ij} = \text{Cov}[X_i, X_j] = M[(X_i - \mu_i)(X_j - \mu_j)]$$

Матрица, составленная из коэффициентов ковариации

$$(5) \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{pmatrix}$$

называется матрицей ковариаций случайного вектора  $X$ .

Производным от ковариации является коэффициент корреляции.

$$(6) \quad \rho_{ij} = \rho[X_i, X_j] = \frac{\text{Cov}[X_i, X_j]}{\sigma_i \sigma_j},$$

где  $\sigma_i = \sqrt{D[X_i]}$  и  $\sigma_j = \sqrt{D[X_j]}$  – среднеквадратические отклонения.



ных факторов  $\bar{U} = (U_1, \dots, U_n)$  является  $n$ -мерным нормальным распределением  $N(0, V)$ , не зависит от  $\bar{F}$ , и состоит из взаимно независимых компонент, т.е. его ковариационная матрица  $V = M[\bar{U}\bar{U}']$  имеет диагональный вид, где по диагонали стоят дисперсии  $u_i^2 = D[U_i]$ .

Коэффициенты  $a_{ij}$  при общих факторах носят название факторных нагрузок или нагрузок на факторы, а матрица размерности  $n \times r$ ,

$$(11) \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nr} \end{pmatrix},$$

называется матрицей факторных нагрузок.

Каждая строка матрицы  $\mathbf{A}$  соответствует одной переменной и наоборот, каждой переменной соответствует строка матрицы, поэтому строки матрицы  $\mathbf{A}$  можно интерпретировать как векторы координат соответствующих переменных, из чего следует, что каждая переменная может быть представлена вектором в арифметическом линейном пространстве размерности  $r$ . Это пространство называется *пространством факторов*.

Объединение векторов переменных, составляющих матрицу  $A$  и векторов, образующих систему координат пространства факторов, называется факторной структурой. В случае, когда число факторов равно двум, пространство факторов представляет собой плоскость и факторная структура может быть наглядно представлена на плоскости.

Из системы уравнений (10) следует, что дисперсии  $D[X_i]$  и коэффициенты корреляции  $\rho_{ij} = \rho[X_i, X_j]$  компонент случайного вектора  $\bar{X}$  устроены определенным образом.

Рассмотрим сначала структуру дисперсии.

Если подействовать оператором дисперсии на левую и правую части  $i$ -го равенства системы (10), то получим:

$$(12) \quad D[X_i] = 1 = D[a_{i1}F_1 + a_{i2}F_2 + \dots + a_{ir}F_r + U_i] = \\ = a_{i1}^2 D[F_1] + a_{i2}^2 D[F_2] + \dots + a_{ir}^2 D[F_r] + D[U_i] = a_{i1}^2 + a_{i2}^2 + \dots + a_{ir}^2 + u_i^2,$$

т.к.  $D[F_1] = D[F_2] = \dots = D[F_r] = 1$ .

Таким образом, дисперсия  $i$ -го признака равна сумме вкладов в дисперсию этого признака каждого из  $r$  общих и одного характерного фактора. Вклад  $j$ -го фактора в дисперсию  $i$ -го признака равен  $a_{ij}^2$ , т.е. квадрату факторной нагрузки  $i$ -го признака на  $j$ -й общий фактор. Вклад характерного фактора в дисперсию  $i$ -го признака равен  $u_i^2$ . Сумма вкладов

$$(13) \quad h_i^2 = a_{i1}^2 + a_{i2}^2 + \dots + a_{ir}^2$$

всех общих факторов в дисперсию  $i$ -го признака называется его общностью.

Перейдем к рассмотрению структуры коэффициента корреляции. Из того, что  $M[X_i]=M[X_j]=0$  и  $D_i = M[X_i^2] = 1$  следует, что  $\rho_{ij} = M[X_i X_j]$ . Поэтому

$$(14) \quad \rho_{ij} = M[X_i \cdot X_j] = M[(a_{i1}F_1 + a_{i2}F_2 + \dots + a_{ir}F_r + U_i) \times \\ \times (a_{j1}F_1 + a_{j2}F_2 + \dots + a_{jr}F_r + U_j)] = M[(a_{i1}a_{j1}F_1^2 + a_{i2}a_{j2}F_2^2 + \dots + a_{ir}a_{jr}F_r^2) + \\ + \sum_{k,l=1, k \neq l}^r a_{ik}a_{jl}F_kF_l + \sum_{k=1}^r (a_{ik} + a_{jk})F_kU_k] = (a_{i1}a_{j1}M[F_1^2] + a_{i2}a_{j2}M[F_2^2] + \dots \\ + a_{ir}a_{jr}M[F_r^2]) + \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^r a_{ik}a_{jl}M[F_kF_l] + \sum_{k=1}^r (a_{ik} + a_{jk})M[F_kU_k].$$

Так как в рассматриваемой модели дисперсии общих факторов  $M[F_i^2]$  равны единице и они не коррелируют друг с другом и с характерными факторами, то есть  $M[F_k F_l]=0$  и  $M[F_k U_k]=0$ , то

$$(15) \quad \rho_{ij} = a_{i1}a_{j1} + a_{i2}a_{j2} + \dots + a_{ir}a_{jr}.$$

Последнее выражение означает, что коэффициент корреляции между любыми двумя переменными равен скалярному произведению соответствующих этим переменным строк матрицы факторных нагрузок между векторами, представляющими эти переменные в пространстве факторов. При  $i=j$  (23) превращается в выражение для общности (13). Из выражения (15) следует, что матрица  $\mathbf{R}_h$ , которая получается из корреляционной матрицы  $\mathbf{R}$  заменой единиц (т.е. полных дисперсий переменных) на главной диагонали на общности, равна произведению факторной матрицы на транспонированную к ней.

$$(16) \quad \mathbf{R}_h = \begin{pmatrix} h_{11}^2 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & h_{22}^2 & \dots & \rho_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & h_{nn}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nr} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1r} & a_{2r} & \dots & a_{nr} \end{pmatrix},$$

или, в матричном виде

$$(17) \quad \mathbf{R}_h = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^T.$$

Это выражение есть фундаментальное уравнение факторного анализа для некоррелированных факторов. При этом

$$(18) \quad \mathbf{R} = \mathbf{R}_h + \mathbf{V}$$

Рассмотрим еще одно важное свойство редуцированной корреляционной матрицы  $\mathbf{R}_h$ , являющееся следствием того, что исходные данные удовлетворяют уравнению (10). Редуцированная корреляционная матрица записывается так

$$(19) \quad \mathbf{R}_h = M[(\bar{X}' - \bar{U}')(\bar{X} - \bar{U})]$$

Обозначим через  $\bar{A}_i = \begin{pmatrix} a_{1i} \\ a_{2i} \\ \vdots \\ a_{ni} \end{pmatrix}$   $i$ -й столбец матрицы  $\mathbf{A}$ . Тогда базовую мо-

дель данных факторного анализа (10) можно записать в виде

$$(20) \quad \bar{X}' - \bar{U}' = \bar{A}_1 \cdot F_1 + \bar{A}_2 \cdot F_2 + \dots + \bar{A}_r \cdot F_r$$

Подставляя это выражение в (19), получим, с учетом того, что факторы не коррелируют между собой и имеют единичные дисперсии

$$(21) \quad \mathbf{R}_h = M[(\bar{A}_1 \cdot F_1 + \bar{A}_2 \cdot F_2 + \dots + \bar{A}_r \cdot F_r)(\bar{A}_1' \cdot F_1 + \bar{A}_2' \cdot F_2 + \dots + \bar{A}_r' \cdot F_r)] = \\ = \bar{A}_1 \bar{A}_1' \cdot M[F_1 F_1] + \bar{A}_2 \bar{A}_2' \cdot M[F_2 F_2] + \dots + \bar{A}_r \bar{A}_r' \cdot M[F_r F_r] + \sum_{i,j=1}^r \bar{A}_i \bar{A}_j' \cdot M[F_i F_j] = \\ = \bar{A}_1 \bar{A}_1' + \bar{A}_2 \bar{A}_2' + \dots + \bar{A}_r \bar{A}_r'$$

Последнее равенство означает, что редуцированная корреляционная матрица  $\mathbf{R}_h$  может быть представлена в виде суммы  $r$  элементарных корреляционных матриц, каждая из которых вычисляется как результат действия одного фактора:

$$(22) \quad \mathbf{R}_h = \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 + \dots + \mathbf{R}_r, \text{ где } \mathbf{R}_i = \bar{A}_i \bar{A}_i', \quad i = 1, \dots, r.$$

Рассмотрим простой гипотетический пример. Пусть матрица факторных

нагрузок имеет вид:  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,6 \\ -0,1 & 0,9 \\ 0,2 & 0,7 \\ 0,7 & 0,3 \\ -0,4 & -0,4 \\ 0,8 & -0,3 \\ 0,9 & 0,1 \\ 0,6 & 0,2 \end{pmatrix}$ .

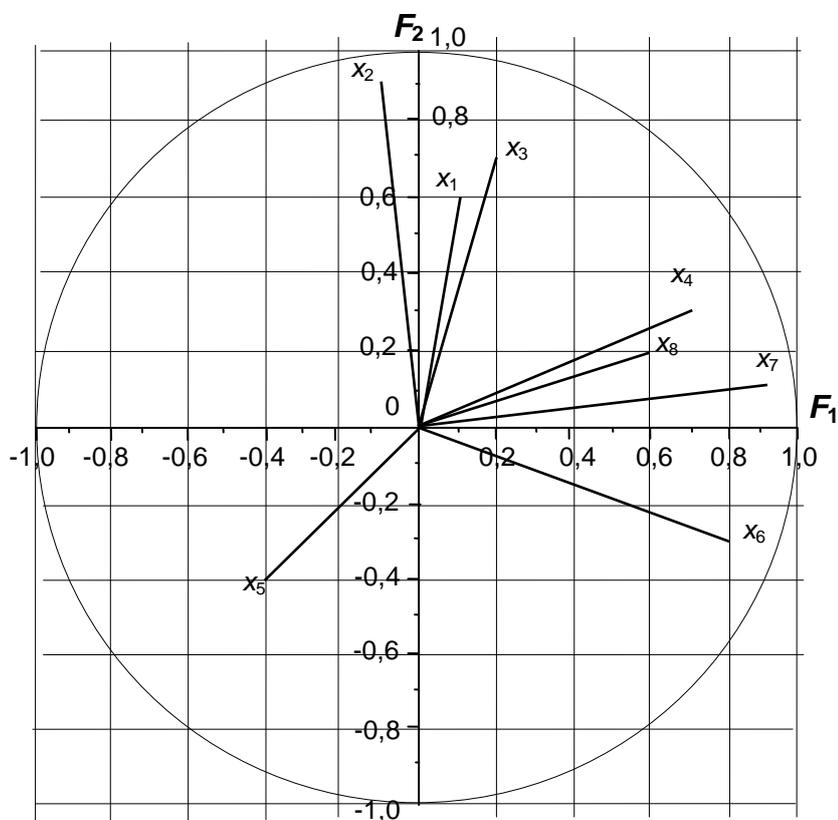
В данном случае число переменных  $n$  равно восьми, а число общих факторов  $r$  равно двум. Зная матрицу  $A$ , можно вычислить вклады общих факторов в дисперсию каждой из переменных, общности переменных и вклады в дисперсии каждого из признаков характерных факторов (табл.1).

Таблица 1.

**Значения общностей и характеристик переменных**

Переменная	$a_{j1}^2$	$a_{j2}^2$	$h_j^2$	$d_j^2$
$x_1$	0,01	0,36	0,37	0,63
$x_2$	0,01	0,81	0,82	0,18
$x_3$	0,04	0,49	0,53	0,47
$x_4$	0,49	0,09	0,58	0,42
$x_5$	0,16	0,16	0,32	0,68
$x_6$	0,64	0,09	0,73	0,27
$x_7$	0,81	0,01	0,82	0,18
$x_8$	0,36	0,04	0,40	0,60

В рассматриваемом случае пространство общих факторов представляет собой плоскость и переменные могут быть отображены на ней в виде векторов (рис. 1).



**Рис.1. Пример факторной структуры на плоскости.**

Как видно из рисунка, все векторы-переменные расположены внутри единичного круга с центром в начале координат. Это вытекает из того, что квадраты длин векторов равны общностям изображаемых ими переменных и не могут быть больше единицы. Проекции векторов на оси координат равны факторным нагрузкам представляемых ими переменных на связанные с этими осями факторы. Скалярные произведения между векторами равны коэффициентам корреляции между переменными.

Вычислим редуцированную корреляционную матрицу.

$$\mathbf{R}_h = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}' = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,6 \\ -0,1 & 0,9 \\ 0,2 & 0,7 \\ 0,7 & 0,3 \\ -0,4 & -0,4 \\ 0,8 & -0,3 \\ 0,9 & 0,1 \\ 0,6 & 0,2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0,1 & -0,1 & 0,2 & 0,7 & -0,4 & 0,8 & 0,9 & 0,6 \\ 0,6 & 0,9 & 0,7 & 0,3 & -0,4 & -0,3 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0.37 & 0.53 & 0.44 & 0.25 & -0.28 & -0.10 & 0.15 & 0.18 \\ 0.53 & 0.82 & 0.61 & 0.20 & -0.32 & -0.35 & 0 & 0.12 \\ 0.44 & 0.61 & 0.53 & 0.35 & -0.36 & -0.05 & 0.25 & 0.26 \\ 0.25 & 0.20 & 0.35 & 0.58 & -0.40 & 0.47 & 0.66 & 0.48 \\ -0.28 & -0.32 & -0.36 & -0.40 & 0.32 & -0.20 & -0.40 & -0.32 \\ -0.10 & -0.35 & -0.05 & 0.47 & -0.20 & 0.73 & 0.69 & 0.42 \\ 0.15 & 0 & 0.25 & 0.66 & -0.40 & 0.69 & 0.82 & 0.56 \\ 0.18 & 0.12 & 0.26 & 0.48 & -0.32 & 0.42 & 0.56 & 0.40 \end{pmatrix}.$$

### 3. Вид фундаментального уравнения для выборочных данных

Пусть в нашем распоряжении имеется выборка, состоящая из  $m$  реализаций случайного вектора  $\bar{X}$ , т.е.  $m$  векторов наблюдений  $\bar{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{in})$ ,  $i=1, \dots, m$ . Расположим эти вектора построчно в виде матрицы

$$(23) \quad \mathbf{X}_D = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix}.$$

Не связывая пока эти данные с реальными клинико-лабораторными данными, будем считать, что они получены в результате моделирования – с помощью датчика случайных чисел. Это, в частности, означает, что, в отличие от реальных данных, известны *все*  $x_{ij}$ . Процесс моделирования состоит из  $m$  шагов, на каждом из которых порождается одна строка матрицы. На  $i$ -м шаге генерируются  $r$  нормально распределенных не коррелирующих между собой случайных чисел  $f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{ir}$  с единичными дисперсиями и нулевыми математическими ожиданиями, которые представляют собой значения  $r$  общих факторов и  $n$  значений характерного фактора – по одному значению для каждой переменной. В результате имеем две матрицы  $F$  и  $U$  размерности  $m \times r$  и  $m \times n$  соответственно

$$(24) \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1r} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{m1} & f_{m2} & \dots & f_{mr} \end{pmatrix} \text{ и } \mathbf{U} = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{m1} & u_{m2} & \dots & u_{mn} \end{pmatrix}.$$

В соответствии с (10)  $x_{ij}$  вычисляется по формуле

$$(25) \quad x_{ij} = a_{j1}f_{i1} + a_{j2}f_{i2} + \dots + a_{jr}f_{ir} + u_{ij} = f_{i1}a_{j1} + f_{i2}a_{j2} + \dots + f_{ir}a_{jr} + u_{ij}$$

Из последнего выражения следует, что матрицу исходных данных  $X_D$  можно представить в виде

$$(26) \quad \mathbf{X}_D = \mathbf{F} \cdot \mathbf{A}' + \mathbf{U},$$

где значок ' означает транспонирование.

Как известно [12] оценка коэффициента корреляции между двумя переменными по исходным данным производится по формуле

$$(27) \quad \hat{\rho}_{ij} = \frac{\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (x_{ki} - \hat{a}_i)(x_{kj} - \hat{a}_j)}{\hat{\sigma}_i \hat{\sigma}_j}$$

где  $\hat{a}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^m x_{ki}$  – выборочное среднее и  $\hat{\sigma}_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^m (x_{ki} - \hat{a}_i)^2}$  – выборочное среднеквадратическое отклонение. В нашем случае (т.к. мы сами управляем параметрами исходных данных) эти выборочные оценки можно заменить их известными значениями:  $a_i=0$  и  $\sigma_i=1$ , и тогда формула (27) примет вид

$$(28) \quad \hat{\rho}_{ij} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_{ki} x_{kj}$$

Из последней формулы видно, что выборочная оценка коэффициента корреляции между двумя переменными также представляет собой скалярное произведение, но только в пространстве исходных данных, а именно, оценка коэффициента корреляции между двумя переменными есть скалярное произведение двух столбцов матрицы данных порожденных этими переменными, нормированное на число наблюдений. В матричной форме (28) выглядит так

$$(29) \quad \hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{m} \mathbf{X}'_D \cdot \mathbf{X}_D,$$

где  $\hat{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} 1 & \hat{\rho}_{12} & \dots & \hat{\rho}_{1n} \\ \hat{\rho}_{21} & 1 & \dots & \hat{\rho}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\rho}_{n1} & \hat{\rho}_{n2} & \dots & 1 \end{pmatrix}$  – выборочная корреляционная матрица.

Подставим выражение (26) для  $\mathbf{X}_D$  в (29)

$$(30) \quad \begin{aligned} \hat{\mathbf{R}} &= \frac{1}{n} (\mathbf{F} \cdot \mathbf{A}' + \mathbf{U})' (\mathbf{F} \cdot \mathbf{A}' + \mathbf{U}) = \frac{1}{n} (\mathbf{A} \cdot \mathbf{F}' + \mathbf{U}') (\mathbf{F} \cdot \mathbf{A}' + \mathbf{U}) = \\ &= \frac{1}{n} (\mathbf{A} \mathbf{F}' \mathbf{F} \mathbf{A}' + \mathbf{A} \mathbf{F}' \mathbf{U} + \mathbf{U}' \mathbf{F} \mathbf{A}' + \mathbf{U}' \mathbf{U}) = \\ &= \mathbf{A} \left( \frac{1}{n} \mathbf{F}' \mathbf{F} \right) \mathbf{A}' + \mathbf{A} \left( \frac{1}{n} \mathbf{F}' \mathbf{U} \right) + \frac{1}{n} (\mathbf{U}' \mathbf{F}) \mathbf{A}' + \frac{1}{n} (\mathbf{U}' \mathbf{U}) \end{aligned}$$

Таким образом, фундаментальное уравнение факторного анализа в форме (17) выполняется для выборочной корреляционной матрицы только приближенно.

#### 4. Центроидный метод

Центроидный метод был открыт Тэрстоуном в качестве упрощенного способа нахождения факторов. Так как этот метод не требует больших вычислительных затрат, то до появления ЭВМ он являлся основным методом

нахождения факторов в факторном анализе. Из-за своей простоты центроидный метод особенно пригоден для первоначального освоения факторного анализа.

В литературе [7, 8, 13] распространено мнение, что центроидный метод является приближенным методом. На самом деле он сконструирован как точный метод решения уравнения (16) для тех случаев, если оно имеет решение. Из этого следует, что центроидный метод следует рассматривать не просто как вспомогательное средство, которое имеет смысл применять при отсутствии достаточных вычислительных мощностей или для первоначального ознакомления с предметом, а как методику, лежащую в основании базовой модели факторного анализа и являющуюся ее неотъемлемой составной частью.

Чтобы показать это, рассмотрим сначала ситуацию, когда имеется всего *один* фактор, т.е.  $r=1$ . Тогда фундаментальное уравнение факторного анализа имеет вид:

$$(31) \quad \mathbf{R}_h = \begin{pmatrix} h_{11}^2 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & h_{22}^2 & \dots & \rho_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & h_{nn}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{n1} \end{pmatrix} \times (a_{11} \ a_{21} \ \dots \ a_{n1}) = \begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{11}a_{21} & \dots & a_{11}a_{n1} \\ a_{21}a_{11} & a_{21}^2 & \dots & a_{21}a_{n1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}a_{11} & a_{n1}a_{21} & \dots & a_{n1}^2 \end{pmatrix}.$$

Решить это уравнение – значит определить  $a_{i1}$ ,  $i=1, \dots, n$ , при известных значениях элементов матрицы  $\mathbf{R}_h$ . Это можно сделать следующим образом.

Вычислим суммы  $S_k$  столбцов матрицы  $\mathbf{R}_h$ . Для  $k$ -го столбца имеем

$$(32) \quad S_k = \sum_i \rho_{ik} = \left( \sum_i a_{i1} \right) a_{k1}$$

Просуммировав суммы всех  $n$  столбцов, получим общую сумму  $S$  элементов редуцированной корреляционной матрицы:

$$(33) \quad S = \sum_{k,i} \rho_{ik} = \sum_k \left( \sum_i a_{i1} \right) a_{k1} = \left( \sum_i a_{i1} \right) \sum_k a_{k1} = \left( \sum_i a_{i1} \right)^2,$$

т.е. в случае одного фактора сумма всех элементов редуцированной корреляционной матрицы равна квадрату суммы факторных нагрузок на этот фактор. Отсюда следует свойство элементов матрицы вида (31)

$$(34) \quad \rho_{ij} = (S_i S_j) / S,$$

т.е. любой элемент такого рода матрицы равен произведению сумм соответствующих столбцов, деленному на сумму элементов всей матрицы.

Из (32) и (33) следует, что искомое решение уравнения (31) записывается в виде

$$(35) \quad a_{k1} = \pm S_k / \sqrt{S}.$$

На основании свойства (24) заключаем, что полученное решение удовлетворяет уравнению (31), что и требовалось.

Других решений у данного уравнения нет. В самом деле, пусть имеется еще один набор чисел  $a'_{k1}$ ,  $k=1, \dots, n$ , удовлетворяющих уравнению (31). Тогда имеет место равенство

$$(36) \quad \begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{11}a_{21} & \dots & a_{11}a_{n1} \\ a_{21}a_{11} & a_{21}^2 & \dots & a_{21}a_{n1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}a_{11} & a_{n1}a_{21} & \dots & a_{n1}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a'_{11})^2 & a'_{11}a'_{21} & \dots & a'_{11}a'_{n1} \\ a'_{21}a'_{11} & (a'_{21})^2 & \dots & a'_{21}a'_{n1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a'_{n1}a'_{11} & a'_{n1}a'_{21} & \dots & (a'_{n1})^2 \end{pmatrix}$$

Из равенства диагональных элементов следует, что  $a_{k1}^2 = (a'_{k1})^2$ . Поэтому  $a_{k1} = \pm a'_{k1}$ . Покажем, что либо  $a_{k1} = a'_{k1}$  для всех  $k=1, \dots, n$ , либо  $a_{k1} = -a'_{k1}$  также для всех  $k=1, \dots, n$ . Действительно, пусть в наборе  $a'_{k1}$  имеется подмножество, состоящее из элементов с совпадающими по отношению к  $a_{k1}$  знаками, и подмножество, состоящее из элементов с противоположными знаками. Тогда произведение составленное из сомножителей, взятых из разных подмножеств будет иметь знак, не совпадающий со знаком соответствующего элемента рассматриваемой корреляционной матрицы. Таким образом либо все  $a_{k1} = a'_{k1}$  либо все  $a_{k1} = -a'_{k1}$ , что и требовалось.

Рассмотрим теперь важный частный случай уравнения (31), который позволит разъяснить одну из составных частей центроидного метода – так называемое "отражение переменных". Пусть неизвестное нам решение матричного уравнения обладает тем свойством, что сумма всех его составляющих равна нулю, т.е.  $\sum_i a_{i1} = 0$ . Признаком этого, как это видно из выра-

жения (32), является равенство нулю сумм элементов корреляционной матрицы внутри каждого столбца. В таком случае вычислять решение по формуле (35) нельзя, т.к. равна нулю и сумма всех элементов редуцированной корреляционной матрицы,  $T=0$  и формулой (35) пользоваться нельзя.

Существует простой прием, позволяющий обойти это затруднение. Произведем замену переменных, заключающуюся в изменении знаков некоторых (не всех!) переменных  $a_{k1}$  на противоположные. Процесс изменения знаков будем производить по шагам, на каждом шаге меняя знак одной переменной. То, что значения переменных неизвестны не играет роли. Как следует из свойств скалярного произведения (в модели данных факторного анализа парный коэффициент корреляции представляет собой скалярное произведение), изменение знака одной переменной приводит к изменению знаков тех  $\rho_{ij}$ , которые находятся в строке, имеющей тот же номер, что и переменная, у которой меняется знак, а также к изменению знаков тех  $\rho_{ij}$ , которые находятся в столбце с тем же номером. Знаки диагональных элементов не изменяются. Задачей процедуры изменения знаков, которая име-

ет также название "отражение переменных", является получение такой корреляционной матрицы  $\mathbf{R}_h^+$ , суммы столбцов которой отличны от нуля.

После того как процедура изменения знаков проведена, сумма  $S^+$  всех элементов новой корреляционной матрицы становится отличной от нуля и решение задачи в новых переменных может быть получено в виде

$$(37) \quad a_{k1}^+ = \pm \frac{1}{\sqrt{S^+}} \sum_i \rho_{ik}^+.$$

Теперь остается вернуться к первоначальным знакам переменных и мы получим решение исходной задачи.

Необходимо отметить, что в процедуре отражения переменных присутствует определенный произвол. Обычно придерживаются правила, по которому первой отражается переменная с наибольшим числом минусов в корреляционной матрице. Если переменные имеют одинаковое число отрицательных знаков, то выбор переменной, отражаемой в первую очередь, осуществляется произвольно. По получившемуся отображению знаков опять выбирается переменная с наибольшим числом минусов, производится ее отражение и т.д.

Пусть теперь число факторов  $r$  больше 1. Тогда фундаментальное уравнение факторного анализа приобретает общий вид (17), где имеется  $n(n-1)$  известных значений коэффициентов корреляции  $\rho_{ij}$  и  $n \times r$  неизвестных значений  $a_{ik}$ , связанных соотношениями (17).

Уравнение (17) имеет бесконечное множество решений, которые получаются с помощью ортогональных преобразований любого частного решения.

Обозначим через  $\mathbf{R}_{h,j}$  неполную матричную сумму вида (22), начинающуюся с  $j$ -го члена, т.е.

$$(38) \quad \mathbf{R}_{h,j} = \mathbf{R}_j + \mathbf{R}_{j+1} + \dots + \mathbf{R}_r, \text{ где } \mathbf{R}_i = \bar{A}_i \bar{A}_i', \quad j = 1, \dots, r.$$

а через  $\mathbf{A}_j$  – матрицу, полученную из исходной факторной матрицы удалением первых  $j-1$  столбцов

$$(39) \quad \mathbf{A}_j = \begin{pmatrix} a_{1j} & a_{1j+1} & \dots & a_{1r} \\ a_{2j} & a_{2j+1} & \dots & a_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{nj} & a_{nj+1} & \dots & a_{nr} \end{pmatrix}$$

Тогда

$$(40) \quad \mathbf{R}_{h,j} = \begin{pmatrix} a_{1j} & a_{1j+1} & \dots & a_{1r} \\ a_{2j} & a_{2j+1} & \dots & a_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{nj} & a_{nj+1} & \dots & a_{nr} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_{1j} & a_{2j} & \dots & a_{nj} \\ a_{1j+1} & a_{2j+1} & \dots & a_{nj+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1r} & a_{2r} & \dots & a_{nr} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_j \mathbf{A}_j'$$

$$(41) \quad \mathbf{R}_{h,1} = \mathbf{R}_h \text{ и } \mathbf{R}_{h,j+1} = \mathbf{R}_{h,j} - \mathbf{R}_j, \quad j = 1, \dots, r-1.$$

Алгоритм решения уравнения (40) заключается в том, что у матричной суммы  $\mathbf{R}_h = \mathbf{R}_{h,1}$  вычисляется первый член  $\mathbf{R}_1 = \bar{A}_1 \bar{A}'_1$ , что позволяет получить матричную сумму  $\mathbf{R}_{h,2} = \mathbf{R}_{h,1} - \mathbf{R}_1$ , у которой также вычисляется ее первый член  $\mathbf{R}_2 = \bar{A}_2 \bar{A}'_2$ , что, в свою очередь, позволяет получить матричную сумму  $\mathbf{R}_{h,3} = \mathbf{R}_{h,2} - \mathbf{R}_2$  и вычислить ее первый член – и так далее до того момента, пока в результате вычитания не получится матрица, состоящая из одних только нулей.

Итак, начнем поиск решения фундаментального уравнения факторного анализа с вычисления первого столбца матрицы  $\mathbf{R}_{h,1} = \mathbf{R}_h$ . Наложим на решение уравнения (40) условие, заключающееся в том, что суммы факторных нагрузок по каждому столбцу кроме первого равны нулю, т.е.

$$(42) \quad \sum a_{i2} = \sum a_{i3} = \dots = \sum a_{ir} = 0,$$

(из этого следует, что на каждом шаге описываемого алгоритма, кроме первого, необходимо применять процедуру отражения переменных).

Выпишем матрицу  $\mathbf{R}_h$ , подставив вместо обозначений  $a_{ik}$  ее элементов их явные выражения согласно основному уравнению факторного анализа (17):

$$(43) \quad R_h = \begin{pmatrix} \sum_{j=1,r} a_{1j} a_{1j} & \sum_{j=1,r} a_{1j} a_{2j} & \dots & \sum_{j=1,r} a_{1j} a_{nj} \\ \sum_{j=1,r} a_{2j} a_{1j} & \sum_{j=1,r} a_{2j} a_{2j} & \dots & \sum_{j=1,r} a_{2j} a_{nj} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{j=1,r} a_{nj} a_{1j} & \sum_{j=1,r} a_{nj} a_{2j} & \dots & \sum_{j=1,r} a_{nj} a_{nj} \end{pmatrix}$$

Просуммировав любой из столбцов корреляционной матрицы (например,  $k$ -й столбец), имеем

$$(44) \quad \begin{aligned} \sum_{i=1}^n \rho_{ik} &= \sum_{j=1}^r a_{1j} a_{kj} + \sum_{j=1}^r a_{2j} a_{kj} + \dots + \sum_{j=1}^r a_{nj} a_{kj} =, \\ &= \left( \sum_{i=1}^n a_{i1} \right) a_{k1} + \left( \sum_{i=1}^n a_{i2} \right) a_{k2} + \dots + \left( \sum_{i=1}^n a_{ir} \right) a_{kr} = \\ &= \left( \sum_i a_{i1} \right) a_{k1} + 0 \cdot a_{k2} + \dots + 0 \cdot a_{kr} = \left( \sum_i a_{i1} \right) a_{k1}. \end{aligned}$$

Если теперь просуммировать все суммы столбцов, то получим общую сумму  $S$  элементов корреляционной матрицы:

$$(45) \quad S = \sum_{k,i} \rho_{ik} = \sum_k a_{k1} \sum_i a_{i1} + \sum_k a_{k2} \sum_i a_{i2} + \dots + \sum_k a_{kr} \sum_i a_{ir} =$$

$$= \left( \sum_i a_{i1} \right)^2 + \left( \sum_i a_{i2} \right)^2 + \dots + \left( \sum_i a_{ir} \right)^2,$$

т.е. сумма всех элементов корреляционной матрицы равна сумме квадратов сумм столбцов матрицы факторного отображения. С учетом условия (42) все слагаемые сумм (44) и (45) кроме первых обратятся в ноль. Поэтому,

$$\text{как и в случае с одним фактором, } \sum_i \rho_{ik} = \left( \sum_i a_{i1} \right) a_{k1} \text{ и } S = \left( \sum_i a_{i1} \right)^2.$$

Поскольку, в отличие от одномерного случая, мы ищем не все, а только *одно*, причем любое решение уравнения (40), то можно взять любое из двух значений квадратного корня, например со знаком плюс. Тогда  $\sum_i a_{i1} = \sqrt{S}$  и выражение для искомым факторных нагрузок первого факто-

ра имеет вид

$$(46) \quad \sum_i \rho_{ik} = \sqrt{S} a_{k1}.$$

откуда

$$(47) \quad a_{k1} = \frac{1}{\sqrt{S}} \sum_i \rho_{ik}.$$

Как и в одномерном случае факторная нагрузка  $k$ -й переменной на первый фактор равна сумме элементов  $k$ -го столбца редуцированной корреляционной матрицы деленной на корень квадратный из суммы всех элементов этой матрицы.

Таким образом, теперь нам известен первый столбец  $\bar{A}_1$  матрицы  $\mathbf{A}$ , что позволяет перейти к вычислению второго фактора, рассматривая уравнение  $\mathbf{R}_{h,2} = \mathbf{R}_{h,1} - \mathbf{R}_1 = \mathbf{A}_2 \mathbf{A}'_2$ . При этом надо учесть, сумма факторных нагрузок по первому столбцу матрицы  $\mathbf{A}_2$  равна нулю, что приводит к необходимости перед вычислением второго фактора произвести процедуру отражения переменных. Затем аналогичным образом вычисляются все остальные факторы.

Скажем несколько слов о происхождении названия "центроидный метод".

Идея метода возникла из интерпретации факторной структуры как скопления материальных точек единичной массы, расположенных на концах векторов, составляющих факторную структуру в пространстве факторов. Таким образом, отдельные точки представляют собой переменные. При том, что положение начала координат считается фиксированным, необходимо определить направление координатных осей.

Положение первой координатной оси определяется так, чтобы она проходила через центр тяжести скопления точек.

Проекции точек на оси координат определяют факторные нагрузки  $a_{ik}$  которые рассчитываются по корреляционной матрице. Координаты центра тяжести определяются выражениями [16]:

$$(48) \quad 1/m \sum_{i=1}^m a_{i1}, 1/m \sum_{i=1}^m a_{i2}, \dots, 1/m \sum_{i=1}^m a_{ir}$$

т.е. средние значения координат отдельных точек дают координаты центра тяжести. Если теперь система координат выбрана так, что первая ось проходит через центр тяжести, то, как это следует из определения центра тяжести, сумма проекций точек на все остальные ортогональные к ней оси равны нулю и тогда координаты центра тяжести  $S$  становятся равными:

$$(49) \quad 1/m \sum a_{i1}, 0, 0, \dots, 0$$

т.е. мы приходим к условию (50).

Теперь продолжим рассмотрение числового примера и проиллюстрируем вычислительную процедуру центроидного метода. Рассмотрим редуцированную корреляционную матрицу, полученную ранее.

Таблица 2.

**Исходная редуцированная матрица корреляций**

Переменные	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
$x_1$	<b><u>0,3700</u></b>	0,5300	0,4400	0,2500	-0,2800	-0,1000	0,1500	0,1800
$x_2$	0,5300	<b><u>0,8200</u></b>	0,6100	0,2000	-0,3200	-0,3500	0	0,1200
$x_3$	0,4400	0,6100	<b><u>0,5300</u></b>	0,3500	-0,3600	-0,0500	0,2500	0,2600
$x_4$	0,2500	0,2000	0,3500	<b><u>0,5800</u></b>	-0,4000	0,4700	0,6600	0,4800
$x_5$	-0,2800	-0,3200	-0,3600	-0,4000	<b><u>0,3200</u></b>	-0,2000	-0,4000	-0,3200
$x_6$	-0,1000	-0,3500	-0,0500	0,4700	-0,2000	<b><u>0,7300</u></b>	0,6900	0,4200
$x_7$	0,1500	0	0,2500	0,6600	-0,4000	0,6900	<b><u>0,8200</u></b>	0,5600
$x_8$	0,1800	0,1200	0,2600	0,4800	-0,3200	0,4200	<b><u>0,5600</u></b>	<b><u>0,4000</u></b>
Сумма	1,5400	1,6100	2,0300	2,5900	-1,9600	1,6100	2,7300	2,1000
$a_{k1}$	0,4400	0,4600	0,5800	0,7400	-0,5600	0,4600	0,7800	0,6000

Суммируем элементы каждого столбца и находим общую сумму  $S=12,25$ . Каждую сумму столбца затем умножаем на величину  $t = 1 / \sqrt{S} = 0,2857$ , что соответствует формуле (47). Полученные таким образом нагрузки  $a_{ik}$  первого фактора для восьми переменных записываем в последнюю строку таблицы. Для контроля правильности вычислений используем формулу (45), а именно, вычислив сумму факторных нагрузок, сравниваем ее с  $\sqrt{S}$ .

Далее определяем матрицу воспроизведенных корреляций.

Таблица 3.

**Матрица корреляций, воспроизведенных первым фактором**

Переменные	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
$x_1$	0,1936	0,2024	0,2552	0,3256	-0,2464	0,2024	0,3432	0,2640
$x_2$	0,2024	0,2116	0,2668	0,3404	-0,2576	0,2116	0,3588	0,2760
$x_3$	0,2552	0,2668	0,3364	0,4292	-0,3248	0,2668	0,4524	0,3480
$x_4$	0,3256	0,3404	0,4292	0,5476	-0,4144	0,3404	0,5772	0,4440
$x_5$	-0,2464	-0,2576	-0,3248	-0,4144	0,3136	-0,2576	-0,4368	-0,3360
$x_6$	0,2024	0,2116	0,2668	0,3404	-0,2576	0,2116	0,3588	0,2760
$x_7$	0,3432	0,3588	0,4524	0,5772	-0,4368	0,3588	0,6084	0,4680
$x_8$	0,2640	0,2760	0,3480	0,4440	-0,3360	0,2760	0,4680	0,3600
Сумма	1,5400	1,6100	2,0300	2,5900	-1,9600	1,6100	2,7300	2,1000

Каждый из элементов этой матрицы получаем путем перемножения соответствующих элементов векторов  $\bar{A}_1$  и  $\bar{A}_1'$ . Для контроля вычисляются полные суммы каждого столбца. Затем вычисляется остаточная матрица  $R_{h,2}=R_{h,1}-R_1$ .

Таблица 4.

**Остаточная матрица корреляций для определения второго фактора**

Переменные	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
$x_1$	<b>0,1764</b>	0,3276	0,1848	-0,0756	-0,0336	-0,3024	-0,1932	-0,0840
$x_2$	0,3276	<b>0,6084</b>	0,3432	-0,1404	-0,0624	-0,5616	-0,3588	-0,1560
$x_3$	0,1848	0,3432	<b>0,1936</b>	-0,0792	-0,0352	-0,3168	-0,2024	-0,0880
$x_4$	-0,0756	-0,1404	-0,0792	<b>0,0324</b>	0,0144	0,1296	0,0828	0,0360
$x_5$	-0,0336	-0,0624	-0,0352	0,0144	<b>0,0064</b>	0,0576	0,0368	0,0160
$x_6$	-0,3024	-0,5616	-0,3168	0,1296	0,0576	<b>0,5184</b>	0,3312	0,1440
$x_7$	-0,1932	-0,3588	-0,2024	0,0828	0,0368	0,3312	<b>0,2116</b>	0,0920
$x_8$	-0,0840	-0,1560	-0,0880	0,0360	0,0160	0,1440	0,0920	<b>0,0400</b>
Сумма	0	0	0	0	0	0	0	0

Как видим, суммы элементов по столбцам остаточной матрицы с точностью до ошибок округления равны нулю. Для того, чтобы можно было приступить к выделению второго фактора, следует произвести отражение отдельных переменных. Результат представлен в таблице 5.

Таблица 5.

**Остаточная матрица корреляций после процедуры отражения**

Переменные	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
$x_1$	<b>0,1764</b>	-0,3276	-0,1848	0,0756	0,0336	0,3024	0,1932	0,0840
$x_2$	-0,3276	<b>0,6084</b>	0,3432	-0,1404	-0,0624	-0,5616	-0,3588	-0,1560
$x_3$	-0,1848	0,3432	<b>0,1936</b>	-0,0792	-0,0352	-0,3168	-0,2024	-0,0880
$x_4$	0,0756	-0,1404	-0,0792	<b>0,0324</b>	0,0144	0,1296	0,0828	0,0360
$x_5$	0,0336	-0,0624	-0,0352	0,0144	<b>0,0064</b>	0,0576	0,0368	0,0160
$x_6$	0,3024	-0,5616	-0,3168	0,1296	0,0576	<b>0,5184</b>	0,3312	0,1440
$x_7$	0,1932	-0,3588	-0,2024	0,0828	0,0368	0,3312	<b>0,2116</b>	0,0920
$x_8$	0,0840	-0,1560	-0,0880	0,0360	0,0160	0,1440	0,0920	<b>0,0400</b>
Сумма	0,3528	-0,6552	-0,3696	0,1512	0,0672	0,6048	0,3864	0,1680
$a_{k1}$	-0,4200	-0,7800	-0,4400	0,1800	0,0800	0,7200	0,4600	0,2000

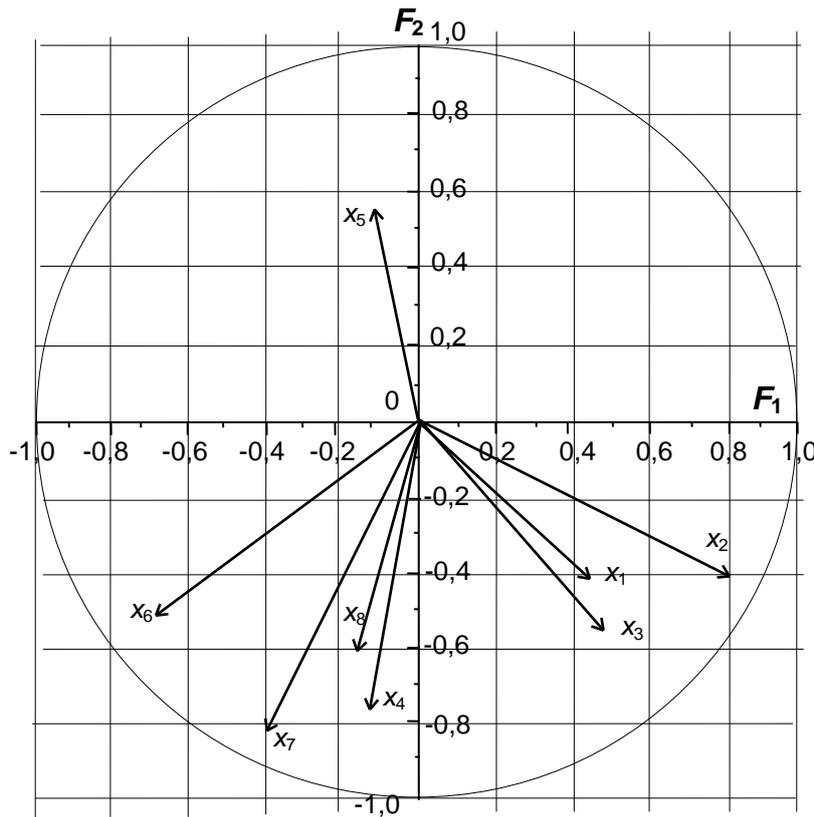
Коэффициенты корреляции берутся из остаточной матрицы со знаками, которые были получены в результате последнего отражения. Ход вычислений тот же самый, что и при выделении первого фактора. Сумма элементов каждого столбца после возврата к исходным знакам должна быть равна нулю с точностью до ошибок округления. Отметим, что в таблице 5 знаки второго фактора изменены таким образом, чтобы аннулировать процедуру отражения. Вычисление матрицы корреляций, воспроизведенных вторым фактором, показывает, что она совпадает с остаточной матрицей. Таким образом можно пре-

кратить процесс вычислений, ограничившись двумя факторами.

Итак, в результате выделения факторов центроидным методом получилась следующая факторная матрица

$$(50) \hat{A} = \begin{pmatrix} 0,44 & -0,42 \\ 0,46 & -0,78 \\ 0,58 & -0,44 \\ 0,74 & 0,18 \\ -0,56 & 0,08 \\ 0,46 & 0,72 \\ 0,78 & 0,46 \\ 0,60 & 0,20 \end{pmatrix},$$

которая отображена в виде конфигурация векторов в фактор-пространстве (рис. 2).



**Рис.2. Конфигурация векторов, полученная центроидным методом по данным примера**

от исходной конфигурации рассматриваемого примера. Однако внимательное изучение рис.2 приводит к мысли что эти две конфигурации векторов могут быть переведены одна в другую с помощью поворота системы координат. Это действительно так. Если уравнение (17) имеет решение в виде некоторой конфигурации векторов в факторном пространстве, то и любая другая конфигурация векторов, которая может быть получена из исходной ортогональным преобразованием (а вращение вокруг начала координат является таковым) также будет решением. На алгоритмах вращения и оценки общностей мы здесь останавливаться не будем, т.к. они подробно описаны в имеющейся литературе [8, 9, 13, 15].

## **5. Интерпретация клинических данных с помощью факторного анализа**

### **5.1. Факторный анализ при отравлениях карбамазепином**

Учитывая то обстоятельство, что при пороговых уровнях токсиканта исход заболевания всегда положительный, а нарушения гомеостаза минимальные, факторному анализу были подвергнуты результаты исследований параметров гомеостаза, полученные у больных с критическими и смертельными концентрациями карбамазепина в крови. Матрица факторных нагрузок изучаемых показателей при острых отравлениях карбамазепином представлена в таблице 6. Факторы менее 0,4 опущены.

Как видно из матрицы факторных нагрузок, состав элементов первого фактора показывает, что ведущим, среди звеньев патогенеза в первые часы данной интоксикации является нарушение в системе гемореологии. Второй фактор объединяет признаки, указывающие на значительную роль расстройств гуморального звена иммунитета и неспецифической резистентности организма.

В третий фактор входят в основном показатели клеточного звена иммунитета и фагоцитоза.

Таким образом, факторный анализ, расчленив сложную картину патогенеза острых отравлений карбамазепином, позволил выявить его ведущие звенья.

### **5.2. Факторный анализ при отравлениях ФОИ и уксусной кислотой**

В таблицах 7 и 8 представлена факторная структура клинической картины отравлений ФОИ и уксусной кислотой.

Факторный анализ, расчленив сложную картину патогенеза острых химических болезней, выявил общность и различие в ответной реакции организма на химическую травму. Общность заключается в том, что в первую очередь на внедрение химического агента организм отвечает симптомокомплексом, характеризующим его избирательное, специфическое действие (первый фактор). Однако ответ не ограничивается лишь эффектом избирательной токсичности, а носит системный характер, отражающий вовлечение в патологический процесс дыхательной и сердечно-сосудистой системы (1, 2, 3-й факторы). Наряду с этим наборы признаков, формирующих факторы, свидетельствуют о вовлечении в патологический процесс и других систем организма (нейрорегуляторной, иммунной и т. д.).

На различие в ответной реакции организма на действие химических агентов указывает последовательность факторов, отражающая ход патологического процесса. Так при отравлениях ФОИ набор элементов, характеризующих пневмонию, соответствует третьему фактору, а при отравлениях уксусной кислотой - четвертому.

Таблица 6

**Факторная структура клинической картины отравления карбамазепином**

Показатель	Факторы					
	I	II	III	IV	V	VI
1 рН				-0.75		
2 PO <sub>2</sub>				0.64		
3 PCO <sub>2</sub>				-0.80		
4 BE				-0.88		
5 SO <sub>2</sub>						
6 Гемоглобин						
7 Эритроциты						
8 Лейкоциты						
9.Гематокрит						
10 Палочкоядерные						
11 Сегментоядерные						
12 Лимфоциты						
13 Моноциты						-0.68
14 СОЭ				0.56		
15 Общий белок						
16 Мочевина						
15 Креатинин						
18 Билирубин общий						-0.87
19 Билирубин прямой						-0.72
20 Билирубин непрямой						-0.81
21 Калий						
22 Натрий						
23 Иммуноглобулин А					-0.85	
24 Иммуноглобулин G						
25 Иммуноглобулин М		-0.79	0.47			
26 БЦИК		-0.68			-0.48	
27 СЦИК						
28 МЦИК		-0.61				
29 Лейкоциты (иммунограмма)					0.87	
30 Нейтрофилы (иммунограмма)					0.88	
31 Лимфоциты (иммунограмма)			-0.78			
32 Т-лимфоциты			-0.54			
33 В-лимфоциты		-0.68				
34 Латекс-тест		-0.84				
35 НСТ-тест		0.72	0.43			
36 иНСТ-тест		-0.45	0.45			
37 аТ-лимфоциты			-0.94			
38 аВ-лимфоциты			-0.94			
39 Коэффициент активности	0.60	-0.65				
41 ВК кажущаяся 250 с <sup>-1</sup>	0.85					
42 ВК кажущаяся 10 с <sup>-1</sup>	0.80					
43 ВК удельная 250 с <sup>-1</sup>	0.78					
44 ВК удельная 10 с <sup>-1</sup>	0.86					
45 ОВК						
46 ВП	0.77					
47 АЭ	0.45					
48 АТ	0.80					
49 ВС	-0.43					
50 Фибриноген						

Таблица 7

**Факторная структура клинической картины отравления ФОИ**

Признаки	Факторные нагрузки (№ факторов)						
	1	2	3	4	5	6	7
Концентрация яда	0,58	0,27					
Активность холинэстеразы	0,46						
Миофибрилляция				0,62			
Бронхорея			0,29	0,60			0,27
Ригидность грудных мышц	0,96		0,33	0,51			
Паралич дыхания	0,98			0,33			
Трахеобронхит			0,61		0,65		
Пневмония	0,29		0,85				
pH	0,59	0,75					
PO <sub>2</sub>	0,68	0,50	0,42			0,61	
PCO <sub>2</sub>	0,75			0,42			0,32
BE	0,66	0,52				0,44	
SO <sub>2</sub>	0,84		0,47				
ЛИИ			0,35		0,52		
Т-лимфоциты			0,32				0,36
В-лимфоциты			0,28				0,39
НСТ-тест			0,80			0,52	
Иммуноглобулин А			0,72				
Иммуноглобулин М			0,41				0,29
Иммуноглобулин G			0,76				
СТК		0,82					
VO <sub>2</sub>		0,76		0,27			
УОК		0,89	0,51			0,46	
МОК		0,71					
ЦОК	0,33	0,66				0,32	
ДО	0,31						
МОД	0,45						
Увеличение систолического показателя на ЭКГ	0,81	0,56		0,31			
Уровень СМ			0,37			0,27	
Уровень сознания	0,90						

**Факторная структура клинической картины отравления  
уксусной кислотой**

Признаки	Факторные нагрузки (№ факторов)					
	1	2	3	4	5	6
Концентрация свободного гемоглобина в крови	0,87				0,28	
Ожог ЖКТ	0,92				0,42	
Ожог ВДП			0,83	0,76		
Пневмония				0,88		
Трахеобронхит			0,68	0,72		
Аспирация	0,68	0,66				
ОЦК	0,90					
ЛИИ			0,52	0,68		0,47
pH	0,80					
BE	0,81				0,33	
PaCO <sub>2</sub>		0,58	0,51			
PaO <sub>2</sub>	0,40	0,52				
УОК	0,85			0,42		
МОК	0,56					
ЦОК	0,42					
СТК	0,78					
VO <sub>2</sub>	0,72					
ДО			0,48			
МОД			0,42			
ИВЛ		0,72				0,41
Т-лимфоциты				0,38		0,32
В-лимфоциты				0,33		0,29
НСТ-тест				0,62		
Иммуноглобулин А				0,35		
Иммуноглобулин М				0,29		0,31
Иммуноглобулин G				0,31		
Венозный застой (отек)	0,58	0,62		0,45		
Уровень СМ	0,27			0,27	0,31	

Факторизация признаков позволила объективно выделить симптомо-комплексы, доминирующие в исходе заболевания – это нарушения внешнего дыхания, расстройства гемодинамики, пневмония. По нашему мнению, факторы (1, 2), количественно связанные с уровнем яда в крови могут трактоваться как его токсические эффекты.

### **5.3. Факторный анализ при отравлениях опиатами**

С целью уточнения наиболее существенных нарушений гомеостаза при острых отравлениях опиатами проведен факторный анализ изучаемых параметров в двух стандартных группах больных при их поступлении в стационар и через 1 сутки на фоне проводимых лечебных мероприятий.

В I группе больных оценка факторных нагрузок проводилась по коэффициентам более 0,4, а во II группе, учитывая ее меньшую численность, эти значения были увеличены до 0,7.

Из таблицы 9 следует, что при неосложненном течении интоксикации ведущими патогенетическими механизмами ее развития являются расстройства в системе свертывания крови и гемореологии. Об этом свидетельствуют первые факторы как 1-го, так и 2-го исследования, а также факторные нагрузки 2-го фактора исследований на фоне лечения.

Вторыми по значимости можно рассматривать нарушения иммунитета, так как их факторные нагрузки распределены с 1 по 3-й факторы во обоих исследованиях. Остальные нарушения гомеостаза при неосложненном течении интоксикации имеют второстепенное значение. Следовательно, основные лечебные мероприятия у данной группы лиц должны быть направлены на восстановление микроциркуляции и коррекцию иммунного статуса.

При развитии пневмонии (табл. 10) уже в момент поступления больных в стационар определяется выраженная напряженность всех систем гомеостаза. Практически все показатели вошли в 1-й фактор как при первом, так и при втором исследовании. Это указывает на то, что выраженные отклонения от нормы параметров гемореологии, гемокоагуляции, ПОЛ и АОС, биогенных аминов, иммунитета, сохраняющиеся на фоне лечения, следует рассматривать как факторы риска воспалительных процессов в легких и проводить своевременную их коррекцию.

### **5.4. Факторный анализ при отравлениях ПФС на стадии эндотоксикоза**

При отравлениях ПФС (86 больных) было установлено (табл. 11), что все изученные гемореологические тесты вошли в I, наиболее значимый фактор, а самые высокие нагрузки на этот фактор (от 0,81 до 0,96) пришлось на вискозиметрические показатели (фибринолитическая активность плазмы, фибриноген, вязкость плазмы, крови и гематокрит). Нагрузки на фактор, относящиеся к показателям агрегационной активности эритроцитов и тромбоцитов, также были достаточно высокими (соответственно 0,72 и 0,69).

**Факторный анализ нарушений гомеостаза при острых отравлениях  
наркотиками с неосложненным течением**

При поступлении

1-е сутки

Показатель	Факторы			Показатель	Факторы		
	I	II	III		I	II	III
1. Лейкоциты				1. Лейкоциты	0,74		
2. Лимфоциты, %		-0,81		2. Лимфоциты, %			0,42
3. Иммуноглобулин А				3. Иммуноглобулин А		0,57	
4. Иммуноглобулин М				4. Иммуноглобулин М			
5. Иммуноглобулин G				5. Иммуноглобулин G			
6. Коэффициент активности В-лимфоцитов		0,58		6. Коэффициент активности В-лимфоцитов	0,89		
7. Т-лимфоциты, %				7. Т-лимфоциты, %			
8. Т-лимфоциты, абс.		-0,82		8. Т-лимфоциты, абс.			
9. В-лимфоциты, %				9. В-лимфоциты, %	0,43		
10. В-лимфоциты, абс.		-0,69		10. В-лимфоциты, абс.			
11. БЦИК			0,75	11. БЦИК			0,93
12. СЦИК			0,89	12. СЦИК			0,76
13. МЦИК			0,85	13. МЦИК			0,86
14. ЦИК			0,92	14. ЦИК			0,83
15. Латекс-тест				15. Латекс-тест			
16. НСТ-тест				16. НСТ-тест			
17. иНСТ-тест				17. иНСТ-тест	-0,71		
18. Коэффициент активности нейтрофилов				18. Коэффициент активности нейтрофилов			
19. Нейтрофилы		0,81		19. Нейтрофилы			
20. E <sub>254</sub>				20. E <sub>254</sub>		0,41	
21. E <sub>260</sub>				21. E <sub>260</sub>		0,44	
22. E <sub>280</sub>				22. E <sub>280</sub>			
23. ДК				23. ДК			
24. МДА				24. МДА			
25. ТФ		0,62		25. ТФ			
26. ЦП				26. ЦП			
27. СО				27. СО			
28. К				28. К			
29. Серотонин				29. Серотонин			
30. Гистамин				30. Гистамин			
31. АЧТВ			0,41	31. АЧТВ	0,63	-0,66	
32. ФГ				32. ФГ	0,62	0,69	
33. ФА				33. ФА		0,92	
34. ПИ				34. ПИ		0,84	
35. ВРП				35. ВРП	0,82		
36. АЭ				36. АЭ		0,87	
37. АТ				37. АТ		0,80	
38. ВРП				38. ВРП	0,89		
39. Вязкость крови	0,84			39. Вязкость крови	-0,54		
40. ВСК		0,42		40. ВСК	0,71		
41. ОВК	0,67			41. ОВК			
42. СОЭ	-0,85			42. СОЭ	0,74		
43. Нt	0,68,			43. Нt	-0,66		
44. КЭ	0,49			44. КЭ			

Таблица 10.

**Факторный анализ нарушений гомеостаза при острых отравлениях  
наркотиками, осложненных пневмонией**

При поступлении

1-е сутки

Показатель	Факторы			Показатель	Факторы		
	I	II	III		I	II	III
1. Лейкоциты			0,77	1. Лейкоциты	0,86		
2. Лимфоциты, %			0,86	2. Лимфоциты, %			
3. Иммуноглобулин А	-0,90			3. Иммуноглобулин А		-0,80	
4. Иммуноглобулин М	-0,77			4. Иммуноглобулин М	-0,87		
5. Иммуноглобулин G	0,72			5. Иммуноглобулин G			
6. Коэффициент активности В-лимфоцитов	-0,88			6. Коэффициент активности В-лимфоцитов	-0,96		
7. Т-лимфоциты, %	0,86			7. Т-лимфоциты, %	0,75		
8. Т-лимфоциты, абс.			0,93	8. Т-лимфоциты, абс.			
9. В-лимфоциты, %			0,70	9. В-лимфоциты, %			
10. В-лимфоциты, абс.			0,97	10. В-лимфоциты, абс.			
11. БЦИК				11. БЦИК			-0,87
12. СЦИК				12. СЦИК			-0,87
13. МЦИК				13. МЦИК			-0,90
14. ЦИК				14. ЦИК			-0,90
15. Латекс-тест	0,81			15. Латекс-тест	0,73		
16. НСТ-тест				16. НСТ-тест			
17. иНСТ-тест				17. иНСТ-тест			
18. Коэффициент активности нейтрофилов	-0,91			18. Коэффициент активности нейтрофилов	-0,97		
19. Нейтрофилы	0,91			19. Нейтрофилы	0,96		
20. E <sub>254</sub>	-0,84			20. E <sub>254</sub>	-0,96		
21. E <sub>260</sub>	-0,84			21. E <sub>260</sub>	-0,96		
22. E <sub>280</sub>	-0,84			22. E <sub>280</sub>	-0,96		
23. ДК	-0,97			23. ДК	-0,92		
24. МДА	-0,94			24. МДА	-0,93		
25. ТФ	-0,99			25. ТФ	-0,88		
26. ЦП		-0,93		26. ЦП	0,74		
27. СО	-0,94			27. СО	-0,93		
28. К	-0,99			28. К	-0,93		
29. Серотонин	-0,93			29. Серотонин	-0,95		
30. Гистамин	-0,92			30. Гистамин	-0,96		
31. АЧТВ				31. АЧТВ		0,89	
32. ФГ	-0,92			32. ФГ	-0,93		
33. ФА				33. ФА	0,89		
34. ПИ				34. ПИ			
35. ВРП				35. ВРП			
36. АЭ	-0,83			36. АЭ	-0,89		
37. АТ		0,80		37. АТ			
38. ВРП				38. ВРП	-0,92		
39. Вязкость крови	-0,92			39. Вязкость крови	-0,87		
40. ВСК	-0,93			40. ВСК	-0,93		
41. ОВК	-0,93			41. ОВК	-0,93		
42. СОЭ		0,78		42. СОЭ			
43. Нt		-0,92		43. Нt			
44. КЭ	-0,94			44. КЭ	-0,92		

Таблица 11.

**Связь между нарушениями показателей гомеостаза и развитием эндотоксикоза (факторный анализ) при отравлениях ПФС**

Показатели	Факторы					
	I	II	III	IV	V	VI
1. Т-лимф., абсол. сод.						0.80
2. В-лимф., абсол. сод.						-0.57
3. Иммуноглобулин А						
4. Иммуноглобулин М						
5. Иммуноглобулин G		0.57				
6. Латекс-тест		0.57				
7. НСТ-тест				0.64		
8. иНСТ-тест		0.47				
9. БЦИК		0.64				
10. СЦИК		0.89				
11. МЦИК		0.92				
12. АЧТВ		0.70			0.43	
13. ВРП	0.87					
14. ВСК	0.62					
15. ВК при 250 с <sup>-1</sup>	0.87					
16. ВП при 250 с <sup>-1</sup>	0.96					
17.УВК при 250 с <sup>-1</sup>	0.76					
18. ПИ	0.90					
19. АЭ	0.72					
20. АТ	0.69					
21. ФГ	0.88					
22. ФА	0.81					
23. СОЭ	0.63					
24. Гематокрит	0.94					
25. СМ E <sub>254</sub> (кровь)				-0.89		
26. СМ E <sub>280</sub> (кровь)				-0.90		
27. СМ E <sub>254</sub> (моча)				-0.86		
28. СМ E <sub>280</sub> (моча)				-0.82		
29. Эритроциты			0.81			
30. Гемоглобин			0.78			
31. Лейкоциты, общ. сод.			0.86			
32. Лимфоциты			0.76			
33. Палочкоядерные лейкоц.			0.51		0.76	
34. Сегментоядерные лейкоц.			0.85			
35. Моноциты			0.82			
36. ЛИИ			0.49		0.63	

Следующими по значимости (II фактор) стали изменения абсолютно-го содержания в крови циркулирующих иммунных комплексов (ЦИК) малого и среднего размеров (нагрузки на фактор соответственно 0,92 и 0,89). Влияние на формирование эндотоксикоза со стороны клеточных звеньев иммунитета обнаружилось лишь за счет поглотительной функции фагоцитов с относительно высокой нагрузкой на латекс-тест (0,57). Также обращает на себя внимание аналогичная нагрузка на II фактор показателя иммуноглобулина G, что может свидетельствовать о связи с патогенезом эндотоксикоза состояния гуморальной системы иммунитета.

Что же касается информационной значимости непосредственных маркеров эндотоксикоза, то следует отметить, что в то время как значения уровня в крови ЦИК вошли во II фактор, изменения содержания в крови и моче СМ, идентифицируемых при длинах волн, равных 254 нм и 280 нм, составили лишь IV фактор, что говорит об их меньшей информативной ценности, чем изменения содержания ЦИК. Вместе с тем такой критерий, как величина ЛИИ, вошел в состав III фактора, что в свою очередь свидетельствует о большей информативной ценности значений ЛИИ, чем содержания СМ в биосредах.

В то же время факторная нагрузка ЛИИ (0,49) говорит о том, что среди показателей, оказавшихся в составе III фактора, имеются и более информативные – параметры морфологии крови, факторные нагрузки которых выше. При этом наиболее важными оказались признаки, касающиеся общего количества в крови лейкоцитов и относительного содержания в ней сегментоядерных нейтрофилов, лимфоцитов и моноцитов (нагрузки на фактор от 0,76 до 0,86). Существенным критерием также проявило себя содержание в крови эритроцитов (нагрузка на фактор 0,81).

Таким образом, факторный анализ позволил установить, что для формирования эндотоксикоза и его диагностики на начальном этапе развития отравлений ПФС, согласно полученным данным, наибольшее значение имеют гемореологические нарушения, а выраженность проявлений эндотоксикоза (в порядке уменьшения информативности) определяет содержание в крови ЦИК малого и среднего размеров, а затем величина ЛИИ и уровень СМ в крови и моче.

### **Выводы**

1. Центроидный метод является эффективным методом решения практических задач клинической токсикологии. В силу своей относительной простоты по сравнению с другими методами факторного анализа центроидный метод более пригоден для изучения специалистами-прикладниками.

2. Центроидный метод является точным методом решения фундаментального уравнения факторного анализа для некоррелированных факторов, в том случае, когда это уравнение имеет решение. Распространенный в ли-

тературе взгляд на центроидный метод как на приближенный следует из того факта, что для выборочных данных фундаментальное уравнение, как правило, не удовлетворяется.

3. Основная цель применения факторного анализа в клинической токсикологии – это разделение клиничко-лабораторных признаков на группы, упорядоченные относительно их важности в развитии патологического процесса при острых отравлениях.

4. Ведущим, среди звеньев патогенеза в первые часы при отравлениях карбамазепином, а также опиатами является нарушение в системе гемореологии. Значительную роль играют расстройства гуморального звена иммунитета и неспецифической резистентности организма.

5. При отравлениях ФОИ и уксусной кислотой симптомокомплексы, доминирующие в исходе заболевания – это нарушения внешнего дыхания, расстройства гемоциркуляции, пневмония. .

6. Для формирования эндотоксикоза и его диагностики на начальном этапе развития отравлений ПФС наибольшее значение имеют гемореологические нарушения. Выраженность проявлений эндотоксикоза определяется содержанием в крови ЦИК малого и среднего размеров, величиной ЛИИ и уровнем СМ в крови и моче.

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

- АОС – антиоксидантная система  
 АТ – агрегация тромбоцитов  
 АЧТВ – активированное частичное тромбо-  
 пластиновое время  
 АЭ – агрегация эритроцитов  
 БЦИК, Б – ЦИК больших размеров  
 ВДП – верхние дыхательные пути  
 ВК – вязкость крови  
 ВП – вязкость плазмы  
 ВРП – время рекальцификации плазмы  
 крови  
 ВСК – время свертывания крови  
 ДО – дыхательный объем  
 ДК – диеновые конъюгаты  
 ЖКТ – желудочно-кишечный тракт  
 иНСТ – индуцированный НСТ-тест  
 ИВЛ – искусственная вентиляция легких  
 ИСН – индекс сдвига нейтрофилов  
 К – коэффициент дисбаланса систем  
 ПОЛ/АОС  
 КЭ – количество эритроцитов  
 ЛИИ – лейкоцитарный индекс интоксика-  
 ции  
 лейкоц. – лейкоциты  
 лимф. – лимфоциты  
 МДА – малоновый диальдегид  
 МОД – минутный объем дыхания  
 МОК – минутный объем крови  
 МЦИК, М – ЦИК малых размеров  
 НСТ – нитросинего тетразолия тест, спон-  
 танный  
 ОВК – относительная вязкость крови  
 ОВП – относительная вязкость плазмы  
 ОКА – общая концентрация альбумина  
 ОЦК – объем циркулирующей крови  
 ПЖ – прижигающие жидкости  
 ПИ – протромбиновый индекс  
 ПОЛ – перекисное окисление липидов  
 ПФС – психофармакологические средства  
 СМ – ”средние молекулы”  
 СОЭ – скорость оседания эритроцитов  
 СТК – системный транспорт кислорода  
 СЦИК, С – ЦИК средних размеров  
 ТФ –  $\alpha$ -токоферол  
 УВК – удельная вязкость крови  
 УОК – ударный объем крови  
 УФГТ – ультрафиолетовая гемотерапия  
 ФА – фибринолитическая активность плаз-  
 мы крови  
 ФГ – фибриноген плазмы крови  
 ФГТ – физиогемотерапия  
 ФОИ – фосфорорганические инсектициды  
 ХГТ – химиогемотерапия
- ЦИК – циркулирующие иммунные ком-  
 плексы  
 ЦОК – центральный объем крови  
 ЦП – церулоплазмин  
 Эр. – эритроциты  
 ЭС – энтеросорбция  
 ВЕ – дефицит буферных оснований в крови  
 $E_{254}$  (экстинция) – фракция СМ, детектируе-  
 мая при длине волны 254 нм  
 $E_{280}$  (экстинция) – фракция СМ, детектируе-  
 мая при длине волны 280 нм  
 Ht – гематокрит  
 Ig – иммуноглобулин(ы)  
 Ig A – иммуноглобулин A  
 Ig M – иммуноглобулин M  
 Ig G – иммуноглобулин G  
 $O_{2\text{ sat.}}$  – насыщение крови кислородом  
 pH – водородный показатель крови  
 $pCO_2$  – парциальное давление углекислоты в  
 крови  
 $pO_2$  – парциальное давление кислорода в  
 крови  
 а – артериальная кровь

### Список литературы

1. Дагаев В.Н. Клиническая токсикометрия критических состояний организма при острых отравлениях. Автореф. докт. дисс. М., 1992.
2. Лужников Е.А., Дагаев В.Н., Горин Э.Э., Лисовик Ж.А. Факторные аспекты оценки состояния гомеостаза при острых пероральных отравлениях. Гигиена труда и профзаболеваний. -М.-1985.-№ 1, С.27-30
3. Дагаев В.Н., Лужников Е.А., Казачков В.И. Клиническая токсикометрия острых отравлений. – Екатеринбург: Чароид, 2001. – 182 с.
4. Дагаев В.Н., Новосельцев В.Н., Толмасская И.И., Ельков А.Н. Системные аспекты критических состояний организма при острых отравлениях: Анализ и перспективы /Острые токсикозы в клинической токсикологии: Материалы I Всесоюзной конференции по клинической токсикологии. - Баку.-1991.-С.9-11.
5. Ильяшенко К.К. Токсическое поражение дыхательной системы при острых отравлениях и его лечение. Автореф. докт. дисс. М., 1997.
6. Ильяшенко К.К., Ельков А.Н., Петров С.И. и др. Информационное значение многомерного математического анализа в оценке токсического поражения дыхательной системы при острых химических отравлениях// В кн.: "Информационные технологии и интеллектуальное обеспечение медицины-98. "Тез.докл V м/нар. форума. Турция - Кемер. 2-9 октября 1998. – С. 142.
7. Ермолаев О.Ю. Математическая статистика для психологов. – М.: Изд. "Флинта", 2004, 335 с.
8. Окунь Я. Факторный анализ / Пер. с польского - М.: Статистика, 1974, 200 с.
9. Иберла И. Факторный анализ. Пер. с нем. - М.: Статистика, 1980, – 400 с.
10. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Теория вероятностей и прикладная статистика. М.: Юнити, 2001. – Т.1. – 656 с.
11. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М., Наука, 1979.
12. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности. – М.: Финансы и статистика, 1989.
13. Харман Г. Современный факторный анализ / Пер. с англ. - М.: Статистика, 1972.
14. Лоули Д., Максвелл А. Факторный анализ как статистический метод/ Пер. с англ. - М.: Мир, 1967, 144 с.
15. Дубров А.М., Мхитарян В.С., Трошин Л.И. Многомерные статистические методы. – М.: Финансы и статистика, 2000, – 350 с.
16. Балк М.Б., Болтянский В.Г. Геометрия масс. – М.: Наука, 1987, – 159 с.