

М. А. Федоткин

**Процессы
обслуживания и
управляющие системы**

Рекомендуемая форма библиографической ссылки:
Федоткин М. А. Процессы обслуживания и управляющие системы // Математические вопросы кибернетики. Вып. 6. — М.: Наука, 1996. — С. 51–70. URL: <http://library.keldysh.ru/mvk.asp?id=1996-51>

ПРОЦЕССЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ И УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ *)

М. А. ФЕДОТКИН

(НИЖНИЙ НОВГОРОД)

§ 1. Классические способы задания систем массового обслуживания	51
§ 2. Представление реальных процессов обслуживания в виде управляющей системы	53
§ 3. Математическое описание элементов управляющей системы обслуживания или кодирование ее информации	55
§ 4. Нетрадиционные задачи процессов обслуживания	57
§ 5. Анализ и синтез управляющих систем обслуживания	62
§ 6. Конкретные управляющие системы обслуживания	64
Список литературы	69

§ 1. Классические способы задания систем массового обслуживания

В современной жизни каждому из нас в той или иной мере приходится считаться с различными очередями, например, с очередями покупателей в магазинах и у касс, больных на прием к врачу, судов перед шлюзами, автомобилей перед светофорами и станциями технического обслуживания, самолетов на взлет и посадку, станков на ремонт, вычислительных программ на обработку в ЭВМ и т. п. Элементы разного рода нерегулярностей и случайных воздействий составляют основную черту в картине изменения величины конкретной очереди во времени. Поэтому естественное желание людей, связанное с уменьшением размера очереди, наталкивалось на значительные трудности как в практическом, так и в научном аспектах. Первые исследования по проблеме задержек абонентов на автоматических телефонных станциях были выполнены еще в период 1908–1922 гг. датским математиком А. К. Эрлангом. За последние 15–20 лет в теории массового обслуживания (теории очередей) были рассмотрены очень сложные и разнообразные стохастические модели реальных систем, среди которых особый интерес представляют: а) системы с ненадежным прибором, системы с изменяемыми интенсивностями поступления и обслуживания требований, системы с включением и выключением дополнительных приборов, системы с изменяемой дисциплиной формирования очереди; б) системы, в которых решаются задачи по управлению входными потоками требований, например, в классе приоритетных алгоритмов, в классе алгоритмов с разделением времени и т. д. На сегодня методы построения математических моделей этих и других реальных систем обслуживания в основном исчерпываются двумя подходами.

*) Сокращенный вариант данной работы был доложен на IX Всесоюзной конференции по проблемам теоретической кибернетики. Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 93-011-1579.

Первый из них основан на классических работах Эрланга, Хинчина, Пальма, Поллачека, Кендалла, Гнеденко и др. Этот подход [5, 32] в значительной своей части является описательным и всегда предполагает задание таких ключевых составляющих элементов системы, как входной поток, обслуживающее устройство, дисциплина формирования очереди, структура системы. Математическое описание входного потока выполняется двумя эквивалентными способами [5]: либо с помощью случайного процесса $\{\eta(t); t \geq 0\}$, в котором $\eta(t)$ при $t > 0$ определяет случайное число поступивших в систему заявок за промежуток времени $[0, t)$ и $\eta(t) = \eta(t - 0)$, $\eta(0) = 0$; либо в виде векторной случайной последовательности $\{(\tau'_i, \eta'_i); i \geq 1\}$, в которой через τ'_i и η'_i соответственно обозначены момент i -го появления и число поступивших заявок в этот момент времени. Формализованное описание работы обслуживающего устройства дается в виде интегральной функции распределения $F(t) = P(\xi < t)$ длительности ξ обслуживания произвольной заявки. Наконец, описание дисциплины очереди и структуры системы выполняется исключительно на содержательном уровне, например, рассматриваются однолинейные системы с потерями, многолинейные системы с ожиданием, приоритетные системы, системы с разделением времени и т. п. Основной задачей при таком подходе является определение таких характеристик систем, как распределение длины очереди, распределение времени ожидания начала обслуживания, вероятности отказа, загруженности обслуживающего устройства.

Второй подход [1] связан с исследованиями Боровкова по созданию общих асимптотических методов анализа в теории массового обслуживания. В этом случае модель характеризуется трехмерным случайным процессом

$$\{(\eta(t), r(t), s(t)); t \geq 0\},$$

в котором компоненты $\eta(t)$, $r(t)$ и $s(t)$ соответственно определяют число поступивших заявок, число получивших отказ требований и число обслуженных требований за промежуток времени $[0, t)$. Основной целью здесь является изучение общих предельных свойств распределения длины очереди $\eta(t) - r(t) - s(t) \geq 0$.

В основе указанных подходов лежит локальный принцип, когда исходные и искомые характеристики системы обслуживания относятся к каждой отдельно взятой заявке, к каждому моменту времени $t \geq 0$. Это означает, что даже при достаточно простых законах распределения входных потоков и длительностей обслуживания исследователям по теории массового обслуживания приходится решать очень трудные и интересные математические проблемы теории случайных процессов. С другой стороны, локальный принцип не учитывает в полной мере физическую природу процесса обслуживания и такие важные возможности и особенности действующих систем, как функции обслуживающего устройства по управлению потоками заявок, его функции ориентации и переналадок, неоднородность требований, изменчивость с течением времени вероятностной структуры входных потоков и длительностей обслуживания, адаптивность логической структуры обслуживающего устройства, наконец, конфликтность ситуации в управлении и обслуживании. При этом конфликтность потоков на физическом уровне, как правило, означает, что: а) обслуживание заявок таких потоков осуществляется в непересекающиеся интервалы времени; б) существование интервалов, на которых ни один из потоков не обслуживается; в) невозможность суммирования некоторых потоков и тем самым сведения задачи к более простому одномерному случаю. Именно эти все обстоятельства являются одной из существенных причин совершенно недостаточного использования многочисленных результатов теории очередей в практических задачах обслуживания.

§ 2. Представление реальных процессов обслуживания в виде управляющей системы

Существует большое число реальных объектов (например, экспертные системы диспетчерского контроля за последовательностью взлетов и приземлений самолетов, автоматы управления технологическими и информационными сигналами микросварочного комплекса при сборке интегральных схем на кристаллах, светофоры адаптивного регулирования транспортных потоков на перекрестках со сложной геометрией проезда, системы обработки информационных потоков программ в локальных вычислительных сетях, системы управления конфликтными потоками самолетов при прохождении пересекающихся воздушных коридоров), для которых адекватные вероятностные модели массового обслуживания не только должны обладать перечисленными в конце § 1 возможностями и особенностями, но и с необходимостью должны также отражать нелокальность или интегральность исходных данных, дискретность строения и функционирования.

Подробнее можно сказать, что в основе определения, анализа и оптимизации моделей обслуживания должны лежать следующие положения:

принцип дискретности строения реального процесса обслуживания;

принцип дискретности элементарных актов поступления требований, их обслуживания и управления потоками требований;

принцип нелокальности или интегральности, при котором исходные и искомые характеристики системы относятся не к каждому отдельно взятому требованию, а к некоторым образом отмеченным группам заявок, и эти характеристики рассматриваются либо на интервалах $[\tau_i, \tau_{i+1})$, $i \geq 0$, оси времени $[0, \infty)$, либо в стробирующие моменты τ_i , $i \geq 0$, которые специальным образом связаны с моментами τ'_i , $i \geq 1$, поступления заявок;

принцип совместного рассмотрения поэлементного строения системы и ее функционирования во времени τ_i , $i \geq 0$, где стробирующий точечный случайный процесс $\tau = \{\tau_i, i \geq 0\}$ на $[0, \infty)$ задает шкалу тактов времени работы системы обслуживания и определяет моменты запрещения или разрешения начала обслуживания отмеченных групп (пачек) требований.

Поэтому при построении, анализе, синтезе и оптимизации моделей обслуживания вполне естественно использовать общее понятие управляющей системы [10, 33], представляющей собой единство схемы, информации, координат и функции.

Перейдем теперь непосредственно к рассмотрению концепции теории управляющих систем обслуживания, т. е. к выделению ее составных частей: схемы, информации, координат и функции. Схему управляющей системы обслуживания (рис. 1) образует графическое изображение следующих элементов и связей между ними:

входных потоков $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_m$ неоднородных требований — входных полюсов [10, 33];

потоков насыщения $\Pi_1^{(n)}, \Pi_2^{(n)}, \dots, \Pi_m^{(n)}$ (выходных потоков системы обслуживания при максимально возможной ее загруженности и эксплуатации) — входных полюсов;

накопителей $N^{(1)}, N^{(2)}, \dots, N^{(m)}$ очереди по каждому входному потоку — внешней памяти [10, 33];

устройства $\delta = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m)$ по организации дисциплины очереди в накопителях — элемента по переработке информации внешней памяти [10, 33];

обслуживающего устройства ОУ — внутренней памяти [10, 33];

потоков $\Pi'_1, \Pi'_2, \dots, \Pi'_m$ потерянных требований — выходных полюсов [10, 33];

выходных потоков $\bar{\Pi}_1, \bar{\Pi}_2, \dots, \bar{\Pi}_m$ обслуженных требований — выходных полюсов.

Набор состояний очередей в накопителях, обслуживающего устройства, входных потоков, потоков насыщения, потоков потерянных требований и, наконец, потоков обслуженных требований полностью определяют информацию управляющей системы [10, 33].

Номера входных потоков, потоков насыщения, потоков потерянных требований, выходных потоков, накопителей, механизмов $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m$ по формированию очередей и номера состояний обслуживающего устройства задают координаты [10, 33] управляющей системы обслуживания, которые определяют расположение элементов ее схемы.

Функция системы — это прежде всего управление входными потоками (разрешение или запрещение начала обслуживания каждого из них) и непосредственно обслуживание неоднородных требований.

Используя изображение схемы (рис. 1), поясним на содержательном уровне основные акты функционирования управляющей системы обслуживания во времени $\tau_i, i \geq 0$. Неоднородные требования конфликтных потоков $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_m$ с возможным изменением их вероятностной структуры (например, при хорошей погоде транспортные потоки машин на магистрали, как правило, являются пуассоновскими, а при плохой погоде уже будут потоками пачек Барлетта [25]) поступают в соответствующие накопители $N^{(1)}, N^{(2)}, \dots, N^{(m)}$ с максимально допустимыми объемами $N_1 \leq \infty, N_2 \leq \infty, \dots, N_m \leq \infty$. Отказ требованиям в обслуживании и отбор заявок из накопителей $N^{(1)}, N^{(2)}, \dots, N^{(m)}$ на обслуживание осуществляется соответственно с помощью некоторых механизмов $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m$ дисциплины очереди в зависимости от количества требований в очередях, от входных потоков, от потоков насыщения и, наконец, от состояния обслуживающего устройства. Обслуживающее устройство имеет n изменяющихся случайным образом режимов работы, т. е. состояний $\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \dots, \Gamma^{(n)}$. Это устройство выполняет не только традиционные функции по обслуживанию требований, но и

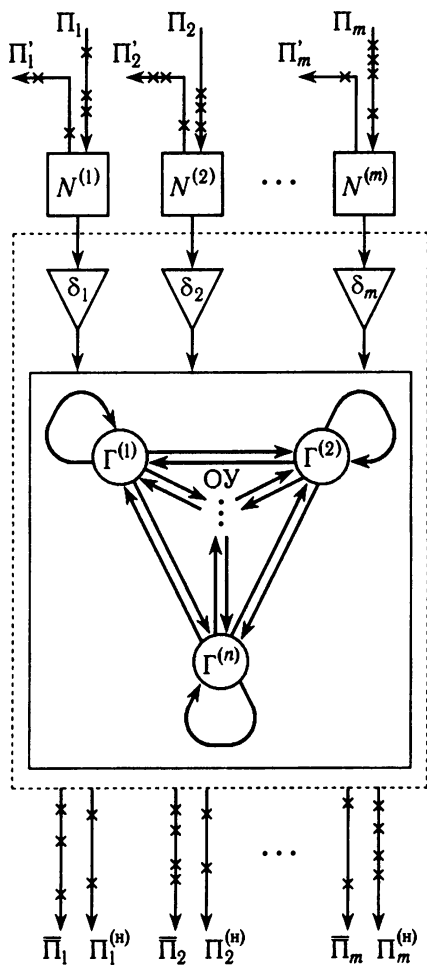


Рис. 1

функции по управлению входными потоками для разрешения их конфликтности, по формированию очередей в накопителях опосредовано через потоки насыщения, а также функции ориентации, переналадок и изменения режимов работы. Закон изменения состояний $\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \dots, \Gamma^{(n)}$ в зависимости от количества требований в каждом из накопителей и правило назначения времени пребывания в каждом из этих состояний задают так называемый алгоритм α управления потоками. Основными искомыми характеристиками таких управляющих стохастических систем обслуживания будут длины очередей по потокам, номера режимов работы обслуживающего устройства, выходные потоки обслуженных требований, потоки потерянных требований, задержки требований. Основная проблема заключается в изучении вероятностных свойств этих характеристик с целью решения задач синтеза, эволюции, надежности и оптимизации управляющей системы обслуживания.

§ 3. Математическое описание элементов управляющей системы обслуживания или кодирование ее информации

Пусть X — целочисленная неотрицательная решетка размерности m и $\Gamma = \{\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \dots, \Gamma^{(n)}\}$. Код информации о внешней памяти в момент времени $t \geq 0$ представляет собой m -мерный случайный вектор $(\varkappa_1(t), \varkappa_2(t), \dots, \varkappa_m(t))$ длин очередей в накопителях $N^{(1)}, N^{(2)}, \dots, N^{(m)}$ со значениями в пространстве X . В каждый момент времени $t \geq 0$ кодом информации о внутренней памяти является случайный элемент $\Gamma(t)$ со значением в Γ . Код информации о входных потоках задается в виде векторных случайных последовательностей. Например, код информации о входных потоках $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_m$ определяется маркированным точечным процессом (см. [31]) $\{(\tau_i, \nu_i, \eta_i); i \geq 0\}$ с выделенной дискретной компонентой $\eta_i = (\eta_{1,i}, \eta_{2,i}, \dots, \eta_{m,i}) \in X$, в которой $\eta_{j,i}$ при любом $j = \overline{1, m}$ обозначает число поступивших требований потока Π_j на промежутке $[\tau_i, \tau_{i+1})$ с характеристикой их неоднородности или, другими словами, меткой $\nu_i \in E$ (пространство меток). Иначе говоря, случайная величина $\eta_{j,i}$ определяет размер i -й пачки потока Π_j , а случайный вектор η_i задает размер i -й векторной пачки векторного потока $(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_m)$. Код информации о потоках насыщения описывается последовательностью $\{(\tau_i, \nu_i, \Gamma'_i, \xi_i); i \geq 0\}$, где $\Gamma'_i = \Gamma(\tau_i)$ — состояние обслуживающего устройства в момент τ_i , $\xi_{j,i}$ определяет максимально возможное число обслуженных требований потока Π_j на промежутке $[\tau_i, \tau_{i+1})$ с меткой $(\nu_i, \Gamma'_i) \in E \times \Gamma$ и

$$\xi_i = (\xi_{1,i}, \xi_{2,i}, \dots, \xi_{m,i}) \in X.$$

Информация о внешней памяти по каждому потоку Π_j перерабатывается в последовательные промежутки времени $[\theta_{j,i}, \theta_{j,i+1})$, $i \geq 0$, а информация о внутренней памяти перерабатывается в моменты $\theta_{1,i}$, $i \geq 0$, где момент $\theta_{j,i}$ совпадает с элементом $\tau_{\zeta_{j,i}}$ стробирующего точечного процесса τ и $\theta_{1,i} \leq \theta_{j,i} < \theta_{1,i+1}$, $1 \leq j \leq m$, $i \geq 0$. Если $\Gamma_i = \Gamma(\theta_{1,i})$ — состояние обслуживающего устройства в момент $\theta_{1,i}$, $\varkappa_{j,i} = \varkappa_j(\theta_{j,i})$ — длина очереди в накопителе $N^{(j)}$ в момент $\theta_{j,i}$, $(\varkappa_{1,i}, \varkappa_{2,i}, \dots, \varkappa_{m,i}) = \varkappa_i$ — код информации о внешней памяти в векторный момент $\theta_i = (\theta_{1,i}, \theta_{2,i}, \dots, \theta_{m,i})$ и G — пространство реализаций маркированного точечного процесса $\{(\tau_i, \nu_i); i \geq 0\} = \Delta$, то алгоритм α управления потоками будем задавать рекуррентными соотношениями вида

$$\begin{aligned} \Gamma_{i+1} &= u_i(\Gamma_i, \varkappa_i; \Delta), \\ \zeta_{1,i+1} &= \zeta_{1,i} + v_{1,i}(\Gamma_i; \Delta), \\ \zeta_{j',i} &= \zeta_{1,i} + v_{j',i}(\Gamma_i; \Delta), \\ \zeta_{1,0} &= 0, \quad 1 < j' \leq m, \quad i \geq 0, \quad \cdot \end{aligned} \tag{1}$$

где отображение $u_i(\cdot, \cdot; \cdot): \Gamma \times X \times G \rightarrow \Gamma$ является измеримым, а целочисленные измеримые отображения $v_{1,i}(\cdot; \cdot)$, $v_{j',i}(\cdot; \cdot)$ при любых $1 < j' \leq m$, $i \geq 0$ удовлетворяют ограничению $0 \leq v_{j',i}(\cdot; \cdot) < v_{1,i}(\cdot; \cdot)$. Это ограничение позволяет построить шкалу тактов векторного времени θ_i , $i \geq 0$, функционирования управляющей системы обслуживания. Естественно полагать, что состояние Γ_i обслуживающего устройства не меняется на промежутке $[\theta_{1,i}, \theta_{1,i+1})$, т. е. $\Gamma(\theta_{1,i} + t) = \Gamma_i$ при $0 \leq t < \tau_{\zeta_{1,i+1}} - \tau_{\zeta_{1,i}}$ и, следовательно, целочисленную случайную величину $v_{1,i}(\Gamma_i; \Delta) > 0$ можно трактовать как время пребывания обслуживающего устройства в состоянии Γ_i .

Пусть теперь на каждом промежутке $[\theta_{j,i}, \theta_{j,i+1})$ случайные величины

$$\begin{aligned}\eta_{j,i}^+ &= \eta_{j,\zeta_{j,i}} + \eta_{j,\zeta_{j,i+1}} + \dots + \eta_{j,\zeta_{j,i+1-1}}, \\ \xi_{j,i}^+ &= \xi_{j,\zeta_{j,i}} + \xi_{j,\zeta_{j,i+1}} + \dots + \xi_{j,\zeta_{j,i+1-1}},\end{aligned}$$

а также $\xi'_{j,i}$ и $\bar{\xi}_{j,i}$ определяют по потоку Π_j число поступлений, максимально возможное число обслуженных требований в случае бесконечной очереди, число потерянных заявок и, наконец, число фактически обслуженных требований. Тогда при каждом $j = \overline{1, m}$, $i \geq 0$ задание функциональных зависимостей

$$\xi'_{j,i} = g'_{j,i}(x_{j,i}, \eta_{j,i}^+, \xi_{j,i}^+), \quad \bar{\xi}_{j,i} = \bar{g}_{j,i}(x_{j,i}, \eta_{j,i}^+, \xi_{j,i}^+), \quad (2)$$

которые удовлетворяют естественным ограничениям

$$\begin{aligned}0 &\leq \xi'_{j,i}(x_{j,i}, \eta_{j,i}^+, \xi_{j,i}^+) \leq x_{j,i} + \eta_{j,i}^+, \\ 0 &\leq \bar{g}_{j,i}(x_{j,i}, \eta_{j,i}^+, \xi_{j,i}^+) \leq \min\{x_{j,i} + \eta_{j,i}^+, \xi_{j,i}^+\}, \\ g'_{j,i}(x_{j,i}, \eta_{j,i}^+, \xi_{j,i}^+) + \bar{g}_{j,i}(x_{j,i}, \eta_{j,i}^+, \xi_{j,i}^+) &\leq x_{j,i} + \eta_{j,i}^+, \end{aligned}$$

формализует работу элемента δ по переработке информации внешней памяти. Будем говорить, что набор отображений $g'_{j,i}(\cdot, \cdot, \cdot)$, $\bar{g}_{j,i}(\cdot, \cdot, \cdot)$, $j = \overline{1, m}$, $i \geq 0$, определяет стратегию δ формирования очереди. Если

$$\xi'_i = (\xi'_{1,i}, \xi'_{2,i}, \dots, \xi'_{m,i}) \in X, \quad \bar{\xi}_i = (\bar{\xi}_{1,i}, \bar{\xi}_{2,i}, \dots, \bar{\xi}_{m,i}) \in X,$$

то математическое описание кода информации о выходных полюсах будем представлять в виде маркированного точечного процесса $\{(\tau_i, \nu_i, \Gamma_i, \kappa_i, \xi'_i); i \geq 0\}$ с меткой $(\nu_i, \Gamma_i, \kappa_i) \in E \times \Gamma \times X$ и выделенной дискретной компонентой ξ'_i для потоков $\Pi'_1, \Pi'_2, \dots, \Pi'_m$ потерянных требований и в виде маркированного точечного процесса $\{(\tau_i, \nu_i, \Gamma_i, \kappa_i, \bar{\xi}_i); i \geq 0\}$ с меткой $(\nu_i, \Gamma_i, \kappa_i)$ и выделенной дискретной компонентой $\bar{\xi}_i$ для потоков $\bar{\Pi}_1, \bar{\Pi}_2, \dots, \bar{\Pi}_m$ обслуженных требований. Итак, проведено кодирование информации управляющей системы обслуживания. При этом информация о входных потоках и потоках насыщения необходима для функционирования системы, информация о состоянии обслуживающего устройства существенна для получения положительного результата по обслуживанию неоднородных требований и по управлению потоками и, наконец, назначение системы обслуживания позволяет утверждать, что нас прежде всего интересует динамика очередей по накопителям (переработка информации о внешней памяти), функциональное описание которой дается рекуррентными соотношениями вида

$$x_{j,i+1} = \min\{N_j, x_{j,i} + \eta_{j,i}^+ - \xi'_{j,i} - \bar{\xi}_{j,i}\}, \quad j = \overline{1, m}, \quad i \geq 0. \quad (3)$$

Изучая вероятностные свойства векторных последовательностей $\{(\Gamma_i, \kappa_i); i \geq 0\}$, $\{(\Gamma_i, \kappa_i, \xi'_i); i \geq 0\}$, $\{(\Gamma_i, \kappa_i, \bar{\xi}_i); i \geq 0\}$ и используя при этом соотношения (1)–(3), можно установить связь между входной информацией и выходной. Эта связь, естественно, носит случайный характер, так как код информации о входных полюсах представлен маркированными точечными процессами, а код информации о внутренней памяти и внешней памяти в начальный векторный момент θ_0 определен случайным элементом (Γ_0, κ_0) со значением из множества $\Gamma \times X$.

§ 4. Нетрадиционные задачи процессов обслуживания

Детальное исследование управляющего процесса обслуживания начинается с выделения и классификации его определяющих (исходных) элементов [26], т. е. входных потоков $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_m$ (маркированных точечных процессов $\{(\tau_i, \nu_i, \eta_i); i \geq 0\}$ с меткой ν_i и дискретной компонентой η_i), алгоритма α управления этими потоками (набора отображений $u_i(\cdot, \cdot; \cdot)$, $v_{j,i}(\cdot; \cdot)$, $1 \leq j \leq m$, $i \geq 0$), потоков насыщения $\Pi_1^{(H)}, \Pi_2^{(H)}, \dots, \Pi_m^{(H)}$ (маркированных точечных процессов $\{(\tau_i, \nu_i, \Gamma'_i, \xi_i); i \geq 0\}$ с меткой (ν_i, Γ'_i) и дискретной компонентой ξ_i) и стратегии δ формирования очереди (семейства функций $g'_{j,i}(\cdot, \cdot, \cdot)$, $\bar{g}_{j,i}(\cdot, \cdot, \cdot)$, $j = \overline{1, m}$, $i \geq 0$).

Определение 1. Входные потоки $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_m$ назовем *квазирегенерирующими*, если векторы η_i , $i \geq 0$, условно независимы при каждом заданном значении случайной последовательности $\{(\tau_i, \nu_i); i \geq 0\}$.

Квазирегенерирующие потоки образуют довольно широкий класс входных потоков. Например, в этот класс включаются следующие (хорошо известные в теории массового обслуживания) потоки: регулярный поток, простейший стационарный и нестационарный потоки, поток без последдействия, ординарный поток, квазиреккуррентный поток с запаздыванием, регенерирующий поток и т. п. Доказательство этого факта [26] основывается на подходящем выборе последовательности τ , например, в случае потока без последдействия в качестве τ выбираем любую неслучайную последовательность, а в случае ординарного и квазиреккуррентного потоков элементы последовательности τ совпадают с вызывающими моментами τ'_i , $i \geq 1$. Квазирегенерирующие потоки выполняют такую же важную роль в теории управляющих систем обслуживания, как и пуассоновские потоки в классических системах массового обслуживания. Здесь возникает очень важная и трудная задача такого выбора стробирующего точечного процесса τ , при котором желательно выполнение условий определения 1, независимости распределения размера i -й векторной пачки η_i от номера i и, наконец, возможна идентификация этого распределения.

В качестве примера приведем два простых алгоритма выбора элементов τ_i , $i \geq 0$. Пусть ради простоты изложения $m = 1$.

Первый алгоритм. Случайные величины τ_i , $i \geq 0$, определяются соотношениями

$$\tau_i = \tau'_k, \quad k_{i+1} = \inf\{k: k > k_i, \tau'_k - \tau'_{k-1} \geq h_0\}, \quad i \geq 0,$$

где $k_0 = 1$, $h_0 = \text{const} > 0$ и τ'_k , $k > 0$, — точки разрыва входного потока $\{\eta(t); t \geq 0\}$ или моменты поступления заявок в систему. Итак, этот алгоритм так выбирает элементы τ_i , $i \geq 0$, стробирующего точечного процесса τ , что каждый интервал $[\tau_i, \tau_{i+1})$ содержит i -ю группу (пачку) требований в количестве $\eta_i = k_{i+1} - k_i$. При этом произвольный i -й момент τ_i совпадает с некоторым вызывающим моментом τ'_k потока $\{\eta(t); t \geq 0\}$, а интервал между любыми двумя последовательными заявками из i -й группы строго меньше величины h_0 , т. е. требования по принципу близости моментов поступления условно объединяются в пачки. Наконец, интервал между моментом поступления последней заявки из i -й группы и моментом поступления первой заявки группы с номером $(i+1)$ не меньше величины h_0 . Этот интервал будем называть интервалом между двумя последовательными группами (пачками).

Второй алгоритм. При каждом $c = 0, 1, \dots$ обозначим через $\tau^{(c)} = \{\tau_i^{(c)}; i \geq 0\}$ определяемый ниже точечный процесс на оси времени $[0, \infty)$, элементы которого совпадают с некоторыми точками разрыва

процесса $\{\eta(t); t \geq 0\}$, т. е. имеем $\tau_i^{(c)} = \tau'_{k_{c,i}}$, $k_{c,i} \in \{1, 2, \dots\}$. Пусть величина $\eta_i^{(c)}$ задает число требований на промежутке $[\tau_i^{(c)}, \tau_{i+1}^{(c)})$ в i -й группе, а величина $\Delta_i^{(c)} = \tau'_{k_{c,i+1}} - \tau'_{k_{c,i+1}-1}$ определяет временной интервал между последовательными группами с номерами i и $i+1$ потока $\{\eta(t); t \geq 0\}$ при его нелокальном описании в виде последовательности $\{(\tau_i^{(c)}, \eta_i^{(c)}); i \geq 0\}$. Тогда элементы $\tau_i^{(c)}$, $c \geq 0$, $i \geq 0$, точечных процессов $\tau^{(c)}$, $c \geq 0$, будем строить с помощью рекуррентных соотношений вида

$$k_{0,i+1} = \inf\{k: k > k_{0,i}, \tau'_k - \tau'_{k-1} \geq h_0\},$$

$$s_c = \min\{\inf\{k: k \geq 0, \eta_k^{(c)} \leq d, \eta_{k+1}^{(c)} = d+1, \Delta_k^{(c)} < h_1\},$$

$$\inf\{k: k \geq 0, \eta_k^{(c)} \leq d, \eta_{k+1}^{(c)} \leq d, \Delta_k^{(c)} < h_2\}\},$$

$$\tau_i^{(c+1)} = \begin{cases} \tau_i^{(c)}, & i \leq s_c, \\ \tau_{i+1}^{(c)}, & i > s_c, \end{cases}$$

где $k_{0,0} = 1$, d — некоторое натуральное число и постоянные величины h_0, h_1, h_2 удовлетворяют условию $h_0 < h_1 < h_2$. Наконец, полагаем $\tau_i = \lim_{c \rightarrow \infty} \tau_i^{(c)}$ для любого $i \geq 0$.

При таком алгоритме сначала происходит разбиение потока на группы по первому алгоритму. Далее, последовательно начиная с нулевой группы, объединяем две соседние группы в одном из следующих случаев:

если предыдущая группа содержит не более d требований, последующая группа включает ровно $d+1$ требований и одновременно интервал между такими группами строго меньше величины h_1 ;

если предыдущая и последующая группы содержит каждая не более d требований и интервалы между ними строго меньше величины h_2 .

Проиллюстрируем эффективность предложенных алгоритмов на примере статистической обработки транспортной последовательности Бартлетта [36]. В работах [8, 36] подробно изучены статистические свойства этой последовательности моментов пересечения движущимися автомобилями некоторой фиксированной стоп-линии реальной транспортной магистрали. И все же это не позволило построить удовлетворительную математическую модель этого потока в виде последовательности $\{\tau'_i; i \geq 1\}$. Эта модель основывалась на гипотезе независимости интервалов $\tau'_{i+1} - \tau'_i$, $i \geq 1$, между последовательными поступлениями автомобилей к стоп-линии транспортной магистрали. Однако за последние годы плотность потоков машин на дорогах резко увеличилась, так, в 1985 г. в США насчитывалось около 100 млн автомобилей, а в настоящее время в этой стране имеется более 250 млн автомобилей. Поэтому движение машин на интенсивных магистралях уже не является независимым. Далее, известно, что при удовлетворительном состоянии дорожного полотна и хороших метеорологических условиях движение автомобилей по магистрали может оказаться беспрепятственным и пуассоновским. При плохих погодных условиях (туман, снег, гололед и т. д.) обгон быстрыми машинами медленных является уже рискованным и занимает значительное время. В этом случае на рассматриваемой магистрали будут возникать автоколонны или пачки машин, т. е. транспортные потоки уже не будут образовывать распределение Пуассона. Эти обстоятельства и предопределили неудачу описания транспортного потока Бартлетта средствами классических моделей и подходов.

В результате применения первого алгоритма при $h_0 = 7$ к транспортной последовательности Бартлетта были определены реализация точечного

процесса τ , 59 групп (пачек) и число заявок в каждой из этих групп. Теперь для идентификации распределения величины η_i рассмотрим наиболее простую и естественную динамику (механизм) формирования транспортных пачек. Будем считать, что выделенные с помощью первого алгоритма точки τ_i , $i \geq 0$, на оси времени представляют собой моменты последовательного пересечения головными в автоколонне (медленными) машинами выбранной стоп-линии дороги. Интенсивность медленных машин значительно меньше интенсивности всех машин транспортного потока. В то же время можно полагать, что движение медленных машин происходит независимо друг от друга. В связи с этим транспортный поток из медленных машин можно с большой достоверностью считать пуассоновским. Далее, каждую машину с медленным движением можно интерпретировать как обслуживающий прибор для машин с быстрым движением, при этом под временем обслуживания понимается время обгона, а быстрые машины являются входным потоком. Тогда распределение для η_i является незначительной модификацией геометрического распределения, описывающего флуктуацию длины стационарной очереди в системе с пуассоновским поступлением заявок, показательным обслуживанием, одним прибором без ограничений на ожидание и на размер очереди, т. е. в системе $M|M|1|\infty$ по классификации Кендалла [12]. Примем теперь в качестве распределения $P(\cdot)$ для η_i равенства

$$P(\eta_i = k) = \begin{cases} 1 - r & \text{при } k = 1, \\ r(1 - q)q^{k-2} & \text{при } k = 2, 3, \dots, \end{cases} \quad (4)$$

где $0 < r < 1$, $0 < q < 1$, и это распределение не зависит от реализации точечного процесса τ . Параметр r распределения (4) определяет вероятность наличия пачки из быстрых машин, а параметр q отвечает за средний размер пачки, так как $M\eta_i = 1 + r(1 - q)^{-1}$. Потоки требований такой вероятностной структуры будем в дальнейшем называть *потоками Бартлетта*. Если теперь в качестве меры расхождения гипотетического распределения (4) от эмпирических данных для чисел заявок в пачках, полученных по последовательности Бартлетта, взять величину «хи-квадрат», то методом максимума правдоподобия для параметров r и q потока Бартлетта найдем приближенные значения 0,51 и 0,55 соответственно. При этом значение меры расхождения равно 0,002 и, следовательно, с вероятностью 0,95 следует принять гипотезу о распределении (4) для η_i . При обработке транспортной последовательности Бартлетта с помощью второго алгоритма с параметрами $d = 2$, $h_0 = 7$, $h_1 = 8$, $h_2 = 10$ число групп заявок в этом потоке сократилось до 54, параметры r и q приняли значения 0,63 и 0,53 соответственно, а значение «хи-квадрат» уменьшилось до величины 0,0003. Это значение соответствует доверительной вероятности, равной 0,99. Таким образом, второй алгоритм позволил более удачно выбрать стробирующий точечный процесс для транспортной последовательности Бартлетта. Второй алгоритм был успешно использован также при статистической обработке многих реальных потоков с зависимыми интервалами между последовательными поступлениями требований, например, транспортных потоков на автомобильных магистралях Нижнего Новгорода, потока ошибок при передаче сообщений по телефону, потока пациентов на пункт скорой помощи, потока лыжников во время гонки на длинную дистанцию по неоднородной трассе и т. д.

Определение 2. Алгоритм α управления потоками назовем *однородным по времени*, если семейство отображений $u_i(\cdot, \cdot; \cdot)$, $v_{j,i}(\cdot; \cdot)$, $i \geq 0$, $j = \overline{1, m}$, в соотношении (1) не зависит от i .

Возникает проблема создания простейших однородных алгоритмов управления потоками в условиях конфликтности их обслуживания. Рассмотрим примеры наиболее распространенных однородных алгоритмов управления потоками в простейшем варианте, когда отображения $u(\cdot, \cdot; \cdot)$, $v_j(\cdot, \cdot)$, $j = \overline{1, m}$, не зависят от реализации процесса Δ .

Циклический алгоритм. При таком алгоритме $n = 2m$, а соотношение (1) имеет вид

$$\Gamma_{i+1} = u(\Gamma_i) = \begin{cases} \Gamma^{(1)} & \text{при } \Gamma_i = \Gamma^{(n)}, \\ \Gamma^{(r)} & \text{при } \Gamma_i = \Gamma^{(r-1)}, r = \overline{2, n}, \end{cases} \quad (5)$$

$$\zeta_{1,i+1} = \zeta_{1,i} + v_1(\Gamma_i), \quad \zeta_{j,i} = \zeta_{1,i}, \quad j = \overline{1, m}, \quad \zeta_{1,0} = 0.$$

Итак, состояние Γ_{i+1} обслуживающего устройства в момент $\theta_{1,i+1}$ однозначно определяется только состоянием Γ_i в момент $\theta_{1,i}$, а моменты $\theta_{j,i}$, $i \geq 0$, наблюдения очереди потока Π_j совпадают с моментами $\theta_{1,i}$, $i \geq 0$, изменения состояний обслуживающего устройства для любого $j = \overline{1, m}$. Предполагается, что при $\Gamma_i \in \{\Gamma^{(2)}, \Gamma^{(4)}, \dots, \Gamma^{(2m)}\}$ обслуживающее устройство от момента $\theta_{1,i}$ до $\theta_{1,i+1}$ выполняет некоторую неоднородную работу, которая отличается по характеру от обслуживания требований, и поэтому в таком промежутке потоки не обслуживаются. При каждом $j = \overline{1, m}$ в состоянии $\Gamma_i = \Gamma^{(2j-1)}$ обслуживающее устройство на промежутке $[\theta_{1,i}, \theta_{1,i+1})$ обслуживает только требования потока Π_j . Таким способом разрешается конфликтность потоков с помощью циклического алгоритма, определяемого отображением $v_1(\cdot): \Gamma \rightarrow \{1, 2, \dots\}$ и соотношением (5). Циклические алгоритмы часто используются при управлении конфликтными транспортными потоками на перекрестках со сложной геометрией проезда и в условиях интенсивного движения машин [7, 13, 14, 22, 34].

Алгоритм с упреждением [2-4, 18, 23]. Этот алгоритм является простейшей модификацией циклического алгоритма. Обслуживающее устройство имеет $n = 2m + 1$ состояний, и в состояниях $\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \dots, \Gamma^{(2m)}$ выполняет те же самые функции, что и при циклическом алгоритме. Дополнительное состояние $\Gamma^{(2m+1)}$ включается при отсутствии очереди по потоку Π_1 и для обслуживания требований лишь потока Π_m . При алгоритме с упреждением закон изменения состояний обслуживающего устройства определяется рекуррентными равенствами

$$\Gamma_{i+1} = u(\Gamma_i, \kappa_{1,i}, \eta_{1,i}^+) = \begin{cases} \Gamma^{(1)} & \text{при } \Gamma_i = \Gamma^{(2m)}, \\ \Gamma^{(r)} & \text{при } \Gamma_i = \Gamma^{(r-1)}, 1 < r < 2m, \\ \Gamma^{(2m)} & \text{при } [(\Gamma_i = \Gamma^{(n-2)}) \vee (\Gamma_i = \Gamma^{(n)})] \& (\kappa_{1,i} + \eta_{1,i}^+ > 0), \\ \Gamma^{(n)} & \text{при } [(\Gamma_i = \Gamma^{(n-2)}) \vee (\Gamma_i = \Gamma^{(n)})] \& (\kappa_{1,i} + \eta_{1,i}^+ = 0), \end{cases} \quad (6)$$

$$\zeta_{1,0} = 0, \quad \zeta_{1,i+1} = \zeta_{1,i} + v_1(\Gamma_i), \quad \zeta_{j,i} = \zeta_{1,i}, \quad j = \overline{1, m}, \quad i \geq 0.$$

Из (6) видно, что алгоритм с упреждением управляет потоками $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_m$ лишь по информации о наличии очереди в потоке Π_1 и по информации о текущем состоянии обслуживающего устройства, и поэтому он легко может быть реализован на практике. Применение этого алгоритма разумно использовать в том случае, когда входные потоки можно разбить на три группы: приоритетный малоинтенсивный поток Π_1 , группа малоинтенсивных потоков $\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{m-1}$ и, наконец, интенсивный поток Π_m . Подобная ситуация очень часто встречается в задачах организации работы системы регулирования транспорта на перекрестках, информационного центра обработки медицинских карточек больших областной больницы, диспетчерского пункта управления воздушным движением крупного аэропорта и т. д. В задаче регулирования транспорта первую группу образует поток машин, в котором нежелательно скопление большой очереди в связи с незначительным расстоянием до соседнего перекрестка; вторая группа включает потоки въезда и выезда из города; наконец, третью группу

составляют потоки интенсивного трамвайного, троллейбусного и автобусного движения. При организации работы информационного медицинского центра областной больницы приоритетным является поток больных, нуждающихся в экстренной помощи, в группу малоинтенсивных потоков входят потоки больных из других областей, интенсивный поток равнозначен потоку больных из своей области. Аналогично, в задаче управления воздушным движением приоритетом в обслуживании пользуется поток самолетов международной линии, группу малоинтенсивных потоков образуют самолеты местных линий, к третьей группе относят потоки внутренних линий.

Алгоритм с ориентацией и переналадками [19–21, 37]. Пусть $n \geq 1$ и для простоты $m = 2$. Тогда этот алгоритм задается рекуррентными соотношениями

$$\Gamma_{i+1} = u(\Gamma_i, \kappa_{1,i}, \kappa_{2,i}) = \begin{cases} \Gamma^{(1)} & \text{при } [(\Gamma_i = \Gamma^{(1)}) \& (\kappa_i \in L_0 \cup L_+)] \vee \\ & \vee [(\Gamma_i = \Gamma^{(2)}) \& (\kappa_i \in L_+)], \\ \Gamma^{(r)} & \text{при } [(\Gamma_i = \Gamma^{(r-1)}) \& (\kappa_i \in L_-)] \vee \\ & \vee [(\Gamma_i = \Gamma^{(r)}) \& (\kappa_i \in L_0)] \vee \\ & \vee [(\Gamma_i = \Gamma^{(r+1)}) \& (\kappa_i \in L_+)], \quad 1 < r < n, \\ \Gamma^{(n)} & \text{при } [(\Gamma_i = \Gamma^{(n-1)}) \& (\kappa_i \in L_-)] \vee \\ & \vee [(\Gamma_i = \Gamma^{(n)}) \& (\kappa_i \in L_- \cup L_0)], \end{cases} \quad (7)$$

$$\zeta_{1,i+1} = \zeta_{1,i} + v_1, \quad \zeta_{2,i} = \zeta_{1,i} + v_2(\Gamma_i), \quad i \geq 0, \quad \zeta_{1,0} = 0,$$

разбиением $L = \{L_-, L_0, L_+\}$ пространства X и отображением $v_2(\Gamma^{(r)}) = t_2 + t_3 - (r-1)t_0$, где $v_1 = t_1 + t_2 + t_3 + t_4$, а $t_0 \geq 0$, $t_1 \geq 0$, $t_2 \geq 0$, $t_3 > 0$, $t_4 \geq 0$ суть целые и постоянные числа.

Из второго равенства соотношения (7) следует, что в каждом состоянии обслуживающее устройство всегда находится фиксированное число тактов v_1 . Будем предполагать, что любое состояние $\Gamma^{(r)} \in \Gamma$ однозначно определяет разбиение этих v_1 тактов последовательно на первые t_2 тактов ориентации (принятия решений; в это время потоки не обслуживаются), на следующие $t_3 - (r-1)t_0$ тактов обслуживания требований потока Π_2 , на t_4 тактов переналадок (потоки не обслуживаются) и, наконец, на последние $t_1 + (r-1)t_0$ тактов обслуживания требований потока Π_1 . Непосредственно отсюда и из соотношения (7) вытекает, что алгоритм с ориентацией и переналадками реализует циклический алгоритм с длительностями обслуживания потоков, зависящими от величин очередей по потокам. Так, с увеличением номера r состояния обслуживающего устройства на единицу длительность обслуживания требований потока Π_1 увеличивается на t_0 тактов, а длительность обслуживания требований потока Π_2 уменьшается соответственно на t_0 тактов. При $t_0 = 0$ или при $n = 1$ алгоритм с ориентацией и переналадками полностью совпадает с циклическим алгоритмом.

Определение 3. Потоки насыщения $\Pi_1^{(n)}, \Pi_2^{(n)}, \dots, \Pi_m^{(n)}$ назовем *квазирегенерирующими*, если векторы ξ_i , $i \geq 0$, условно независимы при каждом заданном значении последовательности $\{(\tau_i, \nu_i, \Gamma_i^i); i \geq 0\}$.

Определение 4. Потоки насыщения $\Pi_1^{(n)}, \Pi_2^{(n)}, \dots, \Pi_m^{(n)}$ назовем *конфликтными*, если вероятность одновременного выполнения неравенств $\xi_{1,i} > 0$, $\xi_{2,i} > 0$, \dots , $\xi_{m,i} > 0$ равна нулю при каждом $i \geq 0$ и любом заданном значении последовательности $\{(\tau_i, \nu_i, \Gamma_i^i); i \geq 0\}$.

Определение 5. Потоки насыщения $\Pi_1^{(n)}, \Pi_2^{(n)}, \dots, \Pi_m^{(n)}$ назовем *независимыми в широком смысле*, если случайные величины $\xi_{1,i}, \xi_{2,i}, \dots$

..., $\xi_{m,i}$ условно независимы при каждом $i \geq 0$ и любом заданном значении последовательности $\{(\tau_i, \nu_i, \Gamma'_i); i \geq 0\}$.

Среди конфликтных, квазирегенерирующих и независимых в широком смысле потоков насыщения выделим так называемые *вырожденные* потоки насыщения, для которых при $\Gamma'_i = \Gamma^{(r)} \in \Gamma$ случайная величина $\xi_{j,i}$ принимает постоянное значение $\mu_{j,i,r} \geq 0$ с вероятностью единица. При этом если на промежутке $[\tau_i, \tau_{i+1})$ поток Π_j обслуживается, то $\mu_{j,i,r} > 0$, и $\mu_{j,i,r} = 0$, если этот поток не обслуживается.

Определение 6. Стратегия δ формирования очереди называется *однородной по времени*, если семейство отображений $g'_{j,i}(\cdot, \cdot, \cdot)$, $\bar{g}_{j,i}(\cdot, \cdot, \cdot)$, $j = \overline{1, m}$, $i \geq 0$, в соотношении (2) не зависит от i .

В качестве примера такой стратегии приведем экстремальную стратегию вида

$$\xi'_{j,i} = 0, \quad \bar{\xi}_{j,i} = \min\{\kappa_{j,i} + \eta_{j,i}^+, \xi_{j,i}^+\}, \quad 1 \leq j \leq m, \quad i \geq 0, \quad (8)$$

при которой в системе нет потерянных требований, а число обслуженных требований максимально. Из (8) следует, что экстремальная стратегия также является однородной по потокам Π_j , $j = \overline{1, m}$. Принимая во внимание (8), непосредственно из (3) находим

$$\kappa_{j,i+1} = \min\{N_j, \max(0, \kappa_{j,i} + \eta_{j,i}^+ - \xi_{j,i}^+)\}, \quad j = \overline{1, m}, \quad i \geq 0. \quad (9)$$

Выявление существенных связей между определяющими элементами управляющей системы обслуживания является труднейшей и нетрадиционной задачей. Эта задача решается путем определения конкретного вида рекуррентных соотношений (1)–(3) и изучения их свойств. В частности, рекуррентные соотношения (1)–(3) могут принимать форму (7)–(9) соответственно.

В силу интегрального принципа построения управляющих процессов обслуживания (например, нелокального описания входных потоков и потоков насыщения) здесь приходится иметь дело с целым классом реальных систем обслуживания. Поэтому для рассмотрения общих свойств систем из этого класса необходимо решить задачу алгоритмизации — задачу конструктивного построения векторных случайных последовательностей $\{(\Gamma_i, \kappa_i); i \geq 0\}$, $\{(\Gamma_i, \kappa_i, \xi'_i); i \geq 0\}$, $\{(\Gamma_i, \kappa_i, \bar{\xi}_i); i \geq 0\}$, для которых имеют место рекуррентные соотношения (1)–(3). Решение этой задачи позволяет также создать имитационные программы численного расчета на ЭВМ различных числовых характеристик управляющих систем обслуживания и программы оптимизации такого рода систем.

§ 5. Анализ и синтез управляющих систем обслуживания

Анализ управляющих процессов обслуживания [26, 27, 29] включает утверждения об условной марковости последовательностей $\{(\Gamma_i, \kappa_i); i \geq 0\}$, $\{(\Gamma_i, \kappa_i, \xi'_i); i \geq 0\}$, $\{(\Gamma_i, \kappa_i, \bar{\xi}_i); i \geq 0\}$ при заданном значении маркированного точечного процесса Δ , предельные теоремы для этих последовательностей, нелокальное описание потока потерянных требований и потока обслуженных требований (определение конечномерных распределений последовательностей $\{(\tau_i, \nu_i, \Gamma_i, \kappa_i, \xi'_i); i \geq 0\}$ и $\{(\tau_i, \nu_i, \Gamma_i, \kappa_i, \bar{\xi}_i); i \geq 0\}$, теоремы об инвариантности входных и выходных потоков, определение условий, при которых входные и выходные потоки принадлежат классу квазирегенерирующих потоков). Этот анализ имеет целью проведение классификации управляющих систем обслуживания в целом, а именно, выделение эргодических, периодических, периодических с запаздыванием, рекуррентных и, наконец, диссипативных систем [26].

При решении задач синтеза и различных задач оптимизации в классических системах обслуживания наиболее часто применяются следующие критериальные характеристики установившегося режима: а) вероятность отказа в обслуживании произвольного требования; б) среднее число заявок в системе; в) среднее время пребывания произвольного требования в системе. Однако при анализе управляющих систем обслуживания в силу нелокального описания ее составляющих элементов зачастую не удается получить даже вычислительный алгоритм, аппроксимирующий эти важные критерии с достаточной степенью точности. Дело еще усложняется тем, что в условиях большой загрузки указанные числовые характеристики являются слишком большими величинами и, таким образом, могут оказаться неподходящими целевыми показателями функционирования управляющих систем обслуживания. Кроме того, в условиях большой загрузки для установления стационарного режима управляющей системы обслуживания требуется значительное время, что приводит к невозможности решения проблемы оптимального управления в таких системах без учета переходных процессов. В связи с этим в качестве показателей эффективности для управляющих систем обслуживания удобно выбрать некоторые нетрадиционные функционалы [17] на траекториях последовательностей $\{(\Gamma_i, \mathbf{x}_i); i \geq 0\}$, $\{(\Gamma_i, \mathbf{x}_i, \xi'_i); i \geq 0\}$, $\{(\Gamma_i, \mathbf{x}_i, \bar{\xi}_i); i \geq 0\}$. Обозначим через $\gamma = \{\gamma_i; i \geq 0\}$ одну из этих последовательностей с пространством состояний S , например, если $\gamma_i = (\Gamma_i, \mathbf{x}_i)$, то $S = \Gamma \times X$. Пусть теперь $\mathfrak{N} = \{\mathfrak{N}_-, \mathfrak{N}_0, \mathfrak{N}_+\}$ — некоторое разбиение пространства состояний S последовательности γ ; тогда равенства

$$R(s, \mathfrak{N}, \gamma) = \inf\{k > 0: \gamma_0 = s, \gamma_k \in \mathfrak{N}_+, \gamma_i \notin \mathfrak{N}_-, 1 \leq i \leq k\}, \quad s \in \mathfrak{N}_0,$$

задают однопараметрическое семейство функционалов достижения с запретами, зависящее от параметра $s \in \mathfrak{N}_0$. Функционал $R(s, \mathfrak{N}, \gamma)$ такого вида определяет случайное число шагов, необходимых последовательности γ для первого ее перехода из начального состояния $s \in \mathfrak{N}_0$ (критическая или стартовая область) в достижимое множество \mathfrak{N}_+ , причем не по элементам запрещенного множества \mathfrak{N}_- . При заданном разбиении \mathfrak{N} и при выполнении ограничения $\gamma_0 = s$ обозначим через $J(\alpha, \delta; s)$ и $q(\alpha, \delta; s)$ математическое ожидание от функционала $R(s, \mathfrak{N}, \gamma)$ при условии $R(s, \mathfrak{N}, \gamma) < \infty$ и вероятность неравенства $R(s, \mathfrak{N}, \gamma) < \infty$ соответственно. В символах $J(\alpha, \delta; s)$ и $q(\alpha, \delta; s)$ отражена также зависимость введенного условного среднего и введенной условной вероятности от алгоритма α стратегии δ . В работах [17, 24] подробно изучены вероятностные свойства функционалов $R(s, \mathfrak{N}, \gamma)$, $s \in \mathfrak{N}_0$, и приведены методы вычисления $J(\alpha, \delta; s)$ и $q(\alpha, \delta; s)$.

Выберем теперь $\mathfrak{N}_-, \mathfrak{N}_0, \mathfrak{N}_+$ таким образом, чтобы подмножество состояний \mathfrak{N}_- характеризовало область недопустимых (запрещенных) по размерам очередей, подмножество состояний \mathfrak{N}_0 определяло область очередей, в некоторой степени близких к недопустимым, и, наконец, подмножество состояний \mathfrak{N}_+ соответствовало области малых очередей системы обслуживания. В этом случае величину $J(\alpha, \delta; s)$ можно интерпретировать как условное среднее время разгрузки системы из начального состояния $s \in \mathfrak{N}_0$, а задача оптимизации управляющей системы состоит в нахождении такого алгоритма $\alpha^* \in \Lambda'$ и такой стратегии $\delta^* \in \bar{\Lambda}$, для которых имеет место условие

$$\begin{aligned} \inf\{J(\alpha, \delta; s): \alpha \in \Delta', \delta \in \bar{\Delta}\} &= J(\alpha^*, \delta^*; s), \\ \sup\{q(\alpha, \delta; s): \alpha \in \Delta', \delta \in \bar{\Delta}\} &= q(\alpha^*, \delta^*; s), \quad s \in \mathfrak{N}_0; \end{aligned} \quad (10)$$

здесь Λ' есть некоторый класс допустимых алгоритмов (например, класс циклических алгоритмов) и $\bar{\Lambda}$ — некоторый класс допустимых стратегий (например, класс однородных по времени стратегий формирования очереди). Если разбиение \mathfrak{N} устроено таким образом, что \mathfrak{N}_0 соответствует области малых очередей, а \mathfrak{N}_+ — области больших очередей, то величину

$J(\alpha, \delta; s)$ естественно интерпретировать как условное среднее время загрузки системы из начального состояния $s \in \mathfrak{N}_0$, и задачу оптимизации будем ставить в виде определения $\alpha^* \in \Delta'$ и $\delta^* \in \bar{\Delta}$, для которых

$$\begin{aligned} \sup\{J(\alpha, \delta; s): \alpha \in \Delta', \delta \in \bar{\Delta}\} &= J(\alpha^*, \delta^*; s), \\ \sup\{q(\alpha, \delta; s): \alpha \in \Delta', \delta \in \bar{\Delta}\} &= q(\alpha^*, \delta^*; s), \quad s \in \mathfrak{N}_0. \end{aligned} \quad (11)$$

Итак, при соответствующем выборе разбиения \mathfrak{N} создается возможность адекватно ставить и решать задачи оптимальной организации работы реальных управляющих систем обслуживания. Например, в работах [6, 7] приводится опыт решения векторных или многокритериальных задач (10) и (11) для оптимального управления конфликтными транспортными потоками на перекрестках в условиях интенсивного движения автомобилей. При этом в подавляющем большинстве случаев не удается выполнить все условия оптимальности (10) или (11) одновременно, и поэтому приходится использовать компромиссное решение, являющееся оптимальным по Парето.

§ 6. Конкретные управляющие системы обслуживания

На примере создания и изучения простейших алгоритмов регулирования уличного движения на пересечении магистралей покажем целесообразность предложенного в этой работе нового подхода в теории массового обслуживания, использующего существенным образом общее понятие об управляющих кибернетических системах [10, 33]. Ради простоты в дальнейшем полагаем $m = 2$ или, другими словами, рассматриваем задачу об управлении двумя конфликтными потоками, Π_1 и Π_2 , с интенсивностями поступления λ_1 и λ_2 соответственно, например, на четырехстороннем (крестообразном) перекрестке [11] или на Т-образном перекрестке [3, 23] (рис. 2).

Задача 1. Разнообразные и дорогостоящие автоматизированные системы управления транспортом на перекрестках в часы интенсивного движения чаще всего используют простейший и хорошо известный циклический алгоритм (5). При этом инженеры-транспортники, используя опыт регулирования уличного движения, обычно предписывают устанавливать длительности $v_1(\Gamma^{(r)})$, $r = \overline{1, 4}$, фаз светофора с достаточно большим периодом $v_1 = v_1(\Gamma^{(1)}) + v_1(\Gamma^{(2)}) + v_1(\Gamma^{(3)}) + v_1(\Gamma^{(4)})$ циклического управления (5) по сравнению с оптимальным периодом, который может быть определен путем имитации процесса управления потоками машин и его оптимизации по условию минимума среднего времени пребывания произвольного автомобиля на перекрестке [22]. Однако очень редко (и на продолжительное время) в работе автомата-светофора с оптимальными установками длительностей фаз происходили сбои (т. е. накопление очередей больших размеров и возникновение транспортных заторов). Предложенный в этой работе подход позволил установить, что в случае пуассоновского поступления машин оптимальные длительности фаз незначительно отличаются от длительностей фаз, которые удовлетворяют равенствам

$$\lambda_1 v_1 - \mu_1 v_1(\Gamma^{(1)}) = 0, \quad \lambda_2 v_1 - \mu_2 v_1(\Gamma^{(3)}) = 0,$$

где $\mu_1 = \mu_{1,i,1} > 0$, $\mu_2 = \mu_{2,i,3} > 0$, $\mu_{1,i,2} = \mu_{1,i,3} = \mu_{1,i,4} = \mu_{2,i,1} = \mu_{2,i,2} = \mu_{2,i,4} = 0$, $i \geq 0$, и не обеспечивают существование стационарного движения на перекрестке [14]. Поэтому даже незначительное увеличение интенсивностей λ_1 , λ_2 поступления машин или уменьшение интенсивностей μ_1 , μ_2 их обслуживания приводит к нарушению условий существования стационарного режима, или, другими словами, к потере устойчивости движения. Заметим, что инженеры-транспортники, жертвуя минимальностью задержек транспорта на перекрестке, заранее выбирают большие

периоды циклического управления и тем самым добиваются существования стационарного режима регулирования на случай увеличения интенсивностей поступления. В работах [15, 16] предложены способы выбора квазиоптимальных параметров $v_1(\Gamma^{(r)})$, $1 \leq r \leq 4$, циклического управления (5), учитывающие как проблему уменьшения задержек автомобилей, так и проблему увеличения устойчивости регулирования.

Задача 2. На реальных перекрестках при квазиоптимальном управлении довольно часто (и на короткое время) наблюдаются сбои совсем другого рода, когда резко увеличиваются задержки транспорта при неизменных интенсивностях поступления и обслуживания машин. Нелокальный принцип описания входных потоков [25, 26] и рассмотрение потоков Барлетта [9, 28] позволяют утверждать, что резкий рост задержек транспорта может быть вызван изменением вероятностной структуры входных потоков автомобилей. В качестве подтверждения этого факта приведем ряд численных примеров*).

Пример 1. Квазиоптимальные параметры $v_1(\Gamma^{(1)}) = 8$, $v_1(\Gamma^{(2)}) = v_1(\Gamma^{(4)}) = 4$, $v_1(\Gamma^{(3)}) = 34$ циклического управления (5) обеспечивают пуассоновским потокам Π_1, Π_2 с интенсивностями поступления $\lambda_1 = 0,1 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$, $\lambda_2 = 0,6 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$ и интенсивностями переезда через перекресток $\mu_1 = \mu_2 = 1 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$ среднее время задержек на один автомобиль, равное 11,4 с. При тех же интенсивностях поступления и обслуживания для потоков Барлетта с параметрами $r = 0,7$, $q = 0,8$ циклическое управление с указанными числовыми значениями его параметров $v(\Gamma^{(r)})$, $1 \leq r \leq 4$, приводит к увеличению среднего времени пребывания произвольной машины на перекрестке до 53,2 с.

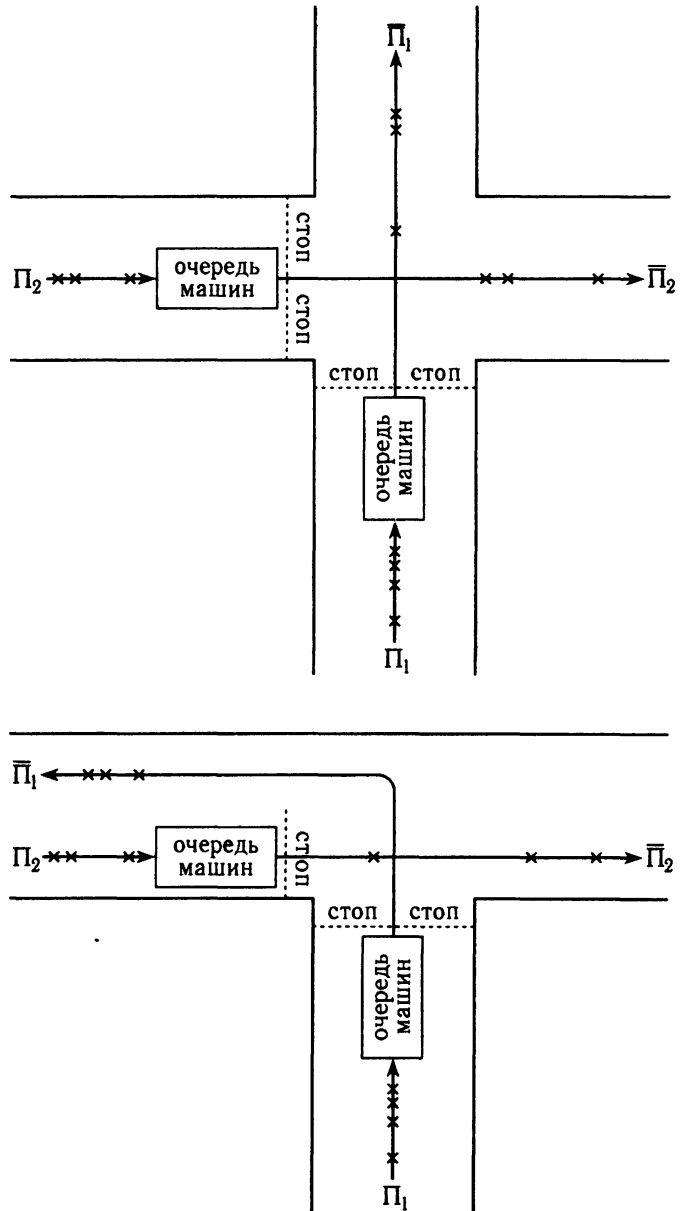


Рис. 2. Простейшая схема организации движения транспорта на крестообразном (вверху) и Т-образном (внизу) перекрестках

*) В имитационных моделях предполагается, что $\tau_i = Ti$, $T = 1$ с.

Пример 2. Алгоритм с упреждением (6), который обнаруживает появление пачки в приоритетном и малоинтенсивном потоке, был специально разработан для объяснения эффекта роста задержек транспорта при изменении вероятной структуры входных потоков по причине плохих погодных условий. При пуассоновских входных потоках с интенсивностями поступления $\lambda_1 = 0,1 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$, $\lambda_2 = 0,2 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$ и интенсивностями обслуживания $\mu_1 = \mu_2 = 1 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$ минимальные средние задержки произвольной машины составляют 6 с и достигаются при $v_1(\Gamma^{(1)}) = 7$, $v_1(\Gamma^{(2)}) = v_1(\Gamma^{(4)}) = v_1(\Gamma^{(5)}) = 4$, $v_1(\Gamma^{(3)}) = 9$. При потоках Бартлетта с параметрами $r = 0,9$, $q = 0,98$ и при тех же интенсивностях поступления будет наблюдаться резкий рост средних задержек до 124 с, если применять оптимальные параметры алгоритма с упреждением, соответствующие пуассоновским потокам. Аналогичную ситуацию можно отметить при переходе от управления потоками Бартлетта к управлению потоками Пуассона. Этот факт следует трактовать как некоторый тип неустойчивости управляющих систем обслуживания по отношению к изменению вероятностей структуры входных потоков. Заметим, что алгоритмы с упреждением (6) в настоящее время широко используются для управления интенсивным потоком транспорта на основной магистрали и приоритетным малоинтенсивным потоком пешеходов, когда появление группы пешеходов фиксируется установленной на перекрестке вызывной кнопкой.

Задача 3. Для вычисления средних задержек транспорта на регулируемом по циклическому алгоритму перекрестке инженеры-транспортники, как правило, используют простую формулу Вебстера — Алсопа [35, 38, 39], которая была получена эмпирическим путем с использованием результатов имитационного моделирования на ЭВМ при постоянных интенсивностях μ_1 , μ_2 обслуживания машин. Например, по формуле Вебстера — Алсопа средняя задержка произвольной машины первого потока равна

$$\frac{(1 - \beta)^2 v_1}{2(1 - \beta\rho)} + \frac{\rho^2}{2\lambda_1(1 - \rho)} - 0,65\rho^{2+5\beta}\lambda_1^{-2/3}v_1^{-1/3},$$

где $\beta = v_1^{-1}v_1(\Gamma^{(1)})$, $\rho = (\mu_1 v_1(\Gamma^{(1)}))^{-1}\lambda_1 v_1$. Известно, что при больших значениях $\lambda_1 > 0,2 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$, $\lambda_2 > 0,2 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$ и $\lambda_1 v_1 \ll \mu_1 v_1(\Gamma^{(1)})$, $\lambda_2 v_1 \ll \mu_2 v_1(\Gamma^{(3)})$ средние задержки, полученные по приближенной формуле Вебстера — Алсопа, не превосходят средних задержек, найденных по аналитической формуле [11]. В то же время значения средних задержек, которые дают формулы Вебстера — Алсопа, существенно больше средних задержек, которые вычисляются по наблюдениям за реальным перекрестком, причем это отличие нельзя объяснить точностью вычислений. В работе [26] с использованием аналитических и численных методов впервые было показано, что резкое отличие средних задержек вызвано эффектом функциональных зависимостей $\mu_1(t)$, $\mu_2(t)$ интенсивностей μ_1 , μ_2 обслуживания машин от времени t на промежутке соответствующей зеленой фазы. Иллюстративный пример приведем, ради простоты, только для первого потока Π_1 . Пусть $v_1 = 140$, $v_1(\Gamma^{(2)}) = v_1(\Gamma^{(4)}) = 5$, $v_1(\Gamma^{(1)}) = 90$, $v_1(\Gamma^{(3)}) = 40$, $\lambda = 1,5 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$ для модели циклического алгоритма (5) с постоянной интенсивностью $\mu_1 = 3 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$ обслуживания машин потока Π_1 во время зеленой фазы автомата-светофора. В этом случае с помощью имитации на ЭВМ приведенного процесса обслуживания находим оценку среднего времени пребывания произвольной машины первого потока, равную 21,1 с. Если теперь интенсивность μ_1 обслуживания равна $11 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$ в начале зеленой фазы на промежуток 10 с и равна $2 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$ на оставшемся промежутке зеленой фазы с длительностью 80 с, то аналогичная оценка равна 15,3 с. Заметим, что в этих моделях максимальное число машин, которое может покинуть перекресток за очередную зеленую фазу,

всегда остается без изменения и равно $3 \cdot 90 = 11 \cdot 10 + 2 \cdot 80 = 270$. Если интенсивность переезда машин через перекресток в начале зеленой фазы меньше интенсивности переезда в конце зеленой фазы, то задержки резко увеличиваются. Таким образом, можно значительно уменьшить задержки на перекрестке за счет выбора функциональных зависимостей $\mu_1 = \mu_1(t)$ и $\mu_2 = \mu_2(t)$, например, увеличивая интенсивности переезда в начале включения соответствующей зеленой фазы.

Задача 4. Управляющие системы обслуживания нередко функционируют в условиях большой загрузки, т. е. когда имеет место ограничение вида $0,8 < \lambda_1 \mu_1^{-1} + \lambda_2 \mu_2^{-1} < 1$. В этом случае эффективность процесса обслуживания требований на некотором достаточно большом промежутке времени сильно ухудшается [30], если использовать оптимальные параметры алгоритма управления потоками, которые определяются из условия минимума среднего времени пребывания в стационарном режиме. Неэффективность такого управления, когда отчетливо возрастают длины очередей по потокам, можно объяснить резким увеличением времени переходного процесса.

Рассмотрим пример. Пусть к перекрестку прибывают конфликтные и распределенные по закону Бартлетта потоки машин Π_1, Π_2 с интенсивностями $\lambda_1 = 0,1 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$, $\lambda_2 = 0,15 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$ и с параметрами $r = 0,6$, $q = 0,8$. Интенсивности обслуживания по потокам совпадают и $\mu_1 = \mu_2 = 1 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$. Параметры циклического управления следующие: $v_1(\Gamma^{(1)}) = 10$, $v_1(\Gamma^{(2)}) = v_1(\Gamma^{(4)}) = 3$, $v_1(\Gamma^{(3)}) = 15$. Тогда оценка среднего времени пребывания для этого перекрестка равна 14,5 с с доверительной вероятностью 0,95 и точностью 0,5, а время переходного процесса составляет 45 мин. Заметим, что загрузка этого перекрестка $\lambda_1 \mu_1^{-1} + \lambda_2 \mu_2^{-1}$ равна 0,25. Если теперь рассмотреть регулируемый по циклическому алгоритму перекресток с параметрами $\lambda_1 = 0,46 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$, $\lambda_2 = 0,5 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$, $r = 0,6$, $q = 0,8$, $\mu_1 = \mu_2 = 1 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$, $v_1(\Gamma^{(1)}) = 161$, $v_1(\Gamma^{(2)}) = v_1(\Gamma^{(4)}) = 2$, $v_1(\Gamma^{(3)}) = 175$, то аналогичная оценка среднего времени пребывания произвольной машины равна 293,8 с, а время переходного режима возрастет до 13 ч по причине большой загрузки, равной 0,96. Так как время регулирования транспорта на перекрестке составляет примерно 16 ч в сутки, то при эффективном управлении интенсивными потоками автомобилей на пересечении магистралей необходимо учитывать переходный и стационарный режимы. Заметим, что одним из существенных признаков малой эффективности управления транспортом на перекрестке является большое значение дисперсии оценки среднего времени пребывания [30].

Задача 5. В задачах 1–4 рассмотрены разного рода сбои в работе управляющих систем обслуживания, которые возникают за счет незначительного запаса устойчивости стационарного движения при оптимальных параметрах алгоритма, за счет случайного изменения вероятностной структуры входных потоков (например, пуассоновские потоки переходят в потоки Бартлетта, и наоборот), за счет конфликтности различных ситуаций в управлении, за счет развиваемости логической структуры обслуживающего устройства и, наконец, за счет увеличения длительности переходного режима. Устранение этих сбоев с помощью простейших алгоритмов адаптивных алгоритмов, которые создаются на основе циклического алгоритма, является важной и трудной проблемой. Покажем теперь на численных примерах, что алгоритмы (6) и (7) частично решают эти проблемы.

Пример 3. Регулирование транспортных потоков Π_1, Π_2 с интенсивностями поступления $\lambda_1 = 0,04 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$, $\lambda_2 = 0,05 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$ и интенсивностями переезда $\mu_1 = 0,34 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$, $\mu_2 = 0,67 \frac{\text{маш.}}{\text{с}}$ на пересечении улиц Ульянова и Пискунова (Нижний Новгород) до 1970 г. осуществлялось циклическим алгоритмом с параметрами $v_1(\Gamma^{(1)}) = 15$, $v_1(\Gamma^{(2)}) = v_1(\Gamma^{(4)}) = 3$, $v_1(\Gamma^{(3)}) =$

= 18, которые были выбраны сотрудниками ГАИ эмпирическим путем. Такое управление на этом перекрестке обеспечивает среднее время пребывания произвольной машины, равное 10,5 с. Квазиоптимальные параметры $v_1(\Gamma^{(1)}) = 6$, $v_1(\Gamma^{(r)}) = 3$, $1 < r \leq 5$, алгоритма с упреждением позволяют не только уменьшить среднее время пребывания до 5,1 с, но и устранить транспортные сбои в регулировании на этом перекрестке. Наблюдения на этом перекрестке позволяют это обстоятельство объяснить следующим образом. При хороших дорожных условиях информативный поток Π_1 является пуассоновским и автомат-светофор редко включает состояние $\Gamma^{(5)}$, т. е. работает почти по циклическому алгоритму. При плохих погодных условиях движение машин в этом потоке происходит по закону Бартлетта с параметрами $r = 0,8$, $q = 0,2$ и автомат-светофор уже часто включает состояние $\Gamma^{(5)}$, так как интенсивность появления пачек (или интенсивность появления медленных машин) $\lambda'_1 = \lambda_1(1 + r(1 - q)^{-1})^{-1} = 0,02 \frac{\text{Маши.}}{\text{с}}$ в два раза меньше интенсивности $\lambda_1 = 0,04 \frac{\text{Маши.}}{\text{с}}$ появления автомобилей пуассоновского потока. Любопытно заметить, что в состоянии $\Gamma^{(1)}$ в течение времени $v_1(\Gamma^{(1)}) = 6$ через перекресток успевает проехать как раз две машины, и это число машин совпадает с математическим ожиданием размера пачки в потоке Бартлетта. Таким образом, алгоритмы с упреждением обладают простейшими адаптивными свойствами.

Пример 4. Рассмотрим теперь адаптивные свойства алгоритма с ориентацией и переналадками (7) для некоторого класса разбиений $L = \{L_-, L_0, L_+\}$ пространства $X = \{(x_1, x_2): x_1, x_2 = 0, 1, 2, \dots\}$ вида

$$\begin{aligned} L_- &= (\{(x_1, x_2): x_1 > ax_2 - b\} \cup \\ &\quad \cup \{(x_1, x_2): x_1 > M_1, x_2 \leq M_2\}) \setminus \{(x_1, x_2): x_1 \leq M_1, x_2 \geq M_2\}, \\ L_+ &= (\{(x_1, x_2): x_1 < ax_2 - b\} \cup \\ &\quad \cup \{(x_1, x_2): x_1 \leq M_1, x_2 \geq M_2\}) \setminus \{(x_1, x_2): x_1 \geq M_1, x_2 \leq M_2\}, \\ L_0 &= X \setminus (L_- \cup L_+), \end{aligned}$$

где a и b — константы, $a > 0$, $-\infty < b < +\infty$, а постоянные $M_1 > 0$, $M_2 > 0$ задают критический уровень перегруженности системы обслуживания по потокам Π_1 , Π_2 . Результаты численных экспериментов на имитационных моделях показали, что алгоритмы с ориентацией и переналадками обеспечивают устойчивое и оптимальное управление конфликтными потоками, используя при этом возможно более короткие по длительности периоды циклического регулирования. Нижняя граница длительности v_1 определяется условием существования стационарного режима в системе [9, 26]. Большое значение имеет применение коротких периодов для циклического управления транспортом, так как при более продолжительных длительностях фаз по психологическим соображениям в некоторых случаях водители автомашин начинают сомневаться в исправности автомата-светофора и нарушают правила безопасности движения. Кроме того, алгоритмы с ориентацией и переналадками не только сокращают среднее время пребывания произвольной заявки в системе по сравнению с циклическим алгоритмом, но и обладают свойствами подстраивания к оптимальному режиму циклического управления и приспособления к изменению вероятностной структуры входных потоков.

Продемонстрируем это на следующих численных расчетах. Квазиоптимальные параметры $v_1(\Gamma^{(1)}) = 8$, $v_1(\Gamma^{(2)}) = v_1(\Gamma^{(4)}) = 4$, $v_1(\Gamma^{(3)}) = 34$ циклического управления (5) обеспечивают произвольной заявке (з.) пуассоновских потоков Π_1 , Π_2 соответственно с интенсивностями поступления $\lambda_1 = 0,1 \frac{\text{з.}}{\text{с}}$, $\lambda_2 = 0,6 \frac{\text{з.}}{\text{с}}$ и интенсивностями обслуживания $\mu_1 = \mu_2 = 1 \frac{\text{з.}}{\text{с}}$ среднее время пребывания в имитационной системе, приблизительно равное

11,4 с. Управление по алгоритму с ориентацией и переналадками с параметрами $a = 1$, $b = 0$, $M_1 = 9$, $M_2 = 11$, $t_0 = 2$, $t_1 = 6$, $t_2 = t_4 = 4$, $t_3 = 36$, $n = 3$ такой системой обслуживания дает для заявок тот же уровень средних задержек; при этом обслуживающее устройство чаще всего находится в состоянии $\Gamma^{(2)}$, которое соответствует квазиоптимальному циклическому управлению (5) пуассоновскими потоками. Например, частота пребывания обслуживающего устройства в состоянии $\Gamma^{(2)}$ равна 0,464, а в состоянии $\Gamma^{(3)}$ составляет 0,101. Пусть теперь при тех же интенсивностях поступления и обслуживания заявок потоки Π_1 , Π_2 являются потоками Бартлетта с параметрами $r = 0,7$, $q = 0,8$. Приведенные выше с конкретными числовыми параметрами циклическое управление и управление по алгоритму с ориентацией и переналадками обеспечивают для произвольного требования потоков Бартлетта средние задержки, соответственно равные 53,2 с и 45,1 с. В случае алгоритма с ориентацией и переналадками частота пребывания обслуживающего устройства в состоянии $\Gamma^{(1)}$ увеличилась с величины 0,434 для пуассоновских потоков до величины 0,594 для потоков Бартлетта за счет уменьшения частоты пребывания в состоянии $\Gamma^{(2)}$, что говорит о структурной адаптации такого рода алгоритмов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боровков А. А. Асимптотические методы в теории массового обслуживания. — М.: Наука, 1980.
2. Ваганов А. О., Гуляев А. А., Славинский З. М., Федоткин М. А. Автоматическая система контроля качества ультразвуковой микросварки // Электронная техника. Технология. Организация производства и оборудование. Серия 7. — 1979. — № 5. — С. 39–45.
3. Ваганов А. О., Федоткин М. А. Изучение систем обслуживания с мгновенным переключением прибора по запросу одного из конфликтных потоков // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. — 1980. — № 2. — С. 60–68.
4. Ваганов А. О., Славинский З. М., Шаталин С. М., Федоткин М. А. Математическая модель системы управления автоматическим микросварочным комплексом // Электронная техника. Технология. Организация производства и оборудование. Серия 7. — 1985. — № 4. — С. 40–45.
5. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. — М.: Наука, 1987.
6. Гольшева Н. М. Управление конфликтными потоками требований в условиях большой нагрузки // Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. — Горький, 1990.
7. Гольшева Н. М., Федоткин М. А. Циклическое управление конфликтными потоками в условиях гибели и рождения очередей критических размеров // Автоматика и телемеханика. — 1990. — № 4. — С. 68–75.
8. Кокс Д. Р., Льюис П. Статистический анализ последовательностей событий. — М.: Мир, 1969.
9. Кувыкина Е. В. Анализ и оптимизация однородных алгоритмов управления конфликтными потоками Бартлетта // Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. — Н. Новгород, 1992.
10. Ляпунов А. А., Яблонский С. В. Теоретические проблемы кибернетики // Проблемы кибернетики. Вып. 9. — М.: Физматгиз, 1963. — С. 5–22.
11. Неймарк Ю. И., Федоткин М. А. О работе автомата, регулирующего уличное движение на перекрестке // Автоматика и телемеханика. — 1966. — Т. 27, № 3. — С. 78–87.
12. Саати Т. Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения. — М.: Советское радио, 1971.
13. Федоткин М. А. О работе автомата, регулирующего уличное движение на перекрестке при показательном законе обслуживания машин // Изв. вузов. Радиофизика. — 1967. — Т. 10, № 7. — С. 912–925.
14. Федоткин М. А., Княжицкий Б. Я. Изучение и оптимизация процесса транспортного движения на перекрестках с помощью специализированной физической модели // Изв. вузов. Радиофизика. — 1972. — Т. 15, № 7. — С. 1085–1095.
15. Федоткин М. А. Теоретико-множественный подход при анализе дискретных нелинейных систем массового обслуживания // Автоматика и вычислительная техника. — 1975. — № 2. — С. 58–64.

16. Федоткин М. А. Некоторые вопросы оптимального управления потоками заявок в дискретных нелинейных системах массового обслуживания // Автоматика и вычислительная техника. — 1975. — № 3. — С. 72–77.
17. Федоткин М. А. Алгебраические свойства распределений для функционалов Чжуна от однородных марковских цепей со счетным множеством состояний // ДАН СССР. — 1976. — Т. 227, № 1. — С. 43–46.
18. Федоткин М. А. Управление конфликтными потоками заявок по минимальной информации о состоянии системы с переменной структурой обслуживания // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. — 1977. — № 6. — С. 65–71.
19. Федоткин М. А. Построение модели и исследование нелинейных алгоритмов управления интенсивными конфликтными потоками в системе с переменной структурой обслуживания заявок // Литовский математический сборник. — 1977. — Т. 17, № 1. — С. 193–204.
20. Федоткин М. А. Стречение пространства состояний случайного процесса, описывающего динамическое поведение систем с переменной структурой обслуживания при управлении конфликтными потоками в классе нелинейных однородных алгоритмов // Литовский математический сборник. — 1977. — Т. 17, № 2. — С. 203–217.
21. Федоткин М. А. О предельных свойствах распределений для состояний систем с переменной структурой обслуживания заявок при управлении конфликтными потоками в классе нелинейных однородных алгоритмов // Литовский математический сборник. — 1977. — Т. 17, № 3. — С. 73–85.
22. Федоткин М. А., Княжицкий Б. Я. Оптимизация параметров автомата с жестким переключением, управляющего потоками машин на перекрестке со сложной геометрией переезда // Межвуз. сб. Динамика систем. Вып. 14. — Горький: ГГУ, 1978. — С. 33–56.
23. Федоткин М. А. Задача управления пересекающимися потоками // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. — 1978. — № 3. — С. 85–91.
24. Федоткин М. А. О минимальности решения уравнений для табу-вероятностей // Деп. в ВИНТИ, 1979. — № 363–79.
25. Федоткин М. А. Неполное описание потоков неоднородных требований // Теория массового обслуживания. — М.: МГУ. — ВНИИСИ, 1981. — С. 113–118.
26. Федоткин М. А. Теория дискретных систем с переменной структурой обслуживания квазирегенерирующих потоков: Дисс. ... д-ра физ.-мат. наук. — М., 1984.
27. Федоткин М. А. Оптимальное управление конфликтными потоками и маркированные точечные процессы с выделенной дискретной компонентой. I // Литовский математический сборник. — 1988. — Т. 28, № 4. — С. 783–794.
28. Федоткин М. А., Кувыкина Е. В. Об имитационных моделях систем управления конфликтными потоками с изменяющейся вероятностной структурой // VIII Всесоюзная конференция по проблемам теоретической кибернетики: Тезисы докладов. Часть 2. — Горький, 1988. — С. 147–148.
29. Федоткин М. А. Оптимальное управление конфликтными потоками и маркированные точечные процессы с выделенной дискретной компонентой. II // Литовский математический сборник. — 1989. — Т. 29, № 1. — С. 148–159.
30. Федоткин М. А., Куделин А. Н. Изучение переходного процесса обслуживания при различных алгоритмах управления интенсивными потоками Бартлетта // IV Всесоюзное совещание по распределенным вычислительным системам массового обслуживания: Тезисы докладов. — Москва, Душанбе, 1991. — С. 212–214.
31. Франкен П., Кениг Д., Арндт У., Шмидт Ф. Очереди и точечные процессы. — Киев: Наукова думка, 1984.
32. Хинчин А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания. — М.: Физматгиз, 1963.
33. Яблонский С. В. Основные понятия кибернетики // Проблемы кибернетики. Вып. 2. — М.: Физматгиз, 1959. — С. 7–38.
34. Яблонский С. В., Гильман А. М., Котельников И. В., Потылицин П. М. Устройство для исследования алгоритмов регулирования уличного движения // ДАН СССР. — 1960. — Т. 132, № 1. — С. 78–81.
35. Alsop R. E. Delay at a fixed-time traffic signal — I. Theoretical analysis // Trans. Sci. — 1972. — V. 6, № 3. — P. 260–285.
36. Bartlett M. S. The spectral analysis of point processes // J. R. Statist. Soc. B. — 1963. — V. 25, № 2. — P. 264–296
37. Fedotkin M. A. On a class of stable algorithms for control of conflicting flows of arriving airplanes // Problems of Control and Information Theory. — 1977. — V. 6, № 1. — P. 13–22.
38. Webster F. V. Traffic signal settings // Road Research Technical Paper. HMSO. — London, 1958. — № 39. — P. 1–43.
39. Webster F. V., Cobbe B. M. Traffic signals // Road Research Technical Paper. HMSO. — London, 1966. — № 56. — P. 1–111.