

Контекстная визуализация пространственных данных

В.Р. Васильев, А.Г. Волобой, Н.И. Вьюкова, В.А. Галактионов

Аннотация. Рассматривается концепция контекстной визуализации пространственных данных и ее реализация. Созданная система Visualizer поддерживает отображение трехмерных скалярных и векторных полей вместе с объектами, составляющими физическое окружение визуализируемого процесса или явления. Простой пример – реалистичное изображение модели жилого помещения и распределения температуры воздуха в нем в виде изолиний на одной или нескольких плоскостях. Поддерживаются также более сложные презентации с визуализацией одновременно нескольких характеристик, а также анимации, позволяющие представить изменение заданной характеристики в пространстве или времени. Такой подход обеспечивает генерацию высокоинформативных изображений, представляющих среду обитания человека. Области применения системы Visualizer - архитектура, проектирование систем климат-контроля, градостроительство, ландшафтный дизайн, автомобильная промышленность, проектирование систем охлаждения в компьютерной индустрии, приборостроении и др.

Ключевые слова: визуализация пространственных данных, научная визуализация, трехмерные скалярные и векторные поля.

1. Введение

Визуализация пространственных данных используется в основном в задачах научной визуализации. Научная визуализация – это создание графических образов, в максимально информативной форме воспроизводящих значимые аспекты исследуемого процесса или явления. При этом большой объем результатов моделирования представляется в компактной и легко воспринимаемой форме. Преставление в виде графических образов позволяет исследователю увидеть изучаемую систему или процесс изнутри, что было бы невозможно без визуализации данных. И, иногда, именно визуализация приводит к полному пониманию явления.

Например, в системе FlowVision [1], предназначенной для визуализации сложных трехмерных течений жидкости или газа, представление объемных характеристик исследуемых распределений основано на применении интерактивной анимации. Кадр анимационной последовательности изображает распределение физической величины в некоторой плоскости сечения посредством линий уровня, тоновой заливки, векторов на плоскости или в виде изоповерхности. Пользователь имеет возможность просматривать в реальном режиме времени движущееся изображение, соответствующее движению плоскости сечения или (для изоповерхностей) изменению величины, и управлять просмотром при помощи манипулятора, что позволяет ему видеть объемные характеристики исследуемого течения.

В [2] также исследуется проблема визуализации трехмерных течений жидкости, однако здесь предметом изучения являются течения в природных объектах (результаты математического моделирования гидродинамики Азовского моря). Практически полная информация о двумерных течениях может быть передана при помощи текстур, ориентированных вдоль направления течения совместно с их анимацией. Для отображения третьей компоненты вектора скорости применяется цвет; ведутся также эксперименты по визуализации трехмерных течений при помощи трехмерных текстур и объемного рендеринга средствами библиотеки OpenGL.

Как и предыдущие два примера, работа [3] связана с визуализацией характеристик течения жидкости в трехмерном пространстве. В данном случае предметом исследований

является топология рециркуляционной зоны, возникающей при стационарном ламинарном движении жидкости в контейнере с локальным теплообменом на горизонтальных поверхностях. Частицы, находящиеся внутри рециркуляционной зоны, перемещаются по траекториям, лежащим на поверхности тора; вне этой зоны движение частиц хаотично. Для выявления топологии рециркуляционной зоны строятся траектории движения некоторого числа маркеров, а затем выполняется триангуляция.

В работе [4] предлагаются методы изучения гидродинамики с помощью визуализации турбулентности потоков.

На сайте [5] можно найти представительную галерею методов научной визуализации в применении к ряду задач исследовательского и прикладного характера. Одна из задач, относящаяся к проблемам экологии, посвящена визуализации распространения загрязняющих веществ на местности со сложным рельефом. Для представления динамики фронта распространения загрязнений по земле сначала строятся изолинии концентрации веществ на нулевой высоте; затем вычисляются проекции изолиний на рельеф поверхности земли.

В рассмотренных примерах усилия разработчиков направлены на поиск выразительных средств графики и анимации, позволяющих в максимально наглядной форме отобразить существенные для исследователя аспекты изучаемого процесса или явления. Что в конечном итоге приводит к более глубокому осмыслению физического процесса.

Несколько иначе ставится задача визуализации, составляющая предмет настоящей статьи. Ее цель можно сформулировать как отображение трехмерных скалярных и векторных полей в контексте среды обитания человека - например, визуализация поля температуры или скорости движения воздуха в жилом помещении. Более точно, суть задачи можно охарактеризовать как отображение среды обитания человека с учетом факторов, определяющих степень ее привлекательности для человека, комфортности или пригодности для того или иного функционального применения. К числу таких факторов могут относиться эстетичность среды (ее внешний вид), характеристики микроклимата (температура, скорость движения воздуха, влажность), экологии (концентрация загрязняющих веществ, шумоизоляция), акустика, освещенность и др. В данном случае важны не столько нюансы визуализируемых распределений, сколько создание обобщенного образа среды, включающего реалистичное изображение ее внешнего вида и пространственные распределения тех или иных характеристик. Поэтому выбор визуальной концепции должен основываться на иных критериях, нежели принятые в классической научной визуализации,

Соответствующий подход, называемый далее *контекстной визуализацией пространственных данных*, реализован в системе Visualizer. Visualizer поддерживает визуализацию трехмерных скалярных и векторных полей (распределение температуры, скорости движения воздуха, влажности и т.п.) вместе с визуализацией физических объектов, представляющих окружение изучаемого распределения – интерьер помещения, городской микрорайон, салон транспортного средства или "внутренность" портативного компьютера.

Дальнейшее содержание статьи построено по следующему плану. В главе 2 приведены примеры, иллюстрирующие возможные приложения Visualizer. В главе 3 описаны реализованные в настоящее время в Visualizer средства контекстной визуализации. Глава 4 посвящена вопросам реализации. В главе 5 рассмотрены возможные направления развития функциональности Visualizer.

2. Примеры контекстной визуализации

Примеры, представленные в этой главе, иллюстрируют возможности системы Visualizer. Распределения скалярных и векторных величин, показанные на рисунках, вычислены при помощи системы моделирования процессов теплообмена и движения воздушных потоков Flow, созданной по заказу фирмы Integra [6]. Изображения получены

средствами разработанной системы физически аккуратного моделирования освещенности и построения фотореалистичных изображений [7], которая включает Visualizer и Flow в качестве своих модулей (подробнее о структуре и взаимодействии компонент этой системы см. гл. 3 и 4).

Пример 1. При планировании городских микрорайонов и построении новых жилых домов учитываются многие факторы, в том числе доминирующие направления ветра. На

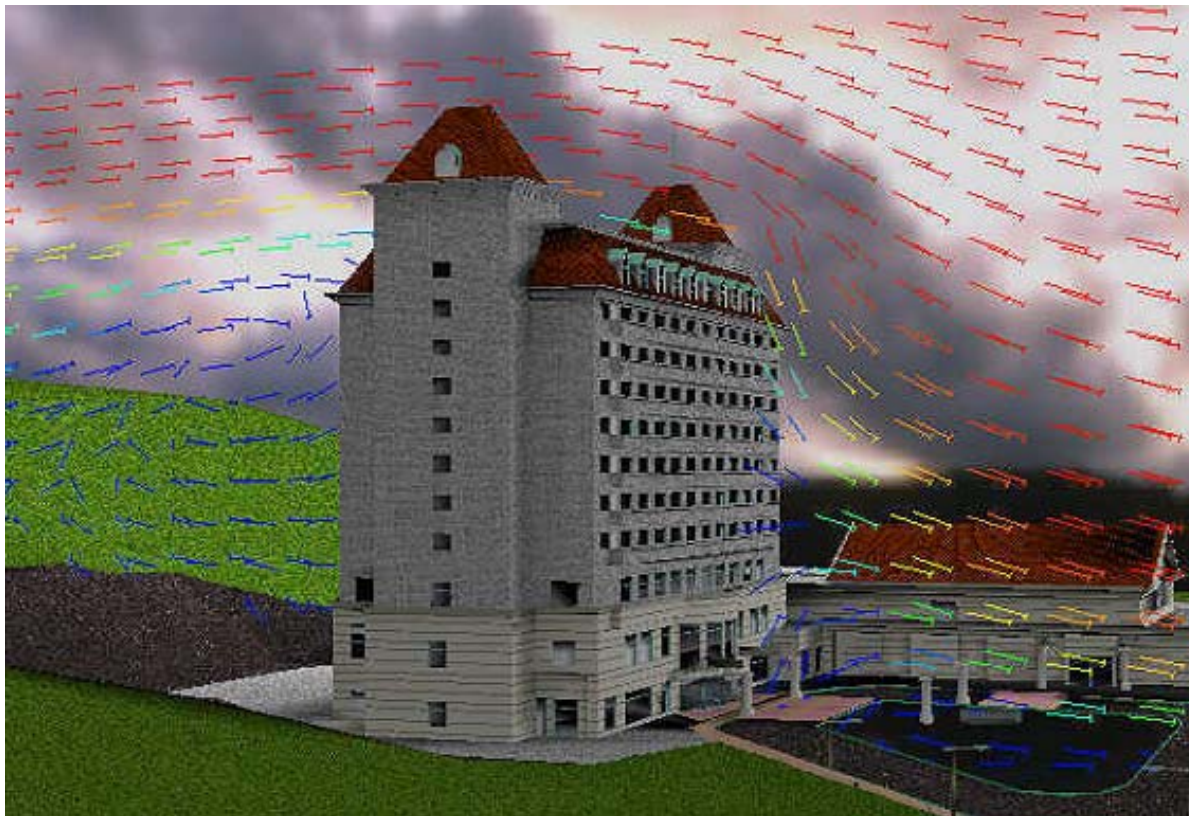


Рис. 1. Векторное поле скорости движения воздуха в окрестности здания

рис. 1 изображено векторное поле скорости движения воздуха в окрестности здания. Направление движения воздуха отображено направлениями стрелок, а абсолютная величина представлена цветом стрелок. Презентации такого рода могут быть полезны, например, для того чтобы выбрать максимально защищенное от ветра место.

Пример 2. Комфортные условия для водителя и пассажиров в салоне автомобиля давно стало неотъемлемой частью создания новых моделей. Кондиционирование воздуха должно быть эффективным для людей, находящихся в салоне, и в то же время оно должно быть экономичным потому, что работа кондиционера снижает разгонные характеристики автомобиля и повышает расход топлива.



Рис. 2. Распределение температуры воздуха в салоне автомобиля

Цель презентации на рис. 2 – продемонстрировать эффективность системы кондиционирования воздуха в салоне автомобиля. Распределение температуры воздуха представлено полупрозрачной тоновой заливкой в вертикальной плоскости сечения, что позволяет видеть интерьер салона. Поместив модель человека на сиденье водителя, можно увидеть насколько использование кондиционера является эффективным для него.

Пример 3. При планировании интерьеров важно не только функциональное размещение мебели, но и правильное освещение помещения и создание оптимального микроклимата.

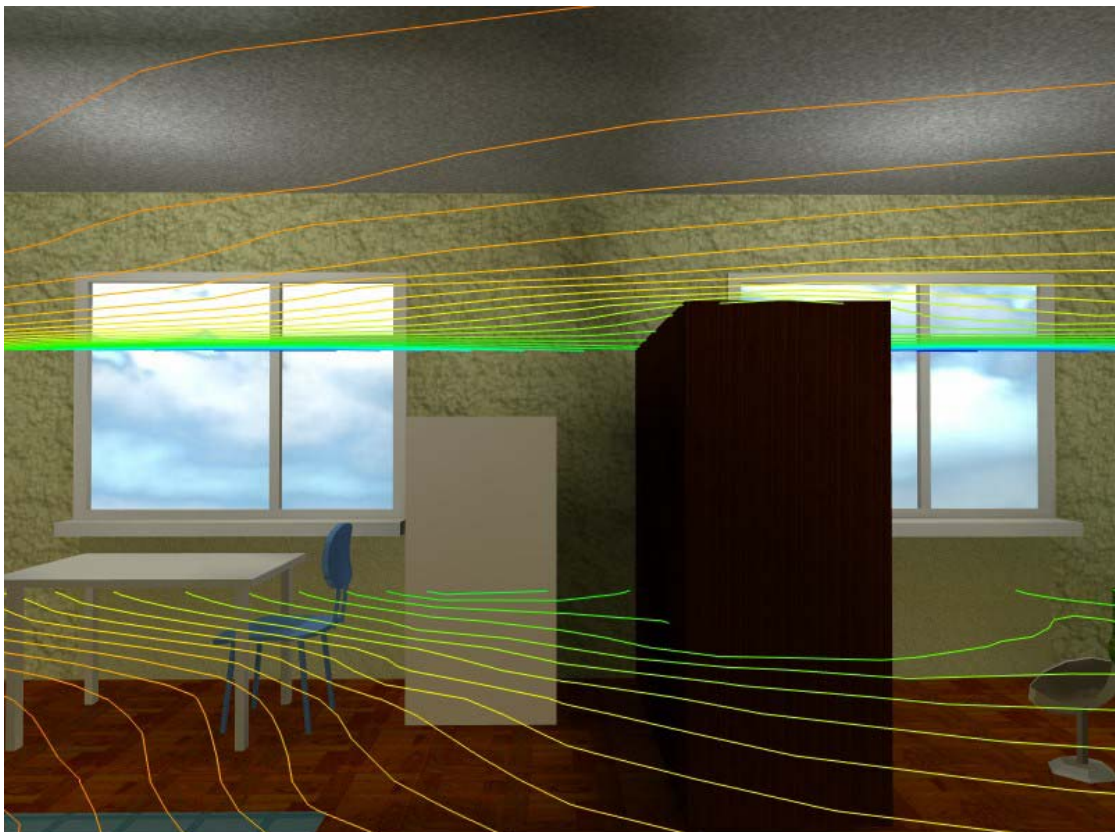


Рис. 3. Распределение температуры воздуха в жилом помещении

На рис. 3 показано распределение температуры воздуха в жилом помещении. Распределение отображено в виде изолиний на двух горизонтальных плоскостях, что позволяет лучше представить изменение температуры во всем пространстве помещения. В результате возможно представить не только внешний вид будущей комнаты, но и выбрать способы контроля внутреннего микроклимата, такие как кондиционер или нагревательный элемент. Совместное изображение предметов мебели и распределения температур позволяет правильно спланировать размещение таких устройств. Например, температурный режим для человека, сидящего за столом, представлен максимально наглядно.

Пример 4. Рис. 4 иллюстрирует применение системы Visualizer в области технического проектирования, в данном случае – для проектирования систем охлаждения компьютеров. Одной из важных проблем проектирования портативных компьютеров является создание эффективной системы охлаждения. По сравнению с обычными персональными компьютерами проблема охлаждения для портативных компьютеров осложняется такими факторами, как очень плотное размещение составляющих компонент в компактном корпусе и необходимостью устанавливать минимально энергоемкий вентилятор, так как все производители стараются добиться максимального времени работы от автономного питания.

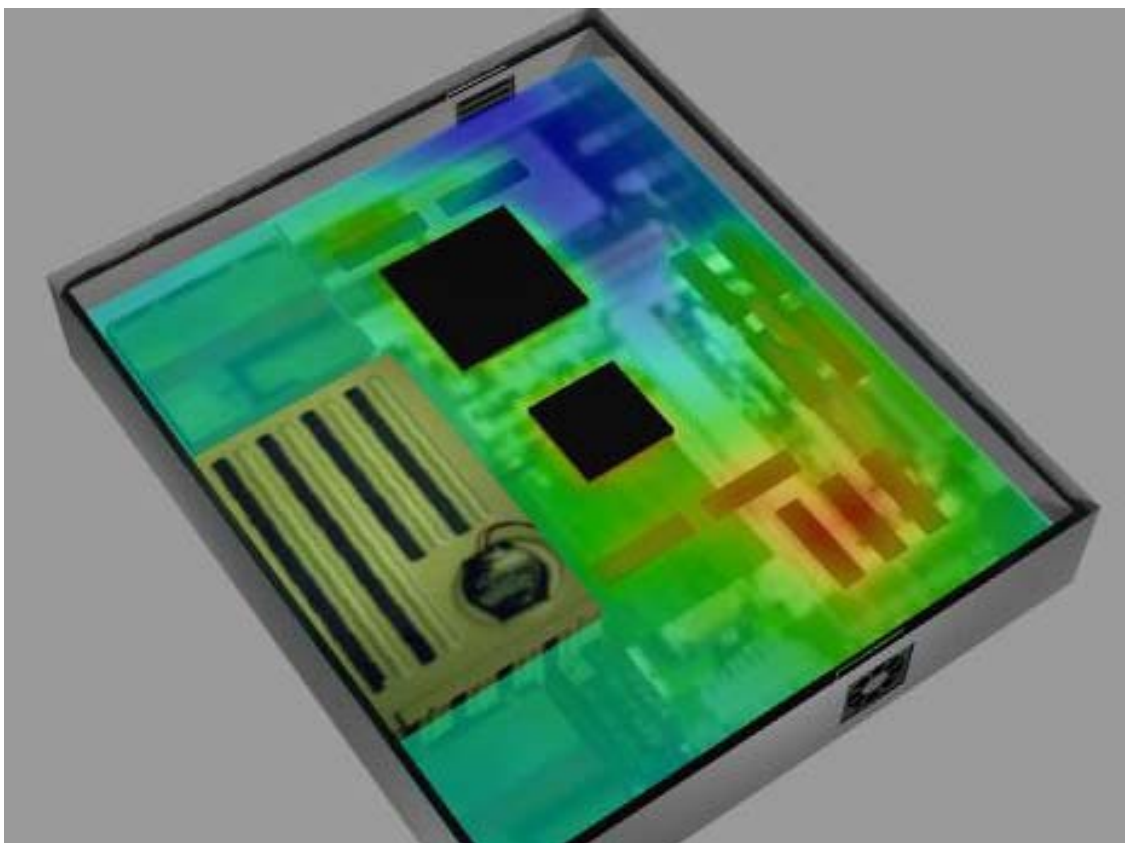


Рис. 4. Распределение температуры в корпусе портативного компьютера

В данном примере презентация показывает распределение температуры в горизонтальной плоскости внутри корпуса портативного компьютера. При генерации изображения верхняя поверхность корпуса была удалена (хотя моделирование проводилось для закрытого корпуса). Потенциально опасные зоны перегрева выделены красным цветом.

Как видно из приведенных примеров, контекстная визуализация пространственных данных оказывается весьма полезной при решении задач по планированию и проектированию различных объектов, связанных с жизнедеятельностью человека. Контекстная визуализация дает возможность быстро увидеть проблемные области в той или иной задаче и сконцентрировать усилия на их устранение.

3. Обзор возможностей системы Visualizer

3.1 Формы визуального представления пространственных данных

Visualizer поддерживает визуализацию скалярных полей, а также трех и четырехмерных векторных полей, заданных на равномерной или неравномерной сетке в трехмерном пространстве. Пространственные данные могут быть представлены различными способами. При выборе способов представления учитывалась главная цель контекстной визуализации: представление на одном изображении информации о пространственных данных, сохраняя при этом общий вид среды, для которой эти данные были рассчитаны.

Для скалярных полей поддерживаются представления изолиниями, тоновой заливкой, изолиниями с тоновой заливкой. Эти представления могут быть изображены на одной заданной плоскости, на нескольких параллельных плоскостях (см. рис. 3) или на трех ортогональных плоскостях. Последний способ может быть полезен, например, для отображения распределения температуры воздуха вблизи угла комнаты. Поддерживается также представление скалярных полей в виде изоповерхностей. Для тоновой заливки и изоповерхностей имеется опция полупрозрачного изображения (см. рис. 2 и рис. 4), что позволяет видеть и высококачественное изображение среды, и распределение скалярной величины в пространстве. Изображение скалярных полей имеет, пожалуй, наиболее широкий спектр возможностей представления.

Для трехмерных векторных полей поддерживаются представления в виде одноцветных стрелок переменной длины или в виде разноцветных стрелок одинаковой длины. При представлении одноцветными стрелками направление и длина вектора соответствуют трехмерным данным. При представлении стрелками одинаковой длины направление стрелки соответствует направлению вектора, а цвет служит для представления его длины. Такое представление является информативным, как это проиллюстрировано на рис. 1.

Четырехмерные поля (например, скорость движения воздуха и его температура) представляются стрелками переменной длины, направление и длина которых соответствуют трем первым компонентам, а цвет служит для отображения четвертого компонента.

3.2 Презентационные наборы данных

Система поддерживает одновременное отображение произвольных наборов данных, полученных в результате моделирования или измерения каких-либо пространственных характеристик. Исходными данными для визуализации служат файлы с массивами числовых данных, представленных в текстовом виде. Входные массивы могут содержать произвольное множество компонентов данных для каждой точки пространства. Visualizer позволяет загружать одновременно несколько входных массивов, которые, вообще говоря, могли быть получены из разных источников (например, при помощи разных программ моделирования). Пользователь на основе загруженных в данный момент входных файлов определяет наборы, состоящие из одного, трех или четырех компонентов, для визуализации их как скалярных полей, трех или четырехмерных векторных полей. Входные пространственные данные могут быть расположены на различных пространственных сетках.

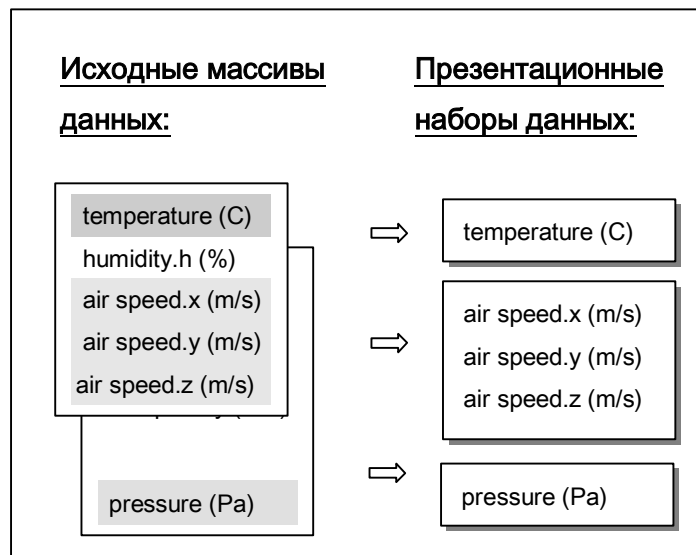


Рис. 5. Определение презентационных наборов данных

На рис. 5 показан пример определения трех презентационных наборов из двух массивов исходных данных: однокомпонентный набор данных temperature (температура), трехкомпонентный набор данных air speed (скорость движения воздуха) и однокомпонентный набор pressure (давление). Все презентационные наборы данных будут в дальнейшем обрабатываться независимо.

Возможность загружать независимые наборы пространственных данных позволяют, например, визуально сравнивать результаты компьютерного моделирования с реально измеренными данными. Такие данные можно рассматривать как две различные презентации, одновременно изображенные в среде.

3.3 Элементы презентации

Для каждого презентационного набора данных пользователь задает один из допустимых способов представления (см. п. 3.1). Пара (презентационный набор данных, способ представления) называется элементом презентации. Можно задать несколько элементов презентации, которые будут отображены одновременно в окружении контекстной сцены, представляющей среду.

Visualizer предоставляет развитый графический интерфейс для определения элементов презентаций, включая задание презентационных наборов данных, выбор визуальных форм представления и опций, таких как цветовая палитра, степень прозрачности для тоновой заливки и изоповерхностей и др. Имеются также средства для визуального задания множества плоскостей, на которых требуется отобразить данные. Определив элементы презентации, пользователь может сохранить их для использования в последующих сеансах.

Система поддерживает также интерактивные запросы числовых значений для визуализируемых в данный момент наборов данных – пользователю достаточно указать мышью точку в каком-либо элементе презентации, чтобы получить информацию о значении скалярного или векторного поля в ней.

3.4 Средства анимации

Для более наглядного изучения данных Visualizer позволяет определять и воспроизводить анимационные последовательности, показывающие изменение исследуемого распределения данных в пространстве или времени.

При пространственной анимации плоскость с изображением элемента анимации движется вдоль заданной пользователем траектории; при этом также могут выполняться

вращения плоскости вокруг координатных осей. В простейшем случае плоскость (например, с изображением скалярного поля тоновой заливкой или изолиниями) просто движется поступательно по прямой линии. В этом отношении возможности анимации в Visualizer схожи со средствами, описанными в [1]. Такой подход позволяет проанализировать все пространство данных. Хотя набор данных здесь статический, но анимация покажет его изменение вдоль определенного направления или направлений.

Анимация по времени возможна для наборов данных, которые содержат информацию об изменении поля данных с течением времени. В этом случае Visualizer может сгенерировать и воспроизвести анимационную последовательность изображений, показывающих изменение распределения в течение заданного пользователем промежутка времени. Это уже позволит визуально анализировать динамические процессы.

3.5 Встроенная система моделирования Flow

Как уже отмечалось в гл. 2, в рамках работ по моделированию и отображению среды обитания человека была также разработана система Flow (Г.В.Кирейко, В.А.Глухов, В.В.Видякин), моделирующая движение воздушных масс и распределение температуры с учетом процессов тепловой радиации, а также естественной и принудительной конвекции. Flow поддерживает моделирование атмосферных процессов как с ламинарным, так и с турбулентным режимом движения воздуха. Система предоставляет развитый графический интерфейс для задания граничных условий, параметров моделирования и анализа результатов. В качестве исходных данных используется сцена, для объектов которой заданы термодинамические свойства. В сцене также могут быть заданы погодные условия, включающие скорость и направление ветра, температуру и другие свойства наружного воздуха, время года, время суток и проч.

3.6 Инструмент редактирования сцен и моделирования освещенности

Visualizer и Flow реализованы как дополнительные модули системы построения фотореалистичных изображений [7-8], предназначенной для приложений в области архитектуры и светотехники. Эта система содержит средства физически аккуратного моделирования глобальной освещенности сцены с использованием метода Монте-Карло или метода излучательности и позволяет получать качественные высокореалистичные изображения сцен. Это является важной предпосылкой для получения убедительных и достоверных презентаций в Visualizer.

Система построения фотореалистичных изображений представляет собой интегрированную среду, из которой пользователь может вызывать графические инструменты для визуального редактирования сцен и моделирования освещенности, а также вспомогательные модули, такие как Flow и Visualizer. Предполагается, что первоначально геометрическая модель сцены создается в какой-либо из внешних систем трехмерного моделирования (3D Studio, AutoCad и т.п.) и затем импортируется в формат графической системы. Там пользователь может дополнить модель определениями источников света в физических величинах, параметрами естественного освещения, атрибутами, задающими оптические и термодинамические свойства объектов. Поддерживаются также простые операции редактирования геометрии, текстурирование, установка камеры и ряд других возможностей.

После того как сцена, представляющая окружение (контекст) для визуализации пространственных характеристик, подготовлена, пользователь может при помощи модуля Flow выполнить моделирование температуры и движения воздуха. Результаты моделирования сохраняются в виде файлов с массивами данных, которые могут быть использованы в Visualizer. Отметим, что данные для визуализации в принципе могут быть получены и другими средствами, например, в результате измерений или при помощи других

программ моделирования. В этом случае они должны быть предварительно преобразованы в формат, поддерживаемый Visualizer.

Далее при помощи Visualizer пользователь определяет презентационные наборы данных и способы их отображения, после чего выполняется контекстная визуализация данных.

При необходимости можно «упрятывать» отдельные элементы геометрии сцены. Таким образом, при отображении данных в Visualizer можно убирать элементы сцены, мешающие видеть представление данных. Например, на рис. 4 при визуализации распределения температуры была убрана верхняя часть корпуса портативного компьютера, хотя она присутствовала при моделировании тепло-массопереноса.

Можно также менять положение камеры, для того чтобы рассмотреть все интересные области визуализированных данных. Причем благодаря контекстной визуализации пользователь легко определяет такие области, исходя сразу из нескольких критериев. Например, при проектировании портативных компьютеров инженеру может быть интересна область с запредельной температурой, а также пространство непосредственно около главного процессора.

4. Вопросы реализации

Схема реализации контекстной визуализации пространственных данных изображена на рис. 6.

Как уже упоминалось Visualizer работает с произвольными пространственными данными. Поэтому подготовка презентационных наборов данных реализована как отдельный компонент – адаптер пространственных данных (VDA – Volumetric Data Adapter). Исходный массив данных представлен в виде текстовых файлов, так как текстовый формат является наиболее универсальным при переносе между различными вычислительными, а также операционными системами. Данные состоят из заголовка и непосредственно тела. Заголовок содержит информацию о количестве компонентов, их именах, единицах измерения, а также сведения о пространственной сетке, на которой определены компоненты данных. Тело содержит собственно данные в виде последовательности чисел, которые интерпретируются в соответствии с заголовком.

VDA предоставляет интерактивный интерфейс для загрузки исходных массивов и выбора компонентов для презентационных наборов. Он позволяет извлекать из массивов требуемые компоненты и делает их доступными для модуля визуализации.

Выделенные презентационные наборы данных передаются затем в генератор презентационной геометрии (PGG – Presentation Geometry Generator). PGG генерирует *презентационную геометрию* в форме плоскостей с изолиниями или с тоновой заливкой, изоповерхностей или стрелок, в зависимости от формы представления, выбранной пользователем. Для каждой формы представления имеется специальный PGG. PGG для изоповерхностей основан на алгоритме из [9].

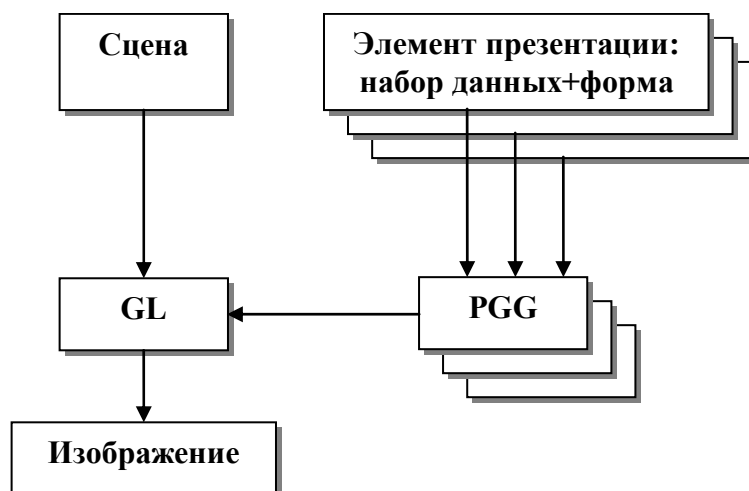


Рис. 6. Реализация контекстной визуализации пространственных данных

Сформированная презентационная геометрия добавляется к геометрии текущей сцены и отображается средствами графической библиотеки (GL – Graphics Library) графической системы. Таким образом, сама сцена, которая часто состоит из большого количества объектов, требующих специальной предварительной обработки для эффективной визуализации, не видоизменяется. Добавленная презентационная геометрия содержит относительно небольшое число объектов, и она практически не влияет на общую эффективность визуализации. Это позволит включать и выключать визуализацию пространственных данных в интерактивном режиме.

Если определена анимация, то генерируется соответствующая последовательность презентационных геометрий, которая воспроизводится по запросу пользователя. Следует отметить, что геометрия каждого элемента презентации отображается посредством индивидуального канала, что позволяет включать и выключать визуализацию отдельных элементов независимо.

5. Возможные направления развития Visualizer

Архитектурные решения, принятые в реализации Visualizer, обеспечивают широкие возможности для наращивания его функциональности. Очевидный способ развития средств визуализации - добавление новых форм представления данных, например, в виде движущихся частиц, траекторий маркеров или текстур. Для этого достаточно реализовать соответствующие PGG.

Интересной представляется также идея введения в изображение сенсорных элементов (скажем, в форме человеческой фигуры), возможно, анимированных. Пример применения этой идеи - изображение движущейся в помещении фигуры человека с отображением на ее поверхности распределения температуры (тоновой заливкой или в виде изолиний). Подобный способ визуализации позволяет в максимально наглядной форме показать, насколько комфортно будет себя чувствовать в данном помещении взрослый человек, ребенок, или, возможно, домашнее животное.

На рис. 7 представлена схема реализации идеи контекстной визуализации пространственных данных на поверхности сенсорного объекта¹. Для каждой формы представления данных (изолинии, тоновая заливка, стрелки) должен присутствовать PGG, на вход которого подается, с одной стороны, презентационный набор данных, с другой – геометрия сенсорного объекта, выбранного пользователем. На основе этих данных PGG

¹ Подход не предполагает перевычисление распределения температуры с учетом тепла, выделяемого человеком.

генерирует презентационную геометрию. В остальном визуализация выполняется так же, как описано в гл. 4.

Другое возможное направление развития – реализация дополнительных программ моделирования, а также поддержка внешних программ моделирования, которая сводится к реализации соответствующих конвертеров данных.

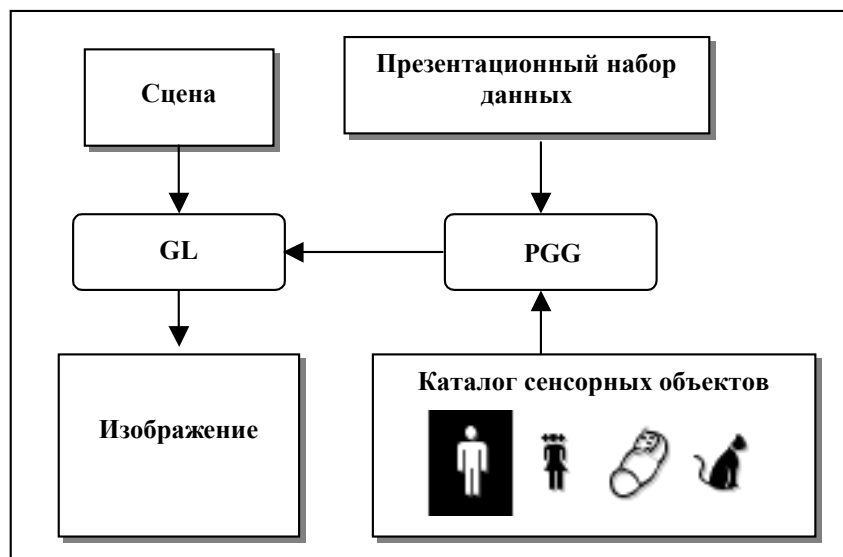


Рис. 7. Контекстная визуализация пространственных данных на поверхности сенсорного объекта

6. Заключение

Visualizer был реализован в отделе машинной графики Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН как один из дополнительных модулей для системы физически аккуратного моделирования освещенности и построения фотореалистичных изображений для архитектурных приложений. Visualizer представляет собой инструмент для визуализации пространственных данных (распределения температуры, скорости движения воздуха и т.п.) в контексте среды обитания человека – в жилом помещении, салоне автомобиля, городском микрорайоне. Контекстная визуализация позволяет получать изображения, представляющие обобщенный образ среды с учетом факторов, определяющих ее привлекательность для человека (в том числе, внешней привлекательности), комфортность (микроклимат, экология) или функциональную пригодность для какого-либо целевого использования. Созданные методы могут представлять интерес для использования в архитектуре, проектировании систем отопления и кондиционирования, градостроительстве, ландшафтном дизайне.

Высокоинформативные презентации, генерируемые при помощи Visualizer, могут служить инструментом принятия решений в разнообразных областях человеческой деятельности. Существенное достоинство контекстной визуализации – «понятность» изображений для лиц, не являющихся профессиональными специалистами в какой-либо из перечисленных выше областей – чиновников, бизнесменов, потенциальных покупателей квартиры или загородного дома. Можно предположить, что рост требований, предъявляемых человеком к среде своего обитания, приведет к растущему спросу на средства визуализации такого рода.

Подобная направленность системы не умаляет ее ценности как инструмента визуализации для профессионального применения. Visualizer предоставляет достаточно богатый набор форм визуального представления данных, развитые возможности управления параметрами изображения и режимом просмотра, средства анимации.

В заключение хотелось бы отметить, что применимость идеи контекстной визуализации не ограничивается указанными выше областями. Visualizer с успехом использовался, например, для проектирования систем охлаждения в компьютерах, в строительном проектировании для предсказания деструктивного воздействия погодных факторов на элементы конструкции здания, в проектировании осветительных устройств. Мы полагаем, что идея контекстной визуализации может найти применения и в других отраслях человеческой деятельности, например, в сфере образования.

Версию статьи с цветными рисунками можно найти по адресу

http://www.keldysh.ru/pages/cgraph/publications/cgd_publ.htm

Литература

- [1] Аксенов А.А., Сельвачев А.Ю., Клименко С.В. Интерактивная анимация для визуализации движения жидкости. Труды Межд. конф. по компьютерной графике и машинному зрению – Графикон-99, Москва, 1999.
- [2] Аниканов А.А., Потий О.А. Проблемы и подходы к решению задачи визуализации данных о течениях в природных объектах. Труды Межд. конф. по компьютерной графике и машинному зрению – Графикон-2003, Москва, 2003.
- [3] Гудзовский А.В., Клименко С.В. Визуализация рециркуляционных зон в трехмерном течении. Труды Межд. конф. по компьютерной графике и машинному зрению – Графикон-99, Москва, 1999.
- [4] Belotserkovskii O.M., Chechetkin V.M., Oparin A.M. Visualization of hydrodynamic calculations - Межд. конф. по компьютерной графике и машинному зрению – Графикон-2003, секц. «Научная визуализация в прикладных задачах», Москва, 2003.
- [5] The Scientific Visualization Group, Institute for System Programming of Russian Academy of Sciences. <http://www.ispras.ru/~3D/eng;>
gallery: <http://www.ispras.ru/~3D/eng/problems/gallery.htm>.
- [6] <http://www.integra.jp>
- [7] A.Khodulev, E.Kopylov Physically accurate lighting simulation in computer graphics software. Proc. GraphiCon'96 - The 6-th International conference on Computer Graphics and Visualization, St.Petersburg, 1996.
- [8] А.Г.Волобой, В.А.Галактионов, К.А.Дмитриев, Э.А.Копылов. Двухнаправленная трассировка лучей для интегрирования освещенности методом квази- Монте Карло. "Программирование", № 5, 2004.
- [9] Lorensen W.E., Cline H.E. Marching Cubes: A High Resolution 3D Surface Construction Algorithm, Proceedings of SIGGRAPH'87, ACM Computer Graphics, Vol.21, No. 4, July 1987.