

АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВОЙ
НЕДОРАСШИРЕННОЙ СТРУИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ПОВЕРХНОСТЬЮ С
ПОМОЩЬЮ СОБСТВЕННОГО ОРТОГОНАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ И
РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ДИНАМИЧЕСКИМ МОДАМ*

А.К. Алексеев¹, А.Е.Бондарев²

¹*РКК Энергия, г. Королев, МФТИ, г. Долгопрудный, Моск. обл., Россия;* ²*ИПМ им М.В.*

Келдыша РАН, Москва, Россия

Анализ нестационарных течений представляет из себя достаточно серьезную проблему, связанную с высокой размерностью задачи и существенной нелинейностью [1]. В то же время, имеются примеры успешного понижения размерности динамической системы, например в работе [2] ламинарное течение за цилиндром описано с помощью всего 3 мод, что позволяет существенно упростить задачу как с точки зрения ее возможной диагностики, так и с точки зрения перспектив управления. Распространенным методом понижения размерности является использование собственного ортогонального разложения, например [3]. В последнее время приобретает популярность использование разложения по динамическим модам [4], являющегося численным вариантом применения Купмановского спектра. Оператор Купмана является линейным бесконечно-мерным оператором, потенциально пригодным для описания нелинейных систем. В данной работе проведено сравнение методов собственного ортогонального разложения и разложения по динамическим модам на примере задачи взаимодействия сверхзвуковой струи с плоской поверхностью. Известно, что при нормальном воздействии недорасширенной сверхзвуковой струи на плоскую поверхность в некоторых случаях наблюдаются автоколебательные режимы течения [5,6]. Режим течения зависит от таких параметров, как число Маха на срезе M_a , степень нерасчетности $n = p_0 / p_a$, расстояние от среза сопла x / d_a , $\gamma = C_p / C_v$. По данным работы [5] расстояние до преграды, когда начинаются автоколебания $x / r_a \sim 4\sqrt{\gamma M_a}$. В данном докладе представлены результаты моделирования воздействия струи на плоскую поверхность с помощью нестационарных уравнений Эйлера

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U^k)}{\partial X^k} = 0;$$

$$\frac{\partial(\rho U^i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U^k U^i + P \delta_{ik})}{\partial X^k} = 0;$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U^k h_0)}{\partial X^k} = 0;$$

Расчеты проводились с помощью методов второго и четвертого порядков точности по пространственной координате, описанных в работах [7,8] и второго порядка по времени. На некоторых режимах по $x/d_a, \gamma, n, M_a$ наблюдались автоколебания. На рис. 1 представлена история изменения давления на оси симметрии.

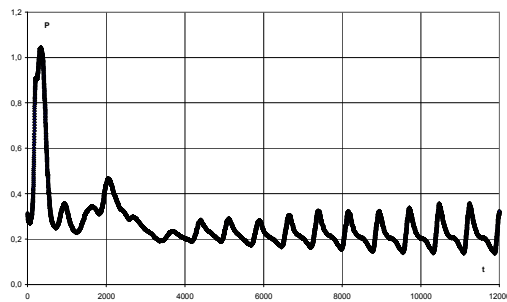


Рис. 1. Давление на оси симметрии в зависимости от времени

Наблюдается выход на автоколебательный режим, для которого характерно периодическое образование и исчезновение отрывной зоны. На Рис. 2 и 3 представлены изолинии плотности для случая максимального и минимального давления (развита отрывная зона) в центре, а также линии тока.

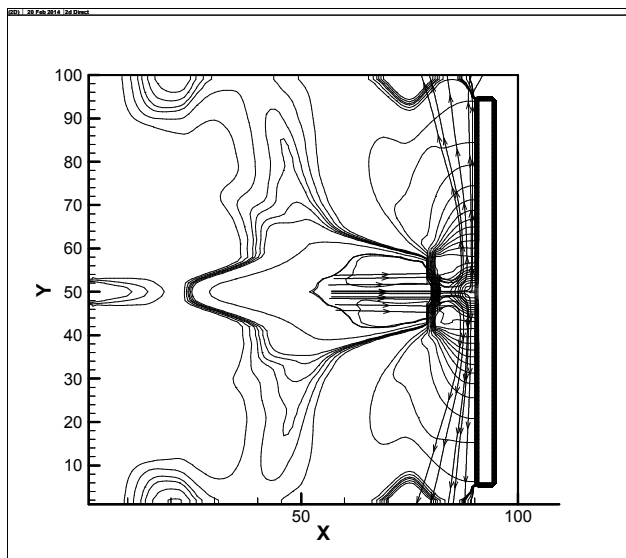


Рис. 2. Распределение давления.
Циркуляционная зона отсутствует.

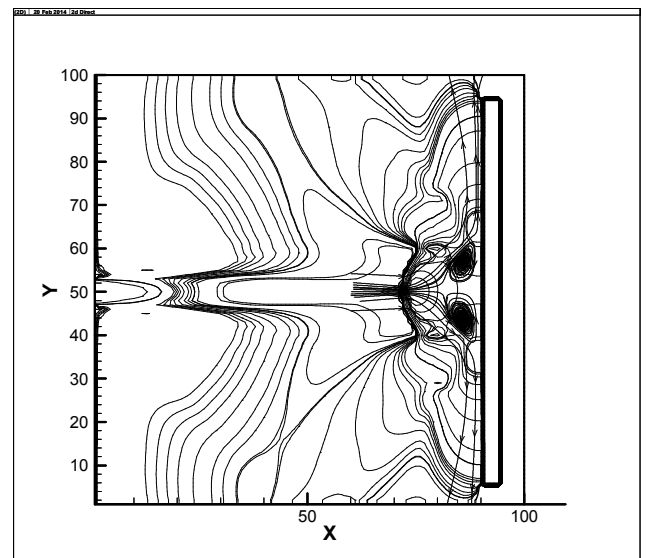


Рис. 3 Распределение давления.
Циркуляционная зона присутствует.

Результаты представлены для числа Маха на срезе $M_a = 4.0$, $\gamma = 1.4$, $x/d_a = 15$, нерасчетности $n = 4$, возникновение колебаний примерно соответствует критерию работы [5]. В докладе представлены результаты анализа данного автоколебательного течения с использованием методов собственного ортогонального разложения [3] и разложения по динамическим модам [4].

1. Пинчуков В.И., Численный поиск нестационарных течений с большими амплитудами автоколебаний, материалы NPNJ-12, с.176-178, 2012
2. B. R. Noack, K. Afanasiev, M. Morzynski, G. Tadmor, and F. Thiele. A hierarchy of low-dimensional models for the transient and post-transient cylinder wake. *J. Fluid Mech.*, 497:335-363, 2003.
3. J. Du, I.M. Navon, J.L. Steward, Z. Luo, A. Alekseev, Reduced order modeling based on POD of a parabolized Navier-Stokes equations model 1: Forward Model, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 2012; **69**:710–730
4. Schmid, Peter J. "Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data", *Journal of Fluid Mechanics* 656.1 (2010): 5-28.
5. Глазнев В.Н., Запрягаев В.И., Усков В.Н. и др, Струйные и нестационарные течения в газовой динамике, Новосибирск, СО АН, 2000
6. Kwang-Seop Lee and Seung-Kyu Hong, Supersonic Jet Impingement Navier-Stokes Computations for Vertical Launching System Design Applications, *J. SPACECRAFT&ROCKETS*, Vol. 41, No.5, 2004
7. Sun M., Katayama K. An artificially upstream flux vector splitting for the Euler equations//*JCP*. 2003. V. 189. P. 305-329.
8. Yamamoto S., Daiguji H. Higher-order-accurate upwind schemes for solving the compressible Euler and Navier-Stokes equations//*Computers and Fluids*. 1993. V. 22. P. 259-270.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 13-01-00367А, № 14-01-00769А)